



TURMA DOS 15 - CICLO 2

2023



QUÍMICA

Dados

- Constante de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Carga elementar, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- Constante de Planck, $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-1}$
- Constante de autoionização da água, $K_w = 1 \cdot 10^{-14}$
- Constante de Faraday, $F = 96\,500 \text{ C mol}^{-1}$
- Constante dos gases, $R = 8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
- Constante de Rydberg, $\mathcal{R} = 1,1 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$
- Velocidade da luz no vácuo, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

Definições

- Composição do ar atmosférico: 79% N_2 e 21% O_2

Aproximações Numéricas

- $\sqrt{2} = 1,4$
- $\sqrt{3} = 1,7$
- $\sqrt{5} = 2,2$
- $\log 2 = 0,3$
- $\log 3 = 0,5$
- $\ln 10 = 2,3$

Tabela Periódica

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g mol^{-1})	Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g mol^{-1})
H	1	1,01	Na	11	22,99
C	6	12,01	Mg	12	24,31
N	7	14,01	S	16	32,06
O	8	16,00	Cl	17	35,45

Questão 11. Determine o valor de K para que as raízes da equação do segundo grau:

$$(K - 5)x^2 - 4Kx + K - 2 = 0$$

sejam o seno e o cosseno de um mesmo arco.

Questão 12. Determine o conjunto-solução da inequação:

$$x + \sqrt{x^2 - 10x + 9} > \sqrt{x + 2\sqrt{x^2 - 10x + 9}}$$

Questão 13. Em um triângulo ABC , acutângulo, a bissetriz interna do ângulo \hat{B} intercepta AC no ponto D . Uma reta paralela ao lado AB , que passa pelo ponto D , intercepta o lado BC no ponto E . Pelo ponto E traça-se uma paralela ao segmento BD que corta AC no ponto F . Sendo $AB = 20 \text{ cm}$, $BC = 30 \text{ cm}$ e $DF = 6 \text{ cm}$, determine o comprimento do segmento BD .

Questão 14. Sejam f e g funções reais definidas por

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 3, & \text{se } x \geq 0 \\ x^2 - 3x + 2, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

e

$$g(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{se } x > 2 \\ 1 - x^2, & \text{se } x \leq 2 \end{cases}$$

Sendo assim, determine a expressão de $f \circ g(x)$.

Questão 15. Seja S o conjunto de todos os números complexos z satisfazendo

$$|z - 2 + i| \geq \sqrt{5}$$

Se o número complexo z_0 é tal que $\frac{1}{|z_0 - 1|}$ é o máximo do conjunto $\left\{ \frac{1}{|z - 1|} : z \in S \right\}$, determine os possíveis argumentos de:

$$\frac{4 - z_0 - \overline{z_0}}{z_0 - \overline{z_0} + 2i}$$

Questão 16. Seja a_k o termo de ordem k de uma progressão geométrica infinita tal que $a_n = 1/6$. A razão entre a soma dos termos que precedem (ou seja, $\sum_{k=1}^{n-1} a_k$) e a soma dos termos que o sucedem (ou $\sum_{k=n+1}^{+\infty} a_k$) é 30. Se a soma dos termos da progressão é $16/3$, qual é o valor de n ?

Questão 17. São dados três pontos no plano cartesiano: $P(5, 2)$, $Q(2, -1)$ e $R(2, 0)$. Sabe-se que a figura geométrica formada pelos pontos que distam k da reta PQ e $2k$ do ponto R é um triângulo. Determine o valor de k , sendo k um número real positivo.

Questão 18. Considere 10 pontos em um plano, entre os quais não há 3 pontos colineares.

- Quantas são as retas que contém dois desses pontos?
- Qual é o número máximo de pontos de interseção dessas retas?

Questão 19. Analise para quais valores de λ a equação:

$$\sec(x) + \csc(x) = \lambda$$

Apresenta solução para algum x tal que $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

Questão 20. Uma pirâmide triangular tem como base um triângulo de lados 13cm, 14cm, 15cm; as outras arestas medem l . Sabendo que o volume da pirâmide é igual a $105\sqrt{22}$, qual é o valor de l , em cm?