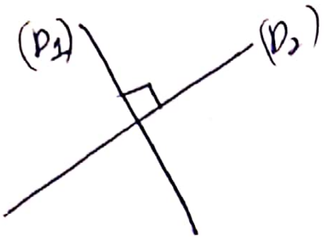
Exercice 13:

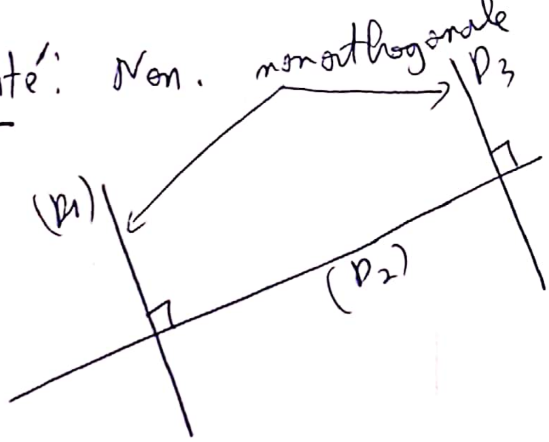
- Symétrie : Oui . Si $D_1 \perp D_2$, alors $D_2 \perp D_1$.



E = l'ensemble de toutes les droites du plan

$D_1 \mathcal{R} D_2$ si et seulement si $D_1 \perp D_2$

- Réflexivité : Non car une droite n'est jamais orthogonale à elle-même.
- Transitivité : Non.



$D_1 \perp D_2$ et $D_2 \perp D_3$ mais non$(D_1 \perp D_3)$

Exercice 15 :

sur $\mathbb{R}^2$; $(x,y)\mathcal{R}(x',y')$ si et seulement si $x=x'$.

- Réflexivité : Soit $(x,y) \in \mathbb{R}^2$. comme $x=x$, alors $(x,y)\mathcal{R}(x,y)$
- Symétrie : Soient $(x,y),(x',y') \in \mathbb{R}^2$ tels que $(x,y)\mathcal{R}(x',y')$ i.e $x=x'$. On a $x'=x$, donc $(x',y')\mathcal{R}(x,y)$.
- Transitivité : Soient (x,y), (x',y') et $(x'',y'') \in \mathbb{R}^2$ tels que $(x,y)\mathcal{R}(x',y')$ (i.e $x=x'$) et $(x',y')\mathcal{R}(x'',y'')$ (i.e $x'=x''$)

On a $x=x''$, donc $(x,y)\mathcal{R}(x'',y'')$.

Scanné avec CamScanner

Soit $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$.

On a $[(x_0, y_0)] = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2$ tel que $x = x_0\}$

$= \{(x_0, y) \mid y \in \mathbb{R}\}$

Exercice 171 sur $\mathbb{Z}$ $x R y$ si et seulement si $x+y$ est pair.

Réflexivité : Soit $x \in \mathbb{Z}$. Comme $x+x = 2x$ est pair, alors $x R x$.

Symétrie : Soient $x, y \in \mathbb{Z}$ tels que $x R y$ i.e $x+y$ est pair.
Alors $y+x$ est pair. Donc $y R x$.

Transitivité : Soient $x, y, z \in \mathbb{Z}$ tels que $x R y$ (i.e $x+y$ pair) et $y R z$ (i.e $y+z$ pair).

Alors $x+z = \underbrace{(x+y)}_{\text{pair}} + \underbrace{(y+z)}_{\text{pair}} - \underbrace{2y}_{\text{pair}}$ est pair

Ainsi $x R z$.

. Les classes d'équivalence sont $[0]$ et $[1]$

$[0]$: ensemble des entiers pairs

$[1]$: ensemble des entiers impairs.

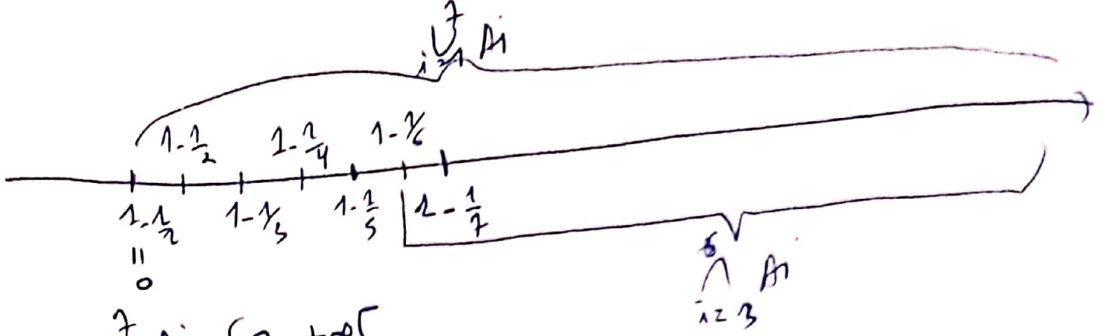
En effet si Soit $x \in \mathbb{Z}$.

. Si x est impair $x+1$ est pair donc $x R 1$. Ainsi $[x] = [1]$.

. Si x est pair $x+0$ est pair donc $x R 0$. Ainsi $[x] = [0]$.

Exercice 6 :

1- Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $A_n = [1 - \frac{1}{n}, +\infty[$



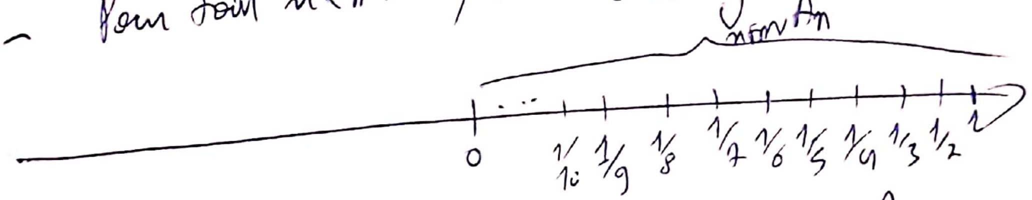
$\bigcup_{i=1}^{7} A_i = [0, +\infty[$

$\bigcap_{i=3}^{6} A_i = [\frac{5}{6}, +\infty[$

. Pour $n \in \mathbb{N}$, $A_{n+1} \subset A_n$. Donc $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n = A_1 = [0, +\infty[$

. On a $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n =]1, +\infty[$

2- Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $A_n = [\frac{1}{n}, +\infty[$



Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $A_{n+1} \supset A_n$. Donc $\bigcup_{i=1}^{7} A_i = A_7 = [\frac{1}{7}, +\infty[$

, $\bigcap_{i=3}^{6} A_i = A_3 = [\frac{1}{3}, +\infty[$

, $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i =]0, +\infty[$

. $\bigcap_{i \in \mathbb{N}} A_n = A_1 = [1, +\infty[$