CICLO ITA 3 - OBJETIVO

TURMA IME-ITA

2022

GABARITO

Física

1. D **2.** B **3.** C **4.** A **5.** E **6.** D **7.** A **8.** D **9.** A **10.** C **11.** C **12.** E **13.** D **14.** B **15.** C

Português

1. D **2.** B **3.** A **4.** B **5.** E **6.** B **7.** B **8.** D **9.** A **10.** C **11.** E **12.** D **13.** D **14.** A **15.** E

Inglês

1. C **2.** D **3.** B **4.** A **5.** D **6.** C **7.** B **8.** E **9.** B **10.** C

Matemática

1. A **2.** A **3.** B **4.** C **5.** C **6.** C **7.** B **8.** D **9.** A **10.** C **11.** B **12.** E **13.** E **14.** A **15.** A

Química

1. D **2.** C **3.** D **4.** C **5.** C **6.** B **7.** D **8.** C **9.** E **10.** C **11.** C **12.** B **13.** B **14.** D **15.** -

FÍSICA

1ª QUESTÃO

Uma mariposa entra voando pela janela de uma sala de aula e um aluno nota que a distância entre a mesma e o teto varia à razão de $0,5$ m/s, entre o inseto e a parede lateral varia à razão v_1 m/s e entre a mesma e a parede do fundo à razão v_2 m/s. Depois de $3s$, a mariposa choca-se com um dos cantos do fundo (entenda o canto como um dos vértices do paralelepípedo que representa a sala). Sabe-se ainda que a mariposa entra na sala estando a $3m$ de uma das paredes laterais. Determine qual(is) o(s) valor(es) da velocidade do inseto, em m/s, se as dimensões da sala são: 3 m de altura, $4,5$ m de largura e 6 m de comprimento.

A ( ) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ou $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ou $\frac{\sqrt{14}}{2}$

B ( ) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ou $\frac{\sqrt{14}}{2}$

C ( ) $\frac{\sqrt{21}}{2}$ ou $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

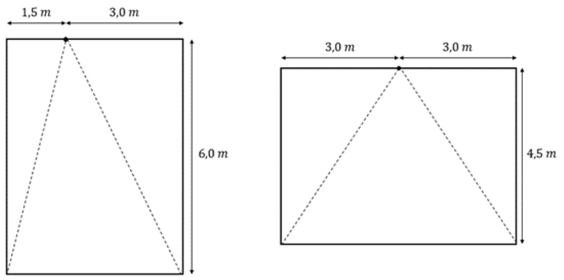
D ( ) $\frac{\sqrt{21}}{2}$ ou $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ou $\frac{\sqrt{14}}{2}$

E ( ) $\frac{\sqrt{21}}{2}$ ou $\frac{\sqrt{14}}{2}$ ou $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

Gabarito: D

Como a questão não deixa claro em qual parede se encontra a janela, temos que analisar todos os casos. Pelo enunciado, podemos ter as seguintes situações:

Visão superior da sala:



Podemos perceber então, que temos 3 situações. No entanto, o movimento vertical é o mesmo para todas as situações.

Considerando a primeira figura, temos já 2 possibilidades. Nas duas possibilidades, a velocidade v_2 é a mesma:

$$v_2 \cdot 3,0\ s = 6,0\ m \Rightarrow v_2 = 2\ m/s$$

Situação i: percorrendo a distância lateral de $1,5\ m$.

$$v_1 \cdot 3,0\ s = 1,5\ m \Rightarrow v_1 = 0,5\ m/s$$

Sendo assim, a velocidade total é:

$$v = \sqrt{2^2 + 0,5^2 + 0,5^2} \Rightarrow \boxed{v = \frac{3\sqrt{2}}{2}\ m/s}$$

Situação ii: percorrendo a distância lateral de $3,0\ m$.

$$v_1 \cdot 3,0\ s = 3,0 \Rightarrow v_1 = 1\ m/s$$

Sendo assim, a velocidade total é:

$$v = \sqrt{2^2 + 0,5^2 + 1^2} \Rightarrow \boxed{v = \frac{\sqrt{21}}{2}\ m/s}$$

Considerando a segunda figura, podemos perceber que os outros dois casos são simétricos. Sendo assim:

$$v_1 \cdot 3,0\ s = 4,5\ m \Rightarrow v_1 = 1,5\ m/s$$

$$v_2 \cdot 3,0\ s = 3,0\ m \Rightarrow v_2 = 1\ m/s$$

Logo:

$$v = \sqrt{1^2 + 1,5^2 + 0,5^2} \Rightarrow \boxed{v = \frac{\sqrt{14}}{2}\ m/s}$$

Portanto, as possibilidades são:

$$\boxed{v = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ ou } \frac{\sqrt{21}}{2} \text{ ou } \frac{\sqrt{14}}{2}}$$

2ª QUESTÃO

Um vídeo publicitário que "viralizou"nos anos 2000 mostra o ex-jogador Ronaldinho Gaúcho chutando uma bola repetidas vezes contra o travessão de um gol. O vídeo alcançou a marca de 1 milhão de visualizações, o que foi considerado um grande feito em uma época em que a internet não tinha o alcance de hoje. Considerando que o ex-jogador estava a uma distância 20 m das traves, de altura 5 m, e desprezando a resistência do ar, qual o módulo aproximado da velocidade mínima com que ele deve chutar a bola para conseguir realizar esse feito?

A ( ) 30 m/s **B** ( ) 22 m/s **C** ( ) 16 m/s **D** ( ) 9 m/s **E** ( ) 4 m/s

Gabarito: B

Para acertar o travessão repetidas vezes, a bola tem que voltar no pé do bruxo ao cair no chão, portanto, ela deve ir até a trave percorrendo a distância de $20m$ no eixo x e depois voltar $20\ m$ até chegar no pé do jogador, ou seja, percorrerá metade do alcance na ida e a outra metade na volta. Portanto, na metade do lançamento oblíquo a bola baterá na trave, e sabemos que a metade deste movimento é o ponto de altura máxima. Sendo assim, queremos um lançamento oblíquo em que a altura máxima é $5\ m$ e o alcance horizontal é $40\ m$:

$$\frac{V_0^2 sen^2(\theta)}{2g} = 5$$

$$\frac{2V_0^2 sen(\theta)cos(\theta)}{g} = 40$$

Dividindo as duas equações:

$$\frac{4cos(\theta)}{sen(\theta)} = 8$$

$$tan(\theta) = \frac{1}{2}$$

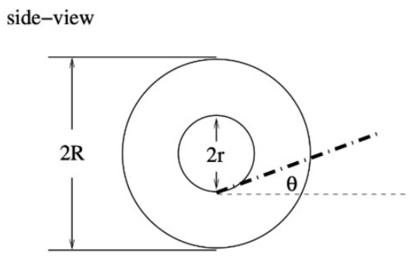
Logo, podemos calcular que $sen(\theta) = \frac{1}{\sqrt{5}}$
Substituindo na equação da altura máxima:

$$\frac{V_0^2 \cdot \frac{1}{5}}{20} = 5$$

$$\boxed{V_0 = \sqrt{500} \approx 22\ m/s}$$

3ª QUESTÃO

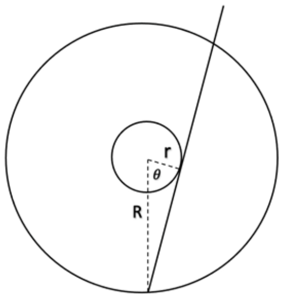
Um carretel é feito de um cilindro com um disco fino preso a cada extremidade do cilindro, como mostrado. O cilindro tem raio $r = 0,75cm$ e os discos têm raio $R = 1,25cm.$ Uma corda é presa ao cilindro e enrolada em torno do cilindro algumas vezes. A que ângulo acima da horizontal a corda pode ser puxada de modo que o carretel deslize sem girar?



A ( ) $30°$ **B** ( ) $37°$ **C** ( ) $53°$ **D** ( ) $60°$ **E** ( ) $45°$

Gabarito: C

Para que o carretel evite rolar, deve haver torque zero sobre o ponto de contato do carretel com o solo. Isso ocorre quando a corda está em uma linha que cruza o ponto de contato. Ilustrando:



Temos então:

$$sin(90° - \theta) = \frac{r}{R}$$

$$cos\theta = \frac{0,75}{1,25} = \frac{3}{5}$$

$$\theta = 53°$$

4ª QUESTÃO

Um corpo esférico de raio r encontra-se em um movimento de queda dentro de um líquido viscoso. Sabe-se que, devido à viscosidade, atua sobre o corpo uma força de arraste da forma $F = 6rv$, onde representa o coeficiente de viscosidade, v a velocidade e r o raio. Sabendo que as densidades do corpo e do óleo são, respectivamente, ρ_1 e ρ_2, calcule a velocidade terminal dessa configuração. Observação: a velocidade terminal será a máxima que o objeto pode ter nessa situação.

A ( ) $\frac{2gr^2(\rho_1 - \rho_2)}{9}$ **B** ( ) $\frac{4gr^2(\rho_1 - \rho_2)}{9}$ **C** ( ) $\frac{2gr^2(\rho_1 - \rho_2)^2}{9}$

D ( ) $\frac{(\rho_1 - \rho_2)}{2gr^2}$ **E** ( ) $\frac{9}{2gr^2(\rho_1 - \rho_2)}$

Gabarito: A

Quando o corpo chegar na velocidade terminal, sua velocidade não será mais alterada, sou seja, a força resultante sobre ele será nula, sendo assim, o peso se iguala a soma do arrasto com o empuxo.

Portanto, para que $F_{res} = 0$, podemos escrever que:

$$P = F + E$$

$$\rho_1 V g = 6\pi\eta r v + \rho_2 V g$$

$$v = Vg\frac{(\rho_1 - \rho_2)}{6\pi\eta r}$$

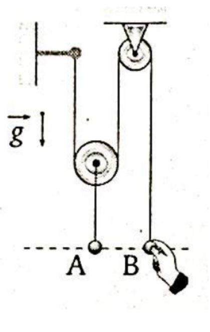
$$v = \frac{4\pi r^3}{3}g\frac{(\rho_1 - \rho_2)}{6\pi\eta r}$$

Portanto, simplificando, encontramos:

$$\boxed{v = \frac{2gr^2(\rho_1 - \rho_2)}{9\eta}}$$

5ª QUESTÃO

Na figura tem-se uma bola de aço A e outra bola B de madeira. Inicialmente, ambas estão niveladas e em repouso. Em um dado instante, o corpo B é liberado e o sistema entra em movimento. Durante o terceiro segundo, sabe-se que a bola A desloca-se 5 m. Em quanto as bolas se desnivelam após 3 s?



A ( ) 9m **B** ( ) 12m **C** ( ) 15m **D** ( ) 24m **E** ( ) 27m

Gabarito: E

Por mais que sejam fornecidos poucos dados numéricos, a informação fornecida pelo vínculo geométrico permite que relacionemos as acelerações das bolas e assim, tendo obtido o valor da aceleração por meio dos dados, obtemos os delocamentos das respectivas bolas.

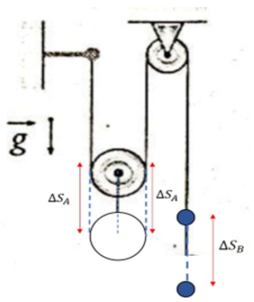
Aceleração da bola A:

O deslocamento no terceiro segundo é dado por $S_3 - S_2$, onde S_3 e S_2 são as posições da esfera A nos instantes 2 s e 3 s, respectivamente. Como a bola parte de uma velocidade inicial nula e assumindo que sua aceleração resultante tenha módulo a, apontando para cima, temos:

$$S_2 = \frac{a \cdot 2^2}{2} \;\; e \;\; S_3 = \frac{a \cdot 3^2}{2}$$

E portanto:

$$S_3 - S_2 = \frac{9a}{2} - 2a = 5$$
$$a = 2\; m/s^2$$

Vínculo: 

$\Delta S_B = 2 \cdot \Delta S_A \rightarrow a_B = 2 \cdot a_A$

Arbitrando um referencial vertical y positivo para cima, com $\vec{a}$ o vetor aceleração da bola A. Assuma que $\vec{a}$ está orientado para cima e então, com o vínculo estabelecido pelas polias, a aceleração da bola B será dada por $-2\vec{a}$. No instante $t = 3\; s$ temos:

Posição da bola A = $S_A = \dfrac{a \cdot 3^2}{2} = 9\; m$

Posição da bola B = $S_B = \dfrac{-2 \cdot a \cdot 3^2}{2} = -18\; m$

A distância Δ entre as bolas é dada por:

$$\Delta = S_A - S_B = 9 - (-18) = 27\; m$$

6ª QUESTÃO

Sobre o modelo de gás ideal, analise as afirmativas e assinale a alternativa correta.

1. As moléculas realizam movimentos uniformemente acelerados.
2. Para uma mesma quantidade de oxigênio ($\mathrm{O_2}$) e gás carbônico ($\mathrm{CO_2}$), ambos a mesma temperatura, a energia interna por molécula de gás carbônico será maior.
3. Para mesmas quantidades de hidrogênio ($\mathrm{H_2}$) e argônio (Ar) a mesma temperatura, a velocidade média quadrática das moléculas de hidrogênio será maior.
4. Todos os choques são considerados perfeitamente inelásticos.

A ( ) Todas as opções são verdadeiras.

B ( ) Apenas três opções são verdadeiras.

C ( ) Apenas duas opções são verdadeiras.

D ( ) Apenas uma é verdadeira.

E ( ) Todas são falsas.

