NOMBRE DEL ALUMNO: *BRANDON REYES GARCÍA* *20110138*	***DATOS ESCOLARES***: *GRADO:6 GRUPO: E*
MATERIA: *INTELIGENCIA ARTIFICIAL.*	***ACTIVIDAD***: *TAREA 2*
LUGAR Y FECHA: *GUADALAJARA, JALISCO, MÉXICO A 29 DE AGOSTO DEL 2022.*	

Investigación

Temas
1.1.1.Definición formal de conjunto.

Un conjunto es la agrupación de diferentes elementos que comparten entre sí características y propiedades semejantes. Estos elementos pueden ser sujetos u objetos, tales como números, canciones, meses, personas, etc. Por ejemplo: el conjunto de números primos o el conjunto de planetas del sistema solar.

A su vez, un conjunto puede convertirse también en un elemento. Por ejemplo: en el caso de un ramo de flores, en principio una flor sería el primer elemento, pero al conjunto de flores se lo puede considerar luego como un ramo de flores, convirtiéndose así, en un nuevo elemento.

Un conjunto es una colección de elementos. Normalmente están caracterizados por compartir alguna propiedad. Para que un conjunto esté bien definido debe ser posible discernir si un elemento arbitrario está o no en él.

Los conjuntos pueden definirse de manera explícita, citando todos los elementos de los que consta entre llaves,

A={1,2,3,4,5}

o implícita, dando una o varias características que determinen si un elemento dado está o no en el conjunto,

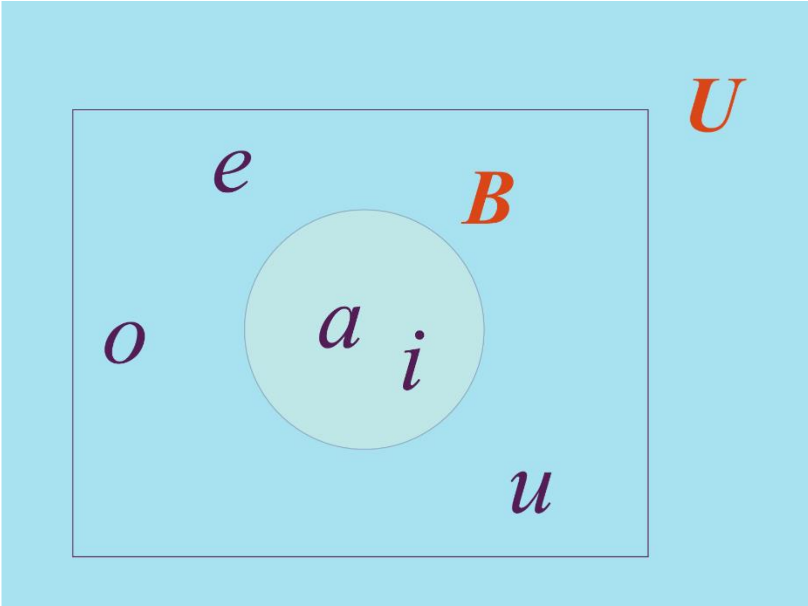
A={numeros naturales del 1 al 5}.

1.1.2.El conjunto universal y el conjunto vacío.

Conjunto Universal

Con el ánimo de evitar confusiones, cuando definimos un conjunto debemos especificar de dónde se están tomando los elementos que lo conforman. Esto significa que debe existir una base de la cual tomamos estos elementos, esta base sobre el cual trabajamos es llamada conjunto universal. Usaremos siempre la letra U para representar el conjunto universal.

Así, diremos que: el CONJUNTO UNIVERSAL establece el contexto de trabajo. Es decir, es el conjunto en el que se enmarca una determinada teoría o problema.

