

2.

$$(x, y) \leftrightarrow (u, v)$$

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}, \quad X' = \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix}$$

$$X' \sim HX$$

$$X' = \lambda HX$$

Para eliminar λ

$$X'X(HX) = 0$$

Entonces

$$HX = \begin{bmatrix} h_{11}x + h_{12}y + h_{13} \\ h_{21}x + h_{22}y + h_{23} \\ h_{31}x + h_{32}y + h_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \cdot A_i h = 0$$

La condición

$$X'X \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = 0$$

$$xh_{11} + yh_{12} + h_{13} - u(xh_{31} + yh_{32} + h_{33}) = 0$$

$$xh_{21} + yh_{22} + h_{23} - u(xh_{31} + yh_{32} + h_{33}) = 0$$

$$h = [h_{11} \ h_{12} \ h_{13} \ h_{21} \ h_{22} \ h_{23} \ h_{31} \ h_{32} \ h_{33}]^T$$

$$A_i = \begin{bmatrix} x & y & 1 & 0 & 0 & 0 & -ux & -uy & -u \\ 0 & 0 & 0 & x & y & 1 & -vx & -vy & -v \end{bmatrix}$$

En este caso $Ah = 0$
Con $A \in \mathbb{R}^{2n \times 9}$

No se puede invertir porque A no es cuadrada
 $n > 4$, entonces $2n > 9$

No existe A^{-1}

$$\neq Ah \neq 0$$

No existe un h que satisfaga el sistema

$$\min_{h \neq 0} \|Ah\|$$

El error mínimo compatible con una homografía bajo ruido

- Mide qué tan consistentes son las correspondencias.
- Cuánto se alejan de un modelo proyectivo perfecto.
- Qué tan bien una sola homografía explica los datos.

3. Task 1

$$(u_i, y_i) \leftrightarrow (u_i, v_i)$$

$$A_i = \begin{bmatrix} u_i & y_i & 1 & 0 & 0 & 0 & -v_i u_i & -v_i y_i & -v_i \\ 0 & 0 & 0 & u_i & y_i & 1 & -v_i u_i & -v_i y_i & -v_i \end{bmatrix}$$

$$A \in \mathbb{R}^{8 \times 9} \quad A \mathbf{h} = 0$$

Para existir una solución hasta escala

$$\text{rank}(A) = 8$$

Entonces

$$\dim(N(A)) = 9 - 8 = 1$$

Condición de Colinealidad

$$L = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \text{ tal que } \begin{cases} L^T x_1 = 0 \\ L^T x_2 = 0 \\ L^T x_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ax_1 + by_1 + c = 0 \\ ax_2 + by_2 + c = 0 \\ ax_3 + by_3 + c = 0 \end{cases}$$

Si 3 puntos están sobre la misma recta L entonces las restricciones del DLT se concentran en como se transforma en esa recta

Pérdida de Rango

$$\rightarrow \text{rank}(A) < 8$$

por lo tanto

$$\dim(N(A)) = 9 - \text{rank}(A) > 1$$

Espacio nulo:

$A \mathbf{h} = 0 \rightarrow$ No existe una única homografía

\rightarrow Hay infinitas soluciones compatibles con las ecuaciones

con 3 puntos colineales

\rightarrow solo estamos fijando como se transforma una línea

\rightarrow Una homografía puede deformar el plano en muchas maneras distintas que coinciden sobre esa línea.

\rightarrow Por lo tanto, el problema