

# Ekološko modeliranje i predviđanje

Udžbenik za studente ekologije, biologije i znanosti o okolišu

Autor

Sveučilište  
Fakultet  
Godina



# Sadržaj

<b>Predgovor</b>	<b>iii</b>
<b>I Osnove ekološkog modeliranja</b>	<b>1</b>
<b>1 Uvod u ekološko modeliranje</b>	<b>3</b>
1.1 Što je ekološko modeliranje? . . . . .	3
1.1.1 Definicija i opseg . . . . .	3
1.1.2 Matematički okvir . . . . .	3
1.2 Povijesni razvoj ekološkog modeliranja . . . . .	3
1.2.1 Pioniri ekološkog modeliranja . . . . .	3
1.3 Vrste ekoloških modela . . . . .	4
1.3.1 Klasifikacija prema pristupu . . . . .	4
1.3.2 Klasifikacija prema vremenu . . . . .	4
1.4 Uloga modeliranja u ekološkim istraživanjima . . . . .	4
1.5 Etičke i metodološke napomene . . . . .	4
1.5.1 Odgovornost modelara . . . . .	4
<b>2 Matematičke osnove</b>	<b>5</b>
2.1 Linearna algebra u ekologiji . . . . .	5
2.1.1 Matrični modeli populacije . . . . .	5
2.1.2 Vlastite vrijednosti i vektori . . . . .	5
2.2 Diferencijalne jednačbe . . . . .	5
2.2.1 Obične diferencijalne jednačbe . . . . .	5
2.2.2 Logistički rast . . . . .	5
2.3 Teorija vjerojatnosti i statistika . . . . .	6
2.3.1 Osnovni koncepti . . . . .	6
2.3.2 Stohastičnost u ekološkim modelima . . . . .	6
<b>3 Tipovi ekoloških modela</b>	<b>7</b>
3.1 Empirijski modeli . . . . .	7
3.1.1 Regresijski modeli . . . . .	7
3.1.2 Generalizirani linearni modeli (GLM) . . . . .	7
3.2 Mehanistički modeli . . . . .	7
3.2.1 Prednosti mehanističkih modela . . . . .	7
3.2.2 Izazovi . . . . .	7

<b>II</b>	<b>Modeli populacijske dinamike</b>	<b>9</b>
<b>4</b>	<b>Jednostavni populacijski modeli</b>	<b>11</b>
4.1	Eksponecijalni rast . . . . .	11
4.1.1	Diskretni eksponecijalni model . . . . .	11
4.2	Logistički rast . . . . .	11
4.2.1	Stabilnost ravnotežnih točaka . . . . .	11
4.3	Diskretni populacijski modeli . . . . .	11
4.3.1	Generalizirani diskretni model . . . . .	11
4.3.2	Ricker model . . . . .	12
4.3.3	Beverton-Holt model . . . . .	12
<b>5</b>	<b>Međuspecijske interakcije</b>	<b>13</b>
5.1	Modeli grabljivac-plijen . . . . .	13
5.1.1	Lotka-Volterra model . . . . .	13
5.1.2	Holling funkcijska odgovor . . . . .	13
5.2	Modeli konkurencije . . . . .	14
5.2.1	Lotka-Volterra konkurencija . . . . .	14
5.2.2	Uvjeti koegzistencije . . . . .	14
<b>III</b>	<b>Prostorni ekološki modeli</b>	<b>15</b>
<b>6</b>	<b>Uvod u prostorno modeliranje</b>	<b>17</b>
6.1	Prostorna heterogenost u ekologiji . . . . .	17
6.1.1	Skale prostorne heterogenosti . . . . .	17
6.2	GIS i daljinsko istraživanje . . . . .	17
6.2.1	Geoinformacijski sustavi (GIS) . . . . .	17
6.2.2	Daljinsko istraživanje . . . . .	18
<b>A</b>	<b>Matematički popis formula</b>	<b>19</b>
A.1	Osnovni populacijski modeli . . . . .	19
<b>B</b>	<b>Softverski kodovi i skripte</b>	<b>21</b>
B.1	R kod za logistički rast . . . . .	21
<b>C</b>	<b>Baze podataka i resursi</b>	<b>25</b>
C.1	Online baze podataka . . . . .	25
C.2	Softverski paketi . . . . .	25
C.2.1	R paketi . . . . .	25
<b>D</b>	<b>Rječnik pojmova</b>	<b>27</b>

