二〇〇八年答案解析

一、看到这幅图大家可以想到什么？

虽然官方说以刘鸿文教材为主，但刘鸿文版本的书弯矩图都是默认向上为正方向，而孙训方则相反，自己补脑，所以这俩门教材可以说是缺一不可。

解：（1）、二次函数 $M(x)=\dfrac{Px^2}{2}, 0 \le x \le a$

已知（a，qa^2）和（2a，$-qa^2$），则直线方程为

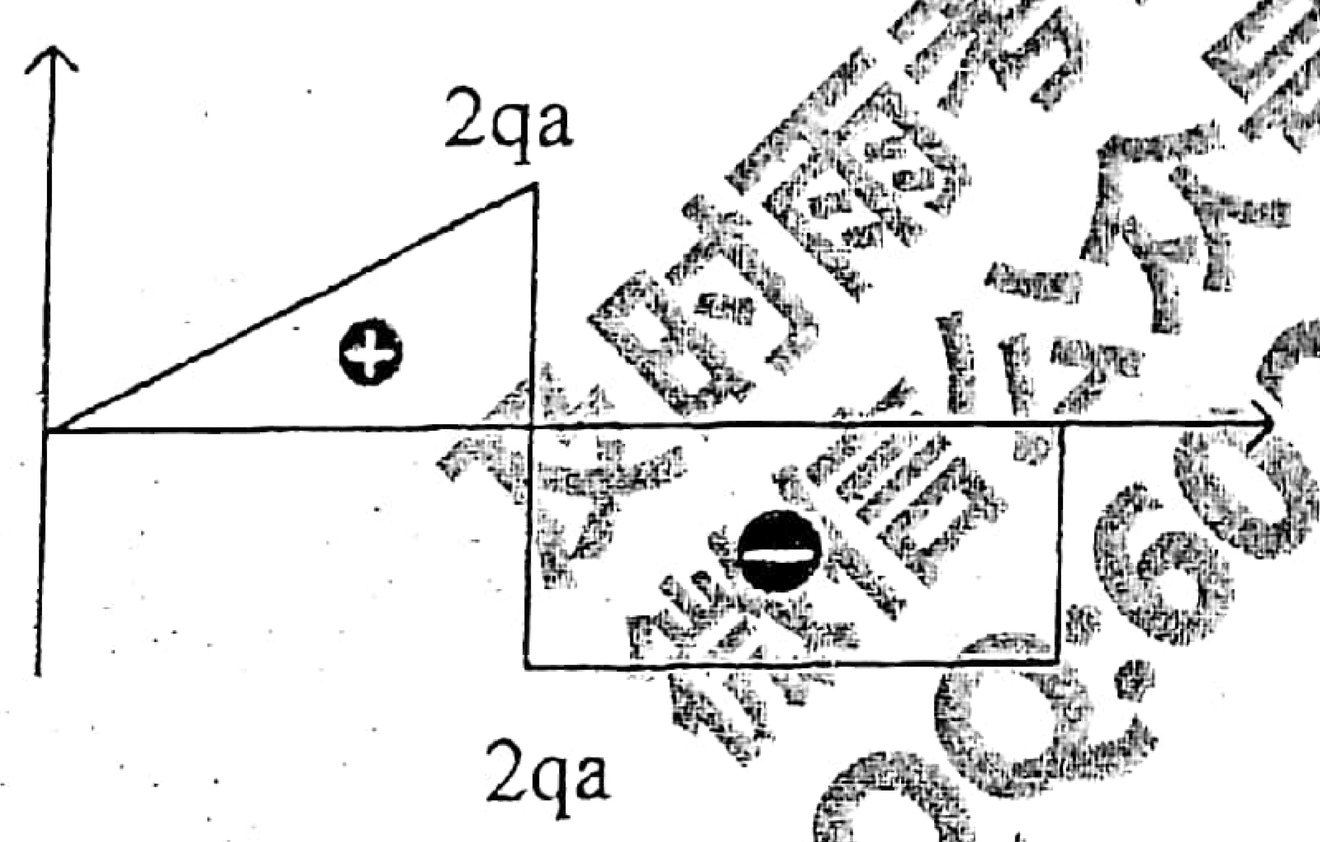
$$\frac{M-qa^2}{x-a}=\frac{qa^2+qa^2}{a-2a}\ ,\quad M(x)=-2qa(x-a)+qa^2$$