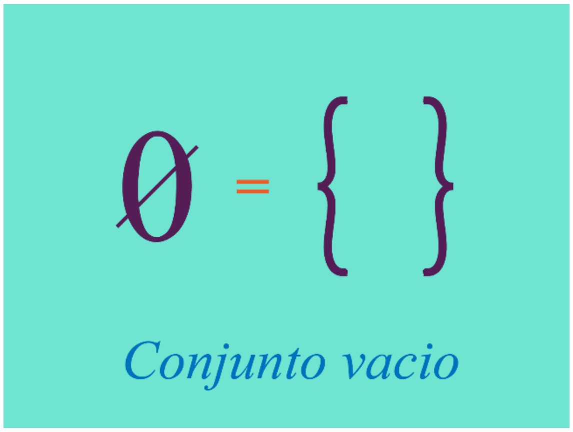


Por ejemplo, si quieres definir B como el conjunto conformado por las vocales a e i , el conjunto universal podría ser el conjunto de las vocales. En la figura anterior se muestra cómo puedes usar los diagramas de Venn para representar la relación entre el conjunto B y su conjunto universal U.

Observa que el conjunto universal puede tener exactamente los elementos de los conjuntos que abarca o más.

Conjunto vacío

Consideremos la existencia de un conjunto que no tiene elementos, este es llamado conjunto vacío. Para representar dicho conjunto usamos el reconocido símbolo del vacío, como se muestra en la imagen de abajo:



También, haciendo uso de la descripción por extensión, representamos el conjunto vacío por medio de los corchetes {}. Como el conjunto vacío no tiene elementos, no podemos ubicar ningún elemento en el interior de los corchetes.

1.1.1. Definición de conjuntos por extensión y por comprensión.

Por Extensión ó Forma Tabular: Un conjunto se determina por extensión, o sea por enumeración, cuando se listan los elementos del conjunto.

Ejemplo 1

A = {a, e, i, o, u} B = {0, 2, 4, 6, 8} C = {c, o, n, j, u, t, s}

En un conjunto determinado por extensión no se repite un mismo elemento.

Por comprensión o Forma Constructiva
Un conjunto se determina por comprensión, cuando se da una propiedad, que la cumplan todos los elementos del conjunto.

Ejemplo 2 (Tomado de Curso Lógica matemática http://docencia.udea.edu.co/cen/logica/ Lic. Alberto Jaramillo Atehortúa)

A = {x/x es una vocal}

B = {x/x es un número par menor que 10}

C = {x/x es una letra de la palabra conjuntos}

Observe el siguiente cuadro comparativo de determinación de conjuntos:

Por Extensión	**Por comprensión**
A = { a, e, i, o, u }	A = { x/x es una vocal }
B = { 0, 2, 4, 6, 8 }	B = { x/x es un número par menor que 10 }
C = { c, o, n, j, u, t, s }	C = { x/x es una letra de la palabra conjuntos }
D = { 1, 3, 5, 7, 9 }	D = { x/x es un número impar menor que 10 }
E = { b, c, d, f, g, h, j, . . . }	E = { x/x es una consonante }

1.2. Operaciones con conjuntos.

Las operaciones con conjuntos también conocidas como álgebra de conjuntos, nos permiten realizar operaciones sobre los conjuntos para obtener otro conjunto. De las operaciones con conjuntos veremos las siguientes unión, intersección, diferencia, diferencia simétrica y complemento.

1.2.1. Igualdad de conjuntos.

Conjuntos Iguales: Dos o más conjuntos son iguales, cuando tienen los mismos elementos, tanto en número como en tipo. La igualdad se denota A = B. En la igualdad, el orden de los elementos de cada
conjunto no importa.

Ejemplo 4

A = {3, 9,17, 22} y B = {22, 9, 3, 17}   A = B

X = {Consonantes de la palabra MERCURIO} y Y = {M, R, C} X= Y

1.2.2. Subconjunto y superconjunto.

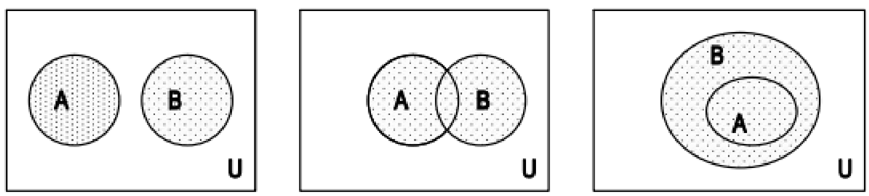
Si todo elemento de un conjunto R pertenece también al conjunto S, R es un subconjunto de S, y S es un superconjunto de R; utilizando símbolos, R S, o S R. Todo conjunto es un subconjunto y un superconjunto de sí mismo. Si R S, y al menos un elemento de S no pertenece a R, se dice que R es un subconjunto propio de S, y S es un superconjunto propio de R. Si R S y S R, es decir, todo elemento de un conjunto pertenece también al otro, entonces R y S son dos conjuntos iguales, lo que se escribe R = S. En los ejemplos del apartado anterior, S1 es un subconjunto propio de S2.

