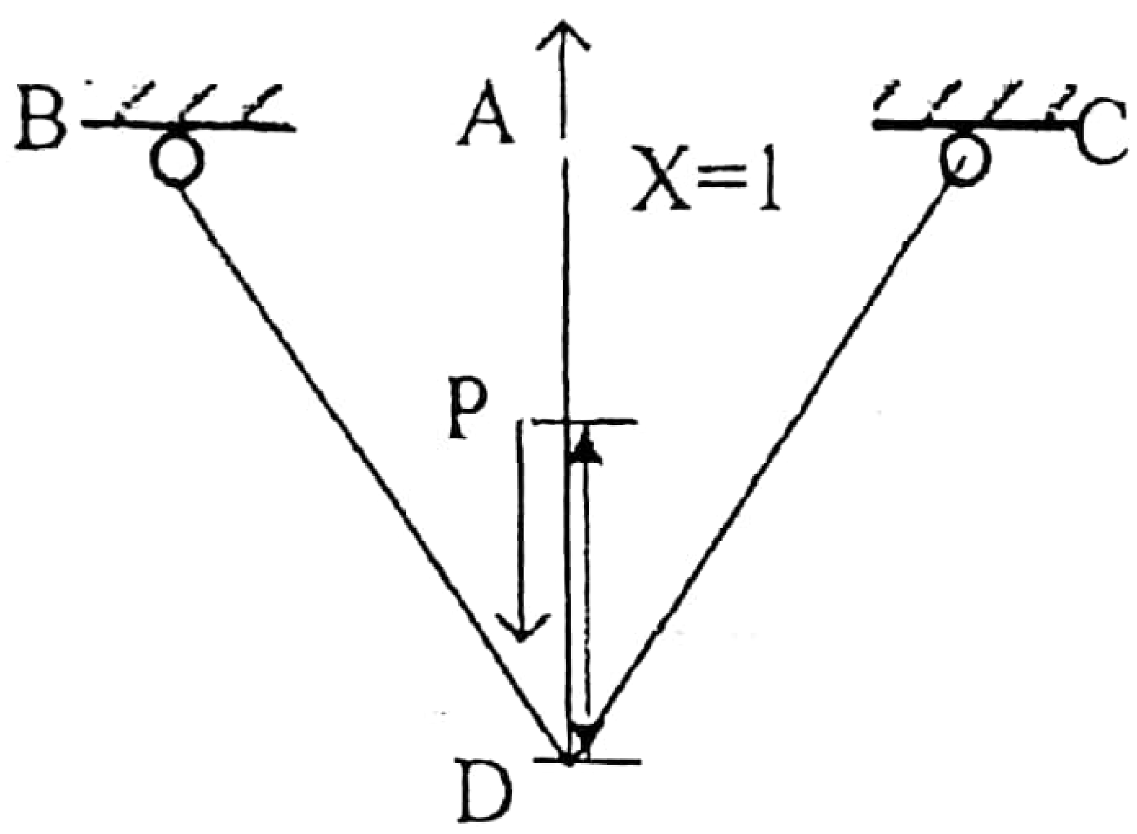
二〇〇一年答案解析



一、解：

$$A_{AB}=2A_{CB}=2A_{BD}=2A$$

断开 A 端铰，代之以未知反力 X

用单位力法，令 X=1,在单位力作用下，各杆力大小 ：

$$\overline{F}_{NAB}=1 \quad \overline{F}_{NBD}=\overline{F}_{NBC}=-\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\delta_{11}=\frac{\overline{F}_{NAB}\overline{F}_{NAB}L_{AB}}{EA_{AB}}+2\times\frac{\overline{F}_{NCB}\overline{F}_{NCB}L_{CB}}{EA_{CB}}=\frac{1\times1\times L}{2ES_{BC}}+2\times\frac{\frac{1}{3}\times L}{ES_{BC}}=\frac{7L}{6ES_{BC}}$$

