

DS_project1

資工四 常博愛 408410086

GMRES

- 廣義最小殘量方法(一般簡稱**GMRES**)是一個求解線性方程組 數值解的疊代方法。這個方法利用在Krylov子空間中有著最小殘量的向量來逼近解。Arnoldi疊代方法被用來求解這個向量
- 比較沒有使用Arnoldi疊代方法(直接用Krylov求解)
- 與有使用Arnoldi疊代方法的差別

Arnoldi疊代方法

- **Arnoldi**迭代是特徵值算法，也是迭代方法的重要示例。Arnoldi通過構造Krylov子空間的正交基礎，找到了一般（可能是非Hermitian）矩陣的特徵值和特徵向量的近似值
- 了解**Arnoldi** 輸出的結果
- 比較沒有使用**Arnoldi** (直接用A)做QR求eigen value
- 與使用**Arnoldi** 做QR求eigen value 的差別

RMSE(root-mean-square error)

- 均方根差,一種常用的測量數值之間差異的量度

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (\hat{y}_t - y_t)^2}{n}}.$$

- 這邊我們將使用這個loss function 測量我們的方法與 np.linalg. 套件所提供解 的差距

輸出結果

1. Output :

```
Krylov:
(array([-2.76595745, -2.23404255,  1.82978723,  2.57446809]), 0.0, '在11時收斂')
np.linalg.lstsq:
[-2.76595745 -2.23404255  1.82978723  2.57446809] []
```

2. 與 np.linalg. 套件結果 比較

1. Integer number matrix
2. Real number matrix
3. (不一定相同)

integer Number matrix

這邊我們將隨機產生 $A, b \in N^{n \times n}$, $b \in N^n$ 且 $n \in \{2, 3, \dots, 7\}$ 並使用剛設計的Krylov演算法得到近似解

```
: for n in range(2,7):
    N=2**n
    A_mat=np.random.randint(5, size=(N, N))
    b_mat=np.random.randint(5, size=N)
    #A_mat,b_mat=LstA(n)
    x = Krylov(A_mat,b_mat,100,tol=1e-16)
    print("Krylov:")
    print(x)
    print("np.linalg.lstsq:")
    x,res,_,_=np.linalg.lstsq(A_mat, b_mat)
    print(x,res)
    print("\n")

Krylov:
(array([ 0.19647985,  0.58872958, -0.15098227,  1.10013316]), 1.6917216775773225e-24, '在3時收斂')
np.linalg.lstsq:
[ 1.83333333 -1.83333333  2.5          0.33333333] []

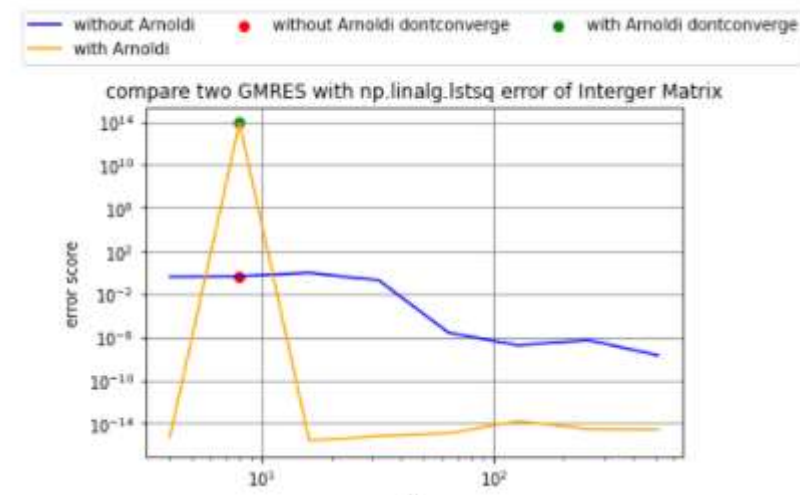
Krylov:
(array([-0.57512609, -1.49230156, -0.2371914 ,  2.64998672,  0.23082028,
        -0.80196442,  1.49654897,  0.11268914]), 8.286015103220466e-17, '在24時收斂')
np.linalg.lstsq:
[-0.5751261 -1.49230157 -0.2371914  2.64998673  0.23082028 -0.80196443
  1.49654898  0.11268914] []

Krylov:
(array([-2.06874428, -0.57755401, -0.42914165,  1.11016266, -0.13997597,
        0.65673374,  0.28845915, -0.61689744,  0.82876816, -0.25035076,
        1.07325555,  0.70842575,  0.09079096, -0.49296846,  1.35858591,
        -0.43777129]), 3.3826355615876986e-27, '在31時收斂')
np.linalg.lstsq:
[-2.06874405 -0.57755388 -0.42914164  1.11016251 -0.13997596  0.65673363
  0.28845912 -0.61689722  0.82876793 -0.2503507  1.07325545  0.70842552
  0.09079098 -0.49296836  1.3585858 -0.43777115] []
```

輸出結果

3. 不同方法間的比較

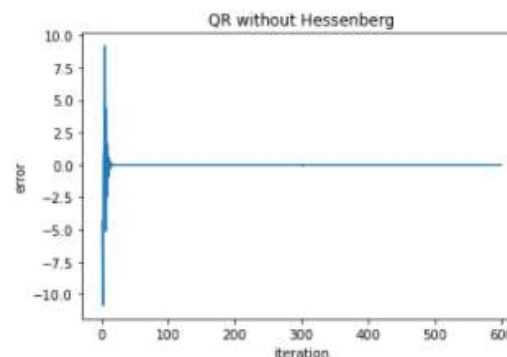
1. Integer number matrix
2. Real number matrix
3. Error為使用RMSE算出 與np.linalg.套件 算出的誤差



4. Arnoldi疊代方法 求eigenvalue

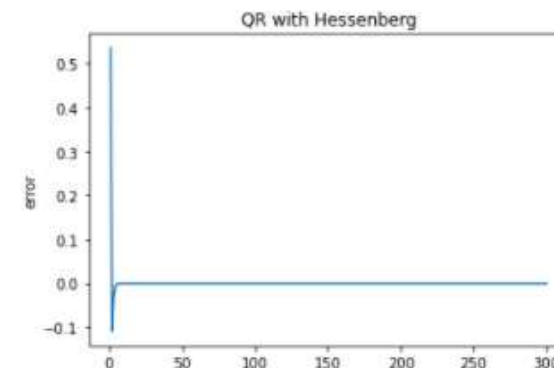
1. 會多一個觀測residua值(error)
2. 這邊的error 與前面不同是目前迭代結果與前一次的變化

QR without Hessenberg
第幾個iter收斂:
4
花費時間:0.0



[0.34408391 1.40051314]

第幾個iter收斂:
5
花費時間:0.0010023117065429688



Reprot內容

- 比較用A 與 Arnoldi(A) 做QR 求eigenvalue 有什麼不同?
- 用A 與 Arnoldi(A) 做QR 求eigenvalue造成不同的原因可能是什麼?
- 比較用GMRES 沒用 Arnoldi與 有用Arnoldi 有什麼不同?
- 造成用GMRES 沒用 Arnoldi與 有用Arnoldi 不同的原因可能是什麼?
- 心得