1.2.3. Unión, Intersección, complemento, diferencia y diferencia simétrica.

Unión de Conjuntos: La unión entre conjuntos da como resultado otro conjunto, formado por todos los elementos que pertenecen a cada conjunto que participa en la unión. Se denota A U B. Se define como:

$$A \cup B = \{x \,/\, x \in A \text{ o } x \in B\}$$

Y se grafica de la siguiente manera:



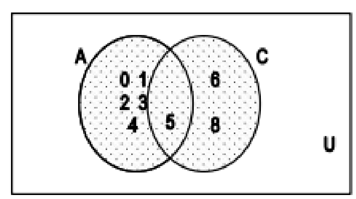
Sin elementos comunes **Con elementos comunes** **Todos elementos de A $\in$ B**

Dados los conjuntos: **A** = {0, 1, 2, 3, 4, 5}, **B** = {0, 2, 4} y **C** = {5, 6, 8}, efectuar y construir los diagramas respectivos:

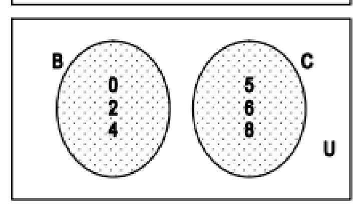
1. **AUB** 2. **B U C** 3. **A U C**

Resolviendo tendríamos:

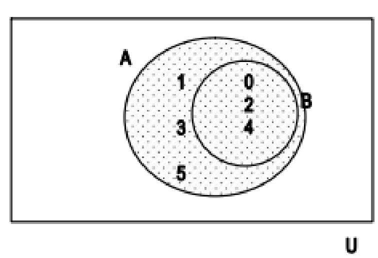
1. A = {0, 1, 2, 3, 4, 5 } y **C** = { 5, 6, 8 } **A U C** = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 }



2. B = {0, 2, 4} y **C** = {5, 6, 8} **B U C** = {0, 2, 4, 5, 6, 8}



3. A = {0, 1, 2, 3, 4, 5} y **B** = {0, 2, 4} **A U B** = {0, 1, 2, 3, 4, 5}

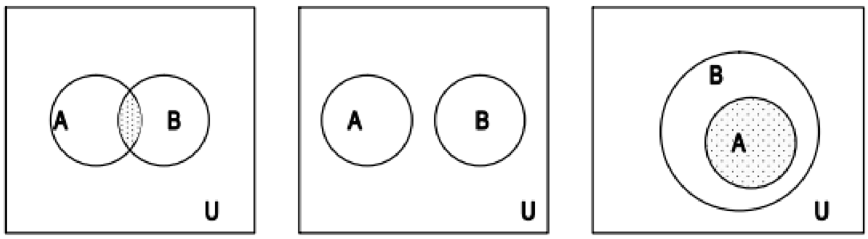


Intersección de Conjuntos:

La intersección entre conjuntos da como resultado otro conjunto de elementos que son comunes a los conjuntos intersectados. Se denota: A ∩ B, se define:

$$A \cap B = \{x / x \in A \text{ y } x \in B\}$$

Y su representación gráfica, mediante diagrama de Venn, es:

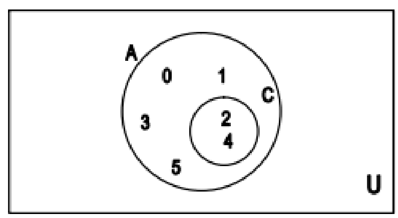


Con elementos comunes **Sin elementos comunes** **Todos elementos de A ∈ B**

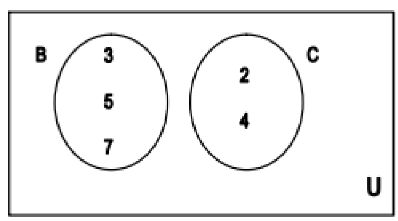
Dados los conjuntos: A = {0, 1, 2, 3, 4, 5}, B = {3, 5, 7} y C = {2, 4}, efectuar y construir los diagramas respectivos:

