

Data science REPORT

常博愛 資工四 408410086

1. 比較用 A 與 Arnoldi(A) 做 QR 求 eigenvalue 有什麼不同?(10%)

使用 Arnoldi(A) 求 QR，當矩陣越稀疏，維度越高，收斂與計算時間越快，隨著矩陣的越密集，計算結果會更不準確，而且有可能會不收斂。

2. 用 A 與 Arnoldi(A) 做 QR 求 eigenvalue 造成不同的原因可能是什麼? (10%)

使用 arnoldi 構成 hessenberg, 可以簡化計算複雜度，但隨著矩陣密集性的增高，可能會增大誤差，導致計算結果不準確。

3. 比較用 GMRES 沒用 Arnoldi 與 有用 Arnoldi 有什麼不同?(10%)

在一定範圍內，使用 arnoldi 的結果會隨著 matrix 的維度增大而變得更準確，誤差範圍會越小，超過範圍後會變得不再準確，誤差值增大。

4. 造成用 GMRES 沒用 Arnoldi 與 有用 Arnoldi 不同的原因可能是什麼?(10%)

GMRES 是廣義最小參量法，是一種求解形如 $Ax=b$ 線性形式方程的高效迭代演算法，利用 Arnoldi 迭代法，將線性方程轉化為一個線性最小二乘法的問題，通過最小化這個殘餘量向量從而近似求出 x 在 Krylov 子空間的近似解。這其中就用到了 Arnoldi 演算法將矩陣轉換為 Hessenberg 矩陣，並利用 Givens 旋轉法處理 Hessenberg 矩陣。如果 Arnoldi 方法提前終止，則我們可以得到一個不變子空間。這樣會使計算結果不穩定。

5. 心得(20%)

GMERS 會隨著迭代的次數造成計算量與資源損耗的浪費，同時稀疏矩陣的直接運算會增加計算難度，因此需要使用 arnoldi 迭代來構造 hessenberg matrix 來優化，同時需要設定一定的迭代次數來逼近最佳解。然而即便如此，使用 arnoldi 還是會隨著矩陣維度的升高伴隨有不穩定的情況發生