Gabarito: D

1. **Falso** Segundo a teoria cinética dos gases, as forças intermoleculares e o peso das moléculas são desprezíveis, portanto não há força resultante atuante sobre uma molécula e, então, não há aceleração, conforme a Segunda Lei de Newton;
2. **Falso** Como as temperaturas e as quantidades (número de mols) são as mesmas, o único fator restante que pode alterar a energia interna são os graus de liberdade do gás, cujo valor está na fórmula da energia interna $U = \frac{fnRT}{2}$, onde f é o número de graus de liberdade. Para o O_2, uma molécula diatômica, temos $f = 5$ Para o CO_2, por mais que seja uma molécula triatômica, **o fato de ser uma molécula linear** garante $f = 5$ para o CO_2 e não $f = 6$ como se poderia erroneamente concluir;
3. **Verdadeiro** Segundo a fórmula para a velocidade quadrática média v_{rms} temos:

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

   Como \$\ M_{H_2}v_{rms{Ar}}\$;

4. **Falso** No modelo dos gases ideais, uma das hpóteses assumidas nos cálculos é que os choques entre as moléculas com as paredes ou com outras moléculas são considerados perfeitamente **elásticos**.

7ª QUESTÃO

Um recipiente de volume V possui acoplado a si uma bomba constituída de um pistão, a qual captura e isola a cada ciclo de expansão um volume ΔV. Ao longo destes ciclos o gás presente no volume ΔV é evacuado, retornando o pistão à posição inicial. Determine o número de ciclos necessários para reduzir a pressão no interior do recipiente em η vezes. Considere que a temperatura do sistema se mantenha constante.

A ( ) $N = \dfrac{\log}{\log(1+\frac{\Delta V}{V})}$

B ( ) $N = \dfrac{\log}{\log(1+\frac{\Delta V}{V})} + 1$

C ( ) $N = \dfrac{\log}{\log(1+\frac{\Delta V}{V})} - 1$

D ( ) $N = \dfrac{\log}{2\log(1+\frac{\Delta V}{V})}$

E ( ) $N = \dfrac{2\log}{\log(1+\frac{\Delta V}{V})}$

Gabarito: A

Como a temperatura e volume no recipiente permanecem constantes, temos que a pressão P_f no recipiente será igual a P_0 quando n_f for igual a $\dfrac{n_0}{\eta}$.

Análise de um ciclo:

A cada ciclo, a bomba funciona como um recipiente de volume ΔV conectada ao recipiente de volume V por meio de uma válvula. Cada ciclo corresponde a abertura da válvula até que as pressões nos recipientes se igualem, assim, após a ativação da bomba, sendo P a pressão final do sistema recipiente-bomba após o primeiro ciclo, temos:

Pressão de equilíbrio com a válvula aberta:

$$P(V+\Delta V) = n_0RT \Rightarrow P = \frac{n_0RT}{V+\Delta V}$$

Sendo assim o número de mols no recipiente de volume V após um ciclo é dado por:

$$n_1 = \frac{PV}{RT} = \frac{n_0V}{V+\Delta V}$$

Analogamente, se realizarmos um segundo ciclo teremos:

$$n_2 = \frac{n_1V}{V+\Delta V} = \frac{n_0V^2}{(V+\Delta V)^2}$$

Sendo assim, para N ciclos:

$$n_N = \frac{n_0V^N}{(V+\Delta V)^N}$$

Como devemos ter $n_N = \frac{n_0}{\eta}$:

$$n_N = \frac{n_0}{\eta} = \frac{n_0V^N}{(V+\Delta V)^N}$$

Invertendo a equação e aplicando $\log$, temos:

$$N\ log\left(\frac{V+\Delta V}{V}\right) = log\ \eta$$

E então:

$$\boxed{N = \frac{log\ \eta}{log(1+\frac{\Delta V}{V})}}$$

8ª QUESTÃO

Uma viga sem massa de comprimento L é fixada em uma das extremidades. Uma força para baixo F é aplicada à extremidade livre da viga, desviando a viga para baixo por uma distância x. A deflexão x é linear em F e é inversamente proporcional ao momento da seção transversal I, que tem unidades m^4. A deflexão também depende do módulo de Young E, que tem unidades N/m^2. Então x depende de L de acordo com:

A ( ) $x \propto \sqrt{L}$ **B** ( ) $x \propto L$ **C** ( ) $x \propto L^2$ **D** ( ) $x \propto L^3$ **E** ( ) $x \propto L^4$

Gabarito: D

Tudo, exceto F ou E, só tem unidades de comprimento. Então para cancelar as outras unidades da força, precisamos de $x\frac{F}{EI}$ que tem dimensões de m^3. Logo, temos:

$$\boxed{xL^3}$$

.

obs: A fórmula exata é $x = \frac{FL^3}{3EI}$.

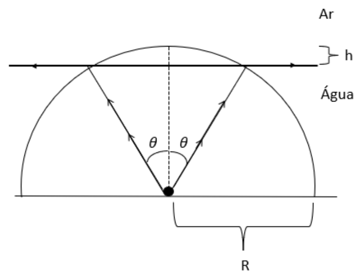
9ª QUESTÃO

Uma fonte luminosa puntiforme é colocada no fundo de um lago grande e profundo. Sendo n o índice de refração da água desse lago e o índice de refração do ar é 1, determine a fração f da energia luminosa que escapa diretamente através da superfície da água. Considere que, ao incidir no dioptro água-ar, ou a luz é refletida ou a luz é refratada.

A ( ) $1 - \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}$ **B** ( ) $\frac{1}{2}(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}})$ **C** ( ) $\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}})$

D ( ) $1 - \sqrt{n^2 - 1}$ **E** ( ) $\sqrt{n^2 - 1}$

Gabarito: A



Conforme a figura acima, os raios que escapam da superfície do lago estão limitados pelo ângulo θ tal que ocorre reflexão total.

Cálculo de θ:

Para a reflexão total temos $n \cdot sen\theta = 1 \rightarrow sen\theta = \frac{1}{n}$

As frentes de onda emitidas pela fonte luminosa pontual são esféricas, ou seja, a relação entre as potências é dada pela razão entre a área na semisfera centrada na fonte que é atravessada pelos raios partindo da superfície da água e a área total da semisfera. A área atravessada pelos raios nada mais é do que a área da calota esférica com ângulo de abertura 2θ:

$$A_{calota} = 2\pi Rh$$

$$h = R - Rcos\theta = R\left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}\right)$$

Portanto:

$$A_{calota} = 2\pi R^2\left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}\right)$$

A área da semiesfera é dada por:

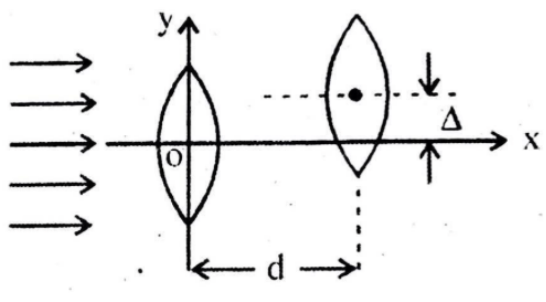
$$A_{total} = 2\pi R^2$$

Portanto a razão entre as potências(ou entre as energias luminosas) é dada por:

$$\frac{A_{calota}}{A_{total}} = \frac{2\pi R^2\left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}\right)}{2\pi R^2} = 1 - \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}$$

10ª QUESTÃO

Duas lentes convexas de distâncias focais f_1 e f_2 (a lente 1 está posicionada à esquerda) estão separadas por uma distância horizontal d (onde $d < f_1$, $d < f_2$) e seus centros estão separados por uma distância Δ com mostra a figura:



Usando o ponto O como a origem do sistema de coordenadas, as coordenadas x e y do ponto focal do sistema de lentes, para raios paralelos vindo da esquerda e dado por:

A ( ) $x = \dfrac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}, \quad y = \Delta$

B ( ) $x = \dfrac{f_1(f_2 + d)}{f_1 + f_2 - d}, \quad y = \dfrac{\Delta}{f_1 + f_2}$

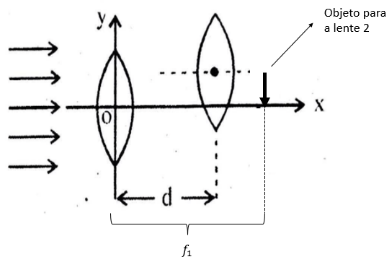
C ( ) $x = \dfrac{f_1 f_2 + d(f_1 - d)}{f_1 + f_2 - d}, \quad y = \dfrac{\Delta(f_1 - d)}{f_1 + f_2 - d}$

D ( ) $x = \dfrac{f_1(f_2 + d)}{f_1 + f_2 - d}, \quad y = 0$

E ( ) $x = \dfrac{f_1(f_1 - d)}{f_1 + f_2 - d}, \quad y = \dfrac{\Delta(f_2 - d)}{f_1 + f_2 - d}$

Gabarito: C

Para esse tipo de questão, faremos primeiro a imagem da lente à esquerda, para assim, usá-la como objeto para a segunda lente; Como os raios incidentes estão paralelos, a primeira imagem será o ponto à uma distância f_1 do centro dos eixos $(f_1, 0)$. Agora, usaremos a segunda lente. O bizu é pensar que o ponto $(f_1, 0)$ será o objeto da lente mais à direita como mostra a figura:



Usando a fórmula de Gauss juntamente com a relação de aumento ($\frac{i}{o} = \frac{-p'}{p}$) acharemos as coordenadas do foco do sistema:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{d - f_1} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f_2}$$

$$p' = \frac{f_2(d - f_1)}{d - f_1 - f_2}$$

Para a altura da imagem, considerando agora o eixo da segunda lente:

$$\frac{i}{-\Delta} = \frac{\frac{f_2(f_1 - d)}{d - f_1 - f_2}}{d - f_1}$$

$$i = \frac{-f_2 \cdot \Delta}{f_1 + f_2 - d}$$

Finalmente, podemos escrever a posição do foco no referencial dos eixos coordenados:

$$\boxed{y = i + \Delta = \frac{(f_1 - d)\Delta}{f_1 + f_2 - d}}$$

$$\boxed{x = d + p' = \frac{f_1 f_2 + d(f_1 - d)}{f_1 + f_2 - d}}$$

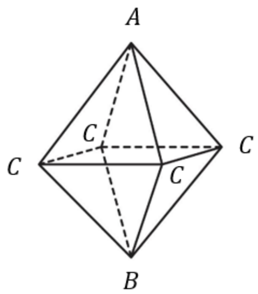
11ª QUESTÃO

Em cada uma das arestas de um octaedro existe um resistor ôhmico de resistência elétrica igual a $8\,\Omega$. Uma d.d.p. de 20 V é aplicada entre dois vértices opostos desse octaedro. Determine a potência total dissipada por esses resistores.

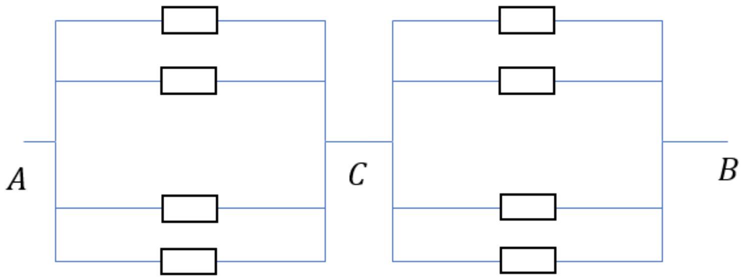
A ( ) 150 W **B** ( ) 125 W **C** ( ) 100 W **D** ( ) 75 W **E** ( ) 50 W

Gabarito: C

Vejamos o seguinte desenho:



Podemos afirmar que todos os pontos entre A e B possuem mesmo potencial, dada a simetria do desenho (a corrente não verá diferença em que caminho percorrer para chegar no ponto C, partindo de A, por exemplo). Portanto, redesenhando:



Como todas as resistências tem valor $R = 8\ \Omega$, temos que:

$$R_{eq} = \frac{8}{4} + \frac{8}{4} = 4\ \Omega$$

Sendo assim, podemos utilizar que a potência dissipada vale $P_{diss} = \frac{U^2}{R_{eq}}$:

$$P_{diss} = \frac{20^2}{4} \Rightarrow \boxed{P = 100\ W}$$

12ª QUESTÃO

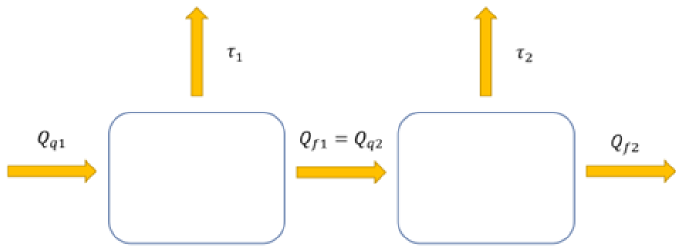
Sejam duas máquinas térmicas conectadas em série, de tal forma que o calor liberado pela primeira máquina seja absorvido e totalmente utilizado pela segunda máquina. Os rendimentos das máquinas são, respectivamente, η_1 e η_2. Qual é o rendimento combinado das máquinas em série?

A ( ) $\eta_1 + \eta_2$ **B** ( ) $\eta_1 - \eta_2$ **C** ( ) $\eta_1 . \eta_2$

D ( ) $\eta_1 + \eta_2 + \eta_1 . \eta_2$ **E** ( ) $\eta_1 + \eta_2 - \eta_1 . \eta_2$

Gabarito: E

Usaremos a relação de rendimentos em motores considerando o calor frio da primeira máquina como sendo o calor quente da segunda:



$$\eta_1 = 1 - \frac{Qf_1}{Qq_1}$$

$$\eta_2 = 1 - \frac{Qf_2}{Qq_2}$$

Como $Qf_1 = Qq_2$:

$$Qq_1(1-\eta_1) = \frac{Qf_2}{1-\eta_2}$$

$$\frac{Qf_2}{Qq_1} = (1-\eta_1)(1-\eta_2)$$

Veja agora que a expressão que queremos, do rendimento do sistema, será dada por:

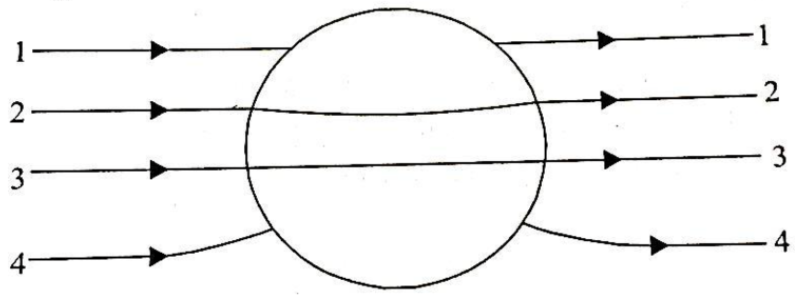
$$\eta = 1 - \frac{Qf_2}{Qq_1}$$

$$\eta = 1 - (1-\eta_1)(1-\eta_2)$$

$$\boxed{\eta = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1 \cdot \eta_2}$$

13ª QUESTÃO

Uma esfera metálica sólida é colocada em um campo elétrico uniforme. As linhas de força seguem qual dos padrões mostrados na figura a seguir?



