ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

INGENIERÍA CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

PERÍODO ACADÉMICO: 2025-A

ASIGNATURA: ICCD412 Métodos Numéricos **GRUPO:** GR2

TIPO DE INSTRUMENTO: Repaso

FECHA DE ENTREGA LÍMITE: 13/05/2025

ALUMNO: Freire Ismael

Repaso

1. Calcule los diferentes tipos de errores en las aproximaciones de p por p^*, tome en cuenta 2 cifras significativas, 2 cifras por redondeo y 2 cifras por truncamiento.

$$p = \phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, p^* = {}^{13}/_{8}$$

Figura 1: Ej1.

$p^* = 13/8 = 1{,}625$ con dos cifras sig

$error_{real} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1{,}6 = 0{,}018$

$error_{abs} = |error_{real}| = |0{,}018| = 0{,}018$

$error_{relativo} = \left|\frac{p-p^*}{p}\right| = \left|\frac{\frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1{,}6}{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}\right| = 0{,}011$

$error_{rel\,\%} = error_{relativo} \times 100\% = 1{,}1\%$

$p^* = 1{,}63$ con dos cifras por redondeo

$error_{real} = p - p^* = \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1{,}63 = -0{,}01$

$error_{abs} = |p-p^*| = |error_{real}| = |-0{,}01| = 0{,}01$

$error_{rel} = \left|\frac{p-p^*}{p}\right| = \left|\frac{0{,}01}{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}\right| = 6{,}18 \times 10^{-3}$

$error_{rel\,\%} = error_{rel} \times 100\% = 0{,}62\ \%$

$p^* = 1{,}62$ con dos cifras por truncamiento

$error_{real} = p - p^* = \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1{,}62 = -1{,}96 \times 10^{-3}$

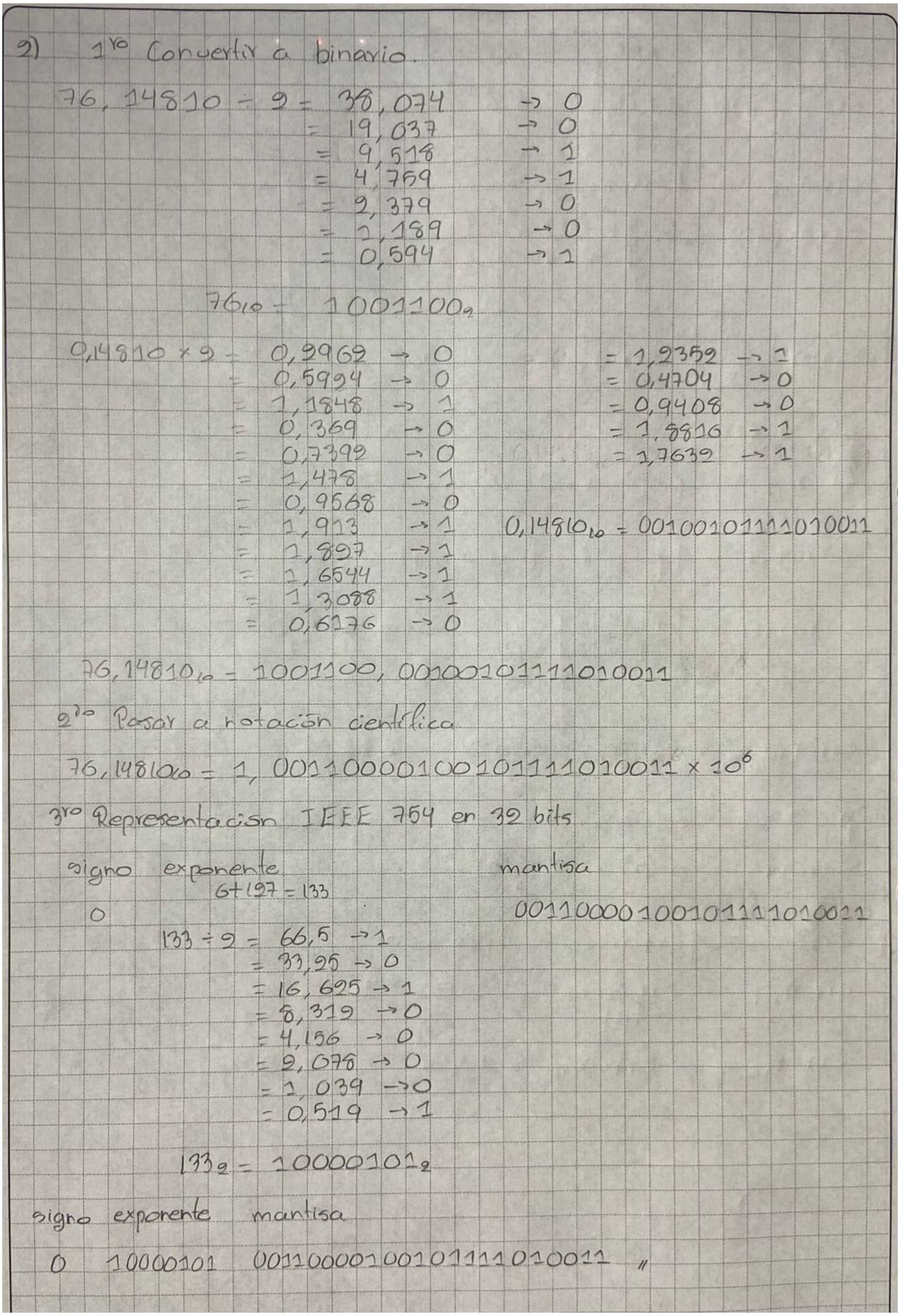
$error_{abs} = |error_{real}| = 1{,}96 \times 10^{-3}$

