Tipos Abstractos de Datos

Ernesto Rodriguez

Universidad del Itsmo

erodriguez@unis.edu.gt

Tipos Abstractos de Dato (ADT)

Sea $\mathcal{S}^0 := \{\mathbb{A}_1, \ldots, \mathbb{A}_n\}$ un confjunto finito de simbolos, se conoce a $\mathcal{S}$ como el conjunto de **tipos** tal que:

- $\mathcal{S}^0 \subseteq \mathcal{S}$
- Si $\mathbb{A}, \mathbb{B} \in \mathcal{S}$, entonces $(\mathbb{A} \times \mathbb{B}) \in \mathcal{S}$
- Si $\mathbb{A} \in \mathcal{X}$ y $\mathbb{B} \in \mathcal{S}^0$, entonces $(\mathbb{A} \to \mathbb{B}) \in \mathcal{S}$

Tipos Abstractos de Dato

- Si c es un simbolo y $\mathbb{A} \in \mathcal{S}$, se le conoce a la pareja $[c : \mathbb{A}]$ una **declaracion de constructor** para c en $\mathcal{S}$
- Si $\mathcal{S}^0$ es un conjunto de simbolos y $\mathcal{D}$ un conjunto de **declaraciones de constructores** en $\mathcal{S}$, se conoce a la pareja $\langle \mathcal{S}^0, \mathcal{D} \rangle$ como un **Tipo abstracto de Dato**
- **Ejemplo:** $\langle \{\mathbb{B}\}, \{[T : \mathbb{B}], [F : \mathbb{B}]\} \rangle$ es un tipo abstracto de dato que representa los booleanos.
- **Ejemplo:** $\langle \{\mathbb{N}\}, \{[o : \mathbb{N}], [s : \mathbb{N} \to \mathbb{N}]\} \rangle$ representa los numeros naturales.
- **Ejemplo:** $\langle \{\mathbb{N}, \mathcal{L}(\mathbb{N})\}, \{[o : \mathbb{N}], [s : \mathbb{N} \to \mathbb{N}], [\mathtt{nil} : \mathcal{L}(\mathbb{N})], [\mathtt{cons} : \mathbb{N} \times \mathcal{L}(\mathbb{N}) \to \mathcal{L}(\mathbb{N})]\} \rangle$ representa una lista de naturales.

Terminos Constructores

Sea $\mathcal{A} := \langle \mathcal{S}^0, \mathcal{D} \rangle$ un tipo abstracto de datos. Se conoce el termino t como un **termino constructor del tipo** $\mathbb{T}$ ssi:

- $\mathbb{T} \in \mathcal{S}^0$ y $[t : \mathbb{T} \in \mathcal{D}]$ o
- $\mathbb{T} = \mathbb{A} \times \mathbb{B}$ y t tiene la forma $\langle a, b \rangle$, donde a y b son constructores de los tipos $\mathbb{A}$ y $\mathbb{B}$.
- t tiene la forma $c(a)$ donde a es un termino constructor del tipo $\mathbb{A}$ y hay un constructor con la declaración $[c : \mathbb{A} \to \mathbb{T}] \in \mathcal{D}$

Se utiliza la notación $\mathcal{T}^g_{\mathbb{A}}(\mathcal{A})$ para representar el conjunto de todos los constructores del tipo $\mathbb{A}$ y utilizamos $\mathcal{T}^g(\mathcal{A}) := \cup_{\mathbb{A} \in \mathcal{S}} \mathcal{T}^g_{\mathbb{A}}(\mathcal{A})$

Aximoas de Peano para ADTs

- Si t es un constructor del tipo $\mathbb{T}$, entonces $t \in \mathbb{T}$
- La igualdad es trivial (igualdad estructural)
- Solo los terminos constructores de $\mathbb{T}$ pertenecen al tipo $\mathbb{T}$

Computación mediante Constructores

- Se desea entender la computacion de data en ADTs
- Consideremos un ejemplo concreto: $\mathcal{B} := \langle\{\mathbb{B}\}, \{[\mathtt{T} : \mathbb{B}], [\mathtt{F} : \mathbb{B}]\}\rangle$ y las operaciones que ya conocemos: $\wedge$, $\vee$, $\neg$ como "y", "o" y "no"
- La idea es imaginar que estas funciones son "equaciones". Por ejemplo $\neg(\mathtt{T}) = \mathtt{F}$ donde representamos a $\neg(\mathtt{T}) \rightsquigarrow \mathtt{F}$ para indicar la dirección del flujo.

Computación mediante Constructores

Las operaciones se presentan declarando tipos y ecuaciones:

$$\neg : \langle \neg :: \mathbb{B} \to \mathbb{B}\,;\ \{\neg(T) \rightsquigarrow F, \neg(F) \rightsquigarrow T\}\rangle,$$
$$\wedge : \langle \wedge :: \mathbb{B} \times \mathbb{B} \to \mathbb{B}\,;\ \{\wedge(T,T) \rightsquigarrow T, \wedge(T,F) \rightsquigarrow F, \wedge(F,T) \rightsquigarrow F, \wedge(F,F) \rightsquigarrow F\}\rangle,$$
$$\vee : \langle \vee :: \mathbb{B} \times \mathbb{B} \to \mathbb{B}\,;\ \{\vee(T,T) \rightsquigarrow T, \vee(T,F) \rightsquigarrow T, \vee(F,T) \rightsquigarrow T, \vee(F,F) \rightsquigarrow F\}\rangle.$$

Y computar simplemente significa reemplazar iguales por iguales:

$$\vee(T, \wedge(F, \neg(F))) \rightsquigarrow \vee(T, \wedge(F, T)) \rightsquigarrow \vee(T, F) \rightsquigarrow T$$