



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS
INGENIERÍA CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

PERÍODO ACADÉMICO: 2025-A

ASIGNATURA: ICCD412 Métodos Numéricos

GRUPO: GR2

TIPO DE INSTRUMENTO: Práctica 01

FECHA DE ENTREGA LÍMITE: 04/05/2025

ALUMNO: Freire Ismael

TEMA

Tipos de errores

OBJETIVOS

- Calcular y analizar los distintos errores como lo son error real, absoluto, relativo y relativo porcentual en valores aproximados, utilizando datos proporcionados, con el fin de comprender su impacto en la obtención de cálculos o mediciones precisas.

MARCO TEÓRICO

Ningún ser vivo se halla exento de cometer errores de cualquier tipo y especialmente como seres humanos, el cometer alguna especie de error en la toma de un valor o la propia medición de este lo acerca aún mas a necesidad de evaluar que tan alejado se encuentra de lo exacto. Por esa razón, antes que nada, se debe tener presente dos términos sumamente importantes en este capo, la exactitud y precisión, el primero indica cuán cerca está una medición del valor real, es decir, se refiere a la proximidad de un resultado a su valor

verdadero o real. Mientras que el segundo, precisión, se refiere a cuan consistentes son varias mediciones entre sí, es decir, la cercanía de un conjunto de resultados entre ellos.

Continuando, tanto en el análisis numérico como en la computación enfocada al ámbito científico, el manejo de errores ha resultado indispensable debido a la dificultad de representar valores numéricos finitos en sistemas digitales. Por ello, surgen mecanismos que permiten manejar valores cortos y finitos en lugar de una gran cantidad de números que no se podrían representar adecuadamente, estos son:

- **Error de redondeo:** Se produce al redondear un valor numérico a un número fijo de cifras decimales, en el que si la cifra decimal del número es mayor o igual a 0.5 se aproxima a su inmediato superior. En cambio, si es menor, se aproxima a su inmediato inferior.
- **Error de corte o truncamiento:** Se produce cuando se eliminan cifras significativas de un valor numérico. Esto puede llevar a una pérdida de “información” y a resultados inexactos.

Por otro lado, existen métodos que ayudan a cuantificar la discrepancia que puede ocurrir al medir, redondear o al truncar, estos se detallan a continuación:

- **Error real**

$$E_r = p - \hat{p}$$

- **Error absoluto**

$$E_a = |p - \hat{p}|$$

- **Error relativo**

$$E_r = \frac{|p - \hat{p}|}{|p|}$$

- **Error relativo porcentual**

$$E_p = \frac{|p - \hat{p}|}{|p|} * \times 100 \%$$

DESARROLLO

1. . Calcule los errores absoluto y relativo en las aproximaciones de p por \hat{p}

a. $p = \pi$, $p^* = \frac{22}{7}$

$$\begin{aligned}
 \text{error}_{\text{abs}} &= |p - p^*| \\
 &= |\pi - 99/7| \\
 &= 1,964 \times 10^{-3}
 \end{aligned}
 \qquad
 \begin{aligned}
 \text{error}_{\text{rel}} &= \left| \frac{p - p^*}{p} \right| \\
 &= \left| \frac{\pi - 99/7}{\pi} \right| \\
 &= 4,024 \times 10^{-4}
 \end{aligned}$$

Figura 1: Ej 1 literal a)

b. $p = \pi$, $p^* = 3,1416$

$$\begin{aligned}
 \text{error}_{\text{abs}} &= |p - p^*| \\
 &= |\pi - 3,1416| \\
 &= 7,346 \times 10^{-6}
 \end{aligned}
 \qquad
 \begin{aligned}
 \text{error}_{\text{rel}} &= \left| \frac{p - p^*}{p} \right| \\
 &= \left| \frac{\pi - 3,1416}{\pi} \right| \\
 &= 2,338 \times 10^{-6}
 \end{aligned}$$

Figura 2: Ej 1 literal b)

c. $p = e$, $p^* = 2,718$

$$\begin{aligned}
 \text{error}_{\text{abs}} &= |p - p^*| \\
 &= |e - 2,718| \\
 &= 2,818 \times 10^{-4}
 \end{aligned}
 \qquad
 \begin{aligned}
 \text{error}_{\text{rel}} &= \left| \frac{p - p^*}{p} \right| \\
 &= \left| \frac{e - 2,718}{e} \right| \\
 &= 1,036 \times 10^{-4}
 \end{aligned}$$