$error_{rel} = \frac{error_{abs}}{|p|} = 1{,}21 \times 10^{-3}$

$error_{rel\,\%} = error_{rel} \times 100\% = 0{,}12\ \%$

Figura 2:

2. Pasar 76.14810 al formato IEEE 754 de 32 bits.



2) 1ro Convertir a binario.

76,14810 ÷ 2 = 38,074 → 0
= 19,037 → 0
= 9,518 → 1
= 4,759 → 1
= 2,379 → 0
= 1,189 → 0
= 0,594 → 1

$76_{10} = 1001100_2$

0,14810 × 2 = 0,2962 → 0
= 0,5924 → 0
= 1,1848 → 1
= 0,369 → 0
= 0,7392 → 0
= 1,478 → 1
= 0,9568 → 0
= 1,913 → 1
= 1,827 → 1
= 1,6544 → 1
= 1,3088 → 1
= 0,6176 → 0
= 1,2352 → 1
= 0,4704 → 0
= 0,9408 → 0
= 1,8816 → 1
= 1,7632 → 1

$0,14810_{10} = 00100101111010011$

$76,14810_{10} = 1001100,00100101111010011$

2do Pasar a notación científica

$76,1481_{10} = 1,00110000100101111010011 \times 10^6$

3ro Representación IEEE 754 en 32 bits

signo exponente mantisa
6+127 = 133
0 00110000100101111010011

133 ÷ 2 = 66,5 → 1
= 33,25 → 0
= 16,625 → 1
= 8,312 → 0
= 4,156 → 0
= 2,078 → 0
= 1,039 → 0
= 0,519 → 1

$133_2 = 10000101_2$

signo exponente mantisa
0 10000101 00110000100101111010011 //

Figura 3:

3. Pasar de formato IEEE 754 11000001100010010011001100110011 a decimal.

3) 11000001100010010011001100110011

signo exponente 8 bits mantisa

1 10000011 00010010011001100110011

10000011

2^7 $2^1 2^0$ $= 131_{10}$

signo exponente $(1+f)$

$x = (-1)^s$ 2^{e-127} $f = 2^{-4} + 2^{-7} + 2^{-10} + 2^{-11} + 2^{-14} +$

$= (-1)^1$ $= 2^{131-127}$ $2^{-15} + 2^{-18} + 2^{-19} + 2^{-22} + 2^{-23}$

$= -1$ $= 2^4$ $= 16$ $= 0,07187497616$

$(1+f) = 1,071874976$

$x = (-1) \times 16 \times 1,071874976$

$= -17,15$

Figura 4:

4. Suponga que $a = 4/9, b = 2/5, c = 0.81234, d = 45932.7, e = 0.22222 * 10^{-3}$, resuelva haciendo uso de 5 cifras por redondeo:

a. $a \oplus c$
b. $(a \ominus c) \otimes e$
c. $d \oslash b$
d. $(b \otimes e) \oplus [(a \oslash d) \ominus b]$

Figura 5: Ej4.

4)

$a = 0{,}44444 \quad c = 0{,}81234$

a) $a \oplus c = 1{,}25678$

b) $e = 0{,}22222 \times 10^{-3}$

$(a \ominus c) \otimes e = (0{,}44444 - 0{,}81234) \times 0{,}22222 \times 10^{-3}$

$= -8{,}17547 \times 10^{-5}$

c) $d = 45932{,}7 \simeq 0{,}459327 \times 10^{5} = 0{,}45933 \times 10^{5}$

$b = 0{,}4$

$d \oslash b = 0{,}45932 / 0{,}4 = 1{,}1483$ //

d) $(b \otimes e) \oplus [(a \oslash d) \ominus b]$

$= (0{,}4 \times (0{,}22222 \times 10^{-3})) + [(0{,}44444 / (0{,}45933 \times 10^{5}) - 0{,}4]$

$= -0{,}39990$

Figura 6:

5. Dada la función $f(x) = x^4 - x - 1$, use método de la bisección para los intervalos [-1;0] y [1,2], obtener soluciones precisas dentro de 10^{-6} como tolerancia, trabaje con 8 cifras decimales por redondeo. Muestre tabla de valores.

Figura 7: Ej5

Intervalo $[-1, 0]$

i	a	b	p	f(a)	f(b)	f(p)	error estimado < 10^-6
1	-1,00000000	0,00000000	-0,50000000	1,00000000	-1,00000000	-0,43750000	0,50000000
2	-1,00000000	-0,50000000	-0,75000000	1,00000000	-0,43750000	0,06640625	0,25000000
3	-0,75000000	-0,50000000	-0,62500000	0,06640625	-0,43750000	-0,22241211	0,12500000
4	-0,75000000	-0,62500000	-0,68750000	0,06640625	-0,22241211	-0,08909607	0,06250000
5	-0,75000000	-0,68750000	-0,71875000	0,06640625	-0,08909607	-0,01437283	0,03125000
6	-0,75000000	-0,71875000	-0,73437500	0,06640625	-0,01437283	0,02522665	0,01562500
7	-0,73437500	-0,71875000	-0,72656250	0,02522665	-0,01437283	0,00523359	0,00781250
8	-0,72656250	-0,71875000	-0,72265625	0,00523359	-0,01437283	-0,00461743	0,00390625
9	-0,72656250	-0,72265625	-0,72460938	0,00523359	-0,00461743	0,00029606	0,00195313
10	-0,72460938	-0,72265625	-0,72363281	0,00029606	-0,00461743	-0,00216368	0,00097656
11	-0,72460938	-0,72363281	-0,72412109	0,00029606	-0,00216368	-0,00093456	0,00048828
12	-0,72460938	-0,72412109	-0,72436523	0,00029606	-0,00093456	-0,00031944	0,00024414
13	-0,72460938	-0,72436523	-0,72448730	0,00029606	-0,00031944	-0,00001173	0,00012207
14	-0,72460938	-0,72448730	-0,72454834	0,00029606	-0,00001173	0,00014215	0,00006104
15	-0,72454834	-0,72448730	-0,72451782	0,00014215	-0,00001173	0,00006521	0,00003052
16	-0,72451782	-0,72448730	-0,72450256	0,00006521	-0,00001173	0,00002674	0,00001526
17	-0,72450256	-0,72448730	-0,72449493	0,00002674	-0,00001173	0,00000750	0,00000763
18	-0,72449493	-0,72448730	-0,72449112	0,00000750	-0,00001173	-0,00000212	0,00000381
19	-0,72449493	-0,72449112	-0,72449303	0,00000750	-0,00000212	0,00000269	0,00000191
20	-0,72449303	-0,72449112	-0,72449207	0,00000269	-0,00000212	0,00000029	0,00000095

