

二〇一〇年攻读硕士学位研究生入学考试试题

考试科目 材料力学 (乙) 编号 835

注意：答案必须写在答题纸上，写在试卷或草稿纸上均无效。

一、等直梁 ACB ，长度 $AC=CB=l$ ，弯曲刚度为 EI 。平面弯曲的挠度方程为

$$w = \begin{cases} \frac{1}{EI}(ax^4 + bx^3 + cx^2), & 0 \leq x \leq l \quad (AC \text{段}) \\ \frac{1}{EI}(dx^3 + cx^2 + ex), & l \leq x \leq 2l \quad (CB \text{段}) \end{cases}$$

其中 a 、 b 、 c 、 d 及 e 为常数。

求：(1) 弯矩方程；(2) 剪力方程；(3) 中间截面 C 处存在外集中力偶的条件；(4) 截面 A 处存在外集中力的条件；(5) 中间截面 C 处挠度与转角连续的条件。
(20 分)

二、某构件自由表面点，切平面内的三个方向的正应力为： 0° 方向的正应力 $\sigma_0=180\text{MPa}$ ， 45° 方向的正应力 $\sigma_{45}=110\text{MPa}$ ， 90° 方向的正应力 $\sigma_{90}=100\text{MPa}$ 。材料的弹性模量 $E=200\text{GPa}$ ，泊松比 $\nu=0.3$ 。

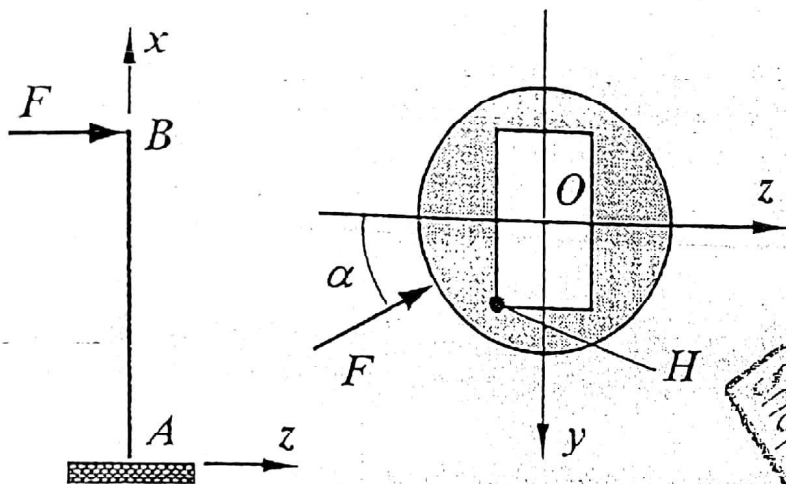
求：(1) 该点的主应力 σ_1 、 σ_2 与 σ_3 ；(2) 最大切应力；(3) 相应于三个正应力方向的正应变 ε_0 、 ε_{45} 与 ε_{90} ；(4) 体积改变能密度与形状改变能密度。
(30 分)

三、图示等直杆，长度 $AB=a$ ，横截面为空心圆形，外圆直径为 $4b/\pi^{1/4}$ ，内矩形的长与宽分别为 $2b$ 、 b ，两者形心均位于 O 处。杆 B 端受横向力 F 作用，该力作用线经过点 O 而偏离 z 轴， $\alpha=30^\circ$ ，杆重不计。

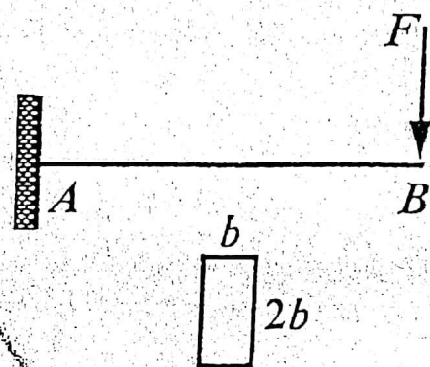
求：(1) A 端横截面上的弯矩分量 M_y 、 M_z ；(2) 该截面中性轴与 y 轴的夹角；(3) 最大弯曲正应力；(4) A 截面上 H 点的弯曲正应力；(5) 偏角 α 多大时，最大弯曲正应力极小。
(30 分)

四、图示悬臂梁长为 l ，矩形横截面的高与宽分别为 $2b$ 、 b ，材料的弹性模量为 E ，切变模量 $G=0.8E$ 。自由端受横向力 F 作用，发生平面弯曲，杆重不计。

求：(1) 梁的弯曲应变能 V_{eb} ；(2) 剪切应变能 V_{es} ；(3) 应变能之比 V_{es}/V_{eb} 与 b/l 的关系， $b/l=1/10$ 时 V_{es} 占总应变能的百分比。
(25 分)



题三图

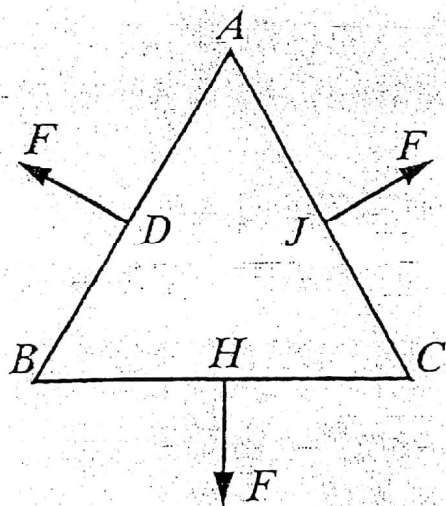


题四图

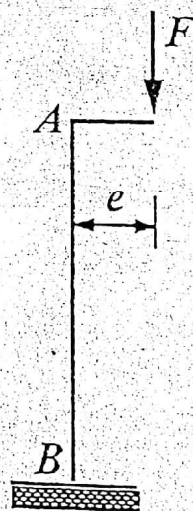
五、图示平面刚架 ABC 为正三角形，边长为 $2a$ ，各边中点 D 、 H 、 J 分别受 F 作用，三个力分别垂直于相应的边，并经过三角形 ABC 的形心。各杆的弯曲刚度均为 EI ，杆重、拉压和剪切变形的影响不计。

求：杆 AB 中间截面 D 处的内力。

(25 分)



题五图



题六图

六、图示细长等直杆，长度 $AB=l$ ，弯曲刚度为 EI ，自由端受轴向偏心压力 F 作用，小偏心距为 e 。推导压杆的临界力表达式。

(20 分)