



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO



-----**ANÁLISIS DE ALGORITMOS**-----

ACTIVIDAD

Análisis De Algoritmos No Recursivos

PROFESOR:

Franco Martínez Edgardo Adrián

ALUMNO:

Meza Vargas Brandon David – 2020630288

GRUPO:

3CM13



índice

Código 01	3
Código 02	5
Código 03	6
Código 04	8
Código 05	9
Código 06	10
Código 07	11
Código 08	12
Código 09	14
Código 10	15

Código 01

```
func SumaCuadraticasMayores(A,n)
{
    if(A[1] > A[2] && A[1] > A[3])
        m1 = A[1];
        if (A[2] > A[3])
            m2 = A[2];
            m3 = A[3];
        else
            m2 = A[3];
            m3 = A[2];
    else if(A[2] > A[1] && A[2] > A[3])
        m1 = A[2];
        if (A[1] > A[3])
            m2 = A[1];
            m3 = A[3];
        else
            m2 = A[3];
            m3 = A[1];
    else
        m1 = A[3];
        if (A[1] > A[2])
            m2 = A[1];
            m3 = A[2];
        else
            m2 = A[2];
            m3 = A[1];

    i = 4;

    while(i<=n)
        if(A[i] > m1)
            m3 = m2;
            m2 = m1;
            m1 = A[i];
        else if (A[i] > m2)
            m3 = m2;
            m2 = A[i];
        else if (A[i] > m3)
            m3 = A[i]

        i = i + 1;

    return = pow(m1 + m2 + m3,2);
}
```

Si analizamos el primer if anidado nos damos cuenta que será $O(1)$, esto lo vemos rápidamente ya que todos los ifs que están dentro siempre tiene instrucciones constantes, siendo todo este bloque $O(1)$.

Pasando a los ifs dentro del ciclo podemos ver que de igual forma sus instrucciones son constantes, siendo estos $O(1)$.

Por último el ciclo while es de cota $O(n)$, siendo la cota superior ajustada del algoritmo:

$O(n)$

```
func SumaCuadratica3Mayores(A,n){  
    if(A[1] > A[2] && A[1] > A[3])  
        m1 = A[1]; -- O(1)  
        if(A[2] > A[3])  
            m2 = A[2]; -- O(1)  
            m3 = A[3]; -- O(1)  
        else  
            m2 = A[3]; -- O(1)  
            m3 = A[2]; -- O(1)  
        else if(A[2] > A[1] && A[2] > A[3])  
            m1 = A[2]; -- O(1)  
            if(A[1] > A[3])  
                m2 = A[1]; -- O(1)  
                m3 = A[3]; -- O(1)  
            else  
                m2 = A[3]; -- O(1)  
                m3 = A[1]; -- O(1)  
        else  
            m1 = A[3];  
            if(A[1] > A[2])  
                m2 = A[1]; -- O(1)  
                m3 = A[2]; -- O(1)  
            else  
                m2 = A[2]; -- O(1)  
                m3 = A[1]; -- O(1)  
  
    i = 4; -- O(1)  
  
    while(i <= n) -- O(n)  
        if(A[i] > m1) -- O(1)  
            m3 = m2; -- O(1)  
            m2 = m1; -- O(1)  
            m1 = A[i]; -- O(1)  
        else if(A[i] > m2) -- O(1)  
            m3 = m2; -- O(1)  
            m2 = A[i]; -- O(1)  
        else if (A[i] > m3) -- O(1)  
            m3 = A[i]; -- O(1)  
  
        i = i + 1; -- O(1)  
}
```

