

# Project5

## （一）本次作業學習目標：

實作 QR 分解。

## （二）作業要求（一項未符合標準作業成績-10）

1. 壓縮檔案名稱：LA\_project05\_學號\_version
2. ipynb 檔案名稱：LA\_project05\_學號\_version
3. pdf 檔案名稱：report5\_學號\_version
4. 心得禁止全篇只寫心路歷程，還要寫學到了什麼 ex：哪些函式、算法，以及思考。
5. pdf&ipynb 放在一個檔案夾裡壓縮成.zip 檔。

## （三）作業繳交期限與更新

1. 作業繳交 deadline：12/20（二）23：59 前。
2. 期限之後繳交作業依天數打折 ex：遲交一天打 8 折，遲交兩天打 6 折，以此類推。
3. 上傳作業後請確認規格及內容，不接受任何理由，遲交及錯誤皆按照規定扣分。

## （四）作業配分說明

1. 各小題配分如下標示。
2. 照著檔案中引導所寫之答案滿分為 80，加上心得 20 分，作業總成績滿分為 100。

(五) 作業題目內容

運用 Gram-Schmidt 求矩陣 $A$ 的 $QR$ 分解。

(以下問題皆不可直接呼叫套件函式求出結果)

以下共兩筆測試資料：

1. 可由使用者任意輸入矩陣 $A$ 的維度與矩陣數值。(10pt)

並判斷使用者輸入的矩陣 $A$ 的 columns 是否為 linearly independent(不可呼叫套件函式)，如果是，則繼續下面的動作，否則彈出錯誤訊息，並結束程式。(10pt)

```
➤ Input the dimension of matrix A :
```

```
3 4
```

```
➤ Input matrix A :
```

```
2 -2 6 4
```

```
2 -2 6 3
```

```
5 5 15 2
```

```
InputError : Matrix A must be linearly independent columns !
```

2. 運用 Gram-Schmidt 求出矩陣  $A$  的 Column vectors、Orthogonal basis、Orthonormal basis。

並用算出來的 basis 求出矩陣  $A$  的  $Q$ (20pt)、 $R$ (20pt)，使得  $A = QR$ 。(20pt)

(可接受誤差，只要最後驗證  $A = QR$  即可)

```
➤ Input the dimension of matrix A :
3 3

➤ Input matrix A :
1 0 0
1 1 0
1 1 1

➤ Column vectors of A :
u1 = [1. 1. 1.]
u2 = [0. 1. 1.]
u3 = [0. 0. 1.]

➤ Orthogonal basis :
v1 = [1. 1. 1.]
v2 = [-0.66666667  0.33333333  0.33333333]
v3 = [-1.66533454e-16 -5.00000000e-01  5.00000000e-01]

➤ Orthonormal basis :
q1 = [0.57735027 0.57735027 0.57735027]
q2 = [-0.81649658 0.40824829 0.40824829]
q3 = [-2.35513869e-16 -7.07106781e-01  7.07106781e-01]

➤ QR :
Q =
[[ 5.77350269e-01 -8.16496581e-01 -2.35513869e-16]
 [ 5.77350269e-01  4.08248290e-01 -7.07106781e-01]
 [ 5.77350269e-01  4.08248290e-01  7.07106781e-01]]
R =
[[1.73205081 1.15470054 0.57735027]
 [0.         0.81649658 0.40824829]
 [0.         0.         0.70710678]]

: print("A =\n", Q.dot(R))

A =
[[ 1.00000000e+00  3.33066907e-16 -3.14835805e-32]
 [ 1.00000000e+00  1.00000000e+00 -1.00875766e-16]
 [ 1.00000000e+00  1.00000000e+00  1.00000000e+00]]
```

(六) 作業心得內容

1. 當  $Q$  為 orthogonal matrix 時， $A$  需要滿足什麼條件？

Ps. 如遇到任何不了解的地方請詢問助教，預祝各位解題順利