Figura 8:

Intervalo $[1, 2]$

i	a	b	p	f(a)	f(b)	f(p)	error estimado < 10^-6
1	1,00000000	2,00000000	1,50000000	-1,00000000	13,00000000	2,56250000	0,50000000
2	1,00000000	1,50000000	1,25000000	-1,00000000	2,56250000	0,19140625	0,25000000
3	1,00000000	1,25000000	1,12500000	-1,00000000	0,19140625	-0,52319336	0,12500000
4	1,12500000	1,25000000	1,18750000	-0,52319336	0,19140625	-0,19895935	0,06250000
5	1,18750000	1,25000000	1,21875000	-0,19895935	0,19140625	-0,01248074	0,03125000
6	1,21875000	1,25000000	1,23437500	-0,01248074	0,19140625	0,08723074	0,01562500
7	1,21875000	1,23437500	1,22656250	-0,01248074	0,08723074	0,03682405	0,00781250
8	1,21875000	1,22656250	1,22265625	-0,01248074	0,03682405	0,01203480	0,00390625
9	1,21875000	1,22265625	1,22070313	-0,01248074	0,01203480	-0,00025708	0,00195313
10	1,22070313	1,22265625	1,22167969	-0,00025708	0,01203480	0,00588032	0,00097656
11	1,22070313	1,22167969	1,22119141	-0,00025708	0,00588032	0,00280949	0,00048828
12	1,22070313	1,22119141	1,22094727	-0,00025708	0,00280949	0,00127567	0,00024414
13	1,22070313	1,22094727	1,22082520	-0,00025708	0,00127567	0,00050917	0,00012207
14	1,22070313	1,22082520	1,22076416	-0,00025708	0,00050917	0,00012601	0,00006104
15	1,22070313	1,22076416	1,22073364	-0,00025708	0,00012601	-0,00006554	0,00003052
16	1,22073364	1,22076416	1,22074890	-0,00006554	0,00012601	0,00003023	0,00001526
17	1,22073364	1,22074890	1,22074127	-0,00006554	0,00003023	-0,00001765	0,00000763
18	1,22074127	1,22074890	1,22074509	-0,00001765	0,00003023	0,00000629	0,00000381
19	1,22074127	1,22074509	1,22074318	-0,00001765	0,00000629	-0,00000568	0,00000191
20	1,22074318	1,22074509	1,22074413	-0,00000568	0,00000629	0,00000030	0,00000095

Figura 9:

6. Dada la función $f(x) = x^4 + 4x^2 - 10$, determine el número de iteraciones necesarias con precisión 10^{-5}, a = 1 y b = 2, trabaje con 8 cifras significativas.

Figura 10: Ej6

Tomando la fórmula

$$n \geq \frac{5}{log_{10}(2)}$$

$$n \geq 16{,}609640$$

Se requiere que el número de iteraciones sea igual o mayor a 16,609640.

