Práctica #1 Célula de McCulloch-Pitts

Jorge Gómez Reus

Índice

1. Introducción

La célula de McCulloch-Pitts fue el primer modelo de un neurona biológica como un dispositivo de dos estados:

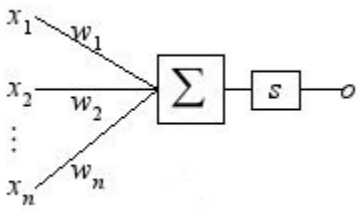
- Apagado(0)
- Encendido(1)

Es la unidad escencial con la cual se construye una red neuronal artificial
En esta práctica usaremos un modelo similar a este ya que el umbral no se aplica a la suma, si no que es parte de la función de activación. Usaremos aprendizaje supervisado ya que $\forall$ conjunto de valores v $\exists$ un target t

1.1. Modelo

Donde $x_1, x_2, \ldots, x_n$ son los valores de entrada, $w_1, w_2, \ldots, w_n$ son los pesos sinápticos, θ es un valor de umbral que se usa para activar la señal de entrada.

Figura 1: Modelo



Matemáticamente podemos representar esta célula con las siguientes expresiones:

$$n = \sum_{i=1}^{R} W_i * P_i \tag{1}$$

$$s = \begin{cases} 1 & \text{si } n > \theta \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \tag{2}$$

2. Diagrama de Flujo

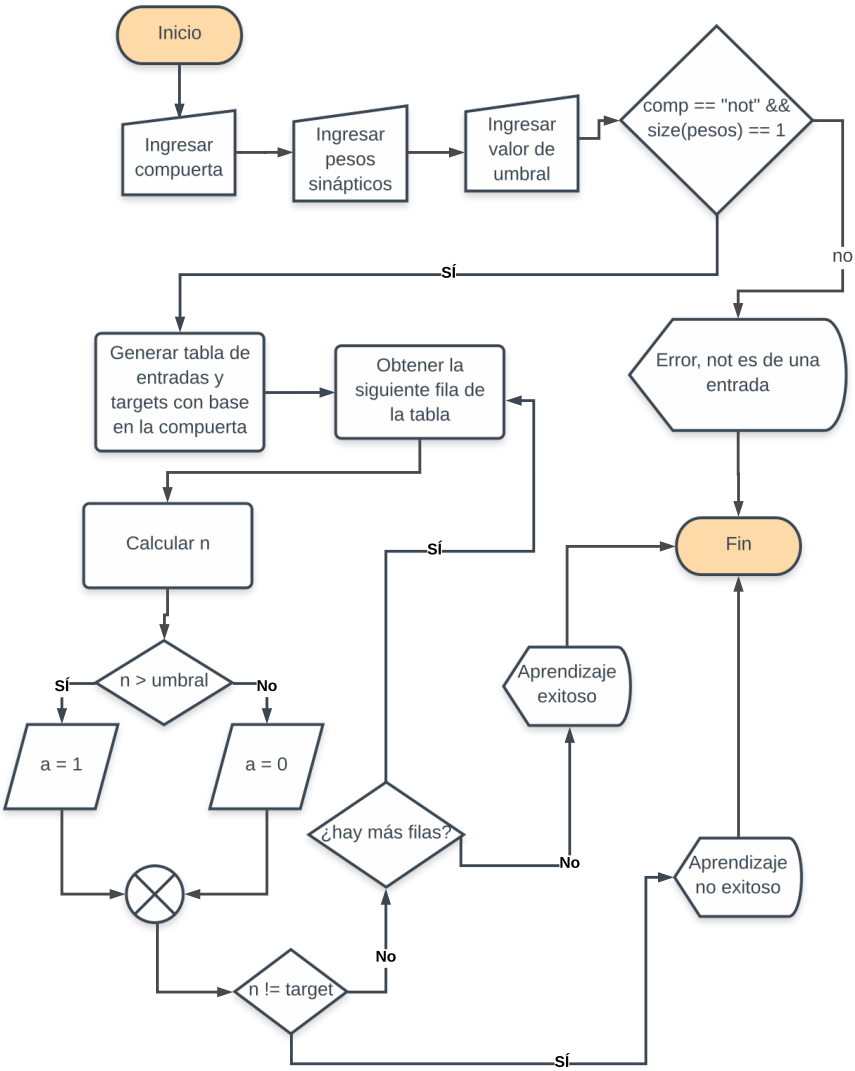


Figura 2: Diagrama de Flujo

3. Fórmula general para las compuertas AND y OR

Debido a que trabajamos con valores lógicos se propone que los pesos sinápticos siempre sean unos.