A ( ) 1 **B** ( ) 2 **C** ( ) 3 **D** ( ) 4 **E** ( ) NDA

Gabarito: D

Sabemos pela gaiola de Faraday que dentro de uma superfície condutora eletrizada, haverá campo elétrico nulo, extinguindo as linhas de força na zona interna da esfera. Sabemos também que, pela existência de uma indução de carga na esfera, não seria possível que essas linhas seguissem sem interferência assim como no item 1. Finalmente, concluímos que o padrão 4 é o que melhor descreve uma linha de força do sistema dado.

14ª QUESTÃO

Duas esferas condutoras de mesmo raio são conectadas entre si por um longo fio condutor. Ambas as esferas são submetidas à uma mesma variação de temperatura T. Sabendo que os coeficientes de dilatação linear das esferas valem α_1 e α_2 e que a carga total do sistema é 2Q, determine a carga que flui pelo fio após o aquecimento de ambas as esferas.

A ( ) $\dfrac{Q(\alpha_1 - \alpha_2)T}{1 + (\alpha_1 + \alpha_2)T}$

B ( ) $\dfrac{Q(\alpha_1 - \alpha_2)T}{2 + (\alpha_1 + \alpha_2)T}$

C ( ) $\dfrac{Q(\alpha_1 + \alpha_2)T}{2 + (\alpha_1 - \alpha_2)T}$

D ( ) $\dfrac{Q(\alpha_1 + \alpha_2)T}{2 + (\alpha_1 + \alpha_2)T}$

E ( ) $\dfrac{Q(\alpha_1 - \alpha_2)T}{2 + (\alpha_1 - \alpha_2)T}$

Gabarito: B

Antes do aquecimento, a carga de ambas é igual a Q pois ambas tem raios iguais. Após o aquecimento, elas terão os seguintes raios:

$$r_{f_1} = r(1 + \alpha_1 \Delta T)$$

$$r_{f_2} = r(1 + \alpha_2 \Delta T)$$

Sabemos que por estarem conectadas, ambas tem o mesmo potencial, logo:

$$\frac{kQ_1}{r_1} = \frac{kQ_2}{r_2}$$

$$Q_1 = Q_2 \cdot \left(\frac{1 + \alpha_1 \Delta T}{1 + \alpha_2 \Delta T}\right)$$

Agora vamos usar que a carga total se mantém, usando que $Q_1 + Q_2 = 2Q$:

$$Q_1 \left(1 + \left(\frac{1 + \alpha_1 \Delta T}{1 + \alpha_2 \Delta T}\right)\right) = 2Q$$

$$Q_1 \left(\frac{2 + (\alpha_1 + \alpha_2)\Delta T}{1 + \alpha_2 \Delta T}\right) = 2Q$$

$$Q_1 = 2Q \left(\frac{1 + \alpha_2 \Delta T}{2 + (\alpha_1 + \alpha_2)\Delta T}\right)$$

Para saber a quantidade de carga que fluiu pelo fio, vamos fazer o módulo da diferença entre a carga da primeira esfera no início e a carga desta no final:

$$\Delta Q = Q - 2Q\left(\frac{1+\alpha_2\Delta T}{2+(\alpha_1+\alpha_2)\Delta T}\right)$$

$$\Delta Q = Q\left(1 - \frac{2(1+\alpha_2\Delta T)}{2+(\alpha_1+\alpha_2)\Delta T}\right)$$

$$\boxed{\Delta Q = \frac{Q(\alpha_1-\alpha_2)\Delta T}{2+(\alpha_1+\alpha_2)\Delta T}}$$

15ª QUESTÃO

Dois corpos esféricos A e B, cujos raios são $R_A = 6cm$ e $R_B = 18cm$, encontram-se às temperaturas T_A e T_B, respectivamente. Sabe-se que a máxima intensidade de emissão de radiação para A ocorre quando $\lambda_A = 500nm$ e para B quando $\lambda_B = 1500nm$. Considerando que ambos se comportam como corpo negro, qual a razão entre as energias de emissão máximas de A e B, respectivamente?

A ( ) $\frac{1}{81}$ **B** ( ) $\frac{1}{9}$ **C** ( ) 9 **D** ( ) 27 **E** ( ) 81

Gabarito: C

Usando que a radiação emitida por um corpo negro pode ser escrita como $\sigma \cdot A \cdot \epsilon \cdot T^4$, escrevemos primeiramente a razão entre as emissões pedida:

$$\frac{\phi_a}{\phi_b} = \frac{\sigma \cdot A_a \cdot \varepsilon \cdot T_a^4}{\sigma \cdot A_b \cdot \varepsilon \cdot T_b^4} = \frac{\sigma \cdot 4\pi R_a^2 \cdot \varepsilon \cdot T_a^4}{\sigma \cdot 4\pi R_b^2 \cdot \varepsilon \cdot T_b^4} = \frac{R_a^2 \cdot T_a^4}{R_b^2 \cdot T_b^4}$$

Apesar de termos os valores dos raios dos corpos esféricos, precisamos achar uma relação entre as temperaturas. Esse dado virá de uma relação pouco conhecida - Lei de Wien - que diz que o produto do lâmbida de emissão máximo com a temperatura será constante:

$$\lambda_{max} \cdot T = k$$

Assim:

$$\frac{T_a}{T_b} = \frac{\lambda_b}{\lambda_a} = 3$$

Voltando para a razão entre as emissões:

$$\frac{6^2}{18^2} \cdot 3^4 = 9$$

$$\boxed{\frac{\phi_a}{\phi_b} = 9}$$

16ª QUESTÃO

Texto I O romance Os ratos, de Dyonelio Machado, é uma narrativa urbana, ambientada na cidade de Porto Alegre, que conta a história de Naziareno Barbosa, funcionário publico de classe média baixa. A obra se passa na década de 30, e o protagonista possui uma dívida com o leiteiro de 53 mil réis. O conflito de Naziareno tem duração de 24 horas, ou seja, a obra se divide em três partes: manhã, tarde e noite e retrata a odisseia do personagem para encontrar o crdor da sua dívida. Veja um trecho do romance:

Às costas de Naziazeno se acha uma pequena rua transversal que vai ter às docas em construção. É uma rua inacabada, que, poucos passos depois da esquina, se perde na areia. Ele toma essa rua.

Dum lado e doutro ela é margeada agora de umas construções de madeira, compridas e baixas, pintadas de negro. Dois ex-trapiches. Um deles --- o da esquerda --- continua ainda por uma ponte pela areia adentro. Do meio pra o fim, o piso da ponte desapareceu: estão somente as estacas, deixando escapar apenas de sobre a areia um pequeno esquadrão de cubos de madeira, avançando em filas escuras até quase à linha do dique.

A cidade se recorta sobre a claridade avermelhada que tem o céu para os lados onde está se escondendo o sol. O semicírculo do horizonte que Naziazeno abraça com o olhar está pesado de vapores. O rio, que reflete e baralha as cores escuras e claras do céu, tem um movimento lento e espesso de óleo. Bem à direita, lá longe, quase sobre as ilhas baixas, as sombras dos grandes navios ancorados no largo cavam buracos pretos na água grossa.

Naziazeno vê-se rodeado de areia, perdido naquele pequeno deserto. Ensaia safar-se pela esquerda, alguns metros mais abaixo.

Tem grandes passadas. Arrasta enormes pés de chumbo... (MACHADO, 2004, página 56)

Considerando as informações sobre o romance "Os ratos"e também o trecho apresentado, pode-se afirmar que o espaço descrito é uma área portuária às margens do rio:

A ( ) Paraná. **B** ( ) Guaíra **C** ( ) Jacuí.

D ( ) Guaíba. **E** ( ) Uruguai.

Gabarito: D

17ª QUESTÃO

A cidade no romance é um personagem muito ativo no desenvolvimento do enredo. A aproximação entre a história narrativa e a ficção demonstram que a continuidade ou linearidade temporal nem sempre é a única maneira de estruturar uma história. A temporalidade é manipulada várias vezes no livro, e se passa na mente de Naziazeno (...) (Comentário de Sandra Jatahy Pesavento , em "História cultural da cidade"). O comentário acima se refere à forma como o tempo se desenrola no romance "Os ratos". O comentário põe em destaque o tempo conhecido como:

A ( ) cronológico

B ( ) psicológico

C ( ) linear

D ( ) metafísico

E ( ) histórico

Gabarito: B

18ª QUESTÃO

O romance "Os ratos", de Dyonelio Machado, é um representante da segunda geração do Modernismo, a "geração de 30", da qual fazem parte outros escritores importantes como Graciliano Ramos, Rachel de Queiroz e Jorge Amado. Dentre as opções abaixo, assinale a que apresenta uma característica que não é comum na prosa urbana ou regionalista desse período:

A ( ) Narrativa fantástica, realismo mágico

B ( ) Realidade social, cultural e econômica

C ( ) Influência da psicanálise de Freud

D ( ) Temática cotidiana

E ( ) Postura crítica do(a) autor(a)

Gabarito: A

19ª QUESTÃO

O texto a seguir é um trecho do primeiro capítulo do romance "Os ratos", de Dyonelio Machado.

Os bem vizinhos de Naziazeno Barbosa assistem ao "pega"com o leiteiro. Por detrás das cercas, mudos, com a mulher e um que outro filho espantado já de pé àquela hora, ouvem. Todos aqueles quintais conhecidos têm o mesmo silêncio. Noutras ocasiões, quando era apenas a "briga"com a mulher, esta, como um último desaforo de vítima, dizia-lhe: "Olha, que os vizinhos estão ouvindo". Depois, à hora da saída, eram aquelas caras curiosas às janelas, com os olhos fitos nele, enquanto ele cumprimentava.

O leiteiro diz-lhe aquelas coisas, despenca-se pela escadinha que vai do portão até à rua, toma as rédeas do burro e sai a galope, fustigando o animal, furioso, sem olhar para nada. Naziazeno ainda fica um instante ali sozinho. (A mulher havia entrado.) Um ou outro olhar de criança fuzila através das frestas das cercas. As sombras têm uma frescura que cheira a ervas úmidas. A luz é doirada e anda ainda por longe, na copa das árvores, no meio da estrada avermelhada.

Naziazeno encaminha-se então para dentro de casa. Vai até ao quarto. A mulher ouve-lhe os passos, o barulho de abrir e fechar um que outro móvel. Por fim, ele aparece no pequeno comedouro, o chapéu na mão. Senta-se à mesa, esperando. Ela lhe traz o alimento.

--- Ele não aceita mais desculpas...

Naziazeno não fala. A mulher havia-se sentado defronte dele, olhando-o enquanto ele toma o café.

--- Vai nos deixar ainda sem leite...

Ele engole o café, nervoso, com os dedos ossudos e cabeçudos quebrando o pão em pedaços miudinhos, sem olhar a mulher.

--- É o que tu pensas. Temores... Cortar um fornecimento não é coisa fácil.

--- Porque tu não viste então o jeito dele quando te declarou: "Lhe dou mais um dia!"

Naziazeno engole depressa o café que tem na boca: --- Não foi bem assim...

--- "Lhe dou mais um dia", tenho certeza. "Isto é um abuso!", e saiu atirando com o portão. (...)

A obra de Dyonelio Machado, apesar de ter sido escrita no período literário do Modernismo, apresenta características realistas e naturalistas. Dentre as características naturalistas do fragmento acima, e da obra como um todo, só não se verifica o(a):

A ( ) Linguagem simples e direta

B ( ) Subjetividade na apresentação dos fatos

C ( ) Preferência pelo enfoque do proletariado

D ( ) Gosto pelos cenários urbanos

E ( ) Descrição impressionista, com aspectos sensoriais.

Gabarito: B

20ª QUESTÃO

O texto a seguir é parte de um ensaio de Tiago Lopes Schiffner sobre o romance "Os ratos".

A voz narrativa correlaciona a animalização do protagonista à projeção que ele faz dos "amigos". Isso nivela os rebaixados, ressalta a alienação deles e se liga à falta de solidariedade efetiva.

A equiparação do humano ao camundongo é mediada por categorias sociais, as quais definem a forma de vida dos que sobrevivem da benevolência e dos restos. Os despossuídos se tornam a praga do sistema excludente que os reduz à condição bestial, seja pelo efeito do trabalho (burocrático e alienante), seja pela baixa remuneração. O nivelamento de ratos e homens não é ontológico, mas sociológico e responde à desvalorização subjetiva no raciocínio da produção e do consumo.

O nivelamento entre seres humanos e animais é uma referência do estilo naturalista. Essa caraterística se denomina como:

A ( ) Coisificação

B ( ) Personificação

C ( ) Animização

D ( ) Deificação

E ( ) Zoomorfização

Gabarito: E

21ª QUESTÃO

No meio do caminho

No meio do caminho tinha uma pedra tinha uma pedra no meio do caminho tinha uma pedra no meio do caminho tinha uma pedra.