即 $M(x)=\begin{cases} qx^2 & 0 \le x \le a \\ -2qa(x-a)+qa^2 & a \le x \le 2a \end{cases}$

（2）、$F(x)=\dfrac{\partial M(x)}{\partial x}=\begin{cases} 2qx \\ -2qa \end{cases}$

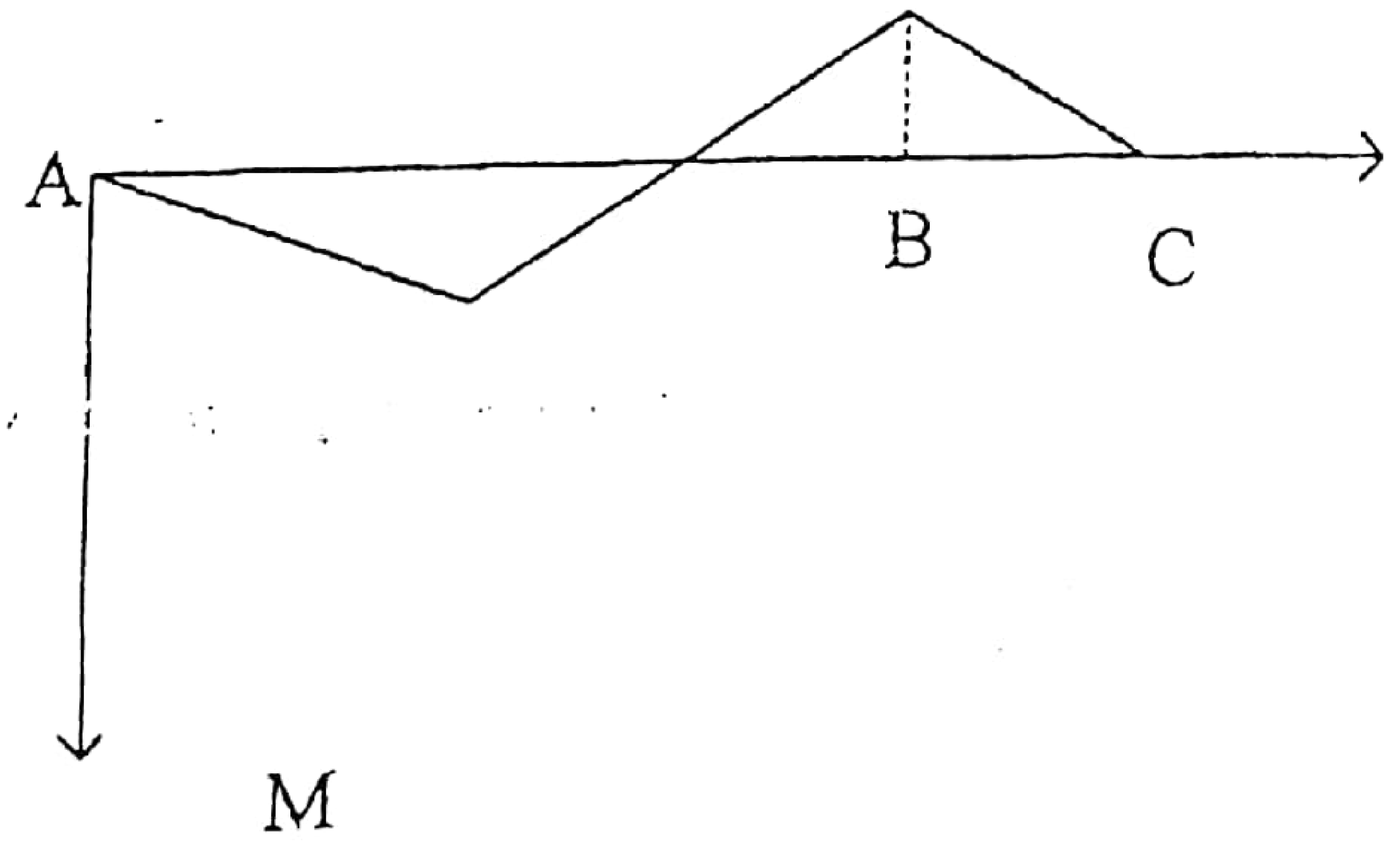
故

Fs图

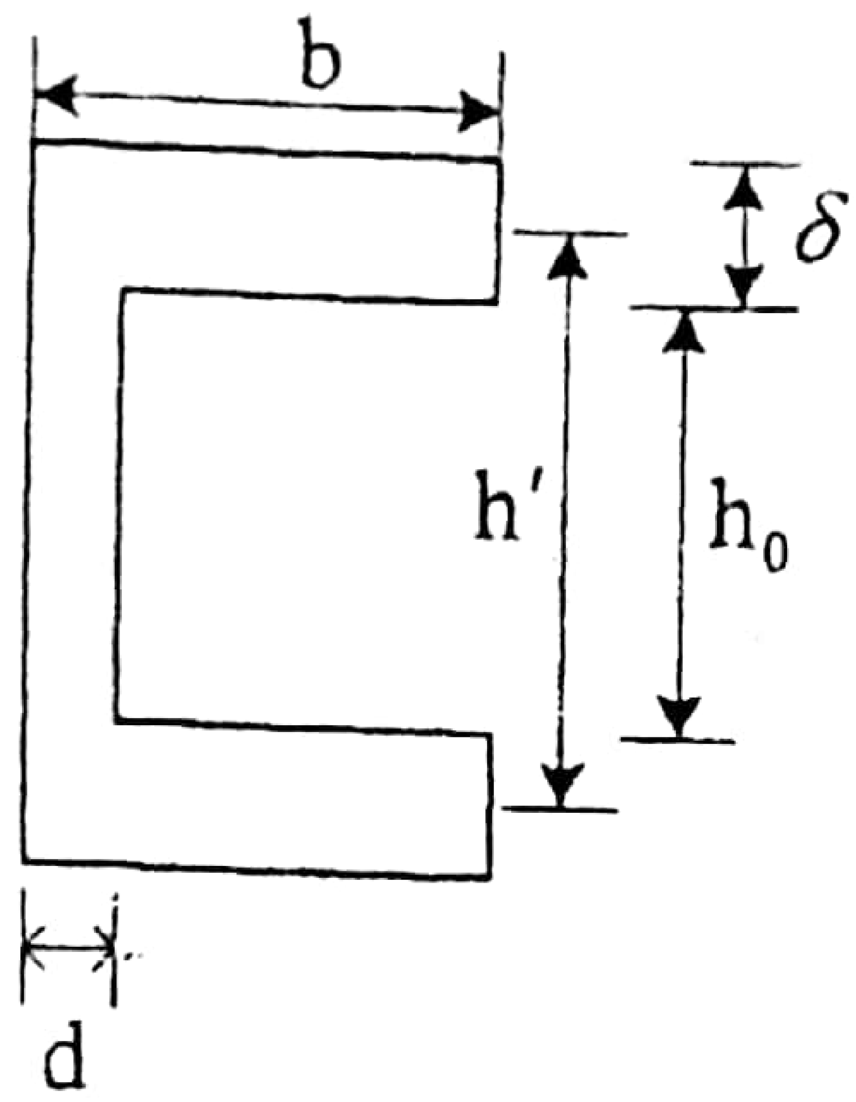


二、解、孙训方书上（第二册）的题

M图



（2）、

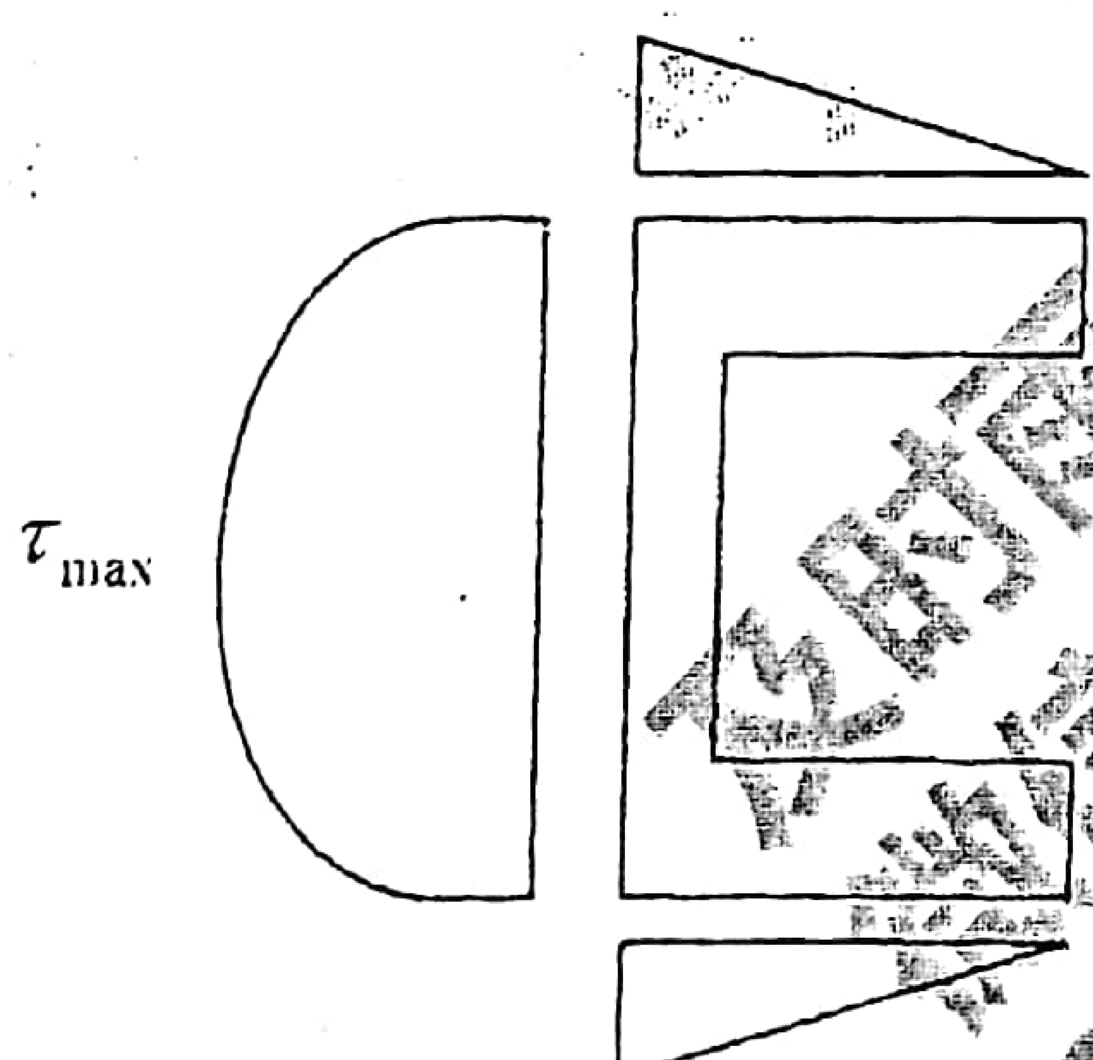


翼缘：$\tau^{*}=\dfrac{F_S h'\delta