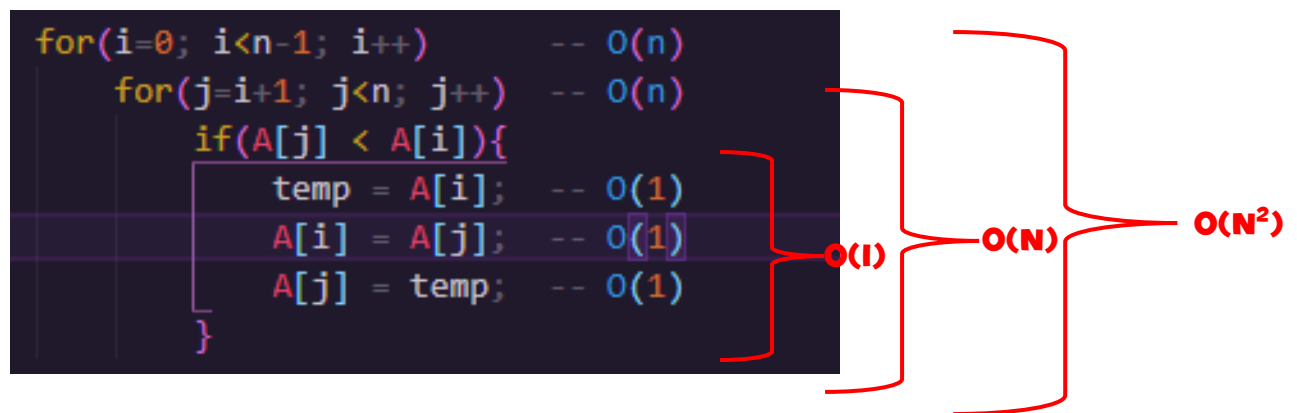
Código 02

```
func OrdenamientoIntercambio(A,n)
for (i=0; i<n-1; i++)
    for ( j=i+1; j<n;j++)
        if (A[j] < A[i])
        {
            temp=A[i];
            A[i]=A[j];
            A[j]=temp;
        }
```

Para este algoritmo vemos que las instrucciones del if todas son $O(1)$, siendo todo el if $O(1)$.

El segundo for depende de i, pero i en su peor momento vale 0, siendo el peor caso de este for que se repita n-1 veces, por lo tanto es $O(n)$, ahora el segundo ciclo y el if son $O(n)$.

Por último, el primer for se repite de igual forma n-1 veces, siendo $O(n)$, multiplicando el orden del for externo y el bloque interno nos queda $O(n^2)$:



Código 03

```
func MaximoComunDivisor(m, n)
{
    a=max(n,m);
    b=min(n,m);
    residuo=1;
    mientras (residuo > 0)
    {
        residuo=a mod b;
        a=b;
        b=residuo;
    }
    MaximoComunDivisor=a;
    return MaximoComunDivisor;
}
```

Analizando este algoritmo nos damos cuenta que las instrucciones dentro del ciclo mientras tienen $O(1)$, esto pasa de igual forma con las instrucciones fuera de este ciclo, así tenemos que la cota dependerá de la cota que tenga el ciclo.

Y el ciclo while se repite hasta que el residuo sea 0, en esta parte podemos considerar que el ciclo requiere de n repeticiones para reducir el residuo a 0, pero esta reducción no va de uno en uno, es decir, no es línea, es exponencial ya que de igual forma va reduciendo n veces.

Si consideramos dos números consecutivos de la serie de Fibonacci, tenemos que las veces que se repite el ciclo mientras es la cantidad de números de la serie de Fibonacci antes del número menor.

Si tenemos $m = 21$ y $n = 34$, las veces que se repite el ciclo son 7.

Para encontrar este 7 recurrimos a la fórmula de Binet, la cual tiene una aproximación a :

$$f_N = \phi^N$$

Donde f_n es el n -ésimo número de la serie de Fibonacci y N es la posición en la serie, de esta forma ya podemos obtener cuantas veces se repite el ciclo while, tan solo tenemos que aplicar $\log \phi$ en ambos lados de la ecuación y sustituyendo f_n por el valor más pequeño entre m y n :

$$\log_{\phi}(\min(n, m)) = \log \phi \phi^N$$

$$\log_{\phi}(n, m) = N$$

De esta forma tenemos que la cota será:

$$O(\log_{\emptyset}(n, m))$$

```
func MaximoComunDivisor(m, n){  
  a = max(n,m);      -- O(1)  
  b = min(n,m);      -- O(1)  
  residuo = 1;  
  mientras(residuo > 0){ --O(log(min(n,m)))  
    residuo = a mod b; -- O(1)  
    a = b;             -- O(1)  
    b = residuo;       -- O(1)  
  }  
  
  MaximoComunDivisor = a; -- O(1)  
  return MaximoComunDivisor;  
}
```