Nunca me esquecerei desse acontecimento na vida de minha retina tão fatigadas. Nunca me esquecerei que no meio do caminho tinha uma pedra tinha uma pedra no meio do caminho no meio do caminho tinha uma pedra.

A poética de Carlos Drummond de Andrade se divide em fases, que expressam questionamentos sobre a relação do eu com o mundo. No texto acima, o fazer poético tropeça nas dificuldades do mundo. As palavras "pedra"e "caminho"caracterizam o recurso estilístico conhecido como:

A ( ) Metonímia

B ( ) Metáfora

C ( ) Personificação

D ( ) Hipérbole

E ( ) Antítese

Gabarito: B

22ª QUESTÃO

A linguagem poética explora o poder simbólico e polissêmico das palavras. No texto "No meio do caminho"a "pedra"só não pode ser entendida como:

A ( ) desânimo

B ( ) entusiasmo

C ( ) tristeza

D ( ) fraqueza

E ( ) problemas

Gabarito: B

23ª QUESTÃO

Já a palavra "caminho", nesse poema de Drummond, simboliza, em termos existenciais, o(a):

A ( ) encruzilhada
B ( ) estrada
C ( ) campo
D ( ) vida
E ( ) tempo

Gabarito: D

24ª QUESTÃO

"No meio do caminho tinha uma pedra". O uso do verbo "ter", no fragmento destacado só não evidencia o(a):

A ( ) Desconhecimento das regras gramaticais
B ( ) Referência a um momento pretérito
C ( ) Uso proposital de linguagem coloquial
D ( ) Uso do verbo com sentido de haver
E ( ) Ausência sintática do sujeito

Gabarito: A

25ª QUESTÃO

Só não se pode afirmar sobre esse poema de Drummond, que:

A ( ) Se constitui de versos brancos
B ( ) Representa o estilo modernista
C ( ) Segue os padrões de formatação da poesia clássica
D ( ) Utiliza em alguns versos a estrutura do paralelismo sintático
E ( ) Não apresenta o rigor da metrificação

Gabarito: C

26ª QUESTÃO

Os versos "No meio do caminho tinha uma pedra / tinha uma pedra no meio do caminho"(versos 1 e 2) exemplificam uma figura de linguagem que se caracteriza pela repetição invertida de uma estrutura frasal. Essa figura se classifica como:

A ( ) hipérbato
B ( ) anástrofe
C ( ) sínquise
D ( ) anáfora
E ( ) quiasmo

Gabarito: E

27ª QUESTÃO

Soneto da perdida esperança

Perdi o bonde e a esperança. Volto pálido para casa. A rua é inútil e nenhum auto passaria sobre meu corpo.

Vou subir a ladeira lenta em que os caminhos se fundem. Todos eles conduzem ao princípio do drama e da flora. Não sei se estou sofrendo ou se é alguém que se diverte por que não? na noite escassa

com um insolúvel flautim. Entretanto há muito tempo nós gritamos: sim! ao eterno.

Apesar de o poeta Carlos Drummond ser um representante do Modernismo brasileiro, um aspecto do texto acima contraria as primeiras tendências estilísticas desse estilo. Assinale a opção que aponta esse aspecto.

A ( ) a métrica irregular dos versos
B ( ) a despreocupação com as rimas
C ( ) a linguagem simples e direta
D ( ) a estrutura formal de soneto
E ( ) o tom cofessional

Gabarito: D

28ª QUESTÃO

No verso "Vou subir a ladeira lenta", ocorre o uso da figura de linguagem conhecida como hipálage, que consiste em atribuir uma característica a um ser que não a possui de fato, ou seja, atribui a um ser uma característica pertencente a outro. Assinale a opção em apresenta uma frase que não constitui um exemplo desse recurso.

A ( ) Interlagos tem uma pista rápida

B ( ) Adoro a simpatia loira daquela moça

C ( ) Não concordamos com a decisão canalha do prefeito

D ( ) O vento feliz assobiava uma canção nas montanhas

E ( ) Não consegui entender a conversa histérica do grupo

Gabarito: D

29ª QUESTÃO

Mãos dadas

Não serei o poeta de um mundo caduco. Também não cantarei o mundo futuro. Estou preso à vida e olho meus companheiros. Estão taciturnos mas nutrem grandes esperanças. Entre eles, considero a enorme realidade. O presente é tão grande, não nos afastemos. Não nos afastemos muito, vamos de mãos dadas.

Não serei o cantor de uma mulher, de uma história, não direi os suspiros ao anoitecer, a paisagem vista da janela, não distribuirei entorpecentes ou cartas de suicida, não fugirei para as ilhas nem serei raptado por serafins. O tempo é a minha matéria, do tempo presente, os homens presentes, a vida presente.

A ( ) O poeta expressa o sentimento de esperança no que o futuro reserva para a humanidade.

B ( ) Trata-se de um poema metapoema, pois o poeta manifesta a sua intenção como um escritor de poesia.

C ( ) O poeta afirma a sua consciência da existência de outros homens, seus companheiros.

D ( ) No primeiro verso, o poeta rejeita, nesse momento de sua vida como escritor, a inspiração em fatos do passado.

E ( ) O poeta manifesta o seu desejo de engajamento às questões humanas importantes do momento contemporâneo ao da sua produção poética.

Gabarito: A

30ª QUESTÃO

No poema "Mãos dadas", Drummond rejeita certas atitudes poéticas arcaicas, que eram comuns, por exemplo, na poesia romântica. Assinale opção que não configura um comportamento típico dos poetas românticos e de suas poesias, rejeitados nesse texto pelo poeta mineiro.

A ( ) Gosto especial pelo tempo passado.

B ( ) Inspiração na figura feminina idealizada.

C ( ) Escapismo do mundo real, pelo sonho ou pelas drogas.

D ( ) Tendência ao isolamento egocêntrico.

E ( ) Preferência pela ambiência diurna.

Gabarito: E

31ª QUESTÃO

Leia com atenção o trecho a seguir e responda às questões abaixo.

JACQUES COUSTEAU: A REMARKABLE MAN

Jacques-Yves Cousteau was an explorer, ecologist, filmmaker, inventor, and conservationist. He was a man who spent nearly his whole life underwater exploring the hidden depths of the ocean and who did more to educate the world about the mysteries of the deep sea than any other scientist before or since. He was born in June 1910 in the village of Saint-André-de-Cubzac, in southwestern France. Jacques was a sickly boy and spent much of his time in bed, reading books and dreaming about a life at sea. In 1920, Jacques\' family moved to New York, and he was encouraged to start swimming to build up his strength. It was the beginning of his fascination with water, and the more he learnt through his own experiences, the more passionate he became about "looking through nature\'s keyhole."Nevertheless, his career in underwater exploration came about by accident. After entering France\'s naval academy and travelling around the world, he was involved in an almost fatal car accident that left him seriously injured with two broken arms. He began swimming in the Mediterranean Sea to strengthen his arm muscles as part of his recovery process and rediscovered his love for the ocean. Cousteau developed a pair of underwater breathing apparatus that allowed him to stay underwater for long periods. His experiments led to the development of the first Aqua-Lung, which was a huge commercial success. During World War II, he worked for the French Resistance and experimented with underwater photographic equipment. He helped get rid of German mines and was awarded the Legion D\'Honneur and the Croix de Guerre medals for his bravery. In 1942, he filmed his first underwater film Sixty Feet Down. It was 18 minutes long and entered the Cannes Film Festival.

O que o autor está tentando fazer no texto?

A ( ) ensinar os leitores a fazer filmes

B ( ) explicar como Jacques-Yves Cousteau ganhou muito dinheiro

C ( ) apresentar aos leitores o cineasta Jacques-Yves Cousteau

D ( ) descrever filmes particulares dirigidos por Jacques Cousteau

E ( ) difamar o cineasta Jacques Cousteau

Gabarito: C

32ª QUESTÃO

Enquanto criança, Cousteau tinha ....

A ( ) forte ímpeto

B ( ) mente brilhante

C ( ) ataques cardíacos

D ( ) saúde delicada

E ( ) gênio forte

Gabarito: D

33ª QUESTÃO

Em um acidente de carro, ele...

A ( ) queimou os dois braços

B ( ) quebrou extremidades superiores

C ( ) machucou o rosto

D ( ) feriu os olhos

E ( ) teve traumatismo craniano

Gabarito: B

34ª QUESTÃO

Cousteau desenvolveu equipamento de respiração subaquática

A ( ) para estender suas investigações subaquática

B ( ) para ganhar fama

C ( ) para alcançar o sucesso comercial

D ( ) sem nenhum interesse pessoal

E ( ) para sair do anonimato

Gabarito: A

35ª QUESTÃO

Durante a Segunda Guerra Mundial Cousteau colaborou com

A ( ) movimento de resistência polonês

B ( ) antifascistas alemães

C ( ) tropas americanas

D ( ) combatentes da resistência subterrânea na França

E ( ) movimento dos trabalhadores rurais sem terra

Gabarito: D

36ª QUESTÃO

On top of the hill ______

A ( ) a Seljuk citadel stood enormous

B ( ) an enormous Seljuk citadel stood

C ( ) stood an enormous Seljuk citadel

D ( ) the enormous Seljuk citadel stood

E ( ) the Seljuk citadel stood enormous

Gabarito: C

37ª QUESTÃO

She dyed her hair and wore dark glasses ______ people wouldn\'t recognize her.

A ( ) if only

B ( ) so that

C ( ) never again

D ( ) even so

E ( ) nevertheless

Gabarito: B

38ª QUESTÃO

When photography first appeared, some people predicted that it ______ the death of painting.

A ( ) will have caused

B ( ) will cause

C ( ) would have caused

D ( ) caused

E ( ) would cause

Gabarito: E

39ª QUESTÃO

Leia com atenção o trecho a seguir e responda às questões abaixo.

From the beginning of human history, every society has had some way of preparing young people for adult life. Many communities have regarded education as training for work. In many traditional societies, children still help the older members of the family in their work and so grow up to do the same jobs as their parents. Elsewhere young boys used to be sent away for several years as apprentices to a craftsman to learn his trade. In the modern world, however, the main aim of education is to stimulate the child\'s mind and enable him to develop his personality and abilities to their limits.

O texto dá a ideia de que; no passado, a educação __

A ( ) foi oferecido apenas para adultos

B ( ) era geralmente entendido como um meio de aprender uma habilidade

C ( ) estava estritamente confinado ao ambiente familiar

D ( ) não foi levado a sério pelos pais

E ( ) não se relacionava de forma alguma com a vida profissional da pessoa

Gabarito: B

40ª QUESTÃO

Pode-se concluir da passagem dada que a educação moderna __

A ( ) é uma continuação clara das práticas de tempos anteriores

B ( ) está mais interessado em habilidades práticas do que em desenvolvimento mental de qualquer tipo

C ( ) dá mais importância ao desenvolvimento da mente e do caráter de uma criança do que costumava

D ( ) não prepara os jovens para o futuro

E ( ) coloca muita pressão em uma criança

Gabarito: C

41ª QUESTÃO

Dados os conjuntos $A = \{a, b, c\}$, $B = \{b, c, d\}$ e $C = \{a, c, d, e\}$, o conjunto $(A - C) \cup (C - B) \cup (A \cap B \cap C)$ é:

A ( ) $\{a, b, c, e\}$ **B** ( ) $\{a, c, e\}$ **C** ( ) A

D ( ) $\{b, d, e\}$ **E** ( ) $\{b, c, d, e\}$

Gabarito: A

A ideia é aplicar a teoria de conjuntos para encontrar cada subconjunto pedido e em seguida fazer a união deles.

Encontrando cada um dos conjuntos pedidos:

$$(A - C) = b$$

$$(C - B) = a, e$$

$$(ABC) = c$$

Dessa forma o conjunto pedido será:

$$\boxed{(A - C)(C - B)(ABC) = a, b, c, e}$$

42ª QUESTÃO

Uma função contínua f: $R \to R$ satisfaz $f(x)f(f(x))$ = 1 para todo x real e f(2020) = 2019. Qual é o valor de f(2018)?

