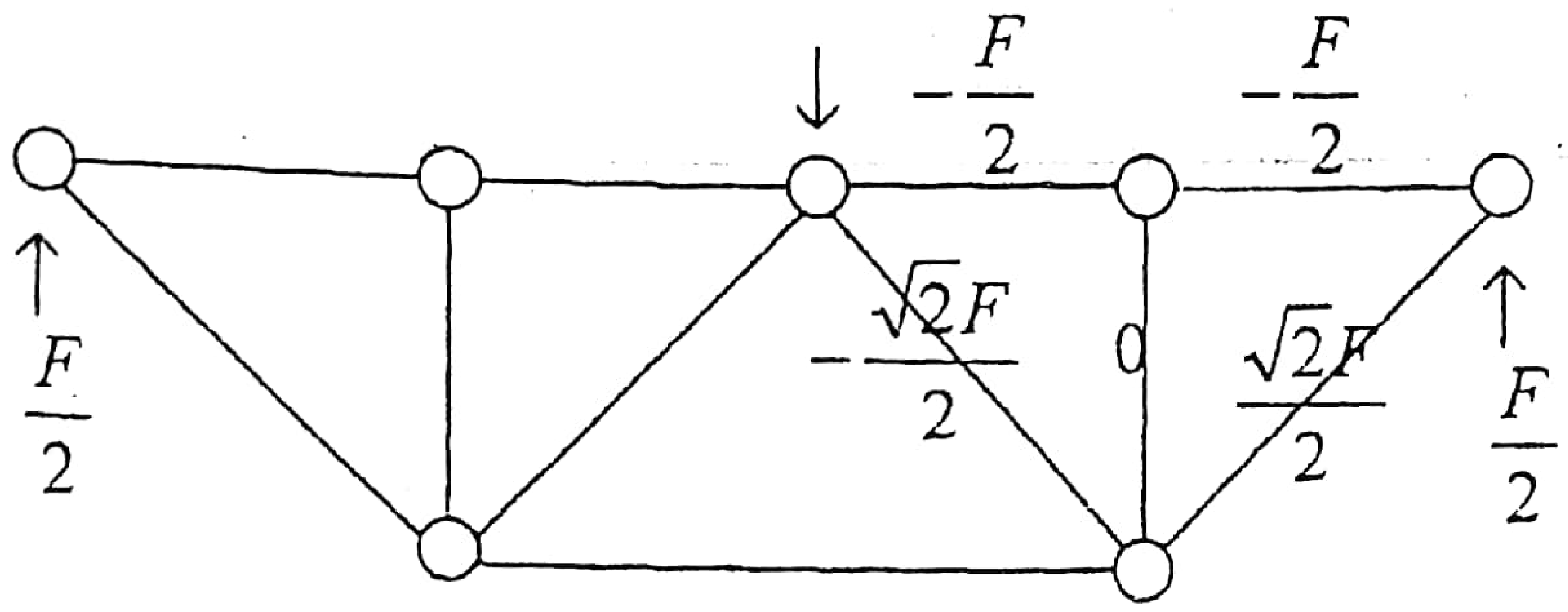
二〇〇六年答案解析

一、解：（1）

注视：在图上标力的方法，请参照《结构力学》桁架部分，材力没有涉及



$$F_{\max}=F_{NGH}=\frac{F}{A}=\frac{4F}{\pi d^2}\text{（拉应力）}$$

（2）

$$\Delta_C=\sum\int_L\frac{F_{Ni}}{EA}\cdot\frac{\partial F_{Ni}}{F}ds=\frac{\frac{F}{2}\times\frac{1}{2}\times a}{EA}\times 4+\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}F\times\sqrt{2}a}{EA}\times 4+\frac{F\times 2a}{EA}$$

$$=\left(12+8\sqrt{2}\right)\frac{Fa}{E\pi d^2}$$

（3）最大受压杆为 CH 杆，$F_N=\frac{\sqrt{2}}{2}F$，$\mu=1$

$$F_{cr}=\frac{\pi^2EI}{(\mu l)^2}=\frac{\pi^3Ed^4}{128a^2}\geq\frac{\sqrt{2}}{2}F\text{，得 }F\leq\frac{\sqrt{2}\pi^3Ed^4}{128a^2}$$