在实际力下，各杆大小为：

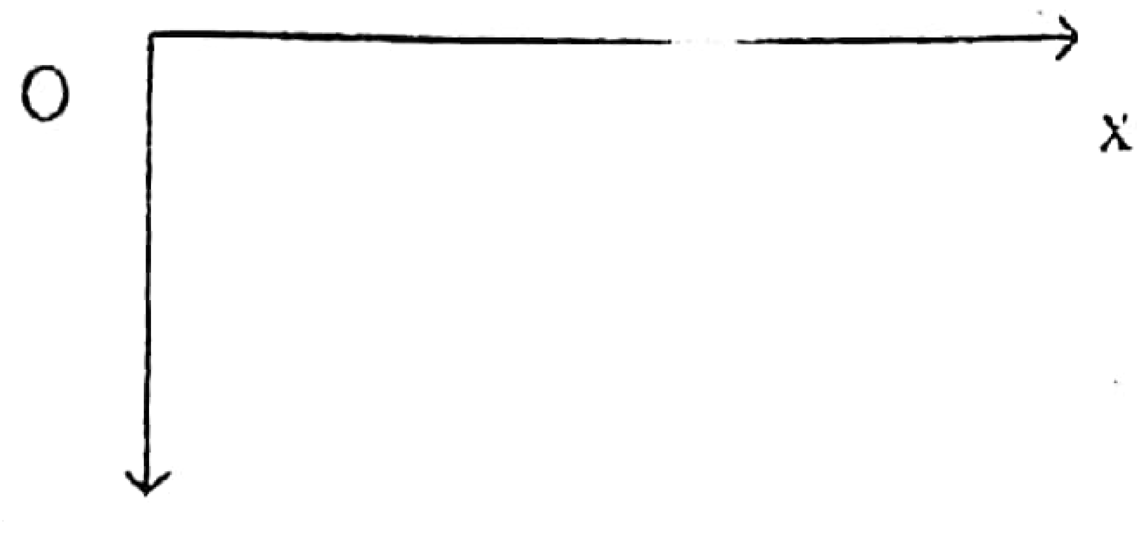
$$F_{NCD}=-P \qquad F_{NAD}=0 \quad F_{NBD}=F_{NBC}=\frac{P}{\sqrt{3}}$$

$$\Delta_{1P}=\frac{\overline{F}_{NCD}F_{NCD}L_{CD}}{EA_{AB}}+2\times\frac{\overline{F}_{NCB}F_{NCB}L_{CB}}{EA_{CB}}=\frac{-P\times1\times\frac{L}{2}}{2ES_{BC}}+2\times\frac{\frac{P}{\sqrt{3}}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\times L}{ES_{BC}}=-\frac{11PL}{12ES_{BC}}$$

故 $X_1=-\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}}=\frac{\frac{11}{12}P}{\frac{7}{6}}=\frac{11}{14}P$

$$F_{NAD}=\frac{11}{14}P \qquad F_{NCD}=-\frac{3}{14}P\text{（压）} \qquad F_{NBC}=F_{NBD}=\frac{\sqrt{3}}{14}P$$

二、注意。在刘鸿文教材上，书上受力图是习惯 y 轴向上为正方向，而在孙训方上是向下，这里提醒的是，出题总是以孙训方规定为准，但是两本教材一定要都看



解：

由 $EI\omega'' = -M(\mathrm{x}) \qquad \theta = \omega' = 4C\mathrm{x}^3$

$M(\mathrm{x}) = -12CEI\mathrm{x}^2$

当 x=0，M=0

x=L，$M(\mathrm{L}) = -12CEI\mathrm{L}^2$

$$F_S(\mathrm{x}) = \frac{\partial M(\mathrm{x})}{\partial \mathrm{x}} = -24CEI\mathrm{x}$$