A ( ) $\dfrac{1}{2018}$ **B** ( ) $\dfrac{1}{2020}$ **C** ( ) 1 **D** ( ) 2019 **E** ( ) 2019

Gabarito: A

A ideia é encontrar inicialmente alguns valores para a função

Faça $x = 2020$:

$$f(2020)f(f(2020)) = 1$$

$$f(2019) = \frac{1}{2019}$$

Agora, faça $x = \frac{1}{2019}$:

$$f(\frac{1}{2019})f(f(\frac{1}{2019})) = 1$$

$$f(\frac{1}{2019}) = 2019$$

Como f: $R \to R$ é contínua e $\frac{1}{2019}$ e 2019 estão na imagem de f, então existe um u real, tal que $f(u) = 2018$. Assim, temos que:

$$f(u)f(f(u)) = 2018.f(2018) = 1$$

$$\boxed{f(2018) = \frac{1}{2018}}$$

43ª QUESTÃO

Sejam $a_1, a_2, \ldots, a_n$ reais positivos distintos tais que $(a_1, 2a_2, \ldots, na_n)$ é uma progressão aritmética e $a_1, a_2, \ldots, a_n$ é uma progressão geométrica. O maior valor de n é:

A ( ) 2 **B** ( ) 3 **C** ( ) 4 **D** ( ) 5 **E** ( ) 6

Gabarito: B

Analisando os possíveis casos:

Usando os três primeiros termos da PA:

$$\frac{a_1 + 3a_3}{2} = 2a_2(i)$$

Na PG:

$$a_2 = a_1 q$$

$$a_3 = a_1 q^2$$

Substituindo em (i), e sendo $a_1 \neq 0$

$$\frac{a_1 + 3a_1 q^2}{2} = 2a_1 q$$

$$3q^2 - 4q + 1 = 0$$

Os possíveis valores são $q = 1$ e $q = \frac{1}{3}$, mas, como os termos são diferentes $q = \frac{1}{3}$ Como quaisquer termos estão em PA, a sequência até o $3a_3$ será: $(a_1, a_1 - \frac{a_1}{3}, a_1 - \frac{2a_1}{3})$ Para satisfazer a PA, $a_4 = a_1 - \frac{3a_1}{3}$, o que é falso, já que $a_4 = \frac{a_1}{27}$ Portanto, o valor máximo de n é 3

$$\boxed{n = 3}$$

44ª QUESTÃO

Quantas soluções possui a equação abaixo no intervalo de $]0, 2]$?

$$tanx - sen2x = cos4x - cotx$$

A ( ) 0 **B** ( ) 1 **C** ( ) 2

D ( ) 4 **E** ( ) Infinitas

Gabarito: C

Rearrumando a equação:

$$\tan x + \cot x = \cos 4x + \sin 2x$$
$$\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = (1 - 2\sin^2 2x) + \sin 2x$$
$$\frac{1}{\cos x \sin x} = (1 - 2\sin^2 2x) + \sin 2x$$
$$\frac{2}{\sin 2x} = (1 - 2\sin^2 2x) + \sin 2x$$
$$2\sin^3 2x - \sin^2 2x - \sin 2x + 2 = 0$$

Fatorando:

$$(\sin 2x + 1)(2\sin^2 2x - 3\sin 2x + 2) = 0$$

Como o determinante da segunda parcela é negativo, basta olharmos para

$$\sin 2x = -1$$
$$2x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$$
$$x = \frac{3\pi}{4} + k\pi$$

Para o intervalo dado $k = 0$ ou $k = 1$ Logo, existem 2 soluções para equação

$$\boxed{x = \frac{3\pi}{4}} ou \boxed{x = \frac{7\pi}{4}}$$

45ª QUESTÃO

Encontre a imagem da função $f{:}R \to R$ definida por

$$f(x) = \frac{(x^2 + x + 2)}{(x^2 + x + 1)}$$

A ( ) $(0, \infty)$ **B** ( ) $\left(1, \frac{11}{7}\right)$ **C** ( ) $\left(1, \frac{7}{3}\right]$ **D** ( ) $\left(1, \frac{7}{5}\right]$ **E** ( ) NRA

Gabarito: C

Por conta da semelhança entre o numerador e o denominador, podemos quebrar a fração em duas, de forma a ficar apenas com um termo variando e, com isso, conseguir uma análise mais simples.

$$\frac{x^2 + x + 2}{x^2 + x + 1} = \frac{x^2 + x + 1 + 1}{x^2 + x + 1} = 1 + \frac{1}{x^2 + x + 1}$$

Como 1 é constante, o menor valor da função ocorre quando a fração assume seu menor valor, ou seja, quando x tende ao ∞, a fração tende a 0 e a função tende a 1, mas sem assumir esse valor (intervalo aberto em 1).

E o maior valor da soma ocorre quando o denominador é mínimo, e o mínimo da equação do 2^o grau é o valor do vértice.

Calculando o vértice:

$$y_v = \frac{-(1^2 - 4.1.1)}{4.1} = \frac{3}{4}$$

Valor da função:

$$f(x) = 1 + \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{7}{3}$$

Portanto, a função está definida no intervalo:

$$\boxed{(1, \frac{7}{3}]}$$

46ª QUESTÃO

Sejam a, b, c três números complexos tais que $|a| = |b| = |c| = 1$. Se $(a+b+c)(ab+bc+ca) = 2abc$, o valor de $|a + b + c|$ é:

A ( ) 0 **B** ( ) 1 **C** ( ) $\sqrt{2}$ **D** ( ) 2 **E** ( ) 3

Gabarito: C

Em geral, quando o módulo de um complexo é unitário, uma boa ideía para matar as questões é ultilizar a seguinte propiedade:

$$z \cdot \ \overline{z} \ = |z|^2$$

Dividindo a equação por abc, forçando a aparição dos conjugados:

$$\frac{(a+b+c)\,(ab+bc+ca)}{abc} = 2$$

$$(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) = 2$$

Para complexos cujo módulo é igual a 1:

$$z \cdot \bar{z} = |z|^2 = 1 \rightarrow \bar{z} = \frac{1}{z}$$

Para a, b, c:

$$\bar{a} = \frac{1}{a}$$

$$\bar{b} = \frac{1}{b}$$

$$\bar{c} = \frac{1}{c}$$

$$(a+b+c)\left(\overline{a}+\overline{b}+\overline{c}\right) = 2$$

Assim:

$$|a+b+c|^2 = 2$$

Portanto:

$$\boxed{|a+b+c| = \sqrt{2}}$$

47ª QUESTÃO

Considere o conjunto $A = \{(x,y) \in Z\ddot{O}Z | 4x^2 + y^2 + y + 2x - 2 = 0\}$ no plano cartesiano, quanto vale a área da figura formada pelos elementos de A?

A ( ) 1 **B** ( ) 2 **C** ( ) 4 **D** ( ) 8 **E** ( ) 16

Gabarito: B

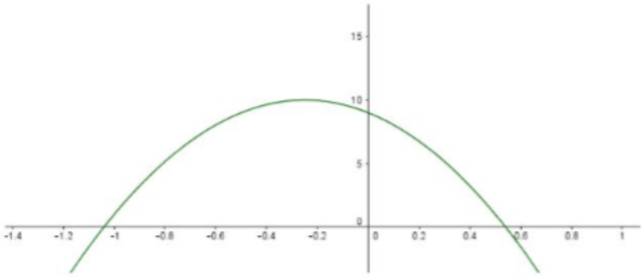
A ideia é resolver a equação do segundo grau com duas variáveis fazendo Bháskara em uma delas e tratando a outra como constante. Fazendo isso em y:

$$4x^2 + y^2 + y + 2x - 2 = 0$$

$$y = \frac{-1 \pm \sqrt{9 - 16x^2 - 8x}}{2}$$

Agora, precisamos usar que as variáveis são inteiras. A condição necessária e suficiente para que y seja inteiro é que o $\triangle$ seja quadrado perfeito ímpar. Logo, devemos ter um k inteiro tal que $9 - 16x^2 - 8x = k^2$.

Agora vamos analisar o gráfico dessa função quadrática:



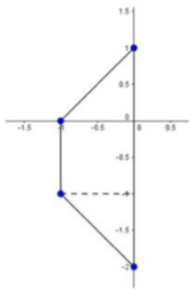
As raízes são $x = \frac{-1 \pm 2\sqrt{\frac{5}{2}}}{4}$. Pelo gráfico, só temos dois valores de x (-1 e 0) nos quais a função é positiva (k^2 é positivo). Vamos analisar apenas eles, então:

$$x = -1 \rightarrow y = 0 \vee y = -1$$

$$x = 0 \rightarrow y = -2 \vee y = 1$$

Portando, o conjunto A é $(-1,0); (-1,-1); (0,-2); (0,1)$

Agora, vamos olhar para a figura formada por esses 4 pontoss:



Veja que é um quadrilátero com 2 lados paralelos, logo a figura formada é um trapézio. A área pode ser calculada através da fórmula $\frac{(B+b)h}{2} = (3+1)\frac{1}{2} = 2$. Portanto, temos:

$$\boxed{\acute{A}rea = 2}$$

Obs: Apesar de ter vindo um símbolo diferente na prova dava para entender que ele queria as soluções em Z(inteiras)

48ª QUESTÃO

Sejam a,b,c inteiros positivos tais que $\frac{b}{a}$ é um inteiro. Se a, b, c estão em progressão geométrica e a média aritmética desses três números é b+2, então o valor de

$$\frac{a^2+a-14}{a+1}$$

é:

A ( ) 1 **B** ( ) 2 **C** ( ) 3 **D** ( ) 4 **E** ( ) 5

Gabarito: D

Para encontrar os possíveis valores de a que satisfazem as condições dadas:
Temos que $\frac{b}{a} = q$ é inteiro, sendo q a razão da PG
Usando que A,B e C está em PG\

$$b = aq$$

$$c = aq^2$$

Fazendo a média aritmética:

$$\frac{(a+b+c)}{3} = b+2$$

$$a - 2b + c = 6$$

\ Substituindo b e c

$$a - 2aq + aq^2 = 6$$

$$a(q^2 - 2q + 1) = 6$$

$$a(q-1)^2 = 6$$

O único quadrado que é multiplo de 6 é o 1, logo:

$$(q-1)^2 = 1 \rightarrow q = 2$$

Portanto, $a = 6$
Substituindo na equação:

$$\boxed{\frac{a^2+a-14}{a+1} = 4}$$

49ª QUESTÃO

Lucas possui 7 chocolates e deseja distribuir para 3 pessoas (Beatriz, Rhayana e Thiago) sendo que Beatriz e Rhayana não podem ficar sem receber. Qual é a razão entre a quantidade de opções de fazer essa distribuição considerando os chocolates iguais e quantidade de opções considerando os chocolates diferentes?

A ( ) $\frac{7}{644}$ **B** ( ) $\frac{11}{644}$ **C** ( ) $\frac{7}{686}$ **D** ( ) $\frac{11}{686}$ **E** ( ) NRA

Gabarito: A

A ideia é calcular separadamente cada caso, aplicando no caso 1 soluções inteiras e, no 2 a ideia de funções e inclusão e exclusão para resolver o problema.

Caso 1: os chocolates são iguais

Seja B a quantidade de chocolates recebidos por Beatriz, R, a por Rhayana e T, a por Thiago. Desa forma:

$$B + R + T = 7$$

Para garantir que Beatriz e Rhayana não fiquem sem receber, basta entregar um para cada uma delas e distribuir os outros 5, de forma que: \$ $B' + R' + T = 5$ \$ Por soluções inteiras, temos a permutação de 5 pontos e 2 barras. \$\$\frac{7}{5!2!} = 21 casos\\$\\$

Caso 2: os chocolates são diferentes

Agora, faremos os chocolates escolherem as pessoas, uma vez que são diferentes, e portanto geram soluções diferentes quando vão para pessoas distintas.

a) Cada chocolate tem 3 opções de pessoas: 3^7

b) Casos em que Beatriz não recebe (agora cada chocolate tem 2 opões de pessoas): 2^7

c) Casos em que Rhayana não recebe (novamente cada chocolate tem 2 opções de pessoas): 2^7

d) Casos em que Beatriz e Rhayana não recebem (todos os chocolates só tem a opção de ir para Thiago): 1^7

Pelo princípio da inclusão e exclusão temos:

$$3^7 - 2.2^7 + 1^7 = 1932$$

Razão entre a quantidade de casos:

$$\frac{21}{1932} = \boxed{\frac{7}{644}}$$

50ª QUESTÃO

Seja a um número real e positivo em que $arcsen(\frac{a-1}{a+1})$ pertence ao primeiro quadrante, então o valor de

$$\tan\left[arcsen\left(\frac{a-1}{a+1}\right)+\arctan\left(\frac{1}{2\sqrt{a}}\right)\right]$$

é:

A ( ) $\frac{a+1}{2\sqrt{a}}$ **B** ( ) $\frac{a\sqrt{a}}{3a+1}$ **C** ( ) $\frac{2\sqrt{a}}{3a+1}$

D ( ) $\frac{2a}{3a+1}$ **E** ( ) $\frac{3a}{3a+1}$

Gabarito: C

Nessa questão, o grande bizu era lembrar dos conceitos de função triginométrica inversa.

Seja $\theta = arcsen\left(\frac{a-1}{a+1}\right) \rightarrow sen\theta = \frac{a-1}{a+1} \rightarrow \tan\theta = \frac{a-1}{2\sqrt{a}}$

Seja $\beta = \arctan\left(\frac{1}{2\sqrt{a}}\right) \rightarrow \tan\beta = \frac{1}{2\sqrt{a}}$

Calculando a expressão desejada:

$$E = \tan\left[arcsen\left(\frac{a-1}{a+1}\right)+\arctan\left(\frac{1}{2\sqrt{a}}\right)\right] = \tan(\theta+\beta) = \frac{\tan\theta+\tan\beta}{1-\tan\theta\cdot\tan\beta}$$

$$E = \frac{\frac{a-1}{2\sqrt{a}}+\frac{1}{2\sqrt{a}}}{1-\frac{a-1}{2\sqrt{a}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{a}}} = \frac{\frac{a}{2\sqrt{a}}}{\frac{3a+1}{4a}} = \frac{2a\sqrt{a}}{3a+1}$$

Portanto:

$$\boxed{E = \frac{2a\sqrt{a}}{3a+1}}$$

51ª QUESTÃO

Considere um $\triangle ABC$ tal que as coordenadas dos pontos são: $A = (0,0)$, $B = (3,6)$ e $C = (8,0)$. A soma das coordenadas do ortocentro desse triângulo é:

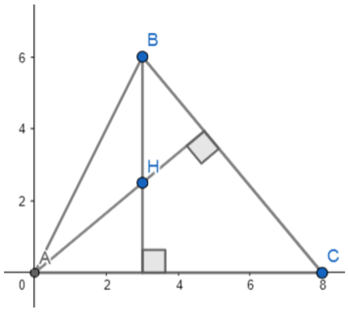
A ( ) $\frac{12}{5}$ **B** ( ) $\frac{11}{2}$ **C** ( ) $\frac{13}{6}$ **D** ( ) $\frac{13}{2}$ **E** ( ) $\frac{11}{3}$

Gabarito: B

Usar propriedades de equação rápida da reta e condição de perpendicularidade

Dada uma reta com coeficiente angular m e um ponto (x_0, y_0) pertencente a ela, sua equação é dada por:

$$m(x-x_0) = (y-y_0)$$



Coeficiente angular da reta BC: $m_{BC} = \frac{6-0}{3-8} = -\frac{6}{5}$
Coeficiente angular da altura relativa ao vértice A: $m_{h_A} = \frac{5}{6}$
Equação da altura relativa ao vértice A: $\frac{5}{6}(x-0) = y - 0 \to y = \frac{5}{6}x$ (i)
Equação da altura relativa ao vértice B: $x = 3$ (ii)
Substituindo (ii) em (i): $H = (3, \frac{5}{2}) \to 3 + \frac{5}{2} = \boxed{\dfrac{11}{2}}$

52ª QUESTÃO

Considere um triângulo $\triangle ABC$ tal que $A - B = 120°$ e $R = 8r$. Dessa forma, temos que $\cos C$ é:

A ( ) $\dfrac{1}{2}$ **B** ( ) $\dfrac{1}{4}$ **C** ( ) $\dfrac{3}{7}$ **D** ( ) $\dfrac{5}{6}$ **E** ( ) $\dfrac{7}{8}$

Gabarito: E

Para essa questão, é preciso ter conhecimento de fórmulas mais aprofundadas envolvendo trigonometria e geometria plana.

