



CICLO ITA 3 - DISCURSIVO

TURMA IME-ITA

2022



MATEMÁTICA

Questão 1 Sejam dadas as funções $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e seja $h(x) = g(f(x))$. Prove que:
a. Se h é injetora, então f é injetora. b. Se f e g são injetoras, então h é injetora.

Questão 2 Considere uma progressão aritmética de razão não nula em que o quarto, décimo primeiro e o décimo quinto termo formam, nessa ordem, uma progressão geométrica. Determine o número de termos dessa PA sabendo que o seu terceiro termo é -104 e a soma de seus termos é 40 .

Questão 3 Calcule a área da região definida pelo domínio da função abaixo:

$$f(x, y) = \sqrt{|\arcsen|x| - |\arcsen(1 - |y|)|}$$

Questão 4 Determine todos os primos p tais que $16p + 1$ é cubo perfeito.

Questão 5 O par (z_1, z_2) de números complexos é chamado "parceiro" se existe um número real tal que:

$$z_1^2 + z_2^2 = \alpha z_1 z_2, \quad \alpha \in [-2, 2].$$

Prove que, para todo n natural, se (z_1, z_2) é "parceiro", então (z_1^n, z_2^n) também é.

Questão 6 Considere as equações:

$$x^2 + mx + n = 0 \quad (\text{I})$$

$$x^2 + nx + m = 0 \quad (\text{II})$$

Sabendo que ao somar um mesmo valor k não nulo às raízes de (I) obtém-se as raízes de (II), determine $m + n$.

Questão 7 Em um quadrado $ABCD$, os vértices opostos A e C são raízes da equação

$$z^2 - (6 + 8i)z + 1 + 30i = 0,$$

em que i é a unidade imaginária.

Determine:

- a. A soma dos quadrados desses dois vértices.
- b. Os outros dois vértices.

Questão 8 Considere uma circunferência λ e duas cordas AB e CD perpendiculares entre si e se cruzando num ponto O . Sabendo que $AO = 12$, $CO = 4$, $DO = 5$, calcule o raio de λ .

Questão 9 Resolva, no intervalo $[0, \pi]$, a inequação trigonométrica

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x \geq \cos x + \cos 2x + \cos 3x$$

Questão 10 Cláudio lança um dado não viciado de seis faces sete vezes consecutivas. Sabendo que cada resultado obtido tem que ser maior ou igual ao anterior e que a quantidade de 2's obtidos é maior que a quantidade de 4's obtidos, determine de quantas formas esse lançamento pode ser executado?

QUÍMICA

Dados

Elementos

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g mol ⁻¹)	Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g mol ⁻¹)
H	1	1,01	Cl	17	35,45
He	2	4,00	Ar	18	39,95
C	6	12,01	K	19	39,10
N	7	14,01	Ca	20	40,08
O	8	16,00	Cr	24	52,00
F	9	19,00	Fe	26	55,84
Ne	10	20,18	Cu	29	63,55
Na	11	22,99	Zn	30	65,38
Mg	12	24,31	Br	35	79,90
S	16	32,06	I	53	126,90

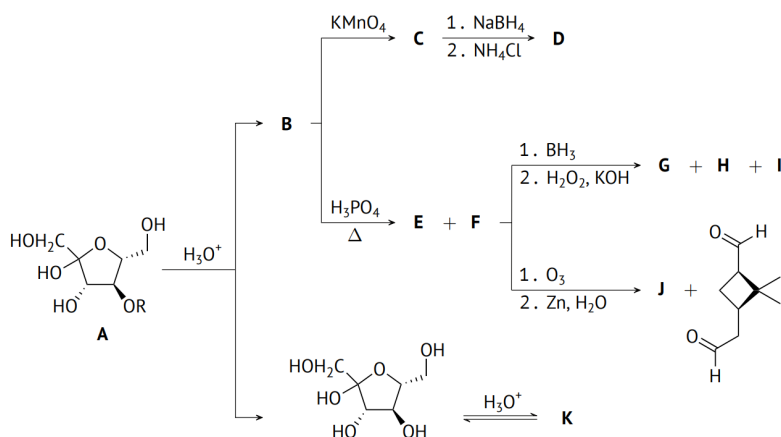
Questão 11 Um tambor metálico com volume de 1,5m³, localizado numa prateleira de uma fábrica, contém ar seco e 500 L de acetona líquida em equilíbrio dinâmico com a fase vapor a 20°C. A pressão parcial da acetona é de 180 mmHg e a pressão total no tambor é de 760 mmHg. Em um dado momento o tambor cai da prateleira e é danificado, sofreu uma redução de volume de 25%, sem que houvesse nenhum vazamento, restando ainda uma quantidade muito pequena de acetona líquida dentro do tambor. Como resultado da queda, a temperatura no interior do cilindro passa a 38°C