$O(\log_{\emptyset}(\min(n,m)))$

Código 04

```
func SumaCuadratica3MayoresV2(A,n)
{
    for(i=0;i<3;i++)
    {
        for (j=0;j<n-1-i;j++)
        {
            if(A[j]>A[j+1])
            {
                aux=A[j];
                A[j]=A[j+1];
                A[j+1]=aux;
            }
        }
    }
    r=A[n-1] + A[n-2] + A[n-3];
    return pow(r,2);
}
```

Analizando el if interno, vemos que cada operación tiene $O(1)$, por lo tanto ese if es $O(1)$.

El segundo if depende de la i del primer for, pero esta i en su peor caso vale 0, por lo tanto este ciclo se repite n veces, siendo $O(n)$.

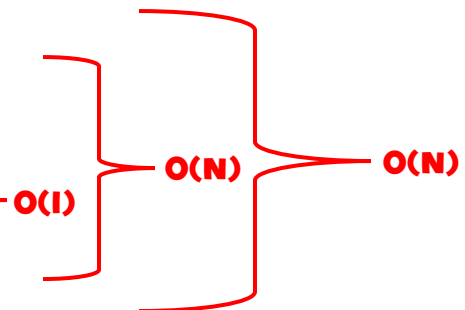
Por último el primer for se repite tan solo 3 veces, podemos decir que su cota es de $O(3)$, sin embargo la cota mayor es la del for interno que resulto ser $O(n)$ de esta forma la cota superior ajustada del algoritmo será:

$O(n)$

```
func sumaCuadratica3MayoresV2(A,n){
```

```
    for(i=0; i<3, i++)           -- O(3)
        for(j=0; j<n-1-i; j++)   -- O(n)
            if(A[j] > A[j+1]){
                aux = A[j];       -- O(1)
                A[j] = A[j+1];    -- O(1)
                A[j+1] = aux;     -- O(1)
            }
```

```
    r = A[n-1] + A[n-2] + A[n-3]; -- O(1)
    return pow(r, 2)
```



Código 05

```

Procedimiento BurbujaOptimizada(A,n)
  cambios = "Si"
  i=0
  Mientras i< n-1 && cambios != "No" hacer
    cambios = "No"
    Para j=0 hasta (n-2)-i hacer
      Si(A[j] < A[j+1]) hacer
        aux = A[j]
        A[j] = A[j+1]
        A[j+1] = aux
        cambios = "Si"
      FinSi
    FinPara
    i= i+1
  FinMientras
FinProcedimiento

```

Al igual que en los algoritmos pasados, aquí tenemos que el if dentro de los ciclos tiene cota $O(1)$, pues sus instrucciones cuestan 1.

Procedemos con el ciclo para, este depende de i , pero vemos que i en su peor caso vale 0 por lo tanto es ciclo se repite $n-1$ veces, siendo su cota $O(n)$.

El ciclo mientras inicio con i igual a 0 hasta $n-1$, repitiéndose n veces este ciclo.

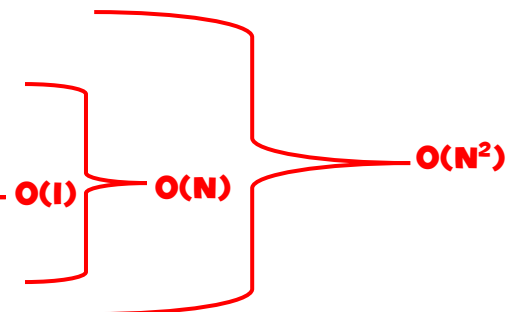
Las instrucciones fuera e los ciclos tienen un costo de 1, por lo tanto la cota superior ajustada para este algoritmo será:

$$O(n^2)$$

```

Procedimiento burbujaOptimizada(A,n){
  cambios = "Si";           -- O(1)
  i = 0;                    -- O(1)
  Mientras i < n-1 && cambios != "No" hacer -- O(n)
    cambios = "No"          -- O(1)
    Para j = 0 hasta (n-2)-i hacer -- O(n)
      Si(A[j] < A[j+1]) hacer
        aux = A[j]           -- O(1)
        A[j] = A[j+1]        -- O(1)
        A[j+1] = aux         -- O(1)
        cambios = "Si"       -- O(1)
      FINSI
    FinPara
    i = i+1                  -- O(1)
  FinMientras