u}{2I_z\delta}=\dfrac{F_S h'u}{2I_z}$

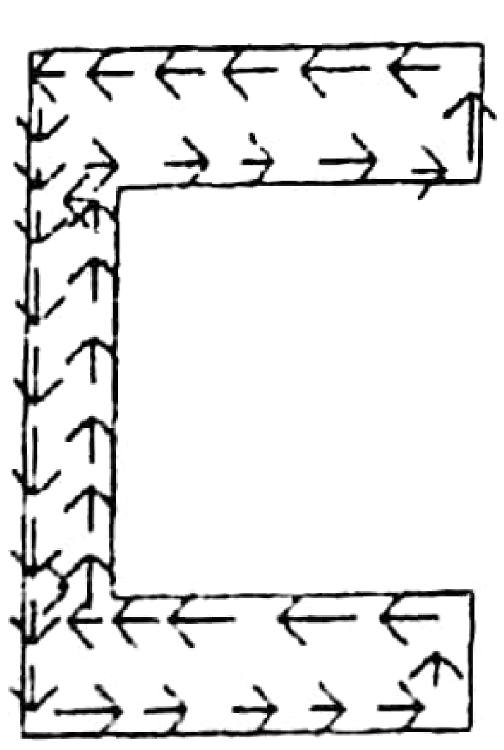
腹板：$\tau=\dfrac{F_S h'b}{2I_z}+\dfrac{F_S}{I_z d}\left(\dfrac{d}{2}\left(\dfrac{h^2}{4}-y^2\right)\right)$