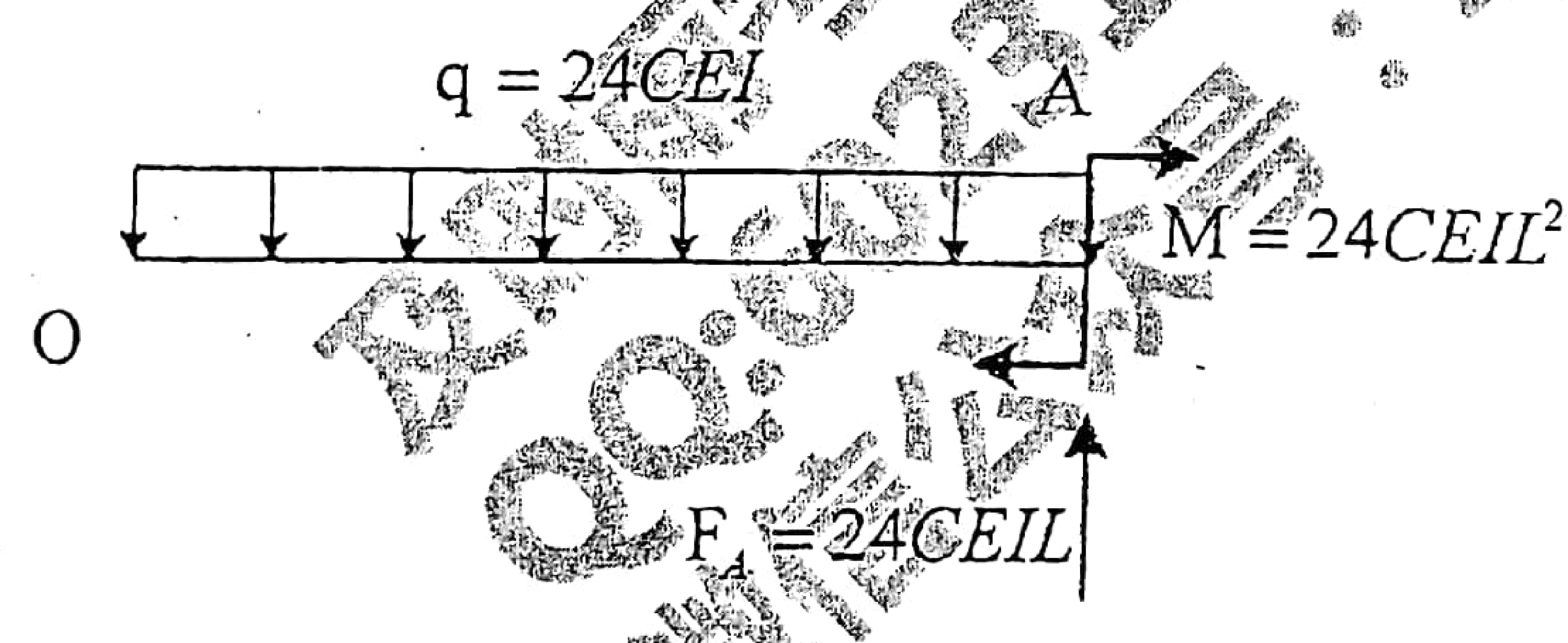
当 x=0 时，$F_S(0) = 0$

$$\mathrm{q}(\mathrm{x}) = \frac{\partial F_S(\mathrm{x})}{\partial \mathrm{x}} = -24CEI$$

