


ALGORITMOS NUMÉRICOS POR COMPUTADORA  
Doctor Ángel Fernando Kuri Morales

# Integración numérica


Sofía Hernández Mendoza  
Carlos Lozada Rojas  
Miguel Ángel Cifuentes Jiménez





# ¿Qué es?

La integración numérica es un  
conjunto de algoritmos para  
calcular el valor numérico de una  
integral definida





# Objetivo de la integración numérica

## Problema básico

Calcular una solución aproximada a la integral definida:

$$\int_a^b f(x) dx$$

## Problema de valor inicial

Este problema es parecido al problema de valor inicial para una ecuación diferencial.

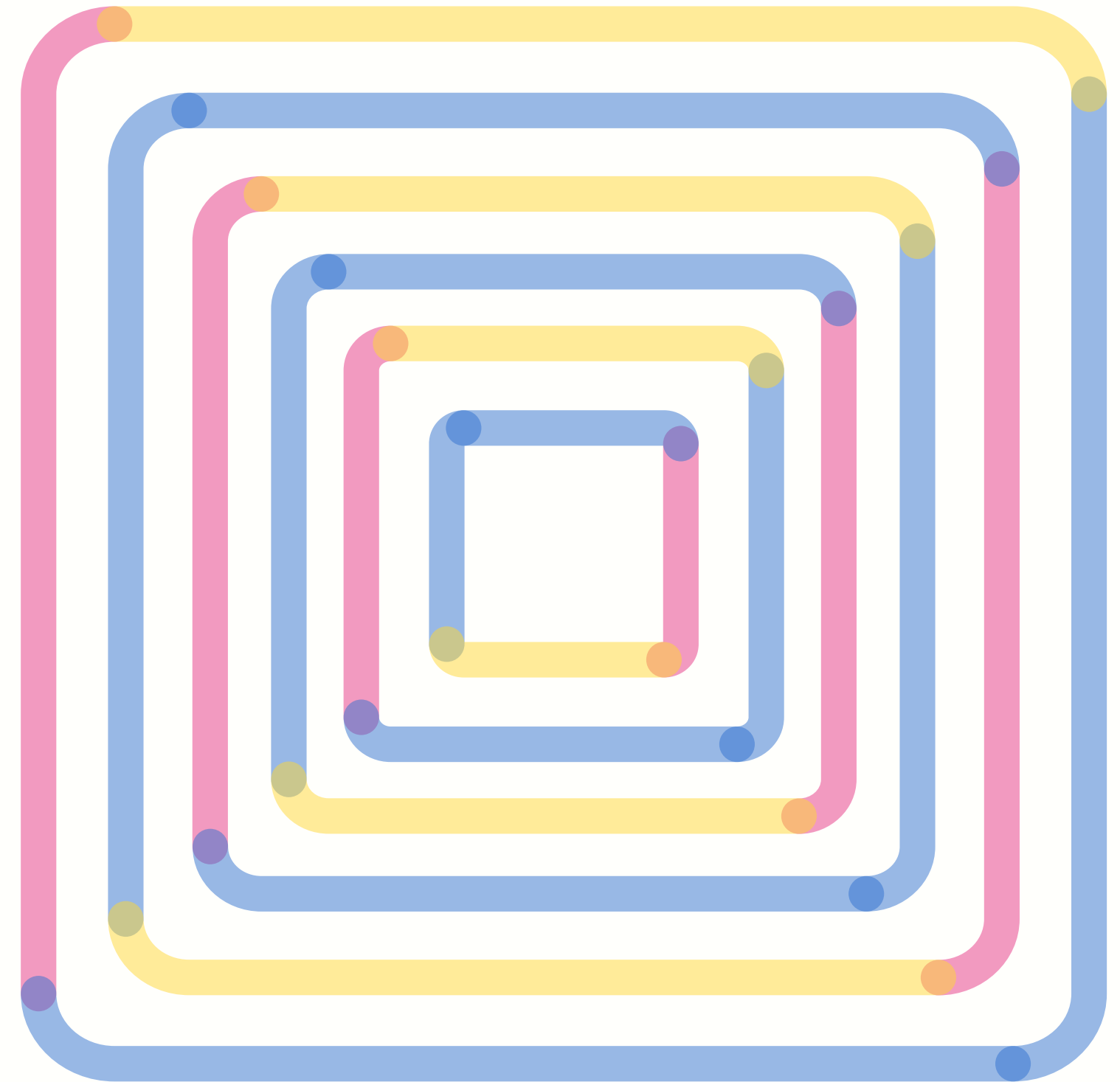
$$y'(x) = f(x), \quad y(a) = 0$$

# Ventajas

## Solución analítica y solución numérica

Existen integrales que no son tan sencillas de resolver de manera analítica o, simplemente, no tienen solución de forma analítica. Por esta razón, tenemos la posibilidad de resolver este tipo de problemas mediante procesos numéricos. La diferencia entre estas dos soluciones es la siguiente:

- *Solución analítica*: nos da un resultado exacto.
- *Solución numérica*: nos da una aproximación del resultado.