# Popis slika

# Popis tablica

1.1	Funkcije ekološkog modeliranja . . . . .	4
6.1	Prostorne skale u ekologiji . . . . .	17
A.1	Pregled osnovnih formula . . . . .	19



# Predgovor

Ekološko modeliranje predstavlja ključnu metodologiju za razumijevanje složenih procesa u prirodi i predviđanje budućih promjena u ekološkim sustavima. Ovaj udžbenik nastao je s ciljem pružanja sveobuhvatnog uvida u teorijske osnove i praktične aplikacije modeliranja u ekologiji.

Udžbenik je namijenjen studentima preddiplomskih i diplomskih studija ekologije, biologije, znanosti o okolišu te srodnih disciplina. Također može služiti kao referentni materijal za istraživače i praktičare koji se bave zaštitom okoliša i upravljanjem prirodnim resursima.





## Dio I

# Osnove ekološkog modeliranja



# Poglavlje 1

## Uvod u ekološko modeliranje

### 1.1 Što je ekološko modeliranje?

Ekološko modeliranje predstavlja interdisciplinarnu znanstvenu metodologiju koja koristi matematičke, statističke i računalne alate za opisivanje, razumijevanje i predviđanje ekoloških procesa i obrazaca.

#### 1.1.1 Definicija i opseg

Model u ekologiji možemo definirati kao pojednostavljenu reprezentaciju stvarnog ekološkog sustava koja nam omogućuje:

- Testiranje hipoteza o funkcioniranju ekoloških procesa
- Predviđanje odgovora sustava na promjene
- Integraciju znanja iz različitih izvora
- Identifikaciju ključnih procesa i varijabli

#### 1.1.2 Matematički okvir

Osnovni matematički pristup ekološkom modeliranju možemo izraziti kao:

$$\frac{dN}{dt} = f(N, t, \theta, \epsilon) \quad (1.1)$$

gdje je  $N$  varijabla stanja (npr. broj jedinki),  $t$  vrijeme,  $\theta$  parametri modela, a  $\epsilon$  stohastička komponenta.

### 1.2 Povijesni razvoj ekološkog modeliranja

#### 1.2.1 Pioniri ekološkog modeliranja

**Malthus (1798)** Prvi eksponencijalni model rasta populacije

**Verhulst (1838)** Logistički model rasta

**Lotka-Volterra (1925-1926)** Modeli grabljivac-plijen

**Leslie (1945)** Matrični modeli populacije

## 1.3 Vrste ekoloških modela

### 1.3.1 Klasifikacija prema pristupu

1. **Empirijski modeli** - temelje se na statističkim odnosima u podacima
2. **Mehanistički modeli** - uključuju eksplicitne ekološke procese
3. **Fenomenološki modeli** - opisuju obrasce bez eksplicitnih mehanizama

### 1.3.2 Klasifikacija prema vremenu

- Statički modeli
- Dinamički modeli
- Stohastički modeli

## 1.4 Uloga modeliranja u ekološkim istraživanjima

Modeliranje u ekologiji služi nekoliko ključnih funkcija:

Tablica 1.1: Funkcije ekološkog modeliranja

Funkcija	Opis
Deskriptivna	Opisivanje postojećih obrazaca
Eksplanatorna	Objašnjavanje uzročno-posljedičnih veza
Prediktivna	Predviđanje budućih stanja
Preskriptivna	Preporučivanje upravljačkih mjera

