

Domaća zadaća 1

Strukture podataka i algoritmi I - I053

17. listopada 2022.

Upute za rješavanje domaće zadaće

Domaća zadaća se predaje preko Teams platforme. Rok predaje je 20. listopada 2022. u 23:59. Za predaju teorijskih zadatak možete skenirati rješenja ili ih natipkati u \LaTeX -u i sve ih zajedno predati u jednoj pdf datoteci. Programerski zadaci se predaju kao .cpp datoteke.

Zadatak 1 (25 bodova). Dokažite koristeći definiciju asimptotske notacije (naći c i n_0) da vrijedi

- a) $\log_2(n) = \Theta(\ln n)$,
- b) $2n\sqrt{n} + 3n \ln n - n = O(n^2)$,
- c) $\sum_{i=0}^{\lfloor \log_2 n \rfloor} 2^i = \Theta(n)$.

Za funkcije $f_1, f_2 : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, za koje vrijedi $(\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq f_1(n), f_2(n))$, $f_1(n) = O(g_1(n))$, $f_2(n) = O(g_2(n))$, dokažite sljedeće:

- d) $f_1(n) + f_2(n) = O(g_1(n) + g_2(n))$,
- e) $\max\{f_1(n), f_2(n)\} = O(g_1(n) + g_2(n))$.

Zadatak 2 (50 bodova). Implementirajte funkciju .

```
vector<int> selection_sort(vector<int> &A);
```

u jeziku C++ koja vrati sortirano polje danih cijelih brojeva algoritmom Selection sort. Dodatno za vašu implementaciju

- a) dajte pravu gornju granicu na vrijeme izvršavanja $T(n)$ algoritma selection sort i dokažite vašu tvrdnju metodom matematičke indukcije,
- b) dajte primjer duljine 4 za koji će algoritam imati najveće vrijeme izvršavanja,
- c) dajte asimptotske ocjene O , Ω i Θ (ako Θ postoji) na brzinu izvršavanja algoritma te svoje tvrdnje **argumentirajte**,
- d) **argumentirajte korektnost algoritma**.

$T(n)$ je worst-case vrijeme izvršavanja (broj operacija) algoritma na polju duljine n .

Zadatak 3 (30 bodova). Implementirajte funkciju .

```
vector<int> bubble_sort(vector<int> &A);
```

u jeziku C++ koja vrati sortirano polje danih cijelih brojeva algoritmom Bubble sort. Dodatno za vašu implementaciju

- a) dajte asimptotske ocjene O , Ω i Θ (ako Θ postoji) na brzinu izvršavanja $T(n)$ algoritma te svoje tvrdnje **argumentirajte**,
- b) **argumentirajte korektnost algoritma**.

$T(n)$ je worst-case vrijeme izvršavanja algoritma (broj operacija) na polju duljine n .

Zadatak 4 (15 bodova). Za dane funkcije $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, $\forall n \in \mathbb{N}$, $0 < f(n), g(n)$, dokažite da vrijedi

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0 \implies f(n) = O(g(n)).$$