```



Código 06

```
Procedimiento BurbujaSimple(A,n)
  para i=0 hasta n-2 hacer
    para j=0 hasta (n-2)-i hacer
      si (A[j]>A[j+1]) entonces
        aux = A[j]
        A[j] = A[j+1]
        A[j+1] = aux
      fin si
    fin para
  fin para
Procedimiento
```

Este algoritmo es muy parecido al anterior, pues la cota del if es $O(1)$, la del ciclo es n , pues se repite $n-1$ veces, al igual que el for del inicio, por lo tanto la cota superior ajustada es de:

$$O(n^2)$$

```
Procedimiento burbujaSimple(A,n){
  Para i = 0 hasta n-2 hacer          -- O(n)
    Para j = 0 hasta (n-2)-i hacer    -- O(n)
      Si(A[j] < A[j+1]) hacer
        aux = A[j]                  -- O(1)
        A[j] = A[j+1]               -- O(1)
        A[j+1] = aux                -- O(1)
      FINSI
    FinPara
  FinMientras
```

$O(1)$ $O(N)$ $O(N^2)$

Código 07

```

Proceso validarPrimo
  Leer n
  divisores ← 0
  si n > 0 Entonces
    Para i ← 1 Hasta n Hacer
      si (n % i = 0) Entonces
        divisores = divisores + 1
      FinSi
    FinPara
  FinSi

  si divisores = 2
    Escribir 'S'
  SiNo
    Escribir 'N'
  FinSi
FinProceso

```

El primer if solo tiene un camino con cota $O(1)$.

El ciclo para inicio en $i = 1$ hasta n , por lo tanto se repite $n-1$ veces, teniendo una cota $O(n)$.

El primer si comprende el bloque ya analizado el cual fue de $O(n)$.

Las últimas dos condiciones también tienen una cota de $O(1)$, de esta forma la cota superior ajustada para este algoritmo será:

$O(n)$

```

Proceso validarPrimo(){
  Leer n                                -- O(1)
  divisores ← 0                         -- O(1)

  si > 0 Entonces
    Para i ← 1 Hasta n Hacer            -- O(n)
      si (n % i = 0) Entonces           -- O(1)
        divisores = divisores + 1
      FinSi
    FinPara
  FinPara

  si divisores = 2                      -- O(1)
    Escribir 'S'
  SiNo
    Escribir 'N'                       -- O(1)
  FinSi
}

```

Diagrama de anotaciones de complejidad:

- El bloque `si > 0 Entonces` y su contenido se agrupan con una llave roja etiquetada como **$O(N)$** .
- El bloque `si divisores = 2` y su contenido se agrupan con una llave roja etiquetada como **$O(1)$** .
- Una llave roja roja agrupa los dos bloques principales, indicando una cota total de **$O(N)$** .

Código 08

```
algoritmo FrecuenciaMinNumeros
  Leer n
  Dimension A[n]
  i=1
  Mientras i<=n
    Leer A[i]
    i=i+1
  FinMientras

  f=0
  i=1
  Mientras i<=n
    ntemp=A[i]
    j=1
    ftemp=0
    Mientras j<=n
      si ntemp=A[j]
        ftemp=ftemp+1
      FinSi
      j=j+1
    FinMientras

    si f<ftemp
      f=ftemp
      num=ntemp
    FinSi

    i=i+1
  FinMientras
  Escribir num
FinAlgoritmo
```

Primero analicemos el primer mientras que parece, este se repite n veces, por lo tanto su cota será $O(n)$.