A continuación se presenta la resolución por medio del método de la bisección:

i	a	b	p	f(a)	f(b)	f(p)	error estimado < 10^-5
1	1,00000000	2,00000000	1,50000000	-5,00000000	22,00000000	4,06250000	0,50000000
2	1,00000000	1,50000000	1,25000000	-5,00000000	4,06250000	-1,30859375	0,25000000
3	1,25000000	1,50000000	1,37500000	-1,30859375	4,06250000	1,13696289	0,12500000
4	1,25000000	1,37500000	1,31250000	-1,30859375	1,13696289	-0,14183044	0,06250000
5	1,31250000	1,37500000	1,34375000	-0,14183044	1,13696289	0,48307896	0,03125000
6	1,31250000	1,34375000	1,32812500	-0,14183044	0,48307896	0,16706377	0,01562500
7	1,31250000	1,32812500	1,32031250	-0,14183044	0,16706377	0,01173413	0,00781250
8	1,31250000	1,32031250	1,31640625	-0,14183044	0,01173413	-0,06526785	0,00390625
9	1,31640625	1,32031250	1,31835938	-0,06526785	0,01173413	-0,02682190	0,00195313
10	1,31835938	1,32031250	1,31933594	-0,02682190	0,01173413	-0,00755766	0,00097656
11	1,31933594	1,32031250	1,31982422	-0,00755766	0,01173413	0,00208479	0,00048828
12	1,31933594	1,31982422	1,31958008	-0,00755766	0,00208479	-0,00273729	0,00024414
13	1,31958008	1,31982422	1,31970215	-0,00273729	0,00208479	-0,00032647	0,00012207
14	1,31970215	1,31982422	1,31976318	-0,00032647	0,00208479	0,00087911	0,00006104
15	1,31970215	1,31976318	1,31973267	-0,00032647	0,00087911	0,00027631	0,00003052
16	1,31970215	1,31973267	1,31971741	-0,00032647	0,00027631	-0,00002508	0,00001526
17	1,31971741	1,31973267	1,31972504	-0,00002508	0,00027631	0,00012561	0,00000763

Figura 11:

7. Dada la función $f(x) = \frac{x^3+x-1}{3}$, use el método del punto fijo donde p se encuentra en (0;1), y obtenga soluciones precisas dentro de 10^{-3}, trabaje con 8 cifras decimales por truncamiento. Muestre tabla de valores.

Figura 12: Ej7.

$$f(x) = \frac{x^3+x-1}{3} = 0$$

$$x^3+x-1=0$$

$$x = -x^3+1 \Rightarrow g(x) = -x^3+1$$

Figura 13:

Con ello, se obiene la tabla de la que se nota que no logra converger.

i	x	g(x)	error < 10^-3
1	0,50000000	0,87500000	0,42857143
2	0,87500000	0,33007813	-1,65088757
3	0,33007813	0,96403747	0,65760861
4	0,96403747	0,10405419	-8,26476374
5	0,10405419	0,99887338	0,89582845
6	0,99887338	0,00337606	-294,86927242
7	0,00337606	0,99999996	0,99662394
8	0,99999996	0,00000012	-8662574,30240049
9	0,00000012	1,00000000	0,99999988
10	1,00000000	0,00000000	#¡DIV/0!
11	0,00000000	1,00000000	1,00000000
12	1,00000000	0,00000000	#¡DIV/0!
13	0,00000000	1,00000000	1,00000000
14	1,00000000	0,00000000	#¡DIV/0!
15	0,00000000	1,00000000	1,00000000
16	1,00000000	0,00000000	#¡DIV/0!
17	0,00000000	1,00000000	1,00000000
18	1,00000000	0,00000000	#¡DIV/0!
19	0,00000000	1,00000000	1,00000000
20	1,00000000	0,00000000	#¡DIV/0!

Figura 14:

8. Dada la función $f(x) = x^4 - x - 1$, $p_0 = 1$, use el método de Newton obtener soluciones precisas con tolerancia 10^{-6}, trabaje con 8 cifras decimales por truncamiento. Muestre tabla de valores.