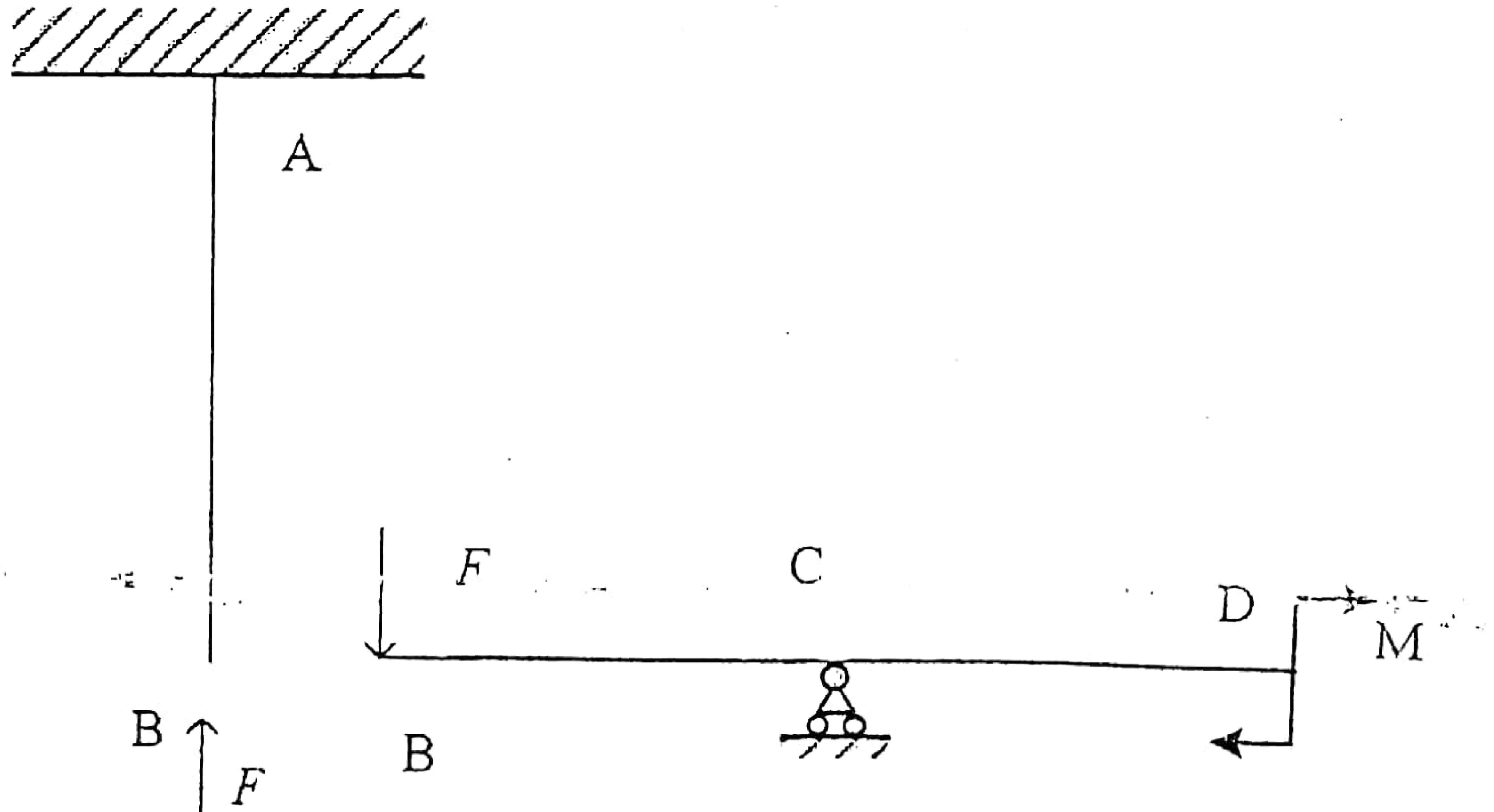
故 A 处有 $M(\mathrm{L}) = -12CEI\mathrm{L}^2(\lrcorner)$

AO 上有集度为 24CEI 的均布荷载，方向向下

又因为 $F_B = 0, F_A = 24CEIL$，故 A 在竖直向上力为 24CEIL



三、解：



BD 杆而言，$\sum M_B = 0$　　　　$F_C \cdot 1 - M = 0$，$F_C = M$

$\sum F_y = 0$　　　　$F_B = F_C = M$

$$I_{\min} = \frac{0.06 \times (0.06)^3}{12} = 6.25 \times 10^{-7}\,\mathrm{m}^4$$

$$\mathrm{i} = \sqrt{\frac{I}{A}} = 0.0144\mathrm{m}$$

$$\mu = 1,\quad \lambda = \frac{\mu L}{\mathrm{i}} = \frac{1.5}{0.0144} \approx 103.9$$

$$\sigma_p = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2},\quad \lambda_p = \pi\sqrt{\frac{E}{\sigma_p}} = \pi\sqrt{\frac{206 \times 10^9}{200 \times 10^6}} = 100.8$$