1. **A ∩ C** 2. **B ∩ C** 3. **A ∩ B**

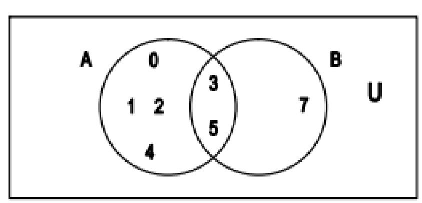
1. **A** = {0, 1, 2, 3, 4, 5} y **C** = {2, 4} **A ∩ C** = {2,4}



2. **B** = {3, 5, 7} y **C** = {2, 4} **B ∩ C** = { }



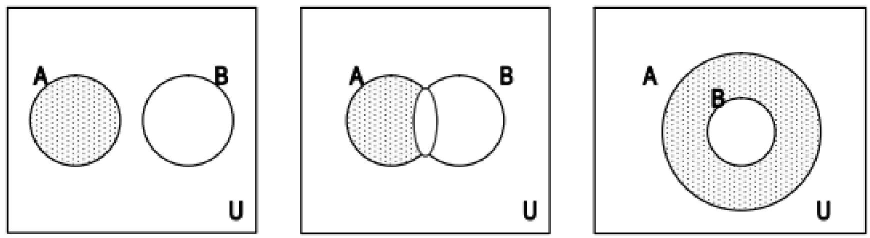
3. **A** = {0, 1, 2, 3, 4, 5} y **B** = {3, 5, 7} **A∩B** = {3,5}



Diferencia de conjuntos:
La diferencia entre conjuntos da como resultado otro, formado por todos los elementos del conjunto A, que no pertenecen al conjunto B. Se denota: A - B y se lee: A diferencia B o A menos B. Se define como:

$$A - B = \{x \,/\, x \in A \text{ y } x \notin B\}$$

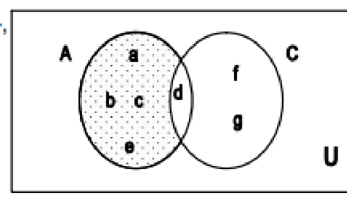
La representación gráfica, mediante diagramas de Venn, queda:



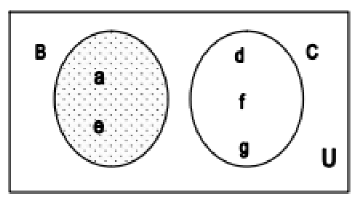
Sin elementos comunes   Con elementos comunes   Todos elementos de A ∈ B

Dados los conjuntos: A = {a, b, c, d, e}, B = {a, e} y C = {d, f, g}, ... spectivos:

1. **A – C**   2. **B – C**   3. **A – B**

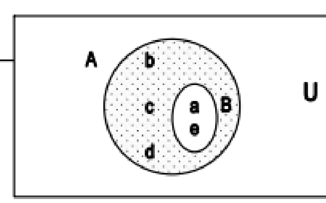


1. A = {a, b, c, d, e} y **C** = {d, f, g}   **A - C** = {a, b, c, e}



2. B = {a, e} y **C** = {d, f, g}   **B - C** = {a, e}

3. A = {a, b, c, d, e} y **B** = {a, e}   **A - B** = {b, c, d}

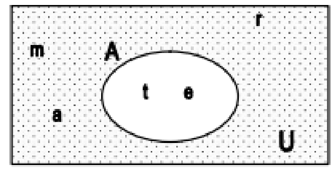


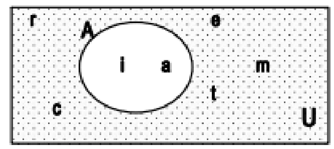
Complemento de un Conjunto:
Cuando un conjunto determinado, es subconjunto de otro conjunto, el cual corresponde al conjunto Universal U. El conjunto conformado por todos los elementos que están en el conjunto universal, pero que no están en el conjunto determinado, se denomina complemento. Se denota como A'. Y se define como:

Ejemplo 13

Dados los conjuntos:

1. U = {m, a, r, t, e} y **A** = {t, e} **A'** = {m, a, r}





2. U = {a, r, i, t, m, e, c} y **B** = {i, a} **B'** = {r, t, m, e, c}

La diferencia simétrica

es el conjunto de elementos que solo pertenecen a AAA o a B pero no a ambos a la vez.