$$\tau_{max}=\frac{F_S h'b}{2I_z}$$

$$\tau_{max}=\frac{F_S h'b}{2I_z}+\frac{F_S h^2}{8I_z}$$



（3）、最大切应力位于腹杆中部



（箭头画的太丑了）

（4）、存在，腹杆中部点

三、解：（1）

$$\varepsilon_0=\frac{1}{E}\left(\sigma_0-\upsilon\sigma_{90}\right)$$

$$\varepsilon_{90}=\frac{1}{E}(\sigma_{90}-\upsilon\sigma_0)$$

得到$\sigma_0=\dfrac{E(\varepsilon_0+\upsilon\varepsilon_{90})}{1-\upsilon^2}=82.64MPa$

$$\sigma_{90}=\frac{E(\varepsilon_{90}+\upsilon\varepsilon_0)}{1-\upsilon^2}=8.79MPa$$

$$\sigma_{45}=\frac{\sigma_0+\sigma_{90}}{2}+\frac{\sigma_0-\sigma_{90}}{2}\cos 90-\tau_{xy}\sin 90$$

$$\sigma_{45}=\frac{\sigma_0+\sigma_{90}}{2}+\frac{\sigma_0-\sigma_{90}}{2}\cos 90-\tau_{xy}\sin 90$$

$$\sigma_{135}=\frac{\sigma_0+\sigma_{90}}{2}+\frac{\sigma_0-\sigma_{90}}{2}\cos 270-\tau_{xy}\sin 270$$

$$\varepsilon_{45}=\frac{1}{E}(\sigma_{45}-\upsilon\sigma_{135})$$

联立上式，$\tau_{xy}=\dfrac{\dfrac{\sigma_0+(1-\upsilon)\sigma_{90}}{2}-\varepsilon_{45}E}{1+\upsilon}=-15.38MPa$

故$\sigma_{45}=\dfrac{\sigma_0+\sigma_{90}}{2}-\tau_{xy}=61.11MPa$

（2）$\left.\begin{matrix}\sigma_{max}\\ \sigma_{min}\end{matrix}\right\}=\dfrac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\pm\sqrt{\left(\dfrac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau^2}=45.72\pm 40=\begin{cases}85.72MPa\\ 5.72MPa\end{cases}$

故$\sigma_1=85.72MPa$，$\sigma_2=0$，$\sigma_3=5.72MPa$

$$\tau_{max}=\frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}=42.86MPa$$

四、解：（1）w、$F_y=F\cos\alpha$

$$F_z=-F\sin\alpha$$

梁的最大弯矩正应力$\sigma_{max}=\dfrac{M_y}{W_y}+\dfrac{M_z}{W_z}=\dfrac{6FL\sin\alpha}{hb^2}+\dfrac{6FL\cos\alpha}{bh^2}$

（2）、中性轴方程：$0=\dfrac{M_y z}{I_y}+\dfrac{M_z y}{I_z}$

即：$0=\frac{FL\sin\alpha z}{\frac{1}{12}hb^3}-\frac{FL\cos\alpha y}{\frac{1}{12}bh^3}$