PROPRIEDADE 1:
Dado os ângulos A, B, C de um triângulo, temos que

$$\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4sen\frac{A}{2} \cdot sen\frac{B}{2} \cdot sen\frac{C}{2} \ (i)$$

Demonstração:
Como $A + B + C = \pi \to \ A + B = \pi - C \to cos\ (A+B) = -\cos C$
Assim:

$$\cos A + \cos B + \cos C = 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2} - cos\ (A+B)$$

Dado que

$$cos\ \ (A+B) = 2\cos^2\frac{A+B}{2} - 1 \to \cos A + \cos B + \cos C = 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2} + 1 - 2\cos^2\frac{A+B}{2}$$

$$\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 2\cos\frac{A+B}{2}(\cos\frac{A-B}{2} - \cos\frac{A+B}{2})$$

$$\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 2\cos\frac{\pi - C}{2} \cdot 2sen\frac{\frac{A-B}{2} + \frac{A+B}{2}}{2} \cdot sen\frac{\frac{A+B}{2} - \frac{A-B}{2}}{2}$$

$$\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4sen\frac{A}{2} \cdot sen\frac{B}{2} \cdot sen\frac{C}{2}$$

PROPRIEDADE 2: Lei de Briggs
Dado os ângulos A, B, C de um triângulo, temos que

$$sen\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}} \; (ii)$$

$$\cos\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}}$$

Demonstração:
Pela lei dos cossenos:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \; (iii)$$

Pela fórmula do arco duplo:

$$\cos A = 1 - 2\text{sen}^2\frac{A}{2} \to \text{sen}^2\frac{A}{2} = \frac{1-\cos A}{2} \; (iv)$$

Substituindo

$$(iii) \;\; em \;\; (iv) : \text{sen}^2\frac{A}{2} = \frac{1 - \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}}{2} = \frac{a^2-(b-c)^2}{4bc} = \frac{(a+b-c)(a-b+c)}{4bc} = \frac{(a+b+c-c-c)(a+b-b-b}{4bc}$$

$$sen\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}}$$

Observação: Para achar o resultado do cosseno, basta usar a outra versão da fórmula do arco duplo:

$$\cos A = 2\cos^2\frac{A}{2} - 1$$

PROPRIEDADE 3:
Dado os ângulos A, B, C de um triângulo, temos que

$$\cos A + \cos B + \cos C = 1 + \frac{r}{R} \; (v)$$

Demonstração:

$$\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4\sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}} \cdot \sqrt{\frac{(p-c)(p-a)}{ca}} \cdot \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)}{ab}}$$

$$\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{abc} \; (vi)$$

Das fórmulas de áreas de um triângulo qualquer:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \to (p-a)(p-b)(p-c) = \frac{S^2}{p} \; (vii)$$

$$S = \frac{abc}{4R} \to \; abc = 4RS \; (viii)$$

Substituindo $(viii) e \, (vii) \;\; em \, (vi)$:

$$\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4\frac{\frac{S^2}{p}}{4RS} = 1 + \frac{S}{pR}$$

Como $S = pr$:

$$\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4\frac{\frac{S^2}{p}}{4RS} = 1 + \frac{pr}{pR} = 1 + \frac{r}{R}$$

Finalmente, partindo para a resolução da questão, temos que:

$$\cos A + \cos B + \cos C = 1 + \frac{1}{8} = \frac{9}{8}$$

$$2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2} + \cos C = \frac{9}{8}$$

$$2\cos\frac{\pi - C}{2}\cos\frac{\frac{2\pi}{3}}{2} + \cos C = \frac{9}{8}$$

$$2sen\frac{C}{2}\cos\frac{\pi}{3} + \cos C = \frac{9}{8}$$

$$2sen\left(\frac{C}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}\ + \cos C = \frac{9}{8}$$

Abrindo o arco duplo:

$$sen\left(\frac{C}{2}\right) + (1 - 2\mathrm{sen}^2\left(\frac{C}{2}\right)) = \frac{9}{8}$$

$$2\mathrm{sen}^2\left(\frac{C}{2}\right) - sen\left(\frac{C}{2}\right) + \frac{1}{8} = 0$$

$$sen\left(\frac{C}{2}\right) = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4.2.\frac{1}{8}}}{4} = \frac{1}{4}$$

Voltando na fórmula do arco duplo:

$$\cos C = 1 - 2\mathrm{sen}^2\frac{C}{2} = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

Portanto, temos que:

$$\boxed{\cos C = \tfrac{7}{8}}$$

53ª QUESTÃO

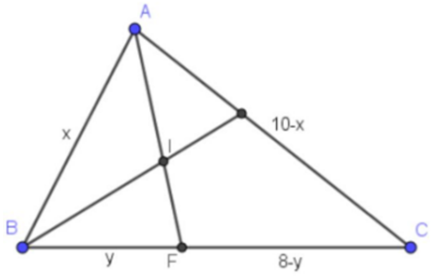
Em um triângulo $\triangle ABC$ de perímetro 18 e lado $BC = 8$, seja I o incentro e F o ponto intersecção das retas AI e BC. A razão $\frac{AI}{AF}$ é:

A ( ) $\frac{4}{5}$ **B** ( ) $\frac{4}{9}$ **C** ( ) $\frac{1}{2}$ **D** ( ) $\frac{2}{5}$ **E** ( ) $\frac{5}{9}$

Gabarito: E

A motivação dessa questão é utilizar corretamente o teorema da bissetriz interna e suas propriedades.

Figura representativa:



Tomando $BF = y$ e $AB = x$, temos que $AC = 10 - x$ e $FC = 8 - y$

Teorema da bissetriz interna no $\triangle ABC$:

$$\frac{x}{y} = \frac{10-x}{8-y} \rightarrow 8x - xy = 10y - xy \rightarrow 4x = 5y \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{5}{4}\ (i)$$

Teorema da bissetriz interna no triângulo ABF:

$$\frac{AI}{IF} = \frac{AB}{BF} = \frac{x}{y}\ (ii)$$

Substituindo $(i)\ em\ (ii)$:

$$\frac{AI}{IF} = \frac{5}{4}$$

Assim:

$$\frac{AI}{AF} = \frac{AI}{AI+IF} = \frac{\frac{AI}{IF}}{\frac{AI}{IF}+1} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{5}{4}+1} = \frac{5}{9}$$

Portanto:

$$\boxed{\frac{AI}{AF} = \frac{5}{9}}$$

54ª QUESTÃO

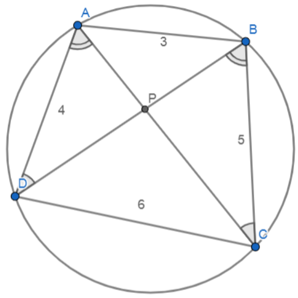
Sejam A, B, C, D quatro pontos em uma circunferência, nessa ordem. Suponha que $AB = 3$, $BC = 5$, $CD = 6$ e $DA = 4$. Além disso, seja P a interseção de AC com BD. Então, o valor de $\frac{AP}{CP}$ é:

A ( ) $\frac{2}{5}$ **B** ( ) $\frac{3}{5}$ **C** ( ) $\frac{4}{5}$ **D** ( ) $\frac{1}{3}$ **E** ( ) $\frac{1}{2}$

F ( )

Gabarito: A

Aplicando semelhança em quadriláteros inscritivéis



Como $ABCD$ é inscritível, os triângulos $\triangle APB$ e $\triangle DPC$ são semelhantes logo:

$$\frac{AP}{DP} = \frac{3}{6} \rightarrow AP = \frac{DP}{2}$$

E o triângulo $\triangle DPA$ é semelhante ao $\triangle CPB$

$$\frac{CP}{DP} = \frac{5}{4} \rightarrow CP = \frac{5DP}{4}$$

Portanto, temos que:

$$\frac{AP}{CP} = \frac{\frac{DP}{2}}{\frac{5DP}{4}}$$

$$\boxed{\frac{AP}{CP} = \frac{2}{5}}$$

55ª QUESTÃO

Determine o valor de $\tan\frac{\pi}{2n+1}\tan\frac{2\pi}{2n+1}\ldots\tan\frac{n\pi}{2n+1}$.

A ( ) $\sqrt{2n+1}$ **B** ( ) $\sqrt{2n+3}$ **C** ( ) $\sqrt{2n}$ **D** ( ) $\sqrt{2n+4}$ **E** ( ) $2\sqrt{n}$

Gabarito: A

A forma mais fácil de fazer essa questão em uma objetiva é jogar valor. Veja que para n=1 a resposta só pode ser letra A.

Caso não fosse objetiva:

A principal ideia dessa questão é tentarmos montar um polinômio com a variável tangente, por intermédio das propriedades dos complexos, no qual as raízes são as tangentes dadas no enunciado a fim de encontrarmos o valor do produto por meio das relações de Girard.

Considere a seguinte relação:

$$cis\,(n\theta) = cis^n\,(\theta)$$

$$cis^n\,(\theta) = (\cos\theta + i\sin\theta)^n$$

$$(\cos\theta+i\sin\theta)^n = \binom{n}{0}\cos^n\theta + \binom{n}{1}\cos^{n-1}\theta\cdot i\sin\theta - \binom{n}{2}\cos^{n-2}\theta\cdot\sin^2\theta - \binom{n}{3}\cos^{n-3}\theta\cdot\, i\sin^3\theta + \ldots$$

Igualando a respectivas partes real e imaginária:

$$\sin n\theta = \binom{n}{1}\cos^{n-1}\theta\cdot\sin\theta - \binom{n}{3}\cos^{n-3}\theta\cdot\sin^3\theta + \binom{n}{5}\cos^{n-5}\theta\cdot\sin^5\theta + \ldots (i)$$

$$\cos n\theta = \binom{n}{0}\cos\theta - \binom{n}{2}\cos^{n-2}\theta\cdot\sin^2\theta + \binom{n}{4}\cos^{n-4}\theta\cdot\sin^4\theta + \ldots (ii)$$

Dividindo as equações (i) por (ii):

$$\tan n\theta = \frac{\binom{n}{1}\cos^{n-1}\theta\cdot\sin\theta - \binom{n}{3}\cos^{n-3}\theta\cdot\sin^3\theta + \binom{n}{5}\cos^{n-5}\theta\cdot\sin^5\theta + \ldots}{\binom{n}{0}\cos\theta - \binom{n}{2}\cos^{n-2}\theta\cdot\sin^2\theta + \binom{n}{4}\cos^{n-4}\theta\cdot\sin^4\theta + \ldots}$$

Dividindo o numerador e denominador por $\cos^n\theta$:

$$\tan n\theta = \frac{\binom{n}{1}\tan\theta - \binom{n}{3}\tan^3\theta + \binom{n}{5}\tan^5\theta + \ldots}{\binom{n}{0} - \binom{n}{2}\tan^2\theta + \binom{n}{4}\tan^4\theta + \ldots}$$

Para o caso dessa questão, é útil trocarmos n por $2n+1$:

$$\tan{(2n+1)\theta} = \frac{\binom{2n+1}{1}\tan\theta - \binom{2n+1}{3}\tan^3\theta + \binom{2n+1}{5}\tan^5\theta + \ldots}{\binom{2n+1}{0} - \binom{2n+1}{2}\tan^2\theta + \binom{2n+1}{4}\tan^4\theta + \ldots}$$

Repare que, como os ângulos $\frac{\pi}{2n+1}$, $\frac{2\pi}{2n+1}$, $\frac{3\pi}{2n+1}, \ldots,$ $\frac{n\pi}{2n+1}$ anulam o lado esquerdo da equação, suas tangentes são raízes do seguinte polinômio:

$$\binom{2n+1}{1}x - \binom{2n+1}{3}x^3 + \binom{2n+1}{5}x^5 + \ldots + (-1)^n\binom{2n+1}{2n+1}x^{2n+1} = 0$$

Tirando a raiz x=0, ficamos com:

$$\binom{2n+1}{1}-\binom{2n+1}{3}x^2+\binom{2n+1}{5}x^6+\ldots+(-1)^n\binom{2n+1}{2n+1}x^{2n}=0$$

Por Girard:

$$P=(-1)^{2n}\cdot\tan\frac{\pi}{2n+1}\cdot\tan\frac{2\pi}{2n+1}\cdot\ldots\cdot\tan\frac{n\pi}{2n+1}\cdot\left(-\tan\frac{\pi}{2n+1}\right)\cdot\left(-\tan\frac{2\pi}{2n+1}\right)\cdot\ldots\cdot\left(-\tan\frac{n\pi}{2n+1}\right)=$$

$$=\left(\tan\frac{\pi}{2n+1}\cdot\tan\frac{2\pi}{2n+1}\cdot\ldots\cdot\tan\frac{n\pi}{2n+1}\right)^2=(-1)^{2n}\cdot\frac{\binom{2n+1}{1}}{\binom{2n+1}{2n+1}}=2n+1$$

Portanto:

$$\boxed{\tan\tfrac{\pi}{2n+1}\tan\tfrac{2\pi}{2n+1}\ldots\tan\tfrac{n\pi}{2n+1}=\sqrt{2n+1}}$$

Dados

Constantes

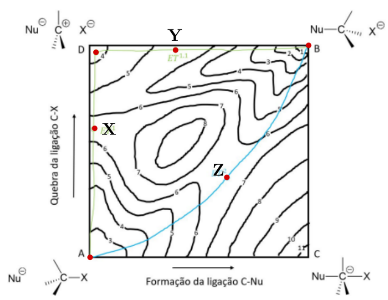
- Carga elementar $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$
- Constante de Avogadro $N_\mathrm{A} = 6{,}0 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$
- Constante de Planck $h = 6{,}6 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$
- Constante de Rydberg $\mathcal{R}_\infty = 1{,}1 \times 10^{7}\,\mathrm{m^{-1}}$
- Constante dos Gases $R = 8{,}3\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$
- Massa do elétron $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
- Velocidade da luz no vácuo $c = 3 \times 10^{8}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$

Elementos

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar ($\mathrm{g\,mol^{-1}}$)	Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar ($\mathrm{g\,mol^{-1}}$)
H	1	1,01	Cl	17	35,45
He	2	4,00	Ar	18	39,95
C	6	12,01	K	19	39,10
N	7	14,01	Ca	20	40,08
O	8	16,00	Cr	24	52,00
F	9	19,00	Fe	26	55,84
Ne	10	20,18	Cu	29	63,55
Na	11	22,99	Zn	30	65,38
Mg	12	24,31	Br	35	79,90
S	16	32,06	I	53	126,90

56ª QUESTÃO

Considere o Diagrama de More O'Ferrall para uma substituição nucleofílica genérica. As curvas representam as energias relativas em unidades arbitrárias.