二、解：（1）$F_y=F\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}F$　　　$F_z=F\sin\theta=\frac{1}{2}F$

$$M_{y\max}=\frac{F_zL}{2}=\frac{FL}{4}\qquad M_{z\max}=\frac{F_yL}{2}=\frac{\sqrt{3}FL}{4}$$

$$\sigma_{\max}=\frac{M_{y\max}}{W_y}+\frac{M_{z\max}}{W_z}=\frac{FL}{4}\times\frac{1}{\frac{1}{6}\times 2b\times b^2}+\frac{\sqrt{3}FL}{4}\times\frac{1}{\frac{1}{6}\times b\times(2b)^2}$$

$$=\frac{3FL}{8b^3}\left(2+\sqrt{3}\right)$$

（2）中性轴方程为：$\frac{M_y\cdot z}{I_y}+\frac{M_z\cdot y}{I_z}=0$，带入上参数，化简为 $z+\frac{\sqrt{3}}{4}y=0$

设θ为中性轴与 y 轴夹角，则 $\theta=\arctan\frac{\sqrt{3}}{4}$

（3）$\sigma_D=\frac{M_z}{W_z}+\frac{M_y}{W_y}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}Fx}{\frac{1}{6}\cdot 2b\cdot b^2}+\frac{\frac{1}{2}Fx}{\frac{1}{6}\cdot b\cdot(2b)^2}=\frac{3Fx}{8b^3}\left(2+\sqrt{3}\right)$

$\varepsilon(x)=\frac{3Fx}{8b^3E}\left(2+\sqrt{3}\right)$，则 $\Delta l=2\int_0^l\varepsilon(x)dx=\frac{3\left(2+\sqrt{3}\right)FL^2}{8b^3E}$

三、解：（1）

由题可知，σ_z 可以作为一个主应力，$\sigma_x=0$，$\sigma_{xy}=\tau$，$\sigma_y=0$

则三个主应力为，σ，τ，−τ

（2）$V_{\varepsilon1}=\frac{1}{2}\varepsilon_x\sigma_x+\frac{\tau^2}{2G}=\frac{\sigma^2}{2E}+\frac{\tau^2}{2G}$(注意，如此写公式不是累赘，注意这种求应变能密度的公式，与（3）区分)

（3）
$$V_{\varepsilon2}=\frac{1}{2E}\left(\sigma_1^2+\sigma_2^2+\sigma_3^2-2\upsilon\left(\sigma_1\sigma_2+\sigma_2\sigma_3+\sigma_1\sigma_3\right)\right)$$
$$=\frac{1}{2E}\left(\sigma^2+2\tau^2+2\upsilon\tau^2\right)$$

（4）$V_{\varepsilon1}=V_{\varepsilon2}$

即 $\frac{\sigma^2}{2E}+\frac{\tau^2}{2G}=\frac{1}{2E}\left(\sigma^2+2\tau^2+2\upsilon\tau^2\right)$，$G=\frac{E}{2(1+\upsilon)}$

四、孙训方和刘鸿文教材上的原题，必须掌握，此题已经是简化版

解：（1）翼缘：$\tau'=\frac{F_s hu}{2I_z}$，$u$是自变量

腹板：$\tau=\frac{F_s}{I_z b}\left(b\delta\frac{h}{2}+\frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4}-y^2\right)\right)$