Figura 3: Ej 1 literal c)

d. $p = \sqrt{2}$, $p^* = 1,414$

$$\begin{aligned}
 \text{error}_{\text{abs}} &= |p - p^*| \\
 &= |\sqrt{2} - 1,414| \\
 &= 2,35 \times 10^{-4}
 \end{aligned}
 \qquad
 \begin{aligned}
 \text{error}_{\text{rel}} &= \left| \frac{p - p^*}{p} \right| \\
 &= \left| \frac{\sqrt{2} - 1,414}{\sqrt{2}} \right| \\
 &= 1,510 \times 10^{-4}
 \end{aligned}$$

Figura 4: Ej 1 literal d)

2. . Calcule los errores absoluto y relativo en las aproximaciones de p por \hat{p}

a. $p = e^{10}$, $p^* = 22000$

$$\begin{aligned} \text{error}_{abs} &= |p - p^*| \\ &= |e^{10} - 22000| \\ &= 26,4657, \\ \text{error}_{rel} &= \left| \frac{p - p^*}{p} \right| \\ &= \left| \frac{e^{10} - 22000}{e^{10}} \right| \\ &= 1,901 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

Figura 5: Ej 2 literal a)

b. $p = 10^\pi$, $p^* = 1400$

$$\begin{aligned} \text{error}_{abs} &= |p - p^*| \\ &= |10^\pi - 1400| \\ &= 14,544, \\ \text{error}_{rel} &= \left| \frac{p - p^*}{p} \right| \\ &= \left| \frac{10^\pi - 1400}{10^\pi} \right| \\ &= 0,0104, \end{aligned}$$

Figura 6: Ej 2 literal b)

c. $p = 8!$, $p^* = 39900$

$$\begin{aligned} \text{error}_{abs} &= |p - p^*| \\ &= |8! - 39900| \\ &= 490, \\ \text{error}_{rel} &= \left| \frac{p - p^*}{p} \right| \\ &= \left| \frac{8! - 39900}{8!} \right| \\ &= 0,0104, \end{aligned}$$

Figura 7: Ej 2 literal c)

d. $p = 9!$, $p^* = \sqrt{18\pi \left(\frac{9}{e}\right)^9}$

$$\begin{aligned}
 \text{error}_{\text{abs}} &= |p - p^*| \\
 &= |9! - \sqrt{18\pi}^9 (9/e)^9| \\
 &= 3343,127, \\
 \text{error}_{\text{rel}} &= \left| \frac{p - p^*}{p} \right| \\
 &= \left| \frac{9! - \sqrt{18\pi}^9 (9/e)^9}{9!} \right| \\
 &= 9,212 \times 10^{-5}
 \end{aligned}$$

Figura 8: Ej 2 literal d)

3. . Encuentre el intervalo más largo en el que se debe encontrar \hat{p} para aproximarse a p con error relativo máximo de (10^{-4}) para cada valor de p .

Previo a la resolución de los ejercicios, se debe obtener el intervalo a través de:

$$\begin{aligned}
 \text{error}_{\text{rel}} &= \left| \frac{p - p^*}{p} \right| \\
 \left| \frac{p - p^*}{p} \right| &\leq 10^{-4} \\
 \cancel{|p|} \cdot \left| \frac{p - p^*}{\cancel{|p|}} \right| &\leq 10^{-4} \cdot |p| \\
 |p - p^*| &\leq 10^{-4} \cdot |p| \\
 p - 10^{-4}p &\leq p^* \leq p + 10^{-4}p
 \end{aligned}$$

Figura 9: Ej 3 Obtención intervalo

a. π

$$\begin{aligned}
 & a) \pi \\
 & \pi - 10^{-4} \pi \leq p^* \leq \pi + 10^{-4} \pi \\
 & 3,141278494 \leq p^* \leq 3,141906813 \\
 & p^* \in [3,141278494; 3,141906813]
 \end{aligned}$$

Figura 10: Ej 3 literal a)

b. e

$$\begin{aligned}
 & b) e \\
 & e - 10^{-4} e \leq p^* \leq e + 10^{-4} e \\
 & 2,71801 \leq p^* \leq 2,718553657 \\
 & p^* \in [2,71801; 2,718553657]
 \end{aligned}$$

Figura 11: Ej 3 literal b)

c. $\sqrt{2}$

$$\begin{aligned}
 & c) \sqrt{2} \\
 & \sqrt{2} - 10^{-4} \sqrt{2} \leq p^* \leq \sqrt{2} + 10^{-4} \sqrt{2} \\
 & 1,414072141 \leq p^* \leq 1,414354984 \\
 & p^* \in [1,414072141; 1,414354984]
 \end{aligned}$$