化简得：$\frac{\sin\alpha}{b^2}z+\frac{\cos\alpha}{I_z}y=0$

（3）、上表面只有 σ_z，侧面只有 σ_y

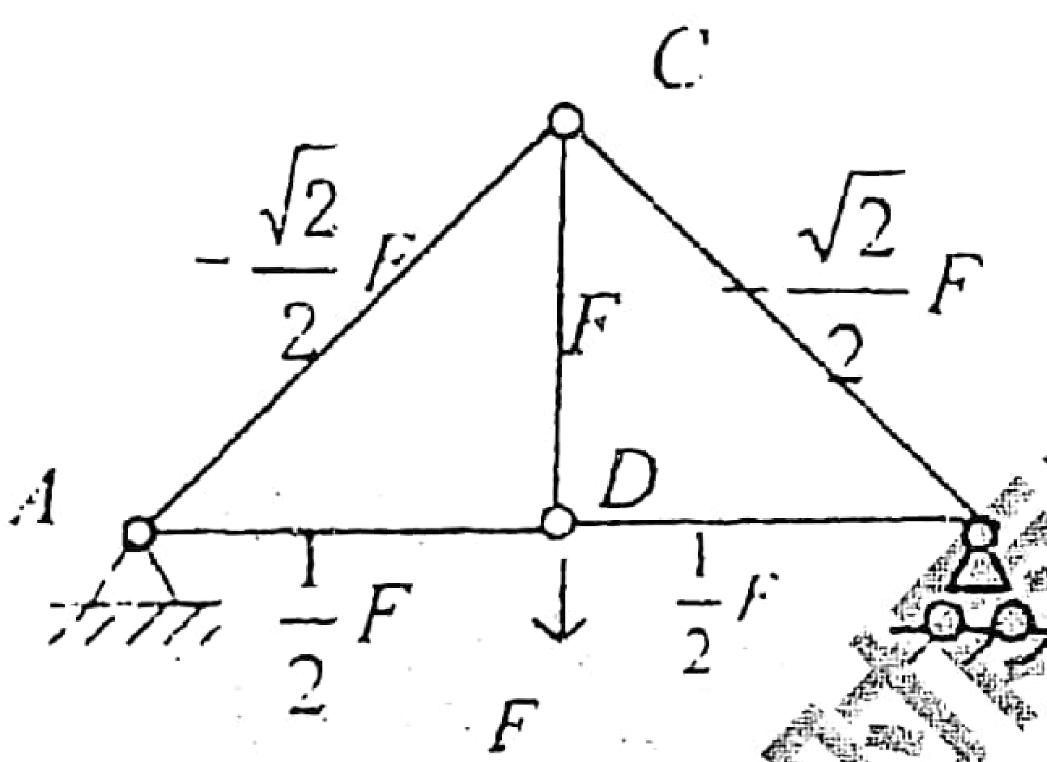
故 $\varepsilon_1=\frac{\sigma_z}{E}=\frac{1}{E}\cdot\frac{Mz}{Wz}=\frac{6FL\cos\alpha}{bh^2E}$

$\varepsilon_2=\frac{\sigma_y}{E}=\frac{1}{E}\cdot\frac{My}{Wy}=\frac{6FL\sin\alpha}{hb^2E}$

联立上俩式，可知 $F=\frac{bhE}{6L}\sqrt{(h\varepsilon_1)^2+(b\varepsilon_2)^2}$

$\alpha=\arctan\left(\frac{b\varepsilon_2}{h\varepsilon_1}\right)1$

五、解：受力分析



$F_{NAD}=F_{NDB}=\frac{F}{2}$

$F_{NCD}=F$

$F_{NAC}=F_{NBC}=-\frac{\sqrt{2}F}{2}$

由能量法：$\Delta_D=\int\frac{F_1}{EA}\frac{\partial F_1}{\partial F}ds=\frac{\frac{F}{2}a}{EA}\cdot\frac{1}{2}\cdot2+\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot F\cdot\sqrt{2}a}{EA}\times2+\frac{Fa}{EA}=\left(\frac{3}{2}+\sqrt{2}\right)\frac{Fa}{EA}$

（2）、$\frac{F_{NCD}}{F_{ND}}=2$, $F_{NCD}\le[\sigma]\cdot A_{CD}$, $F_{NAD}\le[\sigma]\cdot A_{AD}$，故 $\frac{A_{CD}}{A_{AD}}=2$