# Métodos para integrales unidimensionales

## MÉTODOS A PARTIR DE INTERPOLACIÓN

- Fórmulas de Newton-Cotes.
- Regla del rectángulo.
- Regla del punto medio
- Regla del trapecio
- Regla de Simpson
- Reglas compuestas
- Cuadratura de Gauss





# Cuadratura de Gauss

## Solución analítica y solución numérica

Es una cuadratura que selecciona los puntos de la evaluación de manera óptima y no en una forma igualmente espaciada, construida para dar el resultado de un polinomio de grado  $2n-1$  o menos, elegibles para los puntos  $x_i$  y los coeficientes  $w_i$  para  $i=1,\dots,n$ . El dominio de tal cuadratura por regla es de  $[-1, 1]$  dada por:

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx \sum_{i=1}^n w_i f(x_i)$$

# Polinomios de Legendre

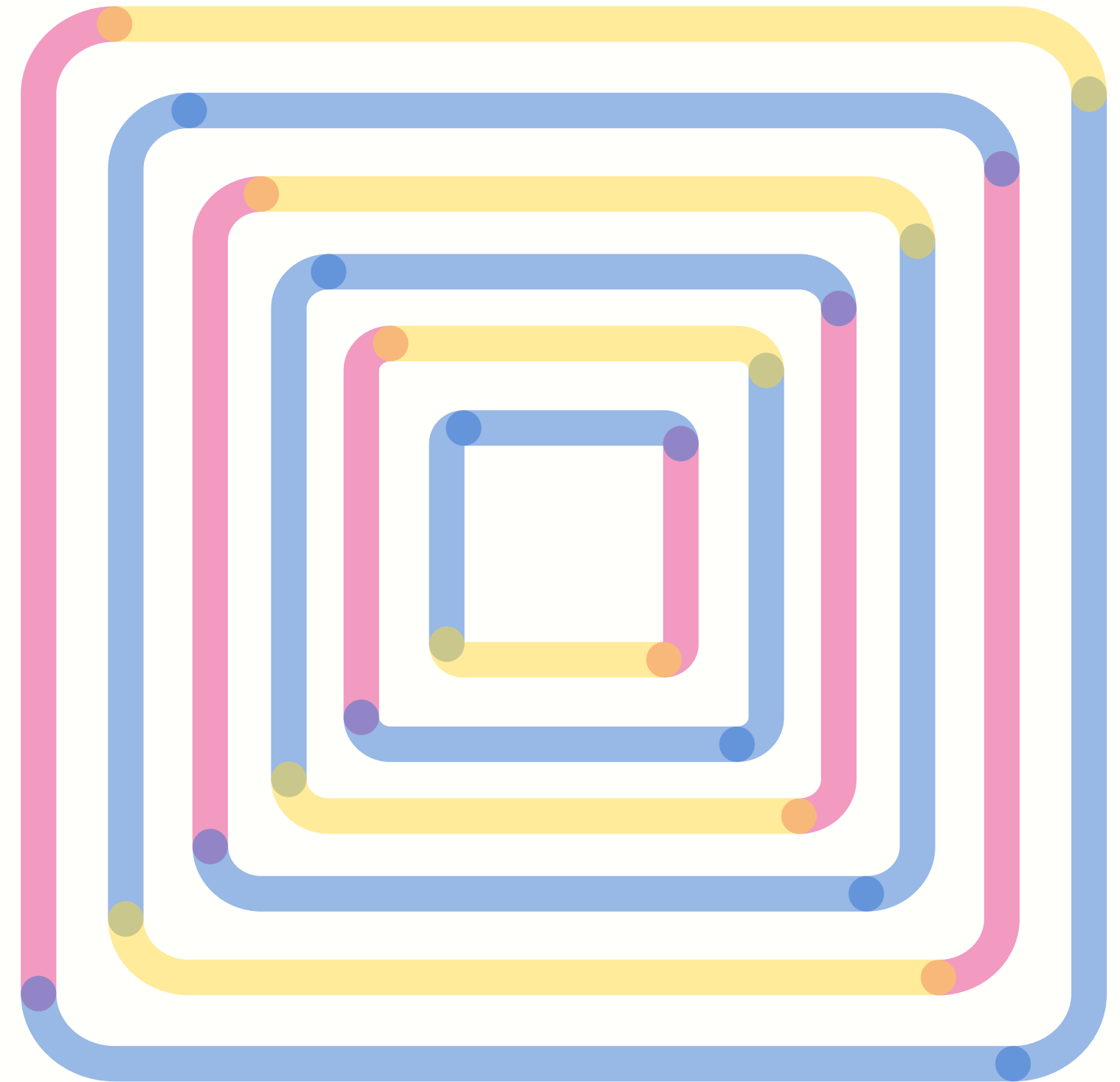
La ecuación diferencial de Legendre puede resolverse usando el método de serie de potencias. Las soluciones forman una familia de polinomios ortogonales llamados Polinomios de Legendre. Cada polinomio de Legendre  $P_n(x)$  es un polinomio de grado  $n$ . Éste puede ser expresado usando la Fórmula de Rodrigues.





# Fórmula de Rodrigues

Es una fórmula para los polinomios de Legendre introducida por Olinde Rodrigues (1816), James Ivory (1824) y Carl Gustav Jacobi (1827). El nombre de fórmula de Rodrigues fue propuesto por Eduard Heine en 1878, después de que Hermite señalase en 1865 que Rodrigues fue el primero en descubrirlo. El término también se utiliza para describir fórmulas similares para otros polinomios ortogonales.





# Referencias

Wikipedia, (2020). "Integración numérica" [En línea]. Consultado el 6 de octubre del 2020. Disponible en:  
[https://es.wikipedia.org/wiki/Integraci%C3%B3n\\_num%C3%A9rica](https://es.wikipedia.org/wiki/Integraci%C3%B3n_num%C3%A9rica)

Scipy, "Numerical Methods using Python" [En línea]. Consultado el 1 de octubre del 2020. Disponible en:  
<https://www.southampton.ac.uk/~fangohr/teaching/python/book/html/16-scipy.html>