**INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL**

**ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO**

--------------------**ANÁLISIS DE ALGORITMOS**------------------

**ACTIVIDAD**

Dominio Asintótico

**PROFESOR:**

Franco Martínez Edgardo Adrián

**ALUMNO:**

Meza Vargas Brandon David – 2020630288

**GRUPO:**

3CM13

>

# ÍNDICE

Demuestre para los dos primeros ejercicios el dominio asintótico de f(x)f(x) sobre g(x)g(x) y para los ejercicios del 3 al 7 demostrar que las funciones tienen una correcta cota asignada (para las tres primeras funciones de complejidad tienen asignada correctamente la cota O "Cota superior ajustada" y que las últimas dos también tienen una correcta cota Θ "exacta")

# Ejercicio 01

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = 2x^2 + 300x - 1000$$

## Desarrollo

$f(x) = x^2$
$g(x) = 2x^2 + 300x - 1000$

$\exists m \geq 0, k \geq 0 \mid |g(x)| \leq m|f(x)|, \forall x \geq k$

Sustituyendo $f(x)$ y $g(x)$

$|2x^2 + 300x - 1000| \leq m|x^2|, \forall x \geq k$

Si tomamos $m = 100$ y $k = 2$ se cumple lo siguiente:

$|2x^2 + 300x - 1000| \leq mx^2$

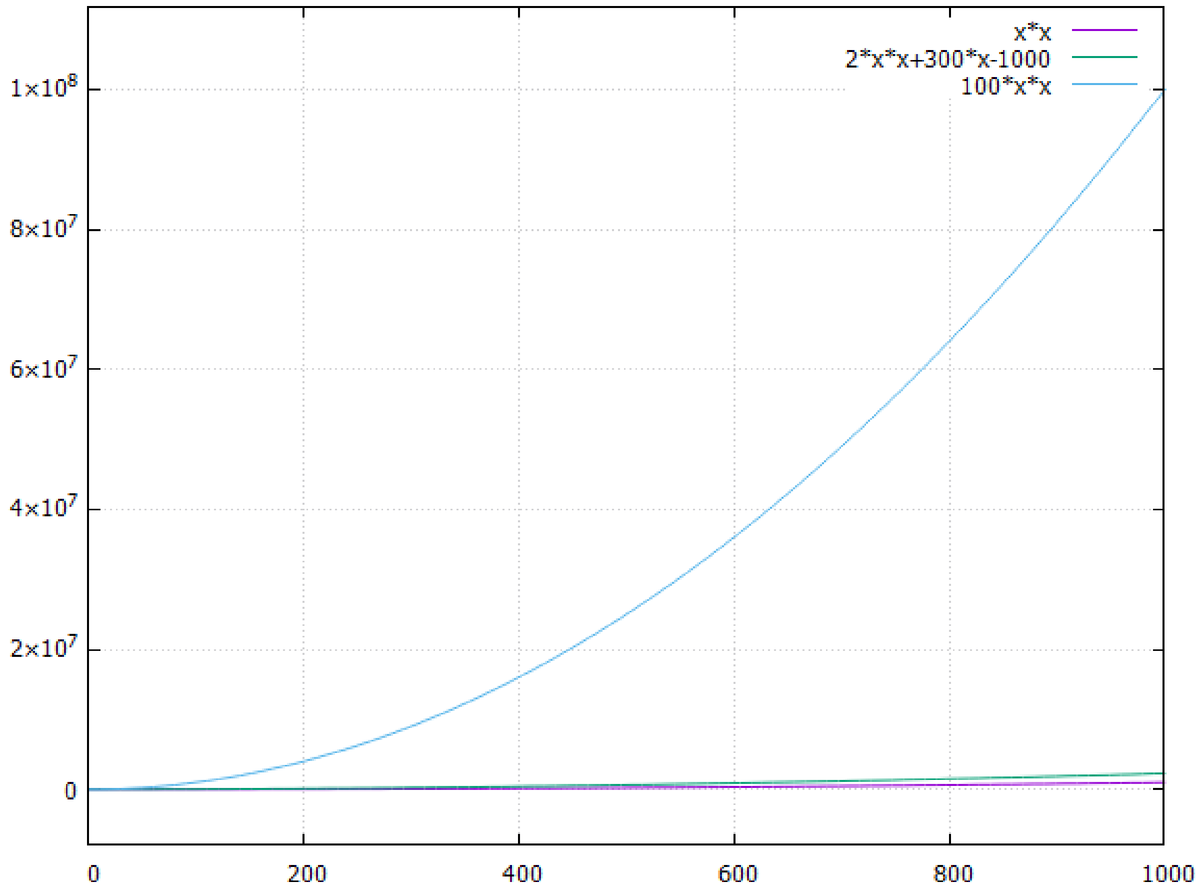
$n = 2$
$|2(2)^2 + 300(2) - 1000| \leq 100(2)^2$