（3）、AC 杆较小的惯性矩 $I_{\min}=\frac{2b\cdot b^3}{12}=\frac{b^4}{6}$

$$i_{min}=\sqrt{\frac{I_{min}}{A}}=\frac{b}{2\sqrt{3}}$$

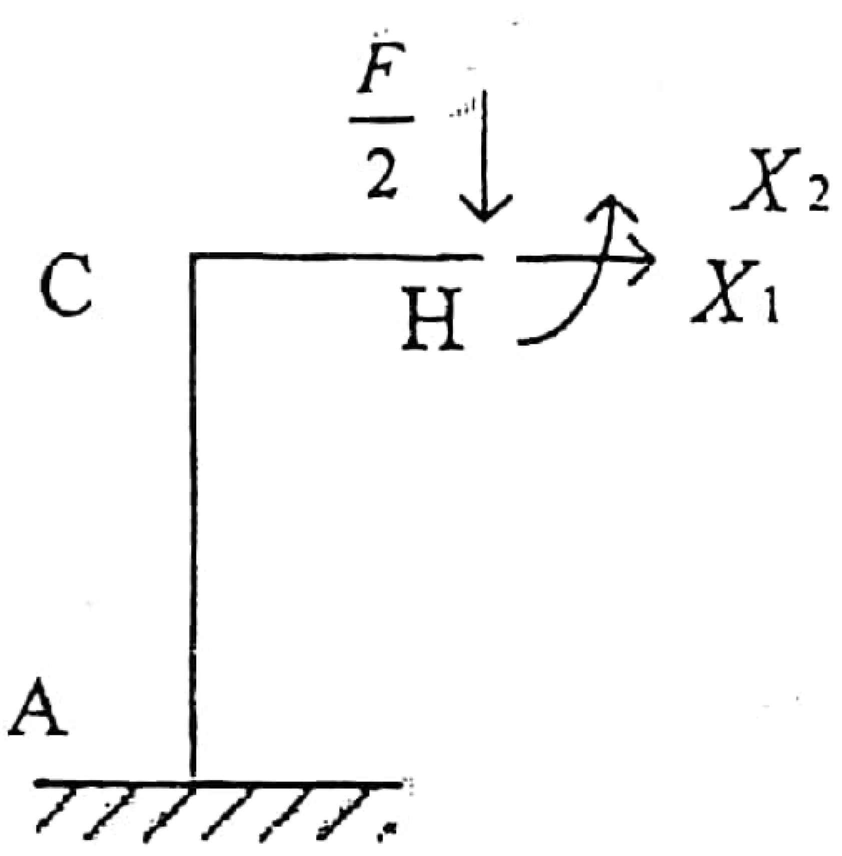
$$\lambda=\frac{\mu L}{i_{min}}=\frac{2\sqrt{3}\sqrt{2}a}{b}=\frac{2\sqrt{6}a}{b}>\frac{4a}{b}$$

属于大柔度杆件，$F_{cr}=\dfrac{\pi^2 EI}{(\mu L)^2}=\dfrac{\pi^2 E\dfrac{2b^4}{12}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\pi^2 Eb^4}{12a^2}$

六、解：结构与荷载左右对称，则对称截面 H 处只有存在正对称力，即 M 和 Fn

（1）、分析左半部分，则 BH 段的剪力 $F_S=\dfrac{F}{2}$

（2）、



BH 段：$M(x_1)=-\dfrac{F}{2}x_1+X_2,\ \dfrac{\partial M(x_1)}{\partial X_1}=0,\dfrac{\partial M(x_1)}{\partial X_2}=1$

BA 段：$M(x_2)=-\dfrac{F}{2}a+X_2-X_1\cdot x_2\ \dfrac{\partial M(x_2)}{\partial X_1}=-x_2,\dfrac{\partial M(x_2)}{\partial X_2}=1$

正对称 $\theta_H=\displaystyle\int_0^a\frac{-\frac{F}{2}x_1+X_2}{EI}dx_1+\int_0^{2a}\frac{-\frac{F}{2}a+X_2-X_1\cdot x_2}{EI}dx_2$