则中性轴处 $\tau=\frac{F_s}{I_z b}\left(b\delta\frac{h}{2}+\frac{bh^2}{8}\right)$

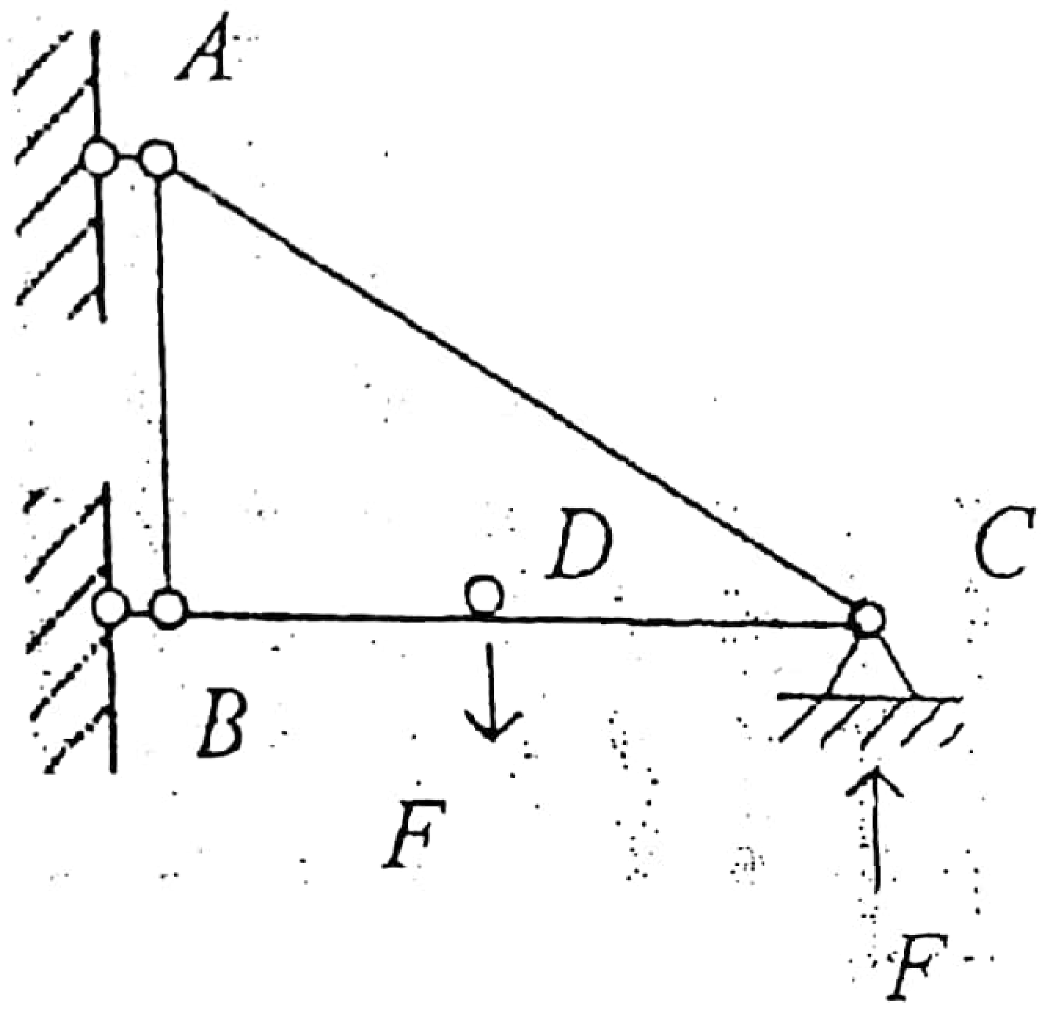
（2）$F_{合}=\int_0^b\frac{F_s hu}{2I_z}\delta du=\frac{F_s b^2\delta h}{4I_z}$

（3）$F_R\cdot z=F_{合}\cdot h$，得 $z=\frac{b^2\delta h^2}{4I_z}$

微信公众号：zjukaoyan QQ:603318502

五、解：超静定题。首先要明确结构力学中一原理：
即在有弯矩存在时，不考虑轴向压缩或伸长所引起的能量变化。
此题应掌握单位力法，当然用能量法也能做，即用 x 表示出各 Fn，然后求出总能量，再利用卡式定理得出力，但是式子会变得复杂，在解的时候可能会遇到障碍。其实材力有个规律，就是单位力法有很多优势，虽然和能量法想通，但是在原理上是不一样的，最大的优点就是不用考虑位移关系，这道题可能没有涉及，但是做多了超静定题，就会对单位力法深有体会。