También se puede expresar esta operación mediante otras operaciones entre conjuntos.

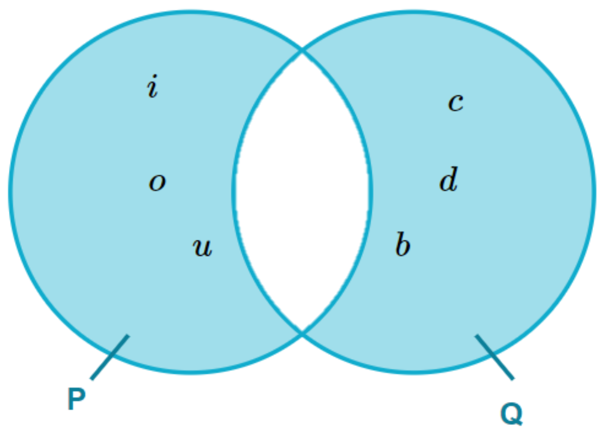
Sean los conjuntos:

P={a,e,i,o,u}

Q={a,b,c,d,e}

La diferencia simétrica de P y Q es:

P△Q={i,o,u,b,c,d}



1.3. Funciones.

Propiedades relacionadas con la Intersección y Unión.

Leyes de Idempotencia
a. A U A = A
b. A ∩ A = A

Leyes Asociativas
a. (A U B) U C = A U (B U C)
b. (A ∩ B) ∩ C = A ∩ (B ∩ C)

Leyes Conmutativas
a. A U B = B U A
b. A ∩ B = B ∩ A

Leyes Distributivas
a. A U (B ∩ C) = (A U B) ∩ (A U C)
b. A ∩ (B U C) = (A ∩ B) U (A ∩ C)

Propiedades relacionadas con conjuntos universal y vacío:

Leyes de identidad
a. A U Un = Un   A ∩ Un = A
b. A U Φ = A   A ∩ Φ = Φ

Propiedades relacionas con el complemento

Leyes del complemento
a. A U A´ = Un A ∩ A´ = Φ
b. (A´)´= A Un´ = Φ   Φ´= Un

Leyes de D´Morgan
a. (A U B) ´ = A´ ∩ B´

1.3.1.Producto cartesiano.

El producto cartesiano es otra operación entre conjuntos, a diferencia de las anteriores sus elementos son pares ordenados.

Si *A* y *B* son conjuntos cualesquiera **el producto cartesiano *AxB*** es el conjunto de todos los pares ordenados *(a,b)* donde *a*∈*A* y *b*∈*B*, $AxB = \{(a,b): a \in A \wedge b \in B\}$

Ejemplos

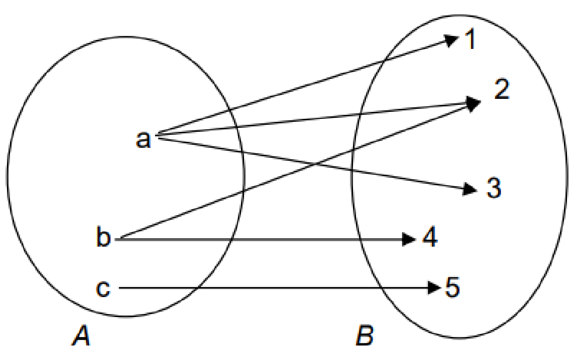
a) Si A= {1,3,5} ,
b) B= {w,1},

AxB ={(1, w),(3,w),(5, w),(1,1),(3,1),(5,1)}

1.3.2. Relaciones.

Una relación binaria o correspondencia de un conjunto A en un conjunto B, es un subconjunto R del producto cartesiano AxB. Sus elementos son pares ordenados (a,b) donde a E A y b E B, no necesariamente todos tales pares ordenados.