Figura 15: Ej8

i	x n-1	x n	f(x n-1)	f'(x n - 1)	f(x n)	error < tolerancia (10^-6)
1	1,00000000	1,33333333	-1,00000000	3,00000000	1,33333333	0,33333333
2	1,33333333	1,23580786	0,82716049	8,48148148	1,23580786	0,09752547
3	1,23580786	1,22105899	0,09659633	6,54940720	1,22105899	0,01474887
4	1,22105899	1,22074423	0,00197748	6,28232291	1,22074423	0,00031477
5	1,22074423	1,22074408	0,00000089	6,27669258	1,22074408	0,00000014

Figura 16:

9. Dada la función $f(x) = x^4 - x - 1$, $p_0 = 1$ y $p_1 = 1.4$, use el método de la Secante, obtener soluciones precisas con tolerancia 10^{-6}, trabaje con 8 cifras decimales por truncamiento. Muestre tabla de valores.

Figura 17: Ej9.

i	x n-2	x n-1	x n	f(x n-2)	f(x n-1)	error < tolerancia (10^-6)
1	1,00000000	1,40000000	1,16382700	-1,00000000	1,44160000	0,23617300
2	1,40000000	1,16382700	1,20772994	1,44160000	-0,32917495	0,04390294
3	1,16382700	1,20772994	1,22186782	-0,32917495	-0,08018210	0,01413788
4	1,20772994	1,22186782	1,22072303	-0,08018210	0,00706464	0,00114479
5	1,22186782	1,22072303	1,22074405	0,00706464	-0,00013213	0,00002102
6	1,22072303	1,22074405	1,22074408	-0,00013213	-0,00000021	0,00000003

Figura 18:

10. Dada la función $f(x) = x^4 - x - 1$, $p_0 = 1$ y $p_1 = 1.4$, use el método de la Posición Falsa, obtener soluciones precisas con tolerancia 10^{-6}, trabaje con 8 cifras decimales por redondeo. Muestre tabla de valores.

Figura 19: Ej10

i	x n-2	x n-1	x n	f(x n-2)	f(x n-1)	f(x n)	error < tolerancia (10^-6)
1	1	1,4	1,163826999	-1	1,4416	-0,329174945	
2	1,163826999	1,4	1,207729944	-0,32917495	1,4416	-0,080182096	0,043902945
3	1,207729944	1,4	1,217860577	-0,0801821	1,4416	-0,018024659	0,010130633
4	1,217860577	1,4	1,220109786	-0,01802466	1,4416	-0,003977701	0,002249209
5	1,220109786	1,4	1,220604778	-0,0039777	1,4416	-0,000874212	0,000494992
6	1,220604778	1,4	1,2207135	-0,00087421	1,4416	-0,000191959	0,000108723
7	1,2207135	1,4	1,22073737	-0,00019196	1,4416	-4,21421E-05	2,38701E-05
8	1,22073737	1,4	1,220742611	-4,2142E-05	1,4416	-9,25133E-06	5,24021E-06
9	1,220742611	1,4	1,220743761	-9,2513E-06	1,4416	-2,0309E-06	1,15036E-06
10	1,220743761	1,4	1,220744014	-2,0309E-06	1,4416	-4,45831E-07	2,52532E-07

Figura 20:

11. Dada la función $f(x) = x^4 - x - 1$ justifique cual método es mejor y por qué.

Figura 21: Ej11

Como se evidencia en la resolución de los anteriores ejercicios, el método de Newton es el mejor porque alcanza el valor aproximado de 1,2207 en menos iteraciones. Por otra parte, la derivada con la que se resuelve el ejercicio resulta muy sencilla y nada problemática. Además, el punto que se ha tomado está cercano a la raíz y por esos factores su convergencia es más rápida.