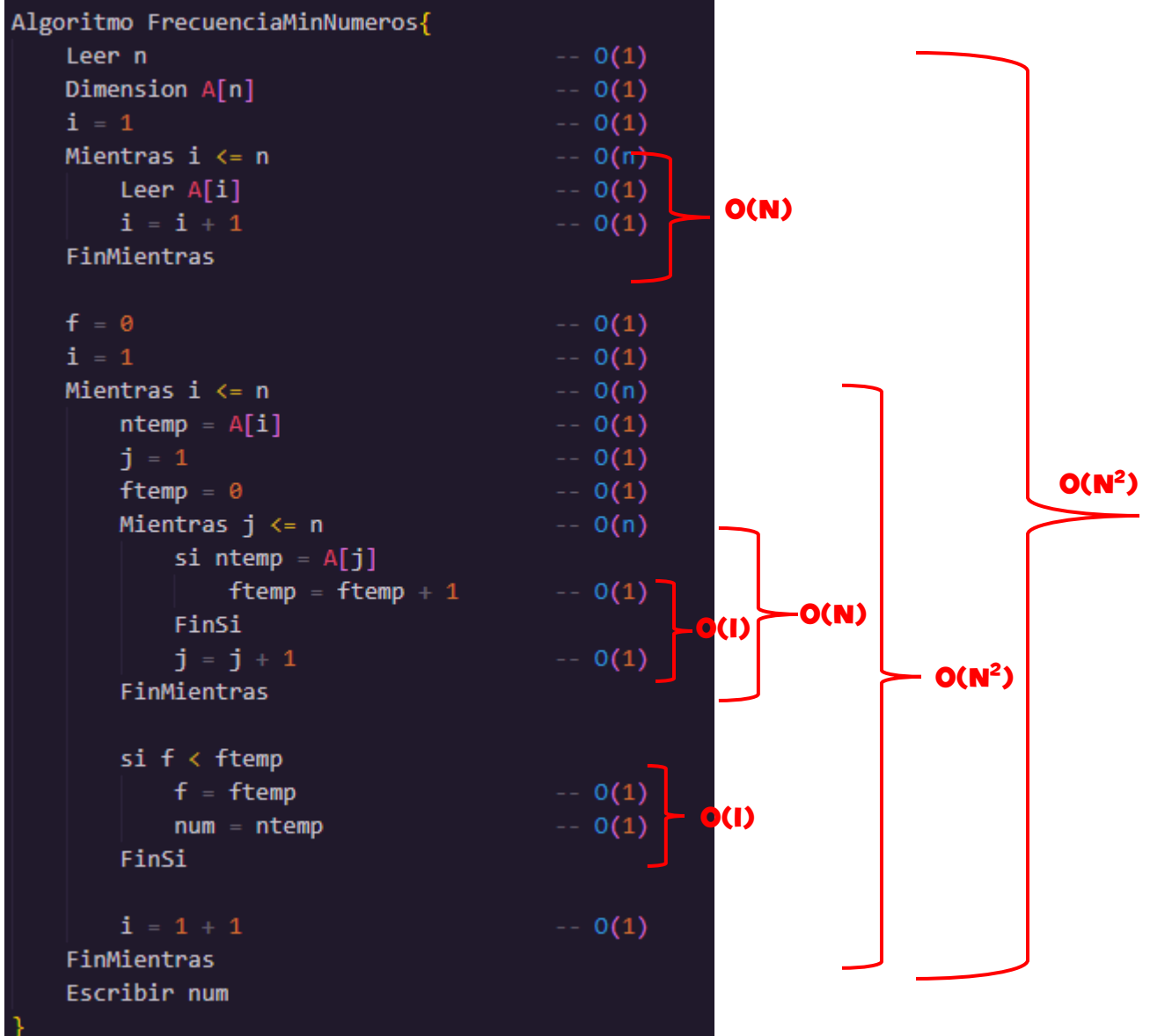
Ahora veamos el segundo ciclo, este tiene un if interno, este if solo tiene un camino y sus instrucciones cuestan 1, por lo tanto su cota es $O(1)$.

