Exemple :

Il existe un unique $x \in \mathbb{R}$ tel que $x^2 = 1$; $\exists ! x \in \mathbb{R}, x^2 = 1$
(fausse)

Propriété :

- La négation de "$\forall x \in E, P(x)$" est "$\exists x \in E, \neg(P(x))$"

  Exemple :
  "$\forall x \in \mathbb{R}, x+1 \geqslant 3$"

  négation :
  "$\exists x \in \mathbb{R}, \neg(x+1 \geqslant 3)$"
  "$x+1 < 3$"

- La négation de "$\exists x \in E, P(x)$" est "$\forall x \in E, \neg(P(x))$"

  Exemple :
  "$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$"

  négation :
  "$\forall x \in \mathbb{R}, \neg(x^2 < 0)$"
  "$x^2 \geqslant 0$"

Méthodes de raisonnement :

- "Par implication" :
  Pour montrer que "$P \Rightarrow Q$", on suppose que P est vraie et on montre directement que Q est vraie

  Exemple :
  Soit $x \in \mathbb{R}$. Montrer que si $\overbrace{x+1 \geqslant 0}^{P}$ alors $\underbrace{x \geqslant -2}_{Q}$. $(P \Rightarrow Q)$

  Preuve : on a $x+1 \geqslant 0$ donc $x \geqslant -1$ or $-1 \geqslant -2$
  donc $x \geqslant -2$