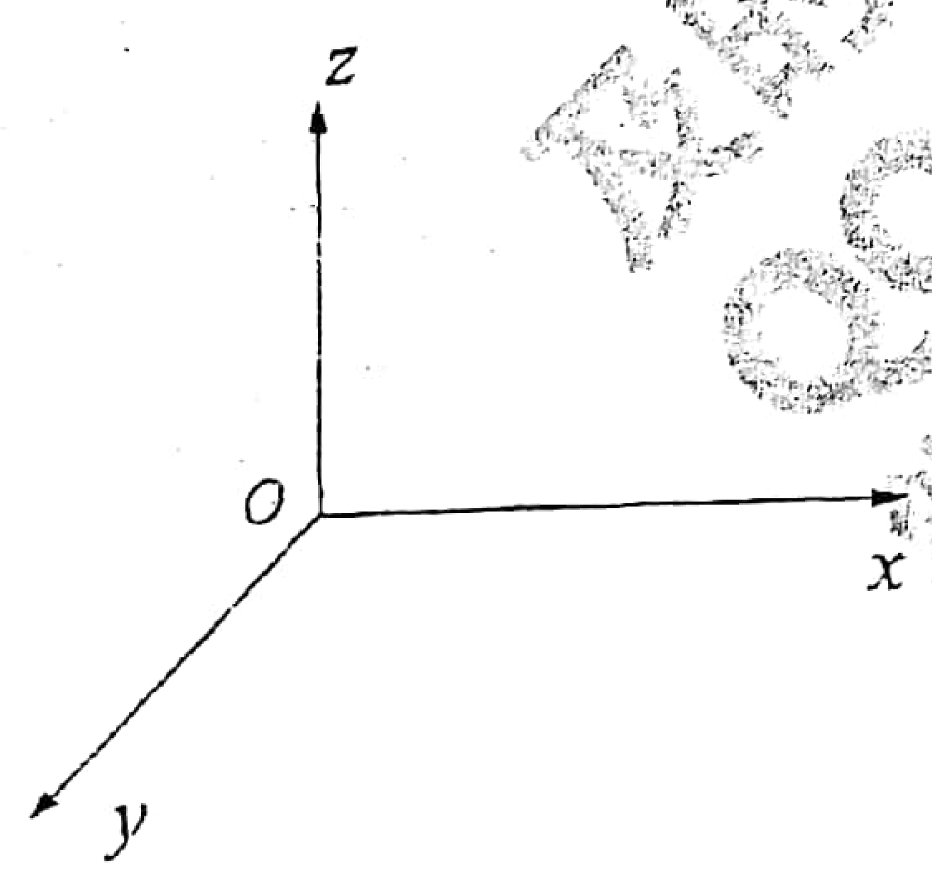
$\lambda > \lambda_p$，故属于大柔度杆件

故 $F_{cr} = \dfrac{\pi^2 EI}{(\mu L)^2} = \dfrac{\pi^2 \times 206 \times 10^9 \times 6.25 \times 10^{-7}}{1.5^2} = 564.76KN$

$\dfrac{F_{cr}}{n_{st}} \le [F]$，故 $[F] = 188.25KN$

$[M] = [F] \times 1 = 188.25KN \cdot m$

四、解：（1）C 截面为危险截面



DE 段：$M_x = P\mathrm{x}$　　　　$0 \le \mathrm{x} \le L$

CD 段：$M_y = P\mathrm{x}$　　　　$0 \le \mathrm{x} \le 2L$

$T = P\mathrm{x}$　　　　$0 \le \mathrm{x} \le 2L$

所以，C 截面为危险截面

A、B 杆无相对位移，故 $\varphi_A = \varphi_B$，

设 A 受 T_1,B 受 T_2，则 $T_1 + T_2 = PL$

由 $\varphi_A=\varphi_B$， $\dfrac{T_1L}{G_AI_{PA}}=\dfrac{T_2L}{G_BI_{PB}}$

$$I_{PA}=\frac{1}{64}\pi\left((2\mathrm{d})^4-\mathrm{d}^4\right)=\frac{15\pi\mathrm{d}^4}{64}\qquad I_{PB}=\frac{1}{64}\pi\mathrm{d}^4$$