$|-392| \leq 400 \Rightarrow \boxed{392 \leq 400}$

$n = 5000$
$|2(5000)^2 + 300(5000) - 1000| \leq 100(5000)^2$

$\boxed{51499000 \leq 2500000000}$

## Grafica Comparativa



# Ejercicio 02

$$f(x) = x^3$$

$$g(x) = 2x^3 - 30x + 500$$

## Desarrollo

$\exists\, m \geq 0,\ k \geq 0 \mid \quad |g(x)| \leq m\,|f(x)| \quad \forall x \geq k$

sustituyendo $F(x)$ y $g(x)$

$$|2x^3 - 30x + 500| \leq m\,|x^3|$$

Si tomamos $m=30$ y $k=3$ se cumple la desigualdad

$n=3$

$$|2(3)^3 - 30(3) + 500| \leq 30(3)^3$$

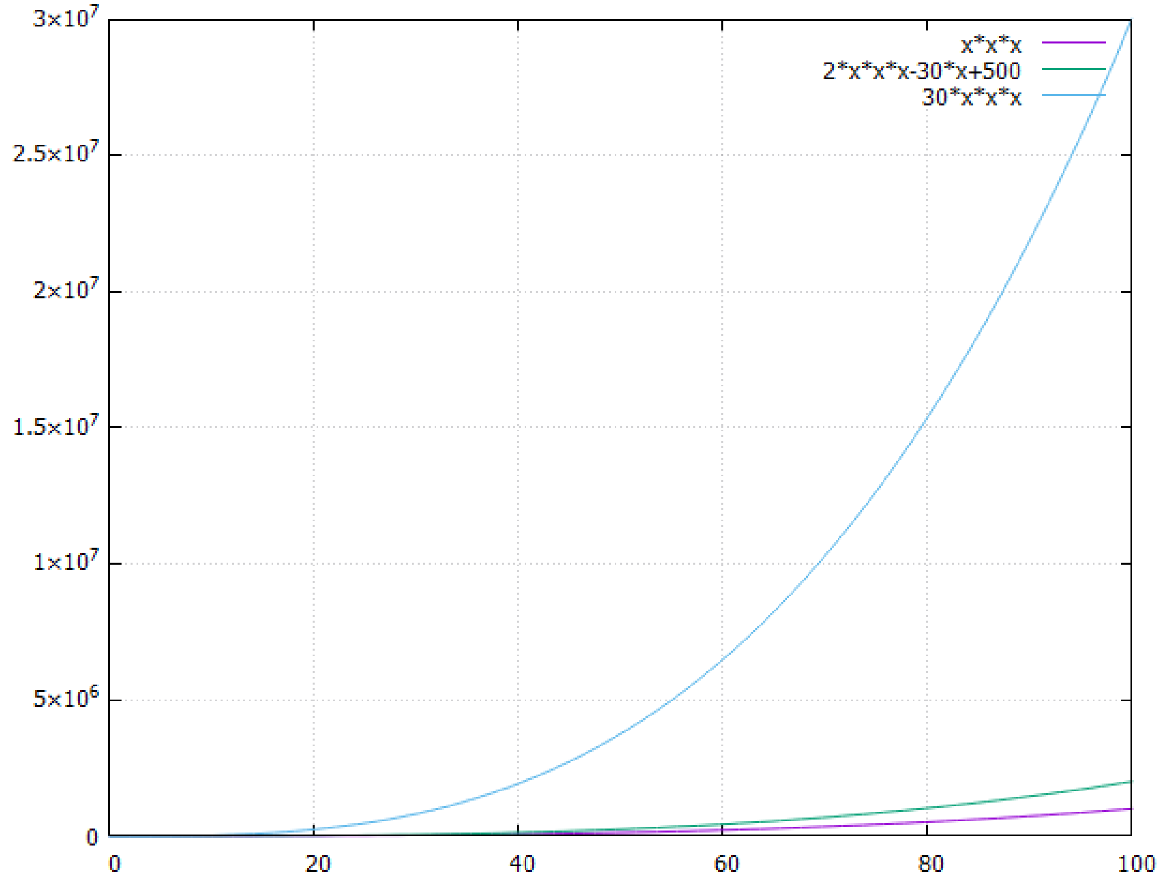
$$\boxed{464 \leq 810}$$

$n=4500$

$$|2(4500)^3 - 30(4500) + 500| \leq 30(4500)^3$$

$$\boxed{40365500 \leq 2.73\times10^{12}}$$

## Grafica Comparativa



# Ejercicio 03

$$f_t(n) = 3n^2 + 9n + 12 \in O(2n^2)$$

## Desarrollo

$F_t(n) = 3n^2 + 9n + 12 \in O(2n^2)$

- partiendo de:

$$f(x) = O(g(x)) \longleftrightarrow \exists c > 0, x_0 > 0 \mid \forall x > x_0, |f(x)| \leq c|g(x)|$$

