Licence Informatique première année Algèbre linéaire 1 – groupe 3

Feuille 5 : Équations du second degré

******* ÉQUATIONS À RÉSOUDRE *********

Exercice 1 : Résoudre les équations incomplètes suivantes :

1)
$$x^2 - 25 = 0$$

2)
$$5x^2 - 48 = 3x^2 - 144$$

3)
$$\frac{4x^2}{5} - 60 = \frac{3x^2}{4}$$

1)
$$x^2 - 25 = 0$$

2) $5x^2 - 48 = 3x^2 - 144$
3) $\frac{4x^2}{5} - 60 = \frac{3x^2}{4}$
4) $\frac{2x^2 + 3x}{4} = \frac{4x^2}{3} - \frac{5x}{4}$

5)
$$(2x+5)(2x-5) = -44$$
 6) $\frac{5x^2}{3} = x^2 + 30$

6)
$$\frac{5x^2}{3} = x^2 + 30$$

Exercice 2 : Résoudre les équations suivantes :

1)
$$x^2 - 10x + 25 = 0$$

2)
$$x^2 + 24x = 15 + 10x$$

3)
$$x^2 - 22x + 85 = 0$$

4)
$$x(x-8)+7=0$$

5)
$$(x+5)(x+2) = 40$$

6)
$$2x^2 - 4\sqrt{2}x + 2 = 0$$

7)
$$2x^2 - \frac{11}{10}x - \frac{3}{10}$$

8)
$$\frac{2x-1}{x-1} - \frac{2x-3}{x-2} + \frac{1}{6} = 0$$

Exercice 3 : Résoudre les équations bicarrées suivantes :

1)
$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

2)
$$x^4 - 8x^2 - 9 = 0$$

3)
$$x^4 - 18x^2 + 81 = 0$$

Exercice 4 : Résoudre les équations irrationnelles suivantes :

1)
$$x + \sqrt{x} = 20$$

2)
$$3\sqrt{2x} - 4x = -20$$

1)
$$x + \sqrt{x} = 20$$

3) $x - \sqrt{25 - x^2} = 1$

4)
$$\sqrt{x^2+5}=1-\sqrt{x^2-8}$$

5)
$$2\sqrt{x} = x - a$$

6)
$$x - \sqrt{3ax} - 2a = 0$$

******* ********* Propriétés racines et divers

Exercice 5 : Former une équation du second degré ayant pour racines :

1)
$$+2$$
 et $+5$

2)
$$7 \text{ et } -3$$

3)
$$+1$$
 et -1

4)
$$\frac{1}{3}$$
 et -5

5)
$$4 + \frac{2}{\sqrt{5}}$$
 et $4 - \frac{2}{\sqrt{5}}$

6)
$$2x^2 - 4$$
 et $\sqrt{2}x + 2 = 0$

Exercice 6: Trouver deux nombres ayant pour somme S et pour produit P les valeurs suivantes:

1)
$$S = 18$$
 et $P = 45$

2)
$$S = 9$$
 et $P = -90$

3)
$$S = -10$$
 et $P = 16$

Exercice 7 : Pour quelles valeurs de m les équations suivantes ont elles : deux racines réelles, une racine double ou pas de racines?

1)
$$x^2 - 6x + m = 0$$

2)
$$x^2 + mx + 9 = 0$$

3)
$$x^2 - 2mx + 4m = 0$$

****** ****** Systèmes d'équations et d'inéquations de second degré

Exercice 8 : Résoudre les systèmes suivants :

1)
$$\begin{cases} (x+7)(y+6) = 80\\ x+y = 5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = \\ x - y = 8. \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} \frac{10}{xy} = \frac{1}{18} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5}. \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 96 \\ x - y = 8. \end{cases}$$
4)
$$\begin{cases} 2xy - 3y - 3 = 0 \\ y^2 - 4xy + 15. \end{cases}$$

Exercice 9 : Résoudre les inéquations suivantes :

1)
$$x^2 - 6x + 5 < 0$$

2)
$$\begin{cases} x^2 - 12x + 32 > 0 \\ x^2 - 13x + 22 < 0. \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} x^2 + 3x - 4 > 0 \\ x^2 + x - 6 = 0 \end{cases}$$

******* Problèmes divers

Exercice 10: Trouver trois nombres entiers consécutifs, sachant que le quotient de leur produit par le carré de leur demi-somme est $\frac{130}{21}$.

Exercice 11: Une couturière Mulhousienne a besoin de préparer des nappes de noël pour les vendre à la boutique aux étoffes. Combien a-t-elle eu de mètres d'étoffe pour 240 €, sachant que si le mètre avait coûté 3 € de moins, elle aurait eu 4 mètres de plus?

Exercice 12: Trouver un nombre sachant qu'il est égal à la somme de son carré et de la fraction $\frac{n}{25}$, n étant un nombre entier positif. Pour qu'elles valeurs de n ce probl'eme admet-il des solutions? Pour quelles valeurs de n ces solutions sont-elles des fractions?