解得：$T_1=\dfrac{45}{46}T\,,T_2=\dfrac{1}{46}T$

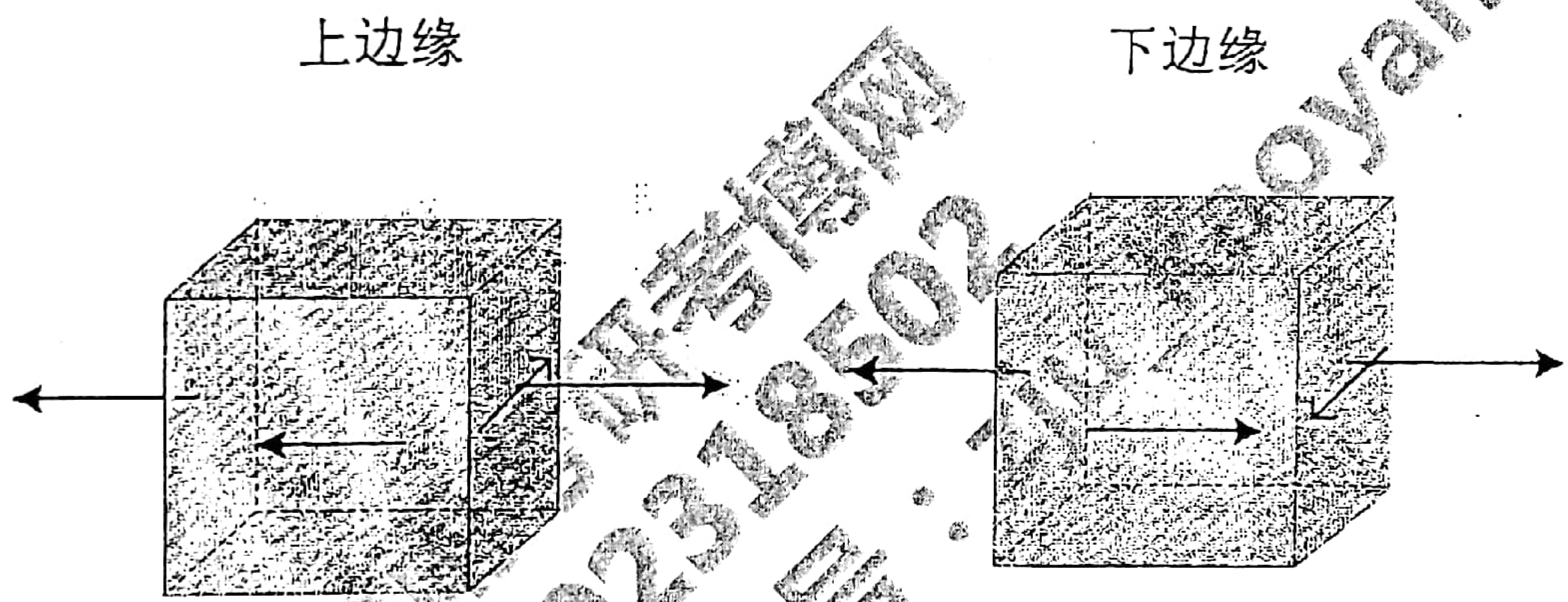
$M_A=M_B=2PL$，

$$\sigma_A=\frac{M_A\cdot\mathrm{d}}{\frac{15}{64}\pi\mathrm{d}^3}=\frac{128\mathrm{PL}}{15\pi\mathrm{d}^2}，\quad\sigma_B=\frac{M_B\cdot\frac{\mathrm{d}}{2}}{\frac{1}{64}\pi\mathrm{d}^3}=\frac{64PL}{\pi\mathrm{d}^2}$$