- sustituyendo

$$|3n^2+9n+12| \leq c|2n^2| \quad \forall n > x_0$$

$$3n^2+9n+12 \leq c2n^2$$

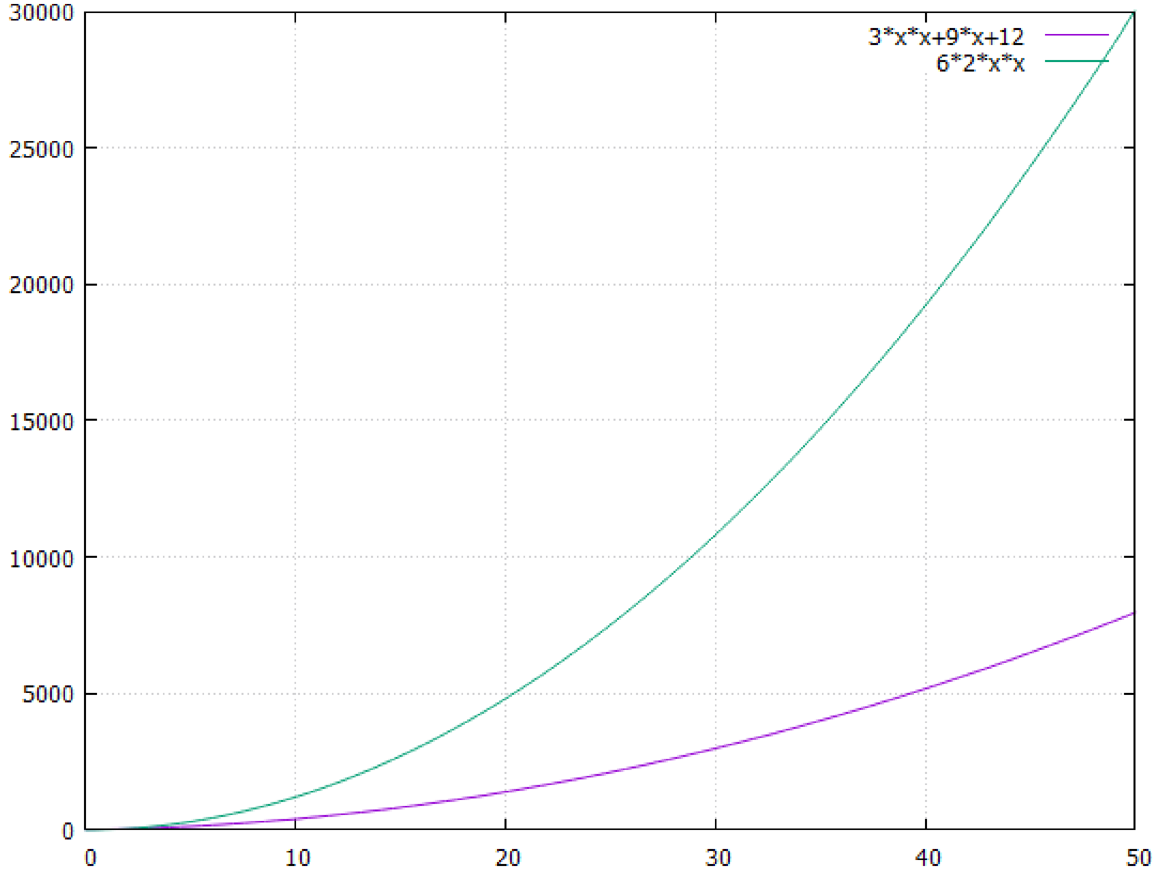
$$9n \leq c2n^2 - 3n^2 - 12$$

$$9n \leq (2c-3)n^2 - 12$$

Si $c=6$ y $x_0=1$, $\forall n > x_0$

$$9n \leq 9(n^2) - 12 \quad \therefore 3n^2+9n+12 \in O(2n^2)$$

## Grafica Comparativa



# Ejercicio 04

$$f_t(n) = 2n + 8 \in O(n)$$

## Desarrollo

$f_t(n) = 2n + 8 \in O(n)$

Partiendo de:

$f(x) = O(g(x)) \longleftrightarrow \exists c > 0, x_0 > 0 \mid \forall x > x_0, |f(x)| \leq c\,|g(x)|$