El mientras anidado se vuelve a repetir n veces, por lo tanto el bloque que comprende este ciclo y el if dentro de el tiene una cota de $O(n)$.

Ahora bien hay un if más, este de igual forma tiene un costo de 1, siendo su cota $O(1)$.

El primer for se repite n veces, siendo su cota de $O(n)$, si multiplicamos la cota del bloque dentro de este mientras y el mismo mientras tenemos la cota $O(n^2)$. Para sacar la cota resultante vemos que la mayor cota es la de $O(n^2)$ que involucra los ciclos anidados, por lo tanto la cota superior ajustada será:

$$O(n^2)$$



Código 09

```

void search(char *pat, char *txt)
{
    int M = strlen(pat);
    int N = strlen(txt);

    for (int i = 0; i <= N - M; i++)
    {
        int j;

        for (j = 0; j < M; j++)
            if (txt[i + j] != pat[j])
                break;

        if (j == M)
            printf("Pattern found at index %d \n", i);
    }
}

```

Primeramente veamos el if que esta al final del primer for, este solo tiene una instrucción constante, por lo tanto su cota es $O(1)$.

El for anidado tenemos que se repite M veces, de esta forma podemos decir que su cota superior ajustada es $O(M)$.

Pasamos con el primero for, este se repite $N-M$ veces, entonces podemos decir que la cota es $O(N-M)$.

Para encontrar la cota de este bloque de código que comprende los for anidados hacemos a la multiplicación de las cotas, dando $O(M*(N-M))$

Por último, analizamos las primeras instrucciones, donde para sacar el tamaño de la cadena supones que será de cota $O(M)$ y $O(N)$ respectivamente.

Como la mayor de las cotas es la $O(M*(N-M))$ la cota superior ajustada resultante será:

$$O(M*(N-M))$$

```

void search(char *pat, char *txt){
    int M = strlen(pat);           -- O(M)
    int N = strlen(txt);           -- O(N)

    for(int i = 0; i <= N-M; i++){  -- O(M*(N-M))
        int j;
        for(j = 0; j < M; j++)      -- O(M)
            if(txt[i + j] != pat[j]) -- O(1)
                break;

        if(j == M)                  -- O(1)
            printf("pattern found at index %d \n", i);
    }
}

```

Diagram illustrating the complexity analysis of the code block:

- The innermost loop (if statement) has a complexity of $O(1)$.
- The inner loop (for j) has a complexity of $O(M)$.
- The outer loop (for i) has a complexity of $O(N-M)$.
- The combined complexity of the nested loops is $O(M*(N-M))$.
- The final complexity of the entire function is $O(M*(N-M))$.

Código 10

```

stack<int> sortStack(stack<int> &input)
{
    stack<int> tmpStack;

    while (!input.empty())
    {
        int tmp = input.top();
        input.pop();

        while (!tmpStack.empty() && tmpStack.top() > tmp)
        {
            input.push(tmpStack.top());
            tmpStack.pop();
        }

        tmpStack.push(tmp);
    }

    return tmpStack;
}

```

El ciclo de más adentro se repite n veces, donde n son las veces donde el elemento top de la pila es mayor al temporal, las instrucciones internas supondremos que son $O(1)$.

El primer ciclo de igual forma se repite n veces, donde n son las veces que pasa sin que la pila esta vacía, de esta forma la cota es $O(n)$.

Multiplicando ambas cotas tenemos que la cota superior ajustada para este algoritmo será:

$$O(n^2)$$

```

stack<int> sortStack(stack<int> &input){
    stack<int> tmpStack;                                -- O(1)

    while(!input.empty()){                              -- O(n)
        int tmp = input.top();                          -- O(1)
        input.pop();                                    -- O(1)

        while(!tmpStack.empty() && tmpStack.top() > tmp){ -- O(n)
            input.push(tmpStack.top());                 -- O(1)
            tmpStack.pop();                             -- O(1)
        }

        tmpStack.push(tmp);                             -- O(1)
    }

    return tmpStack;
}

```

O(N) **O(N²)**