Correction : dénombrement

Exercice 13 :

• Cela revient à tirer successivement 3 chevaux parmi 10. Donc le nombre de tiercés possibles est $A_{10}^3 = 10 \times 9 \times 8 = 720$

• Si on connaît le vainqueur, il reste à déterminer le second cheval et le troisième parmi les 9 autres, donc il y a $A_9^2 = 9 \times 8 = 72$ tiercés possibles.

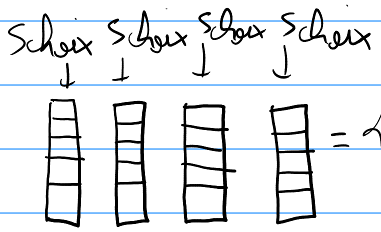
Exercice 14 :

On choisit simultanément 3 livres parmi 10, donc on a $C_{10}^3 = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10!}{3!\,7!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{3!\,7!} = \frac{720}{6} = 120.$

• Si elle est sûre d'acheter une choisie à l'avance, pour les 2 autres, il y a $C_9^2 = \frac{9!}{2!(9-2)!} = \frac{9!}{2! \times 7!} = \frac{9 \times 8 \times 7!}{2} = 36$ choix.

Exercice 12 :

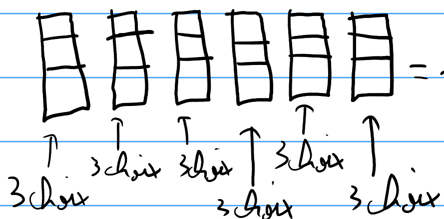
• 1er cadenas :



$= \{(a,b,c,d)\}^4$

Le nombre d'essais à faire pour ouvrir le cadenas est : $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625.$

• 2ème cadenas :

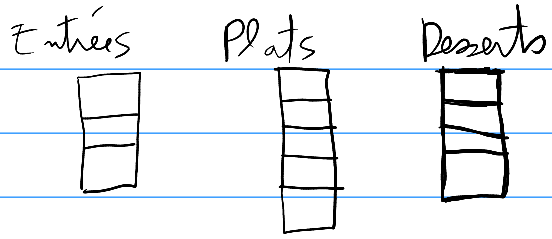


$= \{(a,b,c,d,e,f)\}^4$

Le nombre d'essais à faire pour ouvrir le cadenas est $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 729.$

Donc le 2ème cadenas est plus sûr que le 1er.

Exercice 15 :



Entrée : 3 choix
Plat : 5 choix
Desserts : 4 choix

$\left.\right\} \Rightarrow$ $3 \times 5 \times 4 = 60$ possibilités Entrée - plat - dessert

· Si on choisit un plat et 2 desserts, on a $5 \times C_4^2 = 30$ possibilités.

Exercice 16 :

* 4-4-2 : Gardien | Défenseurs | Milieux | Attaquants
3 choix C_8^4 choix C_5^4 choix C_7^2 choix

Au total, il y a $3 \times C_8^4 \times C_5^4 \times C_7^2$ choix possibles

* 4-3-3 : Gardien | Défenseurs | Milieux | Attaquants
3 choix C_8^4 choix C_5^3 choix C_7^3 choix.

Au total, il y a $3 \times C_8^4 \times C_5^3 \times C_7^3$ choix possibles

* le gardien est sur le terrain, un défenseur est déjà choisi

Exercice 17

1- Tirage simultané : $C_7^3 = \dfrac{7!}{3!\,4!} = \dfrac{7\times 6\times 5\times 4!}{3!\times 4!} = 35$ tirages possibles.

2- Tirage successif avec remise

1ère boule	2ème boule	3ème boule tirés
$\square$	$\square$	$\square$
↑	↑	↑
10 choix	10 choix	10 choix

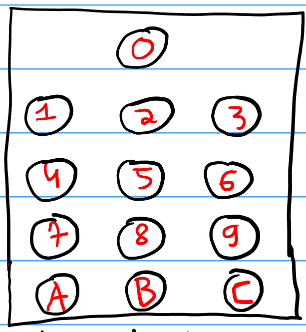
Au total, il y a $10\times 10\times 10 = 1000$ tirages possibles

3- Tirage successif sans remise

1ère boule	2ème boule	3ème boule
$\square$	$\square$	$\square$
↑	↑	↑
10 choix	9 choix	8 choix

Au total, il y a $10\times 9\times 8 = 980$ tirages possibles.

Exercice 18 :



1- 1 lettre, Nombre de 4 chiffres

1 lettre	Nombre de 4 chiffres			
$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
↑	↑	↑	↑	↑
3 choix	10 choix	10 choix	10 choix	10 choix

Le nombre de codes différents est $3\times 10\times 10\times 10\times 10 = 30000$

2- Sans le chiffre 9 :

Lettre $\underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{}$ 4 chiffres

$\square \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square$ $\Rightarrow 3\times 9\times 9\times 9\times 9 = 19683$ codes

3 choix 9 choix 9 choix 9 choix 9 choix

3- Notons Ω l'ensemble de tous les codes et A l'ensemble de tous les codes contenant au moins le chiffre 1.
$\bar{A}$: l'ensemble de tous le codes sans le chiffre 1
Déterminons $\bar{A}$

Lettre 4 chiffres

$\square \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square$. D'où $\#\bar{A} = 3\times 9\times 9\times 9\times 9 = 19683$.

3 choix 9 choix 9 choix 9 choix 9 choix

On a $\#A = \#\Omega - \#\bar{A} = 30.000 - 19683 = 10317$.

4- Comportant des chiffres distincts

Lettre 4 chiffres

$\square \quad \square \quad \square \quad \square \quad \square$ $\Rightarrow 3 \times 10\times 9\times 8\times 7 = 15120$ codes

3 choix 10 choix 9 choix 8 choix 7 choix

5- Notons B l'ensemble des codes contenant au moins deux chiffres identiques, $\bar{B}$ l'ensemble des codes comportant des chiffres distincts.
On a $\#B = \#\Omega - \#\bar{B} = 30.000 - 15120 = 14880$ codes.

Exercice 19 :

or argent bronze

$\square \quad \square \quad \square$ Il y a $16\times 15\times 14 = 3360$ distributions possibles

16 choix 15 choix 14 choix

Exo 20.

Entrée	plat	dessert
5 choix	4 choix	6 choix

$\Rightarrow$ Il y a $5 \times 4 \times 6 = 120$ menus possibles

Exo 23 :

carreau ♦ cœur ♥ trèfle ♣ pique ♠ : couleurs

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, V, D, R hauteurs

Pour chaque couleur, il y a 13 hauteurs

1 – Le nombre de mains possibles est C_{52}^{4}.

2 – On choix 4 cartes de couleurs différents de la couleur pique. Le nombre de mains est alors $C_{52-13}^{4} = C_{39}^{4}$.

3 –