· Sustituyendo

$$|2n+8| \leq c|n|$$

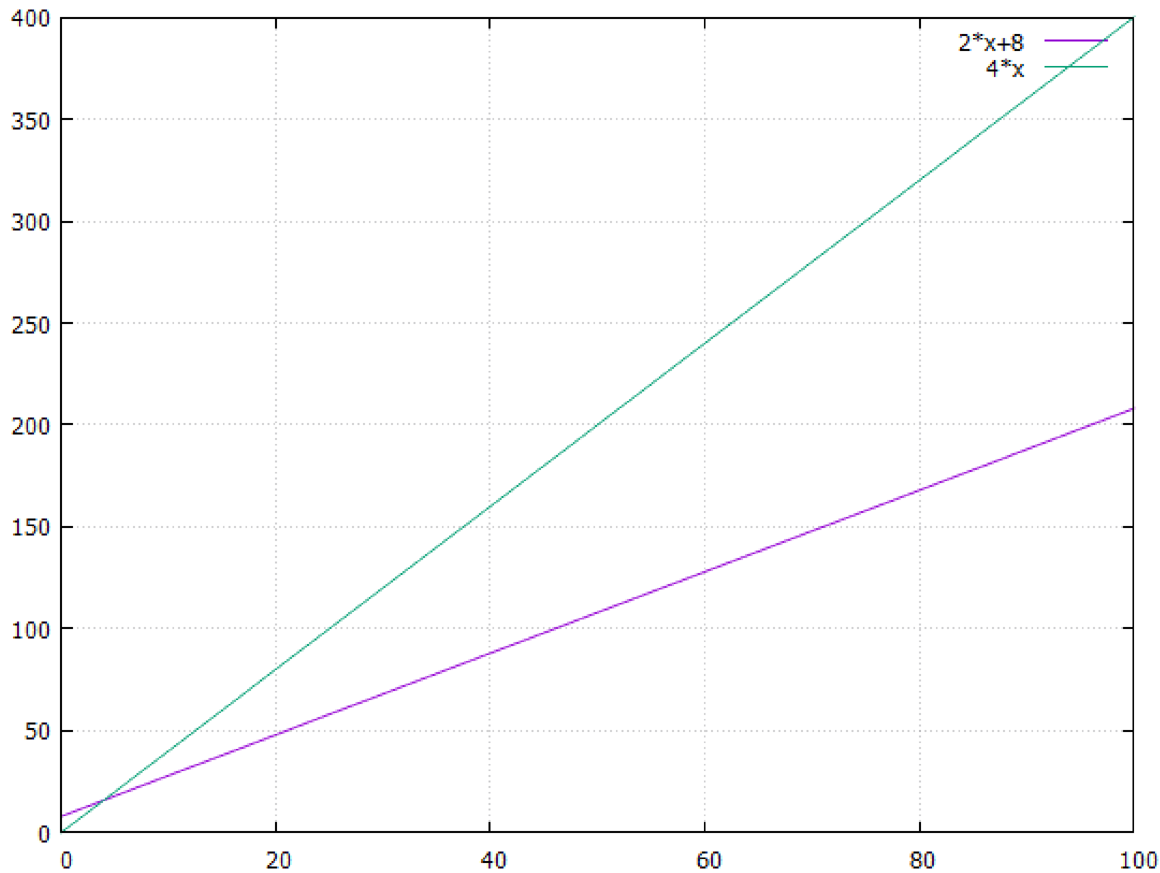
$$\frac{2n+8}{n} \leq \frac{cn}{n}$$

$$c \geq 2 + \frac{8}{n}$$

Si $n_0 = 2$ y $c = 4$

$|2n+8| \leq 4n \quad \therefore \quad 2n+8 = O(n)$

# Grafica Comparativa



# Ejercicio 05

$$f_t(n) = 2n^3 - 3n^2 + 9n + 120 \in O(n^3)$$

## Desarrollo

$f_t(n) = 2n^3 - 3n^2 + 9n + 120 \in O(n^3)$

Partiendo de:

$f(x) = O(g(x)) \leftrightarrow \exists c > 0, x_0 > 0 \mid \forall x \geq x_0, |f(x)| \leq c\,|g(x)|$

• Sustituyendo

$$|2n^3 - 3n^2 + 9n + 120| \leq c\,|n^3|$$

Como ambas funciones van de $\mathbb{N}$ a $x$ y $x_0 > 0$ y desde $x_0 = 0$ no negativa

