

2.

$$(x, y) \leftrightarrow (u, v)$$

$$x = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}, \quad x' = \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix}$$

$$x' \sim Hx$$

$$x' = \lambda Hx$$

Para eliminar λ

$$x' \times (Hx) = 0$$

Entonces

$$xh_{11} + yh_{12} + h_{13} - u(xh_{31} + yh_{32} + h_{33}) = 0 \quad (1)$$

$$xh_{21} + yh_{22} + h_{23} - u(xh_{31} + yh_{32} + h_{33}) = 0 \quad (2)$$

$$h = [h_{11} \ h_{12} \ h_{13} \ h_{21} \ h_{22} \ h_{23} \ h_{31} \ h_{32} \ h_{33}]^T$$

$$Hx = \begin{bmatrix} h_{11}x + h_{12}y + h_{13} \\ h_{21}x + h_{22}y + h_{23} \\ h_{31}x + h_{32}y + h_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}. \quad Ah = 0$$

$$\text{La condición} \\ x' \times \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = 0$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} x & y & 1 & 0 & 0 & 0 & -ux & -uy & -u \\ 0 & 0 & 0 & x & y & 1 & -vx & -vy & -v \end{bmatrix}$$

En este caso $Ah = 0$
Con $A \in \mathbb{R}^{2n \times 9}$

No se puede invertir porque A no es cuadrado
 $n > 4$, entonces $2n > 9$

No existe A^{-1}

y $Ah \neq 0$

No existe un h que satisfaga
el sistema

$$\min_{h \neq 0} \|Ah\|$$

El error mínimo compatible con una homografía bajo ruido

- Mide qué tan consistentes son las correspondencias.
- Cuánto se alejan de un modelo proyectivo perfecto.
- Qué tan bien una sola homografía explica los datos.

3. Task 1

$$(x_i, y_i) \mapsto (u_i, v_i)$$

$$\Delta_1 = \begin{bmatrix} 1 & y_i & 1 & 0 & 0 & 0 & -u_i x_i & -u_i y_i & -u_i \\ 0 & 0 & 0 & x_i & y_i & 1 & -v_i x_i & -v_i y_i & -v_i \end{bmatrix},$$

$$AGR^{8 \times 9} \quad \Delta h = 0$$

Para existir una solución hasta escala

$$\text{rank}(A) = 8$$

Entonces

$$\dim(N(A)) = 9 - 8 = 1$$

Condición de Colinealidad

$$L = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \text{ tal que } \begin{cases} L^T x_1 = 0 \\ L^T x_2 = 0 \\ L^T x_3 = 0 \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} ax_1 + bx_2 + cx_3 = 0 \\ \dots \end{array} \right.$$

Si 3 puntos están sobre la misma recta L , entonces las restricciones del DLT se concentran en como se transforma en esa recta

Perdida de Rango

$$\rightarrow \text{rank}(A) \leq 8$$

por lo tanto

$$\dim(N(A)) = 9 - \text{rank}(A) \geq 1$$

Espacio nulo:

$$\Delta h = 0 \rightarrow \text{No existe una única homografía}$$

\rightarrow Hay infinitas soluciones compatibles con las ecuaciones

con 3 puntos colineales

\rightarrow solo estamos fijando como se transforma una linea

\rightarrow Una homografía puede deformar el plano en muchas maneras distintas que coinciden sobre esa linea.

\rightarrow Por lo tanto, el problema