3.1. AND

La única forma de que la salida de esta sea “1” es que todas las entradas sean “1’s’, entonces $n = w_1 * p_1 + w_2 * p_2 + \ldots + w_n * p_n$ se puede simplificar a $n = tam(w)$, por lo tanto, n tiene que ser mayor al umbral solo en ese caso, entonces, el umbral sería $\theta = tam(w) - 1$.
Explicado matemáticamente para cuando la salida de AND es 1:
$p = (p_1, p_2, \ldots, p_r) = (1, 1, \ldots, 1)$
$w = (w_1, w_2, \ldots, w_r) = (1, 1, \ldots, 1)$

$r > 0$
$n = w_1 * p_1 + w_2 * p2, + \ldots + w_r * p_r = tam(w)$
$f(n) = 1 \rightarrow (n > \theta)$
$\therefore \theta = tam(w) - 1$

3.2. OR

La única forma en que la salida sea '0' es que todas las entradas sean '0', entonces $n = w_1 * p_1 + w_2 * p_2 + \ldots + w_n * p_n$ se puede simplificar a $n = 0$. n tiene que ser mayor al umbral para todos los demás casos, entonces el umbral sería 0.
Explicado matemáticamente para cuando la salida de OR es 0:
$p = (p_1, p_2, \ldots, p_r) = (0, 0, \ldots, 0)$
$w = (w_1, w_2, \ldots, w_r) = (1, 1, \ldots, 1)$
$r > 0$
$n = w_1 * p_1 + w_2 * p2, + \ldots + w_r * p_r = 0$
$f(n) = 0 \rightarrow (n \leq \theta)$
Dejando a un lado a los enteros negativos: $\theta = 0$

4. Resultados

4.1. Compuerta NOT

4.2. Compueta AND

4.3. Compuerta OR

5. Discusión de Resultados

6. Referencias

D. Michie, D.J. Spiegelhalter, C.C. Taylor (eds). Machine Learning, Neural and Statistical Classification, 1994.
Apuntes de Doctor Marco Antonio Moreno Armendáriz

7. Apéndice

Listing 1: Código

```
% User input
gate = input('Ingrese la compuerta (and, or, not): ', 's');
syn_prompt = 'Ingrese el valor de los pesos sinapticos separados por espacios
(e.g. 1 2 3 4): ';
w = str2num(strip(input(syn_prompt, 's')));
theta = input('Ingrese el valor del umbral: ');
if (gate == "not" && size(w, 2) > 1)
        fprintf("Error, la compuerta NOT es de una sola entrada");
else
        % Generation of table for inputs and targets
        model = logicalModel(size(w, 2), gate)
```

```
        error = false;
        % Iteration process
        for i = 1:size(model, 1)
                row = model(i, :);
                % Calculation of n
                n = sum(row(1:end-1).*w);
                % Calculation of a
                if(n > theta); a_n = 1; else; a_n=0; end
                        % Comparison between a and the threshold
                        fprintf("n_%i = %i -> t_%i = %i\n", i, a_n, i, row(end));
                        if(a_n ~= row(end)); error = true; break; end
        end
                if(~error); fprintf("El aprendizaje fue exitoso\n");
                else; fprintf("El aprendizaje no fue exitoso\n"); end
end


function [table] = logicalModel(i, gate)
        % logicalModel(I, gate) returns a matrix representing a truth table and
        % the last column represents the oupot base on all the previous columns
        % based on the (gate) parameter
        % INPUT: (I) shall be an integer >= 1
        % INPUT: (gate) shall be 'and' or 'or'
        % OUTPUT: logicalModel is a binary matrix of size [2^I,I + 1]
        % Heavily inspired in Paul Metcalf's CONDVECTS
        % Acknowledgements: Paul Metcalf

        g = 2;
        i2 = 2^i;
        table = false(i2,i + 1);
        for m = 1 : 1 : i
                m2 = 2^m;
                m3 = (m2/2)-1;
                i3 = i-m+1;
                for g = g : m2 : i2
                        for k = 0 : 1 : m3
                                table(g+k,i3) = true;
                        end
                end
                g = m2+1;
        end
        if (gate == "and")
                for row_index = 1:size(table, 1)
                        row = table(row_index,:);
                        res = row(1);
                        for e_index = 1:size(row, 2)-1
                                res = res & row(e_index);
                        end
                        table(row_index, end) = res;
```

```
                end
        elseif (gate == "or")
                for row_index = 1:size(table, 1)
                        row = table(row_index,:);
                        res = row(1);
                        for e_index = 1:size(row, 2)-1
                                res = res | row(e_index);
                        end
                        table(row_index, end) = res;
                end
        elseif (gate == "not")
                for row_index = 1:size(table, 1)
                        row = table(row_index,:);
                        res = ~row(1);
                        table(row_index, end) = res;
                end
        end
end
```