$$2n^3 - 3n^2 + 9n + 120 \leq cn^3$$

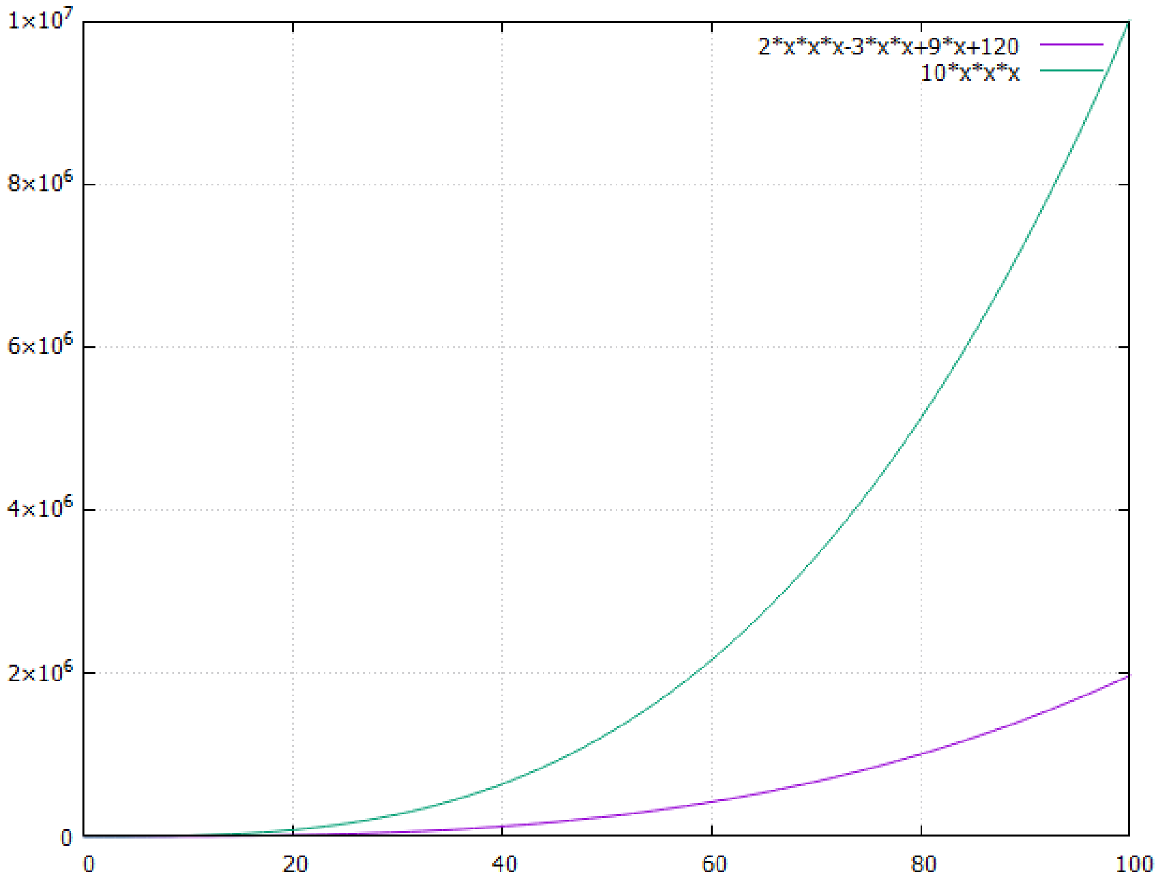
$$-3n^2 + 9n \leq cn^3 - 2n^3 - 120$$

$$-3n^2 + 9n \leq (c-2)n^3 - 120$$

Si $c = 10$ y $x_0 = 2$, $\forall n \geq x_0$

$$-3n^2 + 9n \leq 8n^3 - 120 \quad \therefore \quad 2n^3 - 3n^2 + 9n + 120 \in O(n^3)$$

## Grafica Comparativa



# Ejercicio 06

$$f_t(n) = 2n^3 + 3n^2 + 9n + 120 \in \Theta(n^3 + n^2)$$

## Desarrollo

$Ft(n) = 2n^3 + 3n^2 + 9n + 120 \in \Theta(n^3 + n^2)$

$f(x) = \Theta(g(x))$ si y solo si $= O(g(x))$ y $f(x) = \Omega(g(x))$

Para $O g(x)$:

- $|2n^3 + 3n^2 + 9n + 120| \le c|n^3 + n^2|$

  $2n^3 + 3n^2 + 9n + 120 \le c(n^3 + n^2)$

  $9n \le cn^3 + cn^2 - 2n^3 - 3n^2 - 120$

  $9n \le (c-2)n^3 + (c-3)n^2 - 120$

Si $c = 6$ y $x_0 = 3$, $\forall n \ge x_0$

$9n \le 4n^3 + 3n^2 - 120 \therefore 2n^3 + 3n^2 + 9n + 120 \in O(n^3 + n^2)$

Para $\Omega g(x)$ $\exists f(x) = \Omega(g(x)) \Leftrightarrow \exists c > 0, x_0 > 0 \mid \forall x > x_0, c|g(x)| \le |f(x)|$