易知，A 杆受力较大

故危险截面位置 C 截面的上下边缘点

（2）、画法请详见 07 年真题讲解



（3）、对于 A 杆，

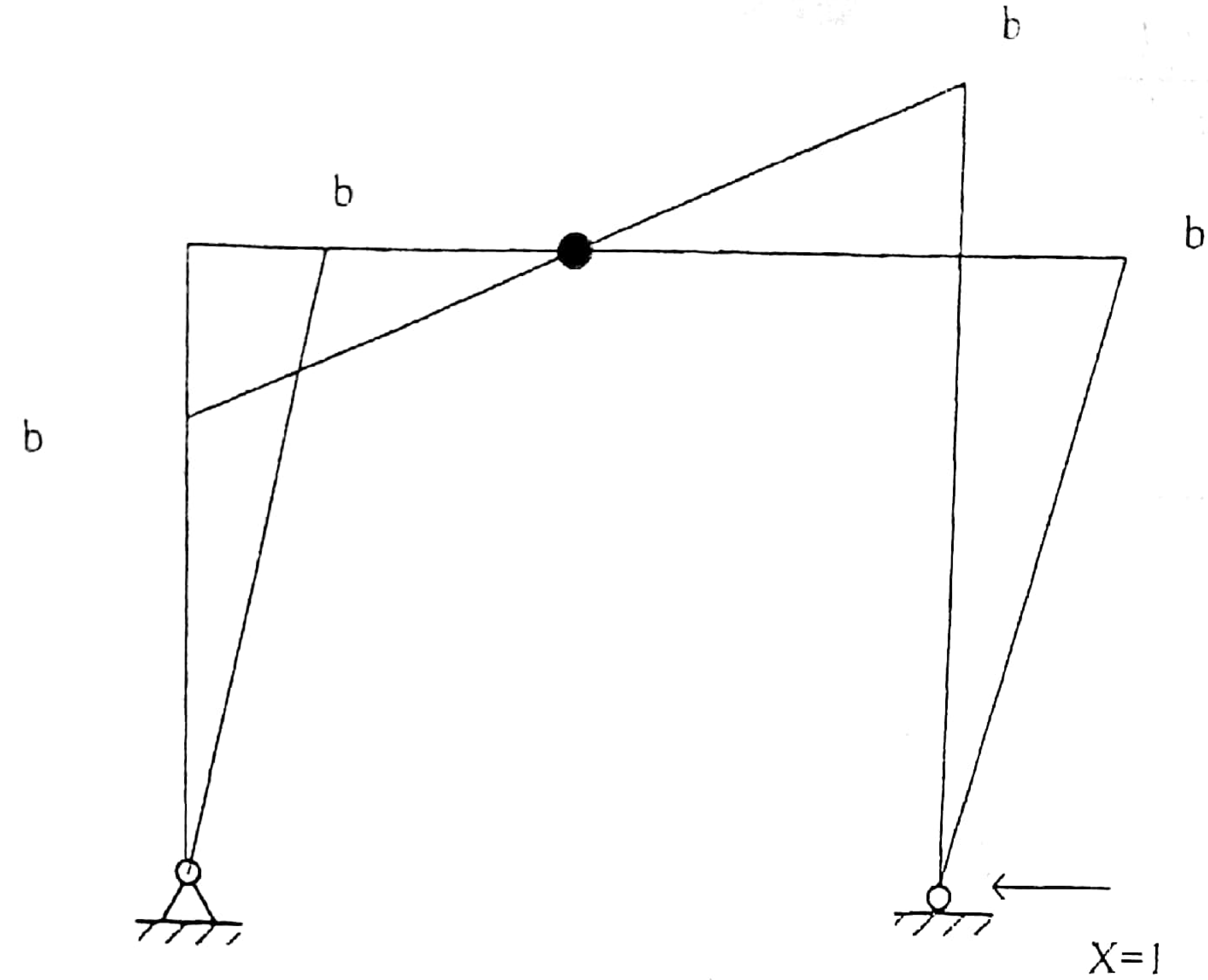
$$\sigma_{r3,A}=\frac{d}{I_{PA}}\sqrt{{M_A}^2+4{T_A}^2}=\frac{d}{\frac{15}{64}\pi d^4}\sqrt{(2PL)^2+4\times\left(\frac{45}{46}PL\right)^2}==3.80\frac{PL}{d^3}\le 2[\sigma]$$

对于 B 杆，

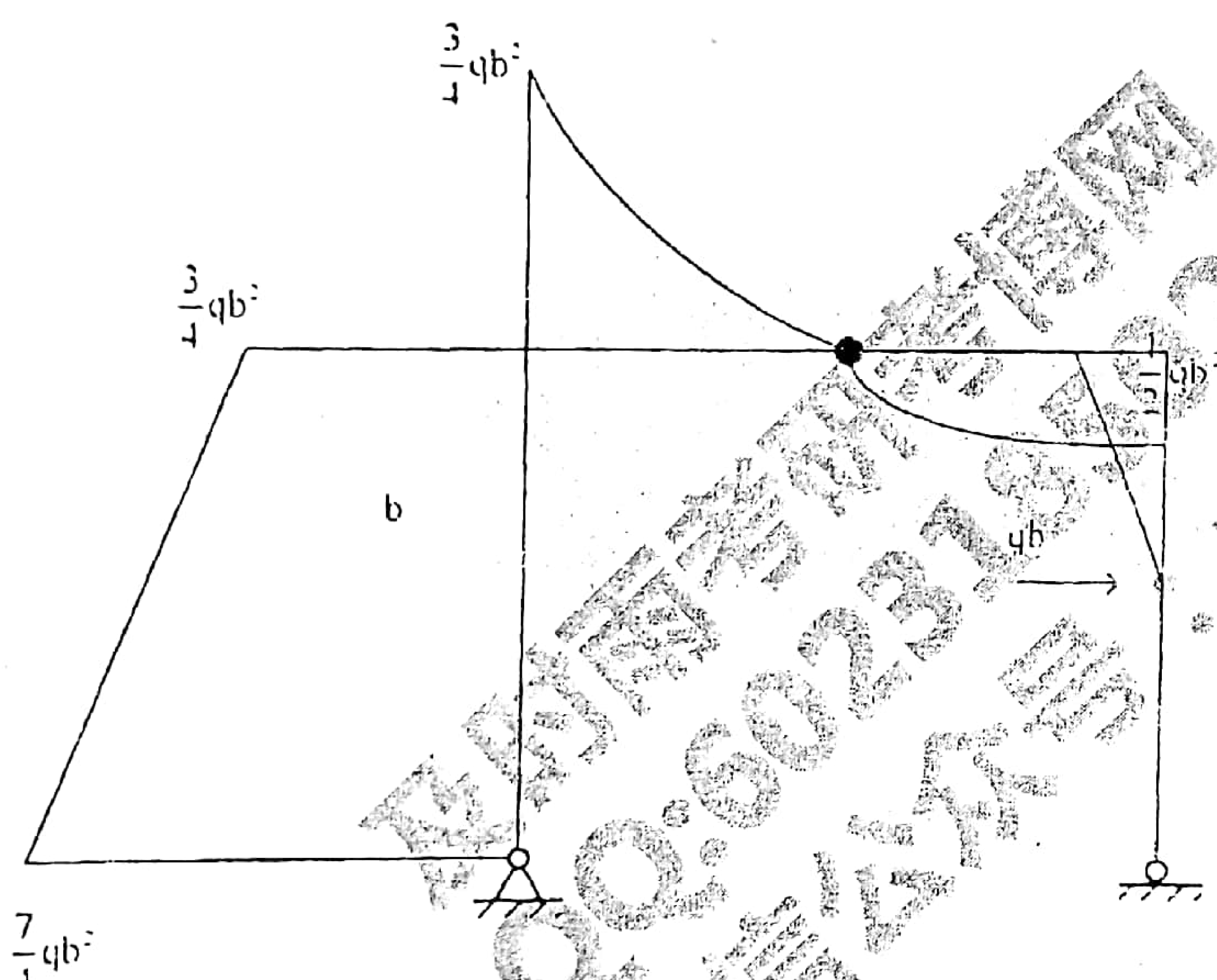
$$\sigma_{r3,B}=\frac{\frac{d}{2}}{I_{PB}}\sqrt{{M_B}^2+4{T_B}^2}=\frac{\frac{d}{2}}{\frac{1}{64}\pi d^4}\sqrt{(2PL)^2+4\times\left(\frac{1}{46}PL\right)^2}==20.38\frac{PL}{d^3}\le[\sigma]$$