Cuando un par (a,b) ∈ R, también se indica aRb o b ∈ R(a), donde R(a)={x ∈ B; aRx } es decir el conjunto de todos los elementos x de B relacionados por R con un elemento fijo a de A. Si A y B son finitos y tienen pocos elementos es posible representar gráficamente la relación R de A en B mediante un diagrama para A, otro para B y una flecha con origen en un elemento a de A y extremo en uno b de B si y sólo si el par (a,b) pertenece a la relación R



En este caso $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1,2,3,4,5\}$ y los pares que están en la relación son:

$R = \{(a, 1), (a, 2), (a, 3), (b, 2), (b, 4), (c, 5)\}$

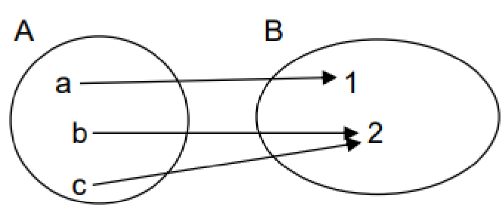
Existen distintos tipos de Relaciones Binarias, definiremos a continuación una clase especial de relaciones binarias: las Funciones.

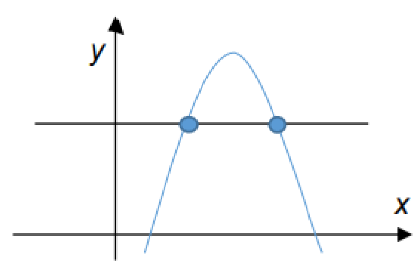
1.3.3. Funciones.

Función inyectiva: Una función f x( ) es inyectiva si a todo par de elementos distintos del dominio le corresponden imágenes distintas en el codominio. Es decir: Sea f A B : → , f x( ) es inyectiva si: $(\forall x1)(\forall x2)(x1 \neq x2 \rightarrow f(x1) \neq f(x2))$ (Universo=A)

Equivalentemente:
f x( ) es inyectiva si: $(\forall x1)(\forall x2)(f(x1) = f(x2) \rightarrow x1 = x2)$.

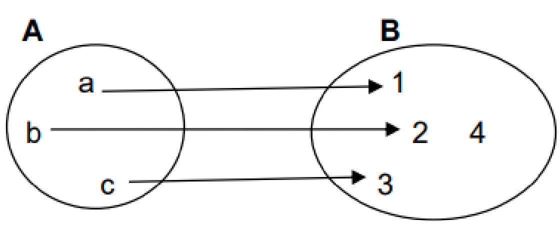
Ambas expresiones son equivalentes ya que una es la contrarrecíproca de la otra.
-Si la función admite una representación mediante diagrama de flechas, la misma será
inyectiva si a cada elemento del codominio le llega a lo sumo una flecha.
-En una representación en un sistema de coordenadas cartesianas, un criterio para decidir si
la función es inyectiva es el siguiente: Toda recta horizontal que corte al eje de las ordenadas
en un punto de su codominio debe cortar a su gráfica en a lo sumo un punto.

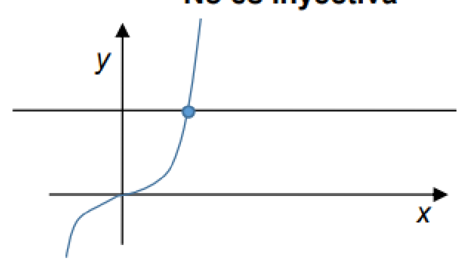




No es inyectiva

No es inyectiva





Es inyectiva

Es inyectiva

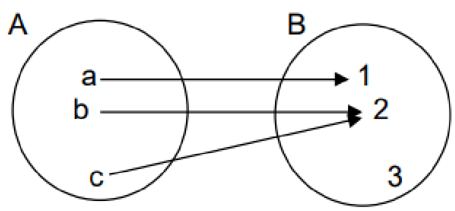
Función suryectiva (o sobreyectiva):

Una función f x( ) es suryectiva o sobreyectiva si todo elemento del codominio es la imagen de uno o más elementos del dominio. Es decir:

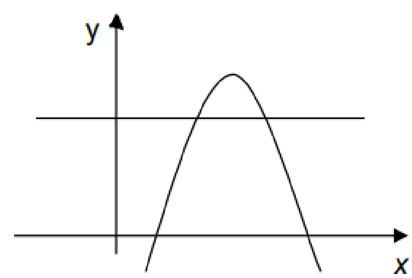
Sea f A B : → , f x( ) es suryectiva si: $(\forall y)(y \in B \rightarrow (\exists x)(x \in A \wedge y = f(x)))$.