（1）



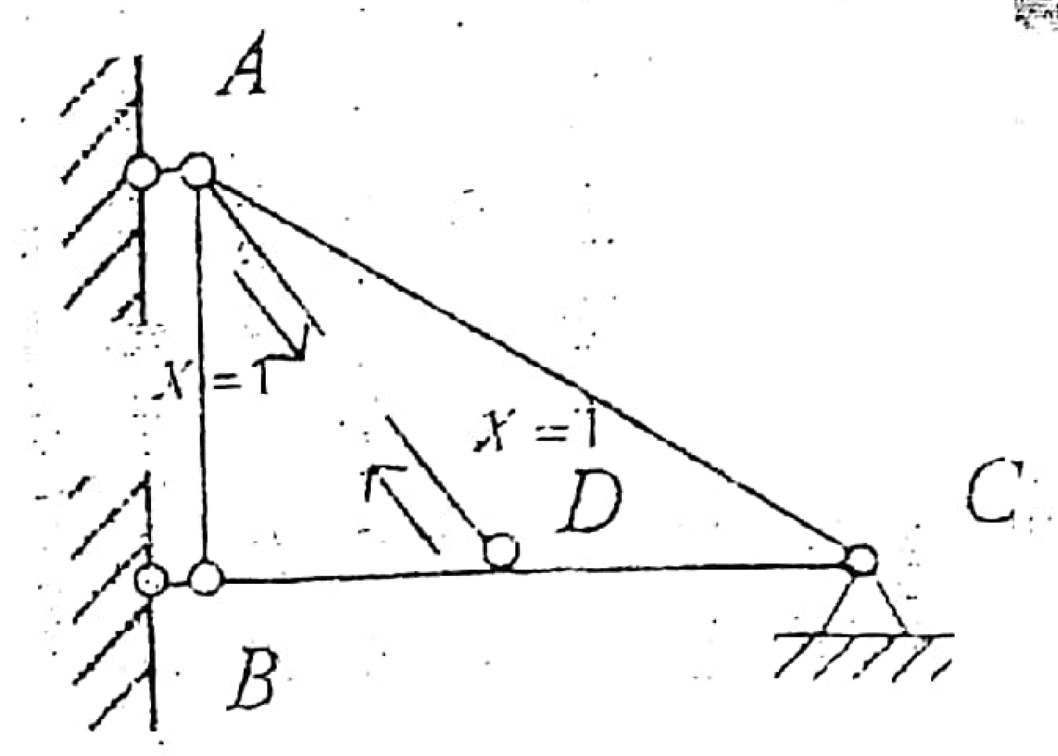
$$\sum M_B = 0, F_{Cy} \cdot 2a - Fa = 0, F_{Cy} = \frac{F}{2}$$

$$\sum F_{Cy} = 0, F_{NCA} = -\frac{\sqrt{5}}{2}F, F_{NBC} = F, F_{NAB} = \frac{F}{2}$$

能量法：

$$\Delta_D = \int_l \frac{F_{Ni}L_i}{EA} \cdot \frac{\partial F_{Ni}}{\partial F} ds + \frac{F_{NB}L^3}{48EI} = \frac{\frac{F}{2} \times \frac{1}{2} \times a}{EA} + \frac{\frac{\sqrt{5}F}{2} \times \frac{\sqrt{5}}{2} \times \sqrt{5}a}{EA} + \frac{F(2a)^3}{48EI}$$

（2）当有 AD 杆时，结构为一次超静定，断开 AD 杆，代之以一对未知反力 X，用单位力法做



$$\overline{F}_{NAB} = -\frac{\sqrt{2}}{4}, \overline{F}_{NAC} = -\frac{\sqrt{10}}{4}$$

$$\delta_{11}=\frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)\times\left(-\frac{\sqrt{2}}{4}\right)\times a}{EA}+\frac{\left(\frac{\sqrt{10}}{4}\right)^2\times\sqrt{5}a}{EA}+2\int_0^a\frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{4}x\right)^2}{EI}dx$$

$$=\frac{a}{8EA}\left(1+5\sqrt{5}\right)+\frac{a^3}{12EI}$$

$$\Delta_{1p}=\frac{\left(-\frac{\sqrt{2}}{4}\right)\times\left(\frac{F}{2}\right)a}{EA}+\frac{\left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{10}}{4}\right)F\times\sqrt{5}a}{EA}+2\int_0^a\frac{\frac{F}{2}x\cdot\frac{\sqrt{2}}{4}x}{EI}dx$$

$$=\frac{5\sqrt{10}-\sqrt{2}Fa}{8EA}+\frac{\sqrt{2}Fa^3}{12EI}$$

$$X_1=-\frac{\Delta_{1p}}{\delta_{11}}=\frac{\frac{5\sqrt{10}-\sqrt{2}}{8EA}Fa+\frac{\sqrt{2}Fa^3}{12EI}}{\frac{a}{8EA}\left(1+5\sqrt{5}\right)+\frac{a^3}{12EI}}=\frac{\left(15\sqrt{10}-3\sqrt{2}\right)}{\left(3+15\sqrt{5}\right)I+2a^2A}F$$

其中 $I=\frac{1}{64}\pi d^4$， $A=\frac{\pi d^2}{4}$

及时雨考研考博网
微信公众号：zju_kaoyan
QQ:602318502