- Determine** a pressão do tambor após a queda.
- Determine** a variação de entalpia total de vaporização.

Dados

- Entalpia de vaporização da acetona $\Delta H_{\text{vap}} = 29,3 \text{ kJ mol}^{-1}$

Questão 12 Considere um produto natural hipotético **A**, o qual tem a configuração de um dos seus carbonos indefinida. Este composto é convertido em d-frutofuranose e um composto simétrico **B** (ROH) pelo tratamento com solução aquosa ácida. Em seguida, os produtos da hidrólise de **A** passam por uma sequência de reações, ilustradas no esquema abaixo.



A reação de **F** com ozônio seguida da adição de zinco metálico forma apenas o composto **J**, enquanto a mesma reação para o composto **E** forma apenas o outro produto da reação. Sabe-se que o composto **G** é diastereoisômero do composto **I**, o composto **D** é diastereoisômero do composto **H** e o composto **E** é enantiômero do composto **F**.

- Determine** a estrutura do composto **C**.
- Determine** a estrutura dos compostos **D** e **H**.
- Determine** a estrutura dos compostos **E** e **F**.
- Determine** a estrutura dos compostos **G** e **I**. (Não é necessário determinar qual estrutura corresponde ao composto **G** e qual estrutura corresponde ao composto **I**, apenas apresentar as duas estruturas possíveis)
- Determine** a estrutura do composto **J**.

Questão 13 **Determine** a geometria molecular, a polaridade e a hibridização das espécies abaixo seguir.

- I_3^-
- SOCl_2
- ClF_5
- PF_6^-
- KrF_2

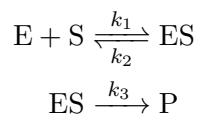
Questão 14 Considere os seguintes processos químicos:

1. Entalpia de sublimação do estrôncio, $\Delta H_{\text{sub}}(\text{Sr}) = 164 \text{ kJ mol}^{-1}$
 2. Primeira ionização do estrôncio, $EI_1(\text{Sr}) = 5,7 \text{ eV}$
 3. Segunda ionização do estrôncio, $EI_2(\text{Sr}) = 11,0 \text{ eV}$
 4. Afinidade eletrônica do cloro, $AE(\text{Cl}) = 3,7 \text{ eV}$
 5. Entalpia de ligação do Cl_2 , $\Delta H_L(\text{Cl}_2) = 243 \text{ kJ/mol}$
 6. Energia de rede do cloreto de estrôncio, $\Delta H_R(\text{SrCl}) = -2150 \text{ kJ/mol}$
- a. **Represente**, na forma de equações químicas, os processos.
- b. **Determine** a entalpia de formação do cloreto de estrôncio.