Equivalentemente f (x) es suryectiva si Im(f) =Codominio(f)

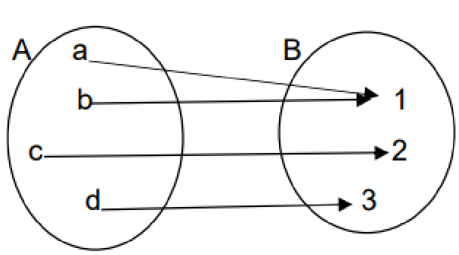
Si la función admite una representación mediante diagrama de flechas, la misma será suryectiva si a cada elemento del codominio le llega al menos una flecha. - En una representación en un sistema de coordenadas cartesianas, un criterio para decidir si la función es suryectiva es el siguiente: Toda recta horizontal que corte al eje de las ordenadas en un punto de su codominio debe cortar a su gráfica en al menos un punto.



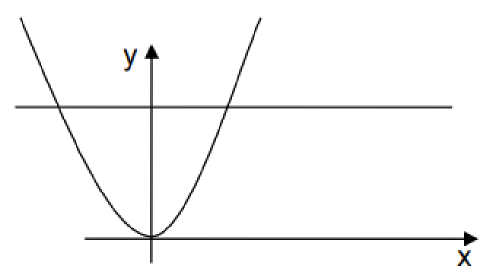
No es suryectiva



Si consideramos $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, no es suryectiva



Es suryectiva

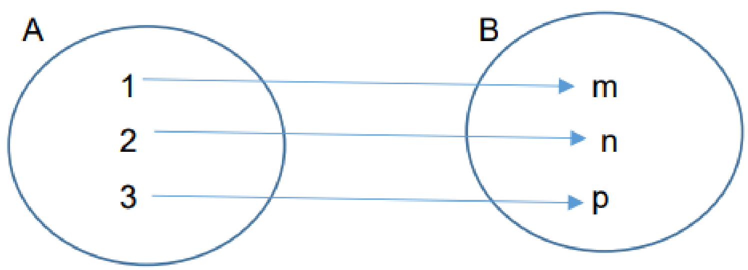


Si consideramos $f: A \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ es suryectiva

Función biyectiva:

Una función f (x) es biyectiva si es inyectiva y suryectiva. Es decir que todo elemento del codominio es la imagen de uno y sólo un elemento del dominio. Se dice también que hay una correspondencia “uno a uno”, o que la correspondencia es biunívoca.

Si una función f: $A \rightarrow B$ es biyectiva, por la suryectividad todo elemento $y \in B$ es la imagen ($y = f(x)$) de algún $x \in A$ y, por la inyectividad, ese elemento $x \in A$ es único, es decir que todo $y \in B$ tiene una única preimagen $x \in A$ que cumple $y = f(x)$.



Función inversa

Si una función f: $A \rightarrow B$ es biyectiva, llamamos función inversa de f (x) a la función g: $B \rightarrow A$ dada por $g(y) = X \Leftrightarrow y = f(x)$. A esta función $\boldsymbol{g}$, inversa de f , se la indica con f^{-1} .

Por la observación anterior: Una función f tiene inversa sí y sólo si f es biyectiva.

Mirando la función $f : A \rightarrow B$ del ejemplo 3.10, definida por:

$\boldsymbol{f(1) = m,\ \ f(2) = n,\ \ f(3) = p}$

Decimos que la función $\boldsymbol{g}$, es la inversa de $\boldsymbol{f}$ y está definida por:

$\boldsymbol{f^{-1}(m) = 1,\ \ f^{-1}(n) = 2,\ \ f^{-1}(p) = 3}$