Figura 12: Ej 3 literal c)

d. $\sqrt[3]{7}$

$$\begin{aligned}
 & d) \sqrt[3]{7} \\
 & \sqrt[3]{7} - 10^{-4} \sqrt[3]{7} \leq p^* \leq \sqrt[3]{7} + 10^{-4} \sqrt[3]{7} \\
 & 1,91273989 \leq p^* \leq 1,913122476 \\
 & p^* \in [1,91273989; 1,913122476]
 \end{aligned}$$

Figura 13: Ej 3 literal d)

4. . El número e se puede definir por medio de

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!},$$

donde $n! = n(n-1) \cdots 2 \cdot 1$ para $n \neq 0$ y $0! = 1$.

4.1 Calcule los errores absoluto y relativo en la siguiente aproximación de e :

a.

$$e = \sum_{n=0}^5 \frac{1}{n!},$$

$$\sum_{n=0}^5 \left(\frac{1}{n!} \right) = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} = 2,716666667$$

$$\text{error}_{\text{abs}} = |p - p^*|$$

$$= |e - 2,716666667| = 1,615 \times 10^{-3}$$

$$\text{error}_{\text{rel}} = \left| \frac{p - p^*}{p} \right|$$

$$= \left| \frac{e - 2,716666667}{e} \right| = 5,941 \times 10^{-4}$$

Figura 14: Ej 4 literal a)

b.

$$e = \sum_{n=0}^{10} \frac{1}{n!},$$

$$\sum_{n=0}^{10} \left(\frac{1}{n!} \right) = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} + \dots + \frac{1}{10!} = 2,718281801$$

$$\text{error}_{\text{abs}} = |p - p^*|$$

$$= |e - 2,718281801| = 2,731 \times 10^{-8}$$

$$\text{error}_{\text{rel}} = \left| \frac{p - p^*}{p} \right|$$

$$= \left| \frac{e - 2,718281801}{e} \right| = 1,010 \times 10^{-8}$$

Figura 15: Ej 4 literal b)

5. . Suponga que dos puntos

$$(x_0, y_0) \text{ y } (x_1, y_1)$$

pertenecen a una recta con condición

$$y_1 \neq y_0$$

Existen dos fórmulas para encontrar la intersección x de la línea:

$$x = \frac{x_0 y_1 - x_1 y_0}{y_1 - y_0}$$

$$x = x_0 - \frac{(x_1 - x_0)y_0}{y_1 - y_0}$$

a. Use los datos $(x_0, y_0) = (1,31, 3,24)$ y $(x_1, y_1) = (1,93, 4,76)$ y la aritmética de redondeo de tres dígitos para calcular la intersección con x de ambas maneras. ¿Cuál método es mejor y por qué?:

$$x_1 = \frac{(1,31 \times 4,76) - (1,93 \times 3,24)}{4,76 - 3,24}$$

$$= -0,0116$$

Figura 16: Ej 5 Ecuación 1

$$x_2 = 1,31 - \frac{(1,93 - 1,31) \cdot 3,24}{4,76 - 3,24}$$

$$= -0,0116$$

Figura 17: Ej 5 Ecuación 2

El segundo método resulta ser el mejor porque tiene menos cantidad de operaciones (multiplicaciones) que el primero, y esto reduce significativamente el error que se pueda generar.

CONCLUSIONES

Al manejar operaciones numéricas, los errores siempre estarán presentes en mayor o menor medida ya sea por limitaciones en la representación de números o por aproximaciones realizadas intencionalmente como aplicar redondeo o truncamiento. A través de la práctica desarrollada, no solo se consolidó la comprensión teórica de conceptos fundamentales como el error absoluto y relativo, sino que también se evidenció su relevancia en escenarios prácticos como fue en la realización de ejercicios.

RECOMENDACIONES

La gestión de errores es un ejercicio importante que debe ser realizado para evitar cualquier tipo de problema que se pueda generar, tal como una inconsistencia o similar. Por lo que es importante no solo mantenerla como un ejercicio teórico, sino como una práctica esencial en temas como de ingeniería y sistemas computacionales.

REFERENCIAS

- [1] C. Velazco and O. Aldahir. (2022) Fundamentos en teoría de errores para la gestión metrológica en ingeniería eléctrica y carreras afines. Repositorio Institucional Unipamplona. [Online]. Available: <http://repositoriodspace.unipamplona.edu.co/jspui/handle/20.500.12744/5071>