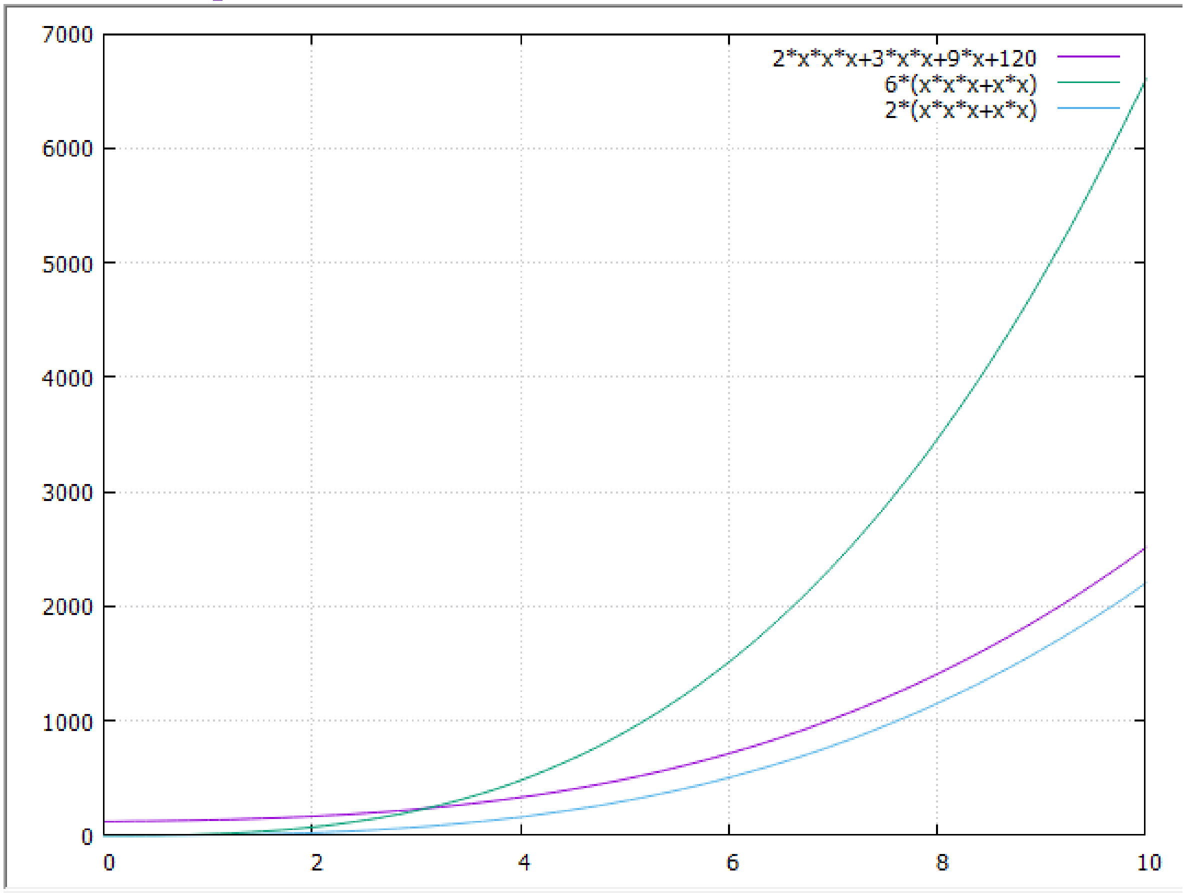
$c|n^3 + n^2| \le |2n^3 + 3n^2 + 9n + 120|$

$(c-2)n^3 + (c-3)n^2 - 120 \le 9n$

Si $c = 2$ y $x_0 = 1$, $\forall n \ge x_0$

$-n^2 - 120 \le 9n \therefore 2n^3 + 3n^2 + 9n + 120 \in \Omega(n^3 + n^2)$

## Grafica Comparativa



# Ejercicio 07

$$f_t(n) = 2n^2 + 9n \in \Theta(n^2)$$

## Desarrollo

$f_t(n) = 2n^2 + 9n \in \Theta(n^2)$

$f(x) = \Theta(g(x))$ si y solo si $f(x) = O(g(x))$ y $f(x) = \Omega(g(x))$

Para $O(g(x))$

$$|2n^2+9n| \le c|n^2|$$
$$2n^2+9n \le cn^2$$
$$9n \le cn^2 - 2n^2$$
$$9n \le (c-2)n^2$$

Si $c = 6$ y $x_0 = 2$ $\forall n \ge x_0$

$$9n \le 4n^2 \quad \therefore 2n^2+9n = O(n^2)$$

Para $\Omega(g(x))$

$$c|n^2| \le |2n^2+9n|$$
$$cn^2 \le 2n^2+9n$$
$$(c-2)n^2 \le 9n$$

Si $c = 2$ y $x_0 = 1$ $\forall n \ge x_0$

$$0 \le 9n \quad \therefore 2n^2+9n = \Omega(n^2)$$

## Grafica Comparativa