

Cómo leer e interpretar formalmente las matrices y decisiones de estrategias en Teoría de Juegos

Nos centraremos en la **presentación formal** y en la **visualización** de los elementos centrales de la teoría de juegos que ya vimos en el documento anterior. El objetivo es **entender con detalle** cómo funciona una matriz de pagos, cómo se leen las utilidades (o *payoffs*) en cada celda y cómo, a partir de esa información, **descubrir** cuáles son las estrategias óptimas y, en particular, cómo se encuentran los equilibrios.

1. Recordando la Estructura de un Juego en Forma Normal

En la representación **en forma normal** (o **forma estratégica**), un juego se describe con:

- Un conjunto de **jugadores** ($N = \{1, 2, \dots, n\}$).
- Para cada jugador i , un conjunto de **estrategias** posibles (S_i).
- Una **función de pagos** (o utilidades) $u_i : S_1 \times S_2 \times \dots \times S_n \rightarrow \mathbb{R}$, que indica el beneficio (o costo) que recibe cada jugador al final del juego, dependiendo de las estrategias combinadas de todos.

Cuando un juego involucra **dos jugadores** con un número pequeño de estrategias, podemos usar una **matriz** para describirlo. Cada **fila** representa una estrategia del jugador 1 (por convención) y cada **columna** una estrategia del jugador 2. En cada **celda** (intersección de una fila y una columna), se muestra el **pago** que recibe cada jugador.

2. Ejemplo de Matriz y su Lectura Paso a Paso

Tomemos, como ejemplo, la matriz del Dilema del Prisionero que usamos en el documento anterior. Imaginemos que la fila corresponde al jugador **A** y la columna al jugador **B**. Cada uno tiene dos estrategias: **Cooperar** (C) o **Traicionar** (T). La matriz de pagos (usando valores de utilidad negativos para representar años de cárcel) se ve así:

	B Cooper (C)	B Traiciona (T)
A Cooper (C)	$(-1, -1)$	$(-3, 0)$
A Traiciona (T)	$(0, -3)$	$(-2, -2)$

2.1 Interpretación de la Notación (u_A, u_B)

- Primera coordenada:** la utilidad (pago) de **A**.
- Segunda coordenada:** la utilidad (pago) de **B**.

Por ejemplo, en la celda superior izquierda $(-1, -1)$:

- A** obtiene -1 .

- $\$B\$$ obtiene $\$-1\$$.

Esto se lee: "Si $\$A\$$ coopera y $\$B\$$ coopera, sus utilidades respectivas son $\$-1\$$ y $\$-1\$$ ".

2.2 Cómo se Lee la Matriz en Conjunto

1. Identificar filas y columnas:

- Filas: Estrategias de $\$A\$$.
- Columnas: Estrategias de $\$B\$$.