$$=-\frac{5Fa^2}{4EI}+\frac{3X_2}{EI}-\frac{2X_1a}{EI}=0$$

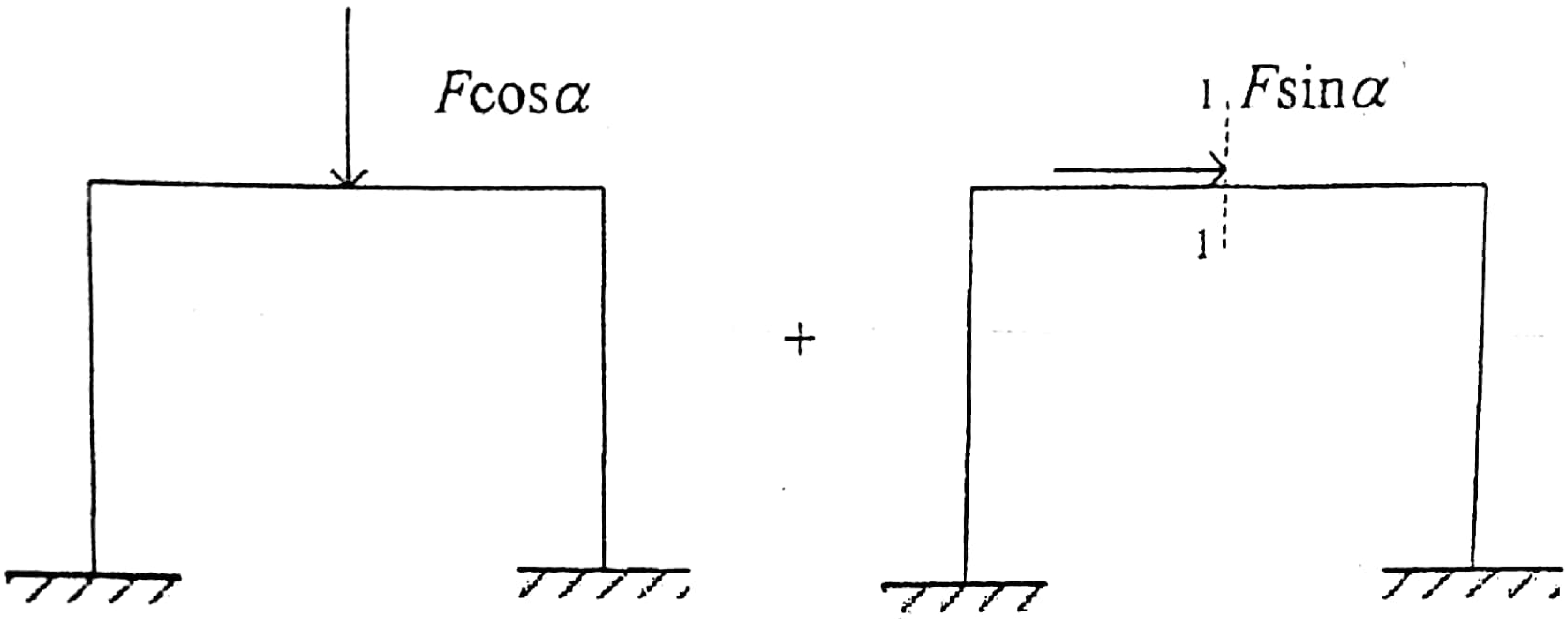
$$\Delta H_x=\int_0^{2a}\frac{-\frac{F}{2}a+X_2-X_1\cdot x_2}{EI}\cdot x_2dx_2$$

$$=\frac{4Fa^3}{4EI}-\frac{4X_2a^2}{2EI}+\frac{8X_1a^3}{3EI}=0$$

解关于 X1、X2 的方程组，得到 $\begin{cases}X_1=-\dfrac{1}{8}F\\ X_2=-\dfrac{1}{3}Fa\end{cases}$

即 $F_N=-\frac{1}{8}F$（受压），$M=\frac{1}{3}Fa(\lrcorner)$

（3）、结构分为两个基本结构



图一　　　　　　　　　　图二

其中，图一：$F_{N1}=-\frac{1}{8}F\cos\alpha$（受压）

图二：结构反对称

$$F_{N2}=\frac{1}{2}F\sin\alpha$$（受拉）

故 $F_N=F_{N1}+F_{N2}=\frac{1}{2}F\sin\alpha-\frac{1}{8}F\cos\alpha$

这道题的模式基本固定，仍是正反对称类型，同时能量法还没有上升至单位力法去做（这里提及单位力法建议掌握，因为他相比能量法有很多的优点）