综上，满足上式要求，则 $P\le 0.049\dfrac{[\sigma]\mathrm{d}^3}{L}$

五、解：用单位力法，解除 E 端水平约束力，代之以 X（←），弯矩图如图



在实际力作用下，弯矩图



对于结构的右半部分，$\sum M_C = 0$，$-\frac{q}{8}b^2+\frac{qb^2}{2}+F_{Ey}\frac{b}{2}=0$ $F_{Ey}=-\frac{3}{4}qb(\downarrow)$

对于结构整体而言，$\sum F_y=0$，$F_{Ay}=\frac{7}{4}qb(\uparrow)$

DB 段：$M(x)=-\frac{3}{4}qbx-\frac{1}{2}qx^2+\frac{qb^2}{2}$ 当 x=b 时，$M(b)=-\frac{3}{4}qb^2$

对于结构的左半部分，$\sum M_C=0$，$\frac{qb^2}{8}-\frac{7}{4}qb\cdot\frac{b}{2}-qb^2+M_A=0$，$M_A=\frac{7}{4}qb^2$

$$\delta_{11}=\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}b\times b\times\frac{2}{3}b\times 2+\frac{1}{2}\times\frac{b}{2}\times b\times\frac{2}{3}b\times 2\right)=\frac{b^3}{EI}$$

$$\Delta_{1P}=\frac{1}{EI}\left(-\frac{1}{2}\times\frac{qb^2}{2}\times\frac{b}{2}\times\frac{5}{6}b\right)-\int_0^b\frac{(b-2x)\cdot\left(\frac{qb^2}{2}-\frac{1}{2}qx^2-\frac{3}{4}qbx\right)}{EI}dx-\int_0^b\frac{(b-x)\left(\frac{3}{4}qb+qbx\right)}{EI}dx$$

$$=-\frac{41qb^4}{48EI}$$

所以 $X=-\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}}=\frac{41}{48}qb$

所以 $F_{Ex}=\frac{41}{48}qb(\leftarrow)$， $F_{Ey}=-\frac{3}{4}qb+2\times\frac{41}{48}qb=\frac{23}{24}qb(\uparrow)$

$F_{Ay}=\frac{7}{4}qb-\frac{41}{48}qb=\frac{1}{24}qb(\uparrow)$

（2）用能量法来做