

数理逻辑第3次课后习题作业

3. 将 PC 中公理 A3 改为 $(\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow A)$ ，记所得系统为 PC' 。

证明：

1) $\vdash_{PC} (\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow ((\neg A \rightarrow B) \rightarrow A)$

2) $\vdash_{PC'} (\neg A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow A)$

4. 证明：对 PC 有下列导出规则：

1) 若 $\vdash A \rightarrow (B \rightarrow C)$ ， $\vdash B$ ，那么 $\vdash A \rightarrow C$

2) 若 $\Gamma; \neg A \vdash B$ ，及 $\Gamma; \neg A \vdash \neg B$ ，那么 $\Gamma \vdash A$

6. 在 ND 中证明：

1) $\vdash (\neg A \rightarrow A) \rightarrow A$

2) $\vdash A \rightarrow (B \rightarrow C) \leftrightarrow (A \wedge B \rightarrow C)$

3) $\vdash (A \vee B) \rightarrow C \leftrightarrow (A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)$

4) $\{A \rightarrow B, \neg(B \rightarrow C) \rightarrow \neg A\} \vdash A \rightarrow C$

5) $\vdash \neg(A \rightarrow B) \leftrightarrow A \wedge \neg B$

6) $\vdash (A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \rightarrow A \vee C$

7) $\vdash (A \wedge B) \leftrightarrow A \wedge (\neg A \vee B)$

8) $\vdash ((A \leftrightarrow B) \leftrightarrow A) \leftrightarrow B$

上述 4 题的 1), 2)；

6 题的：3), 6)

为需要提交的作业，本周五上课时收取，收取对象为我单独通知的同学，未收到通知的同学不用提交，用单独纸张书写即可。