## 1.5 Etičke i metodološke napomene

### 1.5.1 Odgovornost modelara

Znanstvenici koji razvijaju ekološke modele trebaju:

- Jasno komunicirati ograničenja modela
- Transparentno prikazivati nesigurnosti
- Izbjegavati prekomplikiranje bez opravdanja
- Validirati modele na nezavisnim podacima

# Poglavlje 2

## Matematičke osnove

### 2.1 Linearna algebra u ekologiji

#### 2.1.1 Matrični modeli populacije

Leslie matrica za strukturirane populacije:

$$\mathbf{n}_{t+1} = \mathbf{L}\mathbf{n}_t \quad (2.1)$$

gdje je:

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} F_1 & F_2 & F_3 & \cdots & F_n \\ P_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & P_2 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & P_{n-1} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

#### 2.1.2 Vlastite vrijednosti i vektori

Dominantna vlastita vrijednost  $\lambda_1$  predstavlja asimptotsku stopu rasta populacije:

$$\lambda_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{N_{t+1}}{N_t} \quad (2.3)$$

### 2.2 Diferencijalne jednadžbe

#### 2.2.1 Obične diferencijalne jednadžbe

Osnovni oblik:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y) \quad (2.4)$$

#### 2.2.2 Logistički rast

$$\frac{dN}{dt} = rN \left( 1 - \frac{N}{K} \right) \quad (2.5)$$

Rješenje:

$$N(t) = \frac{K}{1 + \left( \frac{K-N_0}{N_0} \right) e^{-rt}} \quad (2.6)$$

## 2.3 Teorija vjerojatnosti i statistika

### 2.3.1 Osnovni koncepti

- Slučajne varijable i distribucije
- Bayesovska vs. frekventistička statistika
- Maximum likelihood procjena
- Interval povjerenja vs. kredibilni interval

### 2.3.2 Stohastičnost u ekološkim modelima

Tri tipa stohastičnosti:

1. **Demografska stohastičnost** - varijabilnost na razini pojedinaca
2. **Okolišna stohastičnost** - varijabilnost parametara kroz vrijeme
3. **Stohastičnost katastrofa** - rijetki događaji velikog utjecaja

# Poglavlje 3

## Tipovi ekoloških modela

### 3.1 Empirijski modeli

Empirijski modeli oslanjaju se primarno na statističke odnose u podacima bez eksplicitnog modeliranja ekoloških procesa.

#### 3.1.1 Regresijski modeli

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_p x_p + \epsilon \quad (3.1)$$

#### 3.1.2 Generalizirani linearni modeli (GLM)

$$g(\mu_i) = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} \quad (3.2)$$

gdje je  $g$  link funkcija,  $\mu_i = E[Y_i]$ , a  $\mathbf{x}_i$  vektor kovarijata.

### 3.2 Mehanistički modeli

Mehanistički modeli eksplicitno uključuju ekološke procese kao što su rođenje, smrt, migracija i interakcije između vrsta.

#### 3.2.1 Prednosti mehanističkih modela

- Bolje razumijevanje uzročno-posljedičnih veza
- Mogućnost ekstrapolacije izvan raspon podataka
- Testiranje različitih scenarija
- Identificiranje ključnih procesa

#### 3.2.2 Izazovi

- Složenost parametrizacije
- Potreba za detaljnim podacima
- Računalna zahtjevnost

- Nesigurnost parametara



## Dio II

# Modeli populacijske dinamike



## Poglavlje 4

# Jednostavni populacijski modeli

### 4.1 Eksponencijalni rast

Najjednostavniji model kontinuiranog rasta populacije:

$$\frac{dN}{dt} = rN \quad (4.1)$$

Rješenje:

$$N(t) = N_0 e^{rt} \quad (4.2)$$

#### 4.1.1 Diskretni eksponencijalni model

$$N_{t+1} = \lambda N_t \quad (4.3)$$

gdje je  $\lambda = e^r$  konačna stopa rasta.

### 4.2 Logistički rast

Model koji uključuje nosivost staništa:

$$\frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{K}\right) \quad (4.4)$$

#### 4.2.1 Stabilnost ravnotežnih točaka

- $N^* = 0$  (nestabilna ravnoteža)
- $N^* = K$  (stabilna ravnoteža)

### 4.3 Diskretni populacijski modeli

#### 4.3.1 Generalizirani diskretni model

$$N_{t+1} = f(N_t) \quad (4.5)$$

### 4.3.2 Ricker model

$$N_{t+1} = N_t e^{r(1-N_t/K)} \quad (4.6)$$

### 4.3.3 Beverton-Holt model

$$N_{t+1} = \frac{\lambda N_t}{1 + \frac{\lambda-1}{K} N_t} \quad (4.7)$$

# Poglavlje 5

## Međuspecijske interakcije

### 5.1 Modeli grabljivac-plijen

#### 5.1.1 Lotka-Volterra model

Sustav jednadžbi:

$$\frac{dN}{dt} = rN - aNP \quad (5.1)$$

$$\frac{dP}{dt} = eaNP - mP \quad (5.2)$$

gdje su:

- $N$  - gustoća plijena
- $P$  - gustoća grabljivca
- $r$  - intrinzična stopa rasta plijena
- $a$  - stopa napada
- $e$  - efikasnost konverzije
- $m$  - stopa smrtnosti grabljivca

#### 5.1.2 Holling funkcijska odgovor

Tip I (linearan):

$$f(N) = aN \quad (5.3)$$

Tip II (zasićen):

$$f(N) = \frac{aN}{1 + ahN} \quad (5.4)$$

Tip III (sigmoidni):

$$f(N) = \frac{aN^2}{1 + ahN^2} \quad (5.5)$$

## 5.2 Modeli konkurencije

### 5.2.1 Lotka-Volterra konkurencija

$$\frac{dN_1}{dt} = r_1 N_1 \left( 1 - \frac{N_1 + \alpha_{12} N_2}{K_1} \right) \quad (5.6)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = r_2 N_2 \left( 1 - \frac{N_2 + \alpha_{21} N_1}{K_2} \right) \quad (5.7)$$

### 5.2.2 Uvjeti koegzistencije

Koegzistencija je moguća kada:

$$\alpha_{12} < \frac{K_1}{K_2} \quad \text{i} \quad \alpha_{21} < \frac{K_2}{K_1} \quad (5.8)$$

## Dio III

### Prostorni ekološki modeli





# Poglavlje 6

## Uvod u prostorno modeliranje

### 6.1 Prostorna heterogenost u ekologiji

Prostorna heterogenost ključna je karakteristika ekoloških sustava koja utječe na:

- Distribuciju vrsta
- Populacijsku dinamiku
- Međuspecijske interakcije
- Procese na razini zajednice

#### 6.1.1 Skale prostorne heterogenosti

Tablica 6.1: Prostorne skale u ekologiji

Skala	Razmjer	Procesi
Lokalna	< 1 km	Mikroklima, konkurencija
Krajobrazna	1-100 km	Metapopulacije, fragmentacija
Regionalna	100-1000 km	Biogeografija, migracije
Kontinentalna	> 1000 km	Filogenetska raznolikost

### 6.2 GIS i daljinsko istraživanje

#### 6.2.1 Geoinformacijski sustavi (GIS)

GIS omogućuje:

- Prostornu analizu ekoloških podataka
- Integraciju različitih tipova podataka
- Vizualizaciju prostornih obrazaca
- Modeliranje prostornih procesa

### 6.2.2 Daljinsko istraživanje

Ključni izvori podataka:

- Landsat sateliti
- MODIS (Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer)
- Sentinel programi
- LIDAR podaci

# Dodatak A

## Matematički popis formula

### A.1 Osnovni populacijski modeli

Tablica A.1: Pregled osnovnih formula

Model	Formula
Eksponecijalni rast	$\frac{dN}{dt} = rN$
Logistički rast	$\frac{dN}{dt} = rN(1 - N/K)$
Ricker model	$N_{t+1} = N_t e^{r(1-N_t/K)}$
Beverton-Holt	$N_{t+1} = \frac{\lambda N_t}{1 + (\lambda - 1)N_t/K}$



# Dodatak B

## Softverski kodovi i skripte

### B.1 R kod za logistički rast

Listing B.1: Implementacija logističkog modela u R

```
1      # Parametri modela
2      r <- 0.1      # Intrinzička stopa rasta
3      K <- 1000     # Nosivost stani ta
4      NO <- 10      # Pocetna velicina populacije
5      t_max <- 100  # Maksimalno vrijeme
6
7      # Vremenska serija
8      t <- seq(0, t_max, by = 0.1)
9
10     # Analiticko rjesenje
11     N_analytical <- K / (1 + ((K - NO) / NO) * exp(-
12         r * t))
13
14     # Numericka integracija
15     library(deSolve)
16
17     logistic_model <- function(t, state, parameters)
18     {
19         with(as.list(c(state, parameters)), {
20             dN <- r * N * (1 - N / K)
21             return(list(dN))
22         })
23     }
24
25     parameters <- c(r = r, K = K)
26     state <- c(N = NO)
27
28     N_numerical <- ode(y = state, times = t,
29         func = logistic_model,
30         parms = parameters)
31
32     # Vizualizacija
33     plot(t, N_analytical, type = "l", col = "blue",
```

```
32      xlab = "Vrijeme", ylab = "Velicina_populacije",  
33      main = "Logisticki_rast_populacije")  
34      lines(N_numerical[, "time"], N_numerical[, "N"],  
35      col = "red", lty = 2)  
36      legend("bottomright", legend = c("Analiticko", "  
      Numericko"),  
37      col = c("blue", "red"), lty = c(1, 2))
```

# Dodatak C

## Baze podataka i resursi

### C.1 Online baze podataka

- GBIF (Global Biodiversity Information Facility)
- WorldClim - klimatski podaci
- IUCN Red List
- eBird
- Ocean Biogeographic Information System (OBIS)

### C.2 Softverski paketi

#### C.2.1 R paketi

- deSolve - rješavanje diferencijalnih jednačbi
- popbio - populacijska biologija
- dismo - modeli distribucije vrsta
- vegan - analiza zajednica
- adehabitat - analiza staništa





# Dodatak D

## Rječnik pojmova

**Bioraznolikost** Varijabilnost živih organizama na genskoj, vrstarskoj i ekosistemskoj razini

**Nosivost staništa** Maksimalna veličina populacije koju određeno stanište može podržati

**Metapopulacija** Skup lokalnih populacija povezanih migracijama

**Ekološka niša** Multidimenzionalni prostor uvjeta i resursa potrebnih vrsti za preživljavanje

**Stohastičnost** Slučajnost u ekološkim procesima



# Bibliografija

- [1] Caswell, H. (2001). *Matrix Population Models: Construction, Analysis, and Interpretation*. Sinauer Associates.
- [2] Gotelli, N. J. (2008). *A Primer of Ecology*. Sinauer Associates.
- [3] Hastings, A. (1997). *Population Biology: Concepts and Models*. Springer-Verlag.
- [4] Hilborn, R., & Mangel, M. (1997). *The Ecological Detective: Confronting Models with Data*. Princeton University Press.
- [5] May, R. M. (2001). *Stability and Complexity in Model Ecosystems*. Princeton University Press.
- [6] Odum, E. P. (1971). *Fundamentals of Ecology*. W.B. Saunders Company.
- [7] Roughgarden, J. (1998). *Primer of Ecological Theory*. Prentice Hall.
- [8] Tilman, D. (1982). *Resource Competition and Community Structure*. Princeton University Press.