INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

-------------------**ANÁLISIS DE ALGORITMOS**------------------

ACTIVIDAD

Recurrencias Lineales

PROFESOR:

Franco Martínez Edgardo Adrián

ALUMNO:

Meza Vargas Brandon David – 2020630288

GRUPO:
3CM13

índice

Ejercicio 01

$T(n) = 4T(n-2) - T(n-1) + T(n-3) - 3T(n-4)$

Con T(n) = 1 para toda n <= 4

k = 4

Sustituyendo T(n) por x^4 tenemos:

$$x^4 + x^3 - 4x^2 - x + 3 = 0$$

Factorizando:

$$(x+1)(x-1)(x^2 + x - 3)$$

Resolviendo la ecuación ($x^2 + x - 3$)

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{(1+12)}}{2} \gg x1 = \frac{-1+\sqrt{13}}{2} = 1.3\ ;\ x2 = \frac{-1-\sqrt{13}}{2} = -2.3$$

Por lo tanto las raíces son:

r1=1.3 r2=-2.3 r3=-1 r4=1

$$\boldsymbol{T(n) = C1(1.3)^n + C2(-2.3)^n + C3(-1)^n + C4(1)^n}$$

$$\boldsymbol{T(0) = 1 = C1(1.3) - C2(2.3) - C3 + C4}$$

$$\boldsymbol{T(1) = 1 = C1(1.3) - C2(2.3) - C3 + C4}$$

$$\boldsymbol{T(2) = 1 = C1(1.3) - C2(2.3) - C3 + C4}$$

$$\boldsymbol{T(3) = 1 = C1(1.3) - C2(2.3) - C3 + C4}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones anterior tenemos:

C1=0.76+1.76C2+0.76C3-0.79C4 C2=c2 C3=c3 C4=c4

Por lo tanto el método equivalente sin recurrencia es:

$$T(n) = (\mathbf{0.76 + 1.76C2 + 0.76C3 - 0.79C4})(\mathbf{1.3})^{\boldsymbol{n}} + \boldsymbol{C2(-2.3)^n + C3(-1)^n + C4(1)^n} \in \boldsymbol{O(-2.3^n)}$$

Ejercicio 02

$T(n) = T(n-1) + 3$

Con T(0) = 4

k = 1

Sustituyendo T(n) por x tenemos:

$$X - 1 + 3 = 0$$

$$X = -2$$

Por lo tanto

r1 = -2

$$\boldsymbol{T(n) = C1(-2)^n}$$

$$\boldsymbol{T(0) = 4 = C1(-2)^4}$$

$$\boldsymbol{T(0) = C1(16)}$$

Obteniendo C1 de la expresión anterior tenemos:

$$\boldsymbol{C1 = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}}$$

Por lo tanto el método equivalente sin recurrencia es:

$$\boldsymbol{T(n) = \frac{(-2)^n}{4} \in O(-2^n)}$$

Ejercicio 03

$T(n) = -5T(n-1) - 6T(n-2) + (42)(4^n)$

Con T(0) = 18 y T(2) = 61

Reordenando:

$$T(n) + 5T(n-1) + 6T(n-2) = 42(4^n)$$

Tenemos que:

k = 2 T(n)=x^2 b=4 d=0

Sustituyendo

$$(x^2 + 5x + 6)(x - 4) = 0$$

Por lo tanto las raíces son:

r1=-3 r2=-2 r3=4

$$\boldsymbol{T(n) = C1(-3)^n + C2(-2)^n + C3(4)^n}$$

$$\boldsymbol{T(0) = 18 = (\mathrm{C1})287420489 + (\mathrm{C2})262144 + (\mathrm{C3})6.87\mathrm{x}10^{10}}$$

$$\boldsymbol{T(1) = 61 = (C1)\left(-1.27\mathrm{x}10^{29}\right) + (C2)\left(-2.3\mathrm{x}10^{18}\right) + (C3)5.31\mathrm{x}10^{36}}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones anterior:

C1=41811024.45C3 C2=-45842795.53C3 C3=C3

Por lo tanto el método equivalente sin recurrencia es:

$$\boldsymbol{T(n)} = (41811024.45\mathrm{C3})(\boldsymbol{-3})^{\boldsymbol{n}} + (45842795.53\mathrm{C3})(\boldsymbol{-2})^{\boldsymbol{n}} + (\boldsymbol{C3})(\boldsymbol{4})^{\boldsymbol{n}} \in \boldsymbol{O(4^n)}$$

Ejercicio 04

$T(n) = 5T(n-2) + 3T(n-1)$

Con T(1) = 2 y T(2) = 3

k = 2

Sustituyendo T(n) por x^2 tenemos:

$$x^2 - 3x - 5 = 0$$

Resolviendo la ecuación anterior:

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{}(9+20)}{2} \gg x1 = \frac{3+\sqrt{9+20}}{2} = 4.19\,;\ x2 = \frac{3-\sqrt{9+20}}{2} = -1.19$$

Por lo tanto las raíces son:

r1=4.19 **r2=-1.19**

$$\boldsymbol{T(n) = C1(4.19)^n + C2(-1.19)^n}$$

$$\boldsymbol{T(1) = 2 = C1(17.55) + C2(1.41)}$$

$$\boldsymbol{T(2) = 3 = C1(73.56) - C2(1.68)}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones anterior:

C1=0.0570 **C2=0.7092**

Por lo tanto el método equivalente sin recurrencia es:

$$\boldsymbol{T(n) = 0.0570(4.19)^n + 0.7092(-1.19)^n \in O(4.19^n)}$$