Considere as proposições a seguir.

1. A reação de substituição nuclefofílica a partir de **A** forma **B**.
2. **X** e **Y** representam os complexos ativados para a reação por S_N2.
3. **Z** representa o complexo ativado para a reação via S_N1.

4. **D** representa o intermediário para a reação por S_N2.

Assinale a alternativa que relaciona as proposições *corretas*.

A ( ) **1** e **2** **B** ( ) **1** e **3** **C** ( ) **2** e **3**

D ( ) **1**, **2** e **3** **E** ( ) **1**, **2**, **3** e **4**

Gabarito: D

57ª QUESTÃO

Uma mistura dos líquidos **A** e **B** exibe comportamento ideal. A $84\,°\mathrm{C}$, a pressão total de uma solução composta por $1{,}2\,\mathrm{mol}$ de **A** e $2{,}3\,\mathrm{mol}$ de **B** é $331\,\mathrm{mmHg}$. Quando $1\,\mathrm{mol}$ de **B** é adiciona a essa solução, a pressão de vapor passa a $347\,\mathrm{mmHg}$.

Assinale a alternativa que mais se aproxima da pressão de vapor de **A** a $84\,°\mathrm{C}$.

A ( ) $150\,\mathrm{mmHg}$ **B** ( ) $170\,\mathrm{mmHg}$ **C** ( ) $190\,\mathrm{mmHg}$

D ( ) $210\,\mathrm{mmHg}$ **E** ( ) $230\,\mathrm{mmHg}$

Gabarito: C

Cálculo das frações molares no líquido na situação inicial:

$$x_A = \frac{1,2}{1,2+2,3} = 0,343$$

$$x_B = 1 - x_A = 0,657$$

Como a mistura apresenta comportamento ideal, a pressão da mistura pode ser calculada como:

$$P = P_A + P_B = P_A^o \cdot x_A + P_B^o \cdot x_B$$

Substituindo os valores:

$$331 = 0,343 \cdot P_A^o + 0,657 \cdot P_B^o$$

Ao adicionar 1 mol de B, as frações molares se alteram, vamos ao cálculo das novas frações molares:

$$x_A = \frac{1,2}{1,2+3,3} = 0,267$$

$$x_B = 1 - x_A = 0,733$$

Repetindo o cálculo da pressão da mistura:

$$341 = 0,267P_A^o + 0,733P_B^o$$

Resolvendo o sistema:

$$\boxed{P_A = 193mmHg \approx 190mmHg}$$

58ª QUESTÃO

Considere as proposições a seguir.

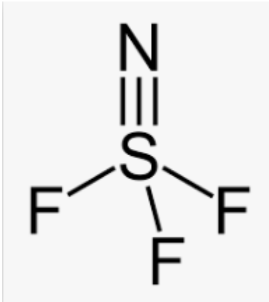
1. A molécula $\mathrm{NSF_3}$ possui geometria tetraédrica, sendo a hibridização do átomo central sp^3.

2. A molécula $\mathrm{ClF_3}$ possui geometria em forma de T, sendo a hibridização do átomo central sp^3d.

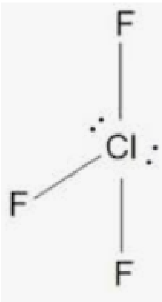
3. A molécula $\mathrm{I_3}^-$ possui geometria linear, sendo a hibridização do átomo central sp.

4. A molécula $\mathrm{BeCl_2}$ possui geometria linear, sendo a hibridização do átomo central sp.

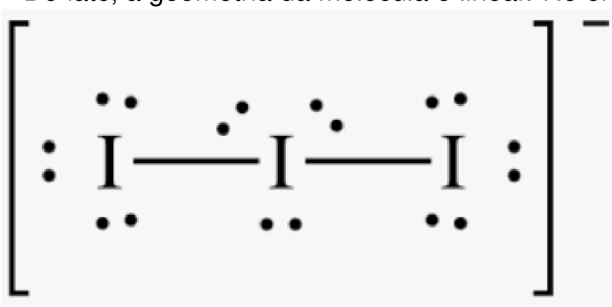
Assinale a alternativa que relaciona as proposições *corretas*.
Gabarito

• De fato a afirmtaviva está correta, pois a geometria da molécula é: 

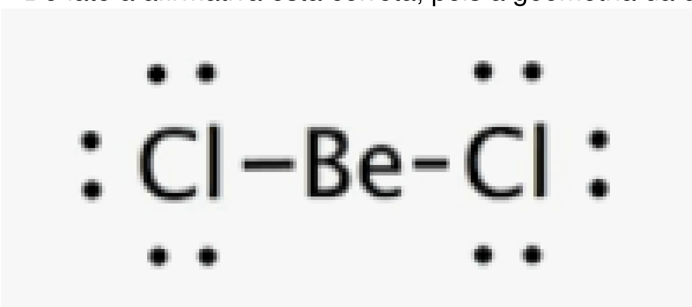
• De fato a afirmativa está correta, pois a geometria da da molécula é:



• De fato, a geometria da molécula é linear. No entanto a hibridização do átomo central é sp^3d.



• De fato a afirmativa está correta, pois a geometria da da molécula é:



A ( ) **1** e **2**   **B** ( ) **1** e **4**   **C** ( ) **2** e **4**

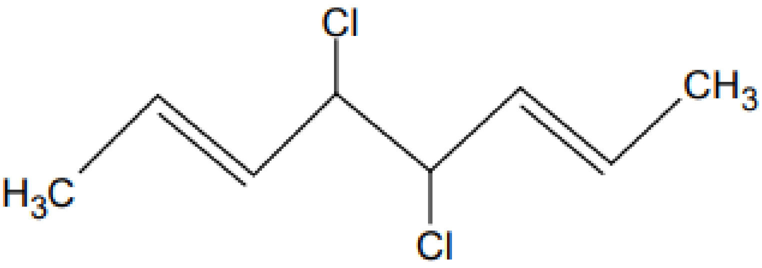
D ( ) **1**, **2** e **4**   **E** ( ) **1**, **2**, **3** e **4**

Gabarito: D

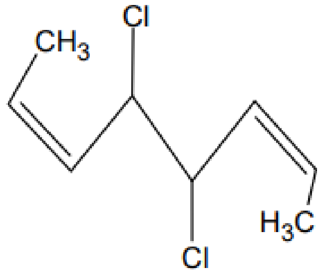
59ª QUESTÃO

Assinale a alternativa com o número total de estereoisômeros para o composto 4,5-dicloroocta-2,6-dieno.

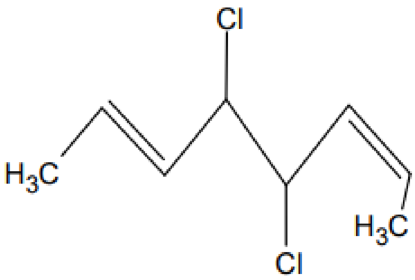
Gabarito C Analisando os isômeros formados pela isomeria geométrica, temos as seguintes estruturas:



(1)



(2)



(3)

(1) Nesse composto, temos dois carbonos quirais, logo o número de estereoisômeros é:

$$2^2 = 4$$

No entanto, há um eixo de simetria, o que vai fazer com que haja um esterioisômero idêntico a outro, que deve ser descontado:

$$N_{isômeros} = 4 - 1 = 3$$

(2) Assim como no primeiro, temos dois carbonos quirais, logo o número de estereoisômeros é:

$$2^2 = 4$$

No entanto, também há um eixo de simetria, o que vai fazer com que haja um esterioisômero idêntico a outro, que deve ser descontado:

$$N_{isômeros} = 4 - 1 = 3$$

(3) Diferentemente das anteriores, não há eixo de simetria. Porém os carbonos quirais se mantém, logo o número de isômeros é:

$$N_{isômeros} = 2^2 = 4$$

Portanto o total de isômeros desse composto é:

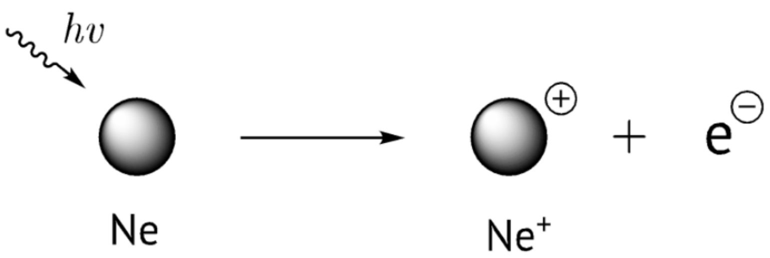
$$N_{total} = 3 + 3 + 4 = 10$$

A ( ) 4 **B** ( ) 8 **C** ( ) 10 **D** ( ) 12 **E** ( ) 16

Gabarito: C

60ª QUESTÃO

Os primeiros ensaios espectroscópicos que se tem registros descrevem a incidência de radiação eletromagnética em gases como neônio e a análise da radiação emitida. O esquema abaixo descreve simplificadamente um ensaio de Espectroscopia de fotoelétrons excitados por raios X ou XPS. Neste experimento incide-se raios X sobre uma amostra e detecta-se o número de fotoelétrons emitidos e suas respectivas energias cinéticas.



Após incidir uma radiação de $1254\,\mathrm{eV}$ em uma amostra de neônio gasosa observou-se um espectro com três energias cinéticas diferentes: $870\,\mathrm{eV}$, $1206\,\mathrm{eV}$ e $1233\,\mathrm{eV}$.

São feitas as seguintes afirmações:

1. As energias de ionização dos subníveis $1s$, $2s$ e $2p$ do Ne são $384\,\mathrm{eV}$, $48\,\mathrm{eV}$ e $21\,\mathrm{eV}$, respectivamente.
2. Uma análise de XPS para átomos metálicos demandaria uma radiação incidente de menor energia, se comparado ao experimento com átomos de neônio.
3. Um espectro de XPS para um determinado elemento químico apresenta cinco energias cinéticas distintas. Portanto, os possíveis elementos químicos relacionados ao espectro são: Al, Si, P, S, Cl e Ar.
4. Se o neônio fosse substituído por argônio, seria necessária a incidência de radiação com menor comprimenro de onda.

Assinale a alternativa que apresenta as afirmações *corretas*. **Gabarito** • Os níveis e subníveis citados são aqueles possíveis para um életron ocupar no átomo neutro. Portando, a afirmativa está correta pois de fato cada nível necessita de um valor diferente para ejetar o elétron • De fato, a energia de ionização do neônio é maior que a dos metais, o que exige uma maior energia no experimento. Logo a afirmativa está correta. • De fato todos esses elementos possuem eletróns nos orbitais $1s$ $2s$ $2p$ $3s$ $3p$ em que cada um deles necessita de uma energia diferente para ejetar o elétron. • Como o argônio está abaixo do Neônio na tabela, ele apresenta menor energia de ionização e portanto necessita de menos energia para ejetar o elétron. Como a energia incedente pode ser calculada por $E = hf$, é necessário de uma frequência menor e não comprimento de onda como diz a afirmativa.

A ( ) **1** **B** ( ) **2** **C** ( ) **1** e **2**

D ( ) **1**, **2** e **3** **E** ( ) **1**, **2** e **4**

Gabarito: C

61ª QUESTÃO

Quimicamente, uma propriedade interessante do ibuprofeno é que ele é uma molécula quiral que apresenta um isômero óptico responsável pela ação anti-inflamatória e o outro que não possui efeito biológico.

Considere as proposições a seguir.

1. Isômeros ópticos possuem o mesmo ponto de ebulição, ponto de fusão e solubilidade. Além disso, interagem da mesma forma com outras moléculas.
2. A diferenciação baseada nas configurações R/S diz respeito à direção para qual as moléculas desviam o plano de luz polarizado. Nesse caso, podemos dizer que a forma biologicamente ativa do ibuprofeno desvia o plano de luz polarizado para a direita e a forma biologicamente inativa desvia para a esquerda.
3. Um dos motivos pelos quais o ibuprofeno é comercializado como racemato é a inversão quiral unidirecional que ocorre no organismo daquele que o ingere e faz com que seu isômero inativo seja convertido no isômero farmacologicamente ativo.
4. Se uma amostra pura de um do enantiômero **I** do ibuprofeno, com uma concentração de $1\,\mathrm{g/mL}$, tem rotação específica $[\alpha]_D = +54{,}5°$, uma mistura dos dois enantiômeros com $[\alpha]_D = +20{,}0°$, terá uma composição de $78{,}5\%$ do isômero **I**.