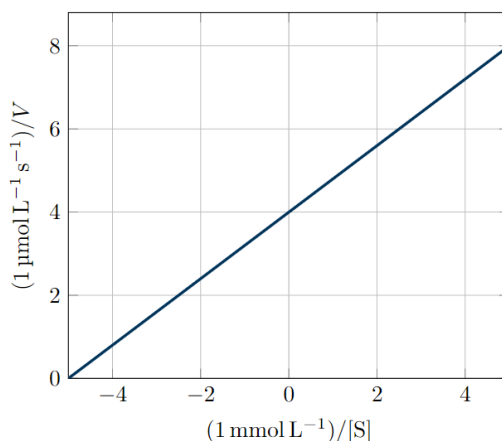
Questão 15

- a. **Ordene** as moléculas H_2O e H_2S em função do seu ângulo de ligação.
- b. **Ordene** as moléculas SF_4 , ClF_3 e XeF_3^+ em função do ângulo de de ligação $\text{F}-\mathbf{X}-\text{F}$ ($\mathbf{X} = \text{S}, \text{Cl}, \text{Xe}$) considerando os átomos de flúor mais afastados um do outro.
- c. **Ordene** os isômeros de fórmula molecular XeO_2F_2 em função de sua energia.

Questão 16 Uma enzima artificial foi desenvolvida para promover a catálise de uma etapa da síntese de um fármaco experimental. Esta enzima segue a cinética de Michaelis-Menten, que ocorre conforme apresentado abaixo:



Em um experimento a velocidade foi calculada em função da concentração inicial de substrato e os resultados foram dispostos em um gráfico de Lineweaver-Burk:



a. **Prove** que a velocidade para essa reação é dada por:

$$V = \frac{V_{\max}[\text{S}]}{K_M + [\text{S}]}$$

onde V_{\max} é a velocidade máxima e K_M é uma constante.

b. **Determine** os valores da velocidade máxima e de K_M para esse experimento.

Questão 17 Um mol de aspirina, composto formado por carbono, hidrogênio e oxigênio, é sintetizado a partir da reação entre um mol de ácido salicílico e um mol de anidrido acético, formando aspirina e ácido acético como subproduto. A massa adicionada de anidrido acético é maior que a metade da massa adicionada de aspirina. Um comprimido de 1 g de aspirina foi queimada com excesso de ar. A corrente gasosa resultante da combustão é passada por um leito de $\text{Mg}(\text{ClO}_4)_2$, perdendo 0,4 g de massa, e em seguida por um leito de NaOH , perdendo 2,2 g de massa.

a. **Apresente** a reação balanceada da queima da aspirina com ar.

b. **Determine** o volume de ar necessário para a queima de 1 g de aspirina em CNTP.

c. **Apresente** a reação de síntese da aspirina a partir do ácido salicílico.

Os dados a seguir são referentes à absorbância em 400 nm e $\rho_{25}^{\circ}C$.

t/s	0	60	120	180	240	300	360	420
Absorbância	0,995	0,964	0,903	0,830	0,772	0,739	0,679	0,605

- Determine** a ordem da reação em relação ao bromo.
- Determine** a ordem global da reação.
- Determine** a constante cinética da reação.

$$\left[\text{O} - \text{C}_1(\text{OH}) - \text{C}_2(\text{OH}) - \text{C}_3(\text{OH}) - \text{C}_4(\text{NH} - \text{C}(=\text{O}) - \text{CH}_3) - \text{O} \right]_n \xrightarrow{\text{NaOH}} \left[\text{O} - \text{C}_1(\text{OH}) - \text{C}_2(\text{OH}) - \text{C}_3(\text{OH}) - \text{C}_4(\text{NH}_2) - \text{O} \right]_r$$

- Determine** o número médio de unidades monoméricas na estrutura da quitosana.
- Determine** a eficiência da síntese da quitosana utilizando hidróxido de sódio.

- Constante crioscópica da água $K_c = 1,9 \text{ kg K mol}^{-1}$
- Densidade da água $\rho = 1 \text{ g cm}^{-3}$

Questão 20 Apresente o produto majoritário quando 1-metilciclopentadieno é tratado com os reagentes a seguir.

- a. Água de bromo.
- b. Ácido bromídrico.
- c. Ácido sulfúrico diluído.
- d. Hidrogênio e paládio.
- e. Ozônio seguido de zinco metálico.