2. Localizar la celda:

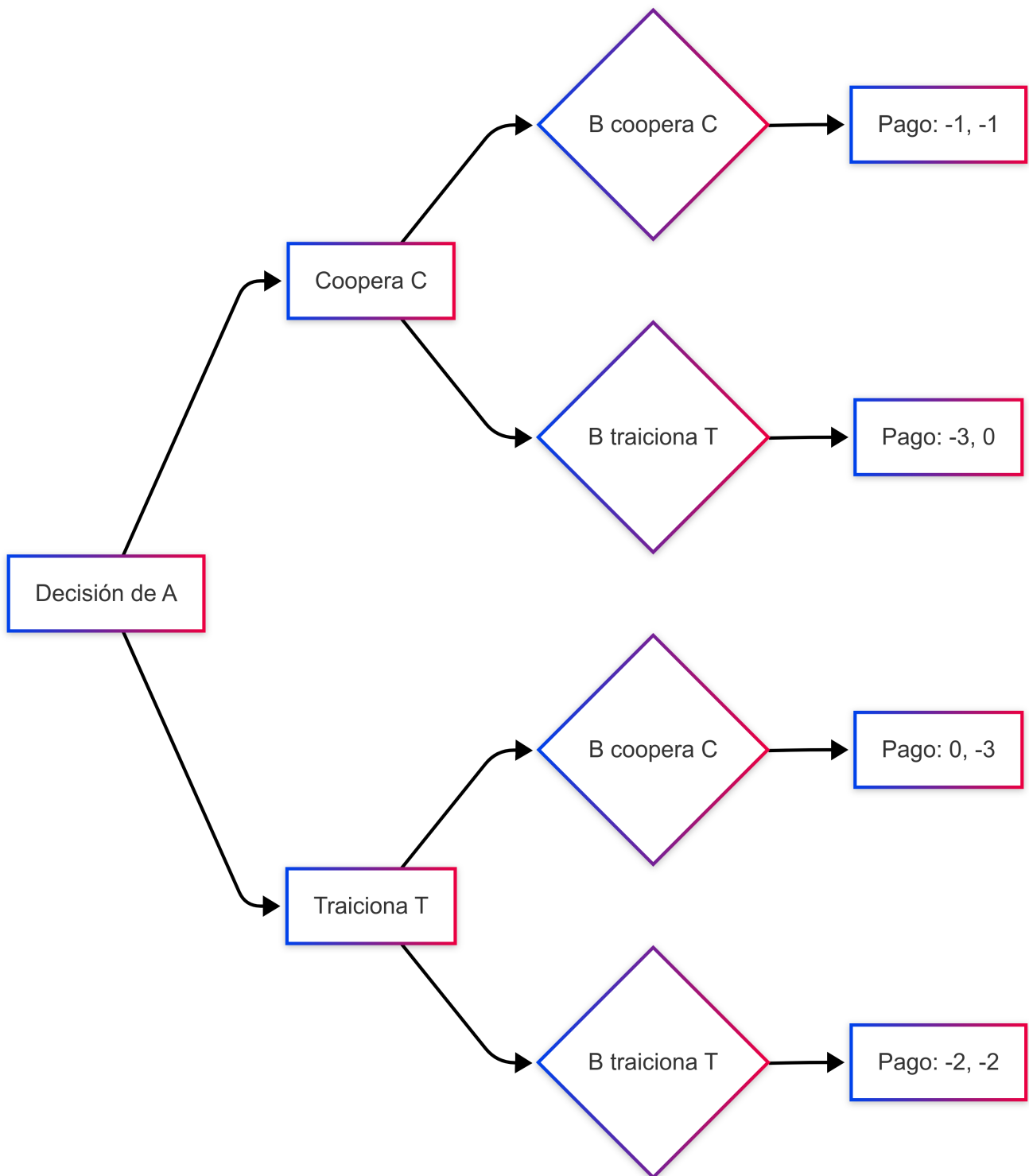
- Combinas la estrategia elegida por $\$A\$$ (una fila) con la estrategia elegida por $\$B\$$ (una columna).
- El resultado es el par de pagos $\$(u_A, u_B)\$$.

3. Comparar celdas:

- Cada jugador, para elegir su estrategia, **compara** las utilidades que recibiría en cada celda, **teniendo en cuenta** las posibles respuestas del otro jugador.

3. Visualización con Mermaid (Representación Sencilla)

Para ayudarte a **visualizar** cómo se obtienen los pagos según cada decisión, puedes usar un diagrama de flujo. Aunque el Dilema del Prisionero es simultáneo, el diagrama ayuda a **ver** las cuatro celdas resultantes.



PROF

- Lee el diagrama de **izquierda a derecha**:
 - Primero, \$A\$ escoge entre **Cooperar (C)** o **Traicionar (T)**.
 - Luego, en cada caso, \$B\$ elige entre **Cooperar (C)** o **Traicionar (T)**.
 - Al final (en las burbujas circulares de la derecha), encuentras el par de pagos.

Aunque el juego es simultáneo (no hay turnos reales), este tipo de diagrama se usa solo para **ilustrar** la formación de cada celda de la matriz.

4. Análisis Formal de las Celdas y Equilibrio

4.1 Estrategia Dominante

Se dice que una estrategia s_i es **dominante** para el jugador i si **en todas** las celdas (sin importar lo que el otro haga), s_i le da al jugador i una utilidad al menos tan buena como cualquier otra estrategia posible.

En el Dilema del Prisionero:

- Para A :
 - Si B coopera (columna C): -1 (cooperar) vs. 0 (traicionar). Mejor traicionar.
 - Si B traiciona (columna T): -3 (cooperar) vs. -2 (traicionar). Mejor traicionar.
 - **Conclusión:** Traicionar **domina** a Cooperar para A .
- Para B : (razonamiento análogo) traicionar también domina a cooperar.

4.2 Búsqueda del Equilibrio de Nash

El **Equilibrio de Nash** ocurre cuando, dado lo que hacen los demás, nadie gana más cambiando **sólo** su estrategia. El método para encontrarlo en una **matriz** de 2×2 es:

1. **Fijar** la estrategia de uno de los jugadores y ver cuál es la **mejor respuesta** del otro.
2. **Marcar** esa celda.
3. **Cambiar** a la otra estrategia del primer jugador y repetir.
4. Quedarse con aquellas celdas en las que **ambos** jugadores estén usando su mejor respuesta simultáneamente.

En la práctica, con la matriz de ejemplo:

- **Si B coopera (columna C)**, la mejor respuesta de A es traicionar (paga 0 en vez de -1).
- **Si B traiciona (columna T)**, la mejor respuesta de A es traicionar (paga -2 en vez de -3).
 - Por tanto, la mejor respuesta de A (ante C o T de B) es siempre Traicionar.
- **Si A coopera (fila C)**, la mejor respuesta de B es traicionar (paga 0 en vez de -1).
- **Si A traiciona (fila T)**, la mejor respuesta de B es traicionar (paga -2 en vez de -3).
 - Por tanto, la mejor respuesta de B (ante C o T de A) es siempre Traicionar.

Como las **mejores respuestas** de ambos se cruzan en la celda (T, T) con pago $(-2, -2)$, ahí se encuentra el **Equilibrio de Nash**.

5. Subrayando la Matriz Paso a Paso

A la hora de estudiarla en papel o en un editor de texto, solemos **subrayar** de la siguiente manera cada **mejor respuesta**:

- Para cada columna (estrategia de B):
 - Compara los valores de A y **subraya** el mayor (o mayores, si hay empate).
- Para cada fila (estrategia de A):

- Compara los valores de B y **subraya** el mayor (o mayores).

Cuando **una celda** tiene **ambos** valores subrayados, significa que es **la mejor respuesta mutua** y, por lo tanto, un **Equilibrio de Nash**.

Ejemplo visual en la misma tabla:

	B C	B T
A C	$(-1, -1)$	$(-3, 0)$
A T	$(0, -3)$	$(\underline{-2}, \underline{-2})$

- Verás que al comparar los resultados:
 - Fila A C, Columna B C: entre -1 (A) y -1 (B) y los valores de la otra fila en la misma columna (0 para A, -3 para B), etc. Al final, se comprueba que la única celda donde **ambos** están subrayados como mejor respuesta es (A T, B T).

(En el Dilema del Prisionero, la comparación paso a paso revela que traicionar siempre es la mejor opción para cada uno, independientemente de la decisión del otro.)

6. Conclusión: Visualizar para Comprender

- **La matriz** es la forma más común y práctica de ver qué pasa en un juego de dos jugadores con pocas estrategias.
- **Leyendo fila por fila y columna por columna**, puedes descubrir las **mejores respuestas** y, con ello, hallar los **equilibrios**.
- Apoyarte en **diagramas** como los que se pueden generar con Mermaid te facilita la **visualización** de cómo se combinan las elecciones de los jugadores, aunque sea un juego simultáneo.
- El **énfasis** está en entender la **estructura** y la **lógica** de la toma de decisiones:
 1. Localizar la estrategia de cada jugador.
 2. Ver los pagos correspondientes.
 3. Comparar para determinar la mejor jugada de cada uno.