Assinale a alternativa que relaciona as proposições *corretas*.

A ( ) **2** **B** ( ) **3** **C** ( ) **1** e **3** **D** ( ) **2** e **3** **E** ( ) **3** e **4**

Gabarito: B

62ª QUESTÃO

Considere as proposições a seguir a respeito das reações de substituição nucleofílica.

1. Os termos basicidade e nucleofilicidade não são sinônimos. No contexto das reações químicas, a basicidade está relacionada à estabilidade de uma base conjugada formada num processo ácido-base. Por outro lado, a nucleofilicidade está relacionada à energia de ativação da transformação, ou seja, à cinética da reação. Assim, pode-se dizer que basicidade é um parâmetro termodinâmico e nucleofilicidade é um parâmetro cinético.
2. É possível prever, para as reações de substituição nucleofílica, dois estados de transição e um intermediário para o mecanismo SN_1, enquanto que, para o mecanismo SN_2, apenas um intermediário.
3. Solventes polares apróticos são adequados para mecanismos SN2. Além de dissolver os reagentes (normalmente polares ou iônicos), eles também não estabilizam (solvatam) efetivamente o nucleófilo. Assim, dado que esses solventes não terão efeito pronunciado sobre a estabilidade do estado de transição (pouco polar), a energia de ativação torna-se suficientemente pequena. Dessa forma, a reação pode acontecer mais rapidamente.

4. Reações SN_1, geralmente, são feitas em solventes polares próticos, pois nesse tipo de mecanismo a etapa lenta da reação envolve a formação de íons. Como íons são bem estabilizados por solventes próticos, o estado de transição possuirá menor energia, e, assim, a energia de ativação do processo será menor, já que a estabilidade dos reagentes não é significativamente alterada.

Assinale a alternativa que relaciona as proposições corretas.

A ( ) **1** e **3** **B** ( ) **1** e **4** **C** ( ) **3** e **4**

D ( ) **1**, **3** e **4** **E** ( ) **1**, **2**, **3** e **4**

Gabarito: D

63ª QUESTÃO

Os compostos **A** e **B** se decompõem em reações de primeira ordem. Em $398\,\mathrm{K}$, a constante de velocidade de decomposição de **A** é $3{,}6 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$. Recipientes separados de **A** e de **B** foram preparados com concentrações iniciais de $0{,}120\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$ de **A** e $0{,}240\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$ de **B**. Após $5{,}0\,\mathrm{h}$, a concentração de **A** era igual a três vezes a concentração de **B**.

Assinale a alternativa que mais se aproxima da concentração de **A** após $5\,\mathrm{h}$.

Considere $\ln(2) = 0{,}7 \quad \ln(3) = 1{,}1$

A ( ) $0{,}021\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$ **B** ( ) $0{,}045\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$

C ( ) $0{,}063\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$ **D** ( ) $0{,}087\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$

E ( ) $0{,}098\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$

Gabarito: C

Como ambas as decomposições são de primeira ordem, podemos escrever:

$$[A] = [A]_o e^{-k_A t}$$

$$[B] = [B]_o e^{-k_B t}$$

Calculando a concentração de A após 5 horas:

$$[A] = 0,12 \cdot e^{-3{,}6 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 3600}$$

$$\boxed{[A] = 0,063 mol \cdot L^{-1}}$$

64ª QUESTÃO

Considere as seguintes proposições sobre a estrutura molecular.

1. As moléculas CF_4 e SF_6 são apolares, entretanto, a molécula SF_4 é polar.

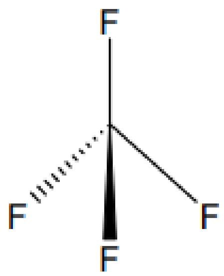
2. Existem dois isômeros com fórmula molecular PF_3Cl_2, sendo que um desses possui momento de dipolo não nulo.

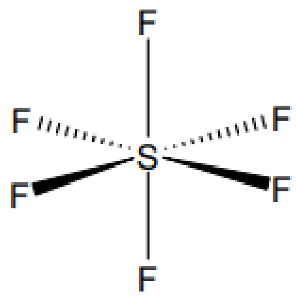
3. Na molécula SF_6 todas as ligações possuem o mesmo comprimento, entretanto, no PF_5 duas ligações são mais longas que as demais.

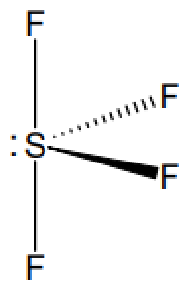
4. As molécula NF_3 e ClF_3 são polares, entretanto, a molécula BF3 é apolar.

Assinale a alternativa que relaciona as proposições corretas.
Gabarito

• A primeira afirmação está correta.





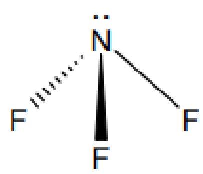


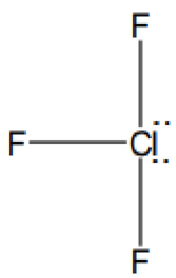
Analisando as estruturas é possivel ver que nas duas primeiras os momentos dipolo se anulam completamente, enquanto na terceira eles não se anulam no plano horizontal.

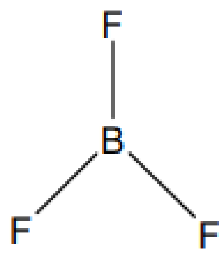
• A segunda afirmativa é falsa, pois a molécula apresentará 3 isômeros, uma vez que na posição equatorial poderão estar: dois átomos de flúor, um de flúor e um de cloro ou dois de cloro (com o fósforo como átomo central).

• A terceira afirmativa é verdadeira. Para a molécula do SF_6 a estrutura é octaédrica e todas as ligações são iguais devido a simetria da molécula. Já para o PF_5, a estrutura possui ligações nas posições axial e equatorial. As ligações axiais sofrem maior repulsão das outras devido ao ângulo de 90 graus com as ligações equatoriais, fazendo com que elas sejam maiores.

• A quarta afirmativa é verdadeira.







Analisando as estruturas, é possível ver que nas duas primeiras os momentos dipolo não se anulam, diferentemente da terceira.

A ( ) **1**, **2** e **3** **B** ( ) **1**, **2** e **4** **C** ( ) **1**, **3** e **4**

D ( ) **2**, **3** e **4** **E** ( ) **1**, **2**, **3** e **4**

Gabarito: E

65ª QUESTÃO

As entalpias de combustão do acetileno e do benzeno são $1300\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$ e $3270\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$, respectivamente.

Assinale a alternativa que mais se aproxima da entalpia de síntese do benzeno a partir do acetileno.

A ( ) $-3270\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$

B ( ) $-1970\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$

C ( ) $-630\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$

D ( ) $630\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$

E ( ) $1970\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$

Gabarito: C

A variação de entalpia pode ser calculada como:

$$\Delta H_{\text{sintese}} = 3270 - 3 \cdot 1300 = -630 kJ/mol$$

66ª QUESTÃO

Considere as informações a seguir, a respeito de um elemento **X**.

1. O elétron mais externo de **X** é descrito por uma região de densidade de probabilidade que apresenta seis superfícies nodais esféricas.
2. O cátion trivalente **X**$^{3+}$ apresenta o subnível mais energético semipreenchido, sendo o elétron mais energético descrito por uma região de densidade de probabilidade que apresenta três superfícies nodais angulares e uma superfícies nodal esférica.
3. Não há eletrons s desemparelhados em **X** nem em **X**$^{3+}$.
4. Quando no estado gasoso **X**$^{3+}$ e **X** são paramagnéticos.

Assinale a alternativa com o número de prótons do elemento **X**.

A ( ) 88 **B** ( ) 92 **C** ( ) 96 **D** ( ) 98 **E** ( ) 102

Gabarito: C

Gabarito Para essa questão analisaremos cada afirmativa lembrando que:

$$nodostotais = n - 1$$

$$nodosangulares = l$$

$$nodosesféricos = n - l - 1$$

De acordo com a afirmativa (1), sabemos que para o elemento X, em seu estado fundamental,

$$n - l - 1 = 6 n - l = 7$$

Analisando a afirmativa (2) e (3), sobre o cátion X^{+3}, sabemos que $n - l - 1 = 1 \rightarrow n - l = 2$. Além disso, também através dessas afirmativas sabemos que $l = 3$. Logo, para o cátion trivalente:

$$n = 5 l = 3$$

Como o orbital estará semipreenchido o elétron mais energético terminará em $5f^7$ Juntando essa informação com a da afirmativa (1), para o átomo em seu estado fundamental, $n = 7$ e $l = 0$ Portanto, o número atômico será:

$$z = 96$$

67ª QUESTÃO

Assinale a alternativa que mais se aproxima da fração molar de benzeno no vapor de uma solução equimolar de benzeno e tetracloreto de carbono em equilíbrio a $25\,°\mathrm{C}$.

A ( ) $\dfrac{1}{1 + e^{0,1}}$ **B** ( ) $\dfrac{1}{1 + e^{0,2}}$ **C** ( ) $\dfrac{1}{1 + e^{0,3}}$

D ( ) $\dfrac{1}{1 + e^{0,4}}$ **E** ( ) $\dfrac{1}{1 + e^{0,5}}$

Dados

- Energia livre de formação do $\mathrm{CCl_4}$ (g) a $298\,\mathrm{K}$ $\Delta_f G(\mathrm{CCl_4, g}) = -60{,}6\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$
- Energia livre de formação do $\mathrm{CCl_4}$ (l) a $298\,\mathrm{K}$ $\Delta_f G(\mathrm{CCl_4, l}) = -65{,}2\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$
- Energia livre de formação do benzeno (g) a $298\,\mathrm{K}$ $\Delta_f G(\mathrm{C_6H_6, g}) = 129{,}6\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$
- Energia livre de formação do benzeno (l) a $298\,\mathrm{K}$ $\Delta_f G(\mathrm{C_6H_6, l}) = 124{,}5\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$

Gabarito: B

Temos que $\varDelta G = -RTlnP$

Para o $\mathrm{CCl_4}$, $\varDelta G_{vap}(CCl4) = -RTlnP^{v}_{CCl4}$

Para o $\mathrm{CCl_4}$, $\varDelta G_{vap}(benzeno) = -RTlnP^{v}_{benzeno}$

\$PΘ∗benz = efrac−varDeltaG(benz)RT$ $$P\^{v}*{CCl4}= e\^{\frac{-\varDelta G(CCl4)}{RT}}\$\$

\$\$\frac{P\^{v}*{CCl4}}{P\^{v}*{benz}} = e\^{0,2}\$\$

A composição de benzeno no vapor será : \$\$\frac{X_{benz}\cdot P\^{v}*{benz}}{X*{benz}\cdot P\^{v}*{benz} + X*{CCl4}\cdot P\^{v}*{CCl4}} = \frac{1}{1 + \frac{P\^{v}*{CCl4}}{P\^{v}_{benz}}}\$\$

Assim, a resposta será $\frac{1}{1+e^{0,2}}$

68ª QUESTÃO

Considere a reação química:

$$BrO_3^-(aq) + 5\,Br^-(aq) + 6\,H_3O^+(aq) \longrightarrow 3\,Br_2(aq) + 9\,H_2O\,(l)$$

Os resultados a seguir foram obtidos no estudo da cinética dessa reação:

#	$[BrO_3^-]$ /mol L^{-1}	$[Br^-]$ /mol L^{-1}	$[H_3O^+]$ /mol.L^{-1}	v /(mmol L^{-1} s^{-1})
1	0,1	0,1	0,10	1,2
2	0,1	0,1	0,10	2,4
3	0,1	0,3	0,10	3,5
4	0,2	0,1	0,15	5,5
5	0,7	0,13	0,3	

Assinale a alternativa que mais se aproxima da velocidade inicial de consumo de BrO_3^- no experimento **5**.

A ( ) $0{,}050\,mol\,L^{-1}\,s^{-1}$

B ( ) $0{,}100\,mol\,L^{-1}\,s^{-1}$

C ( ) $0{,}150\,mol\,L^{-1}\,s^{-1}$

D ( ) $0{,}200\,mol\,L^{-1}\,s^{-1}$

E ( ) $0{,}250\,mol\,L^{-1}\,s^{-1}$

Gabarito: B

Basta analisar pares de experimentos: Tomando os experimentos 1 e 2, veja que ao dobrar a concentração de BrO_3^-, dobramos a velocidade da reação então, a reação é da forma $v = k[BrO_3^-]^1$ Tomando os experimentos 1 e 3, veja que ao triplicar a concentração de $[Br^-]$, triplicamos a velocidade da reação, então é da forma $v = k[Br^-]^1$ Tomando os experimentos 2 e 4, temos:

$$\frac{v_1}{v_2} = (\frac{[H_3O^+]_1}{[H_3O^+]_2})^\alpha$$

$$\frac{5,5}{2,4} = (\frac{0,15}{0,1})^\alpha$$

$$\alpha = 2$$

Então a reação é da forma $v = k[H_3O^+]^2$ juntando essas informações, veja que a reação é da forma:

$$v = k[BrO_3^-][Br^-][H_3O^+]^2$$

Tome o experimento 1 para cálculo do k:

$$k = \frac{1,2}{0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,1^2} = 12000L^3mol^{-3}s^{-1}$$

Substituindo os valores do experimento 5:

$$\boxed{v = 0,7 \cdot 0,13 \cdot 0,3^2 \cdot 12000 = 100 \cdot mol \cdot L^{-1}s^{-1}}$$

69ª QUESTÃO

Em um experimento foi realizada a decomposição do peróxido de hidrogênio a $20\,°\mathrm{C}$ por ação de um catalisador. A reação possui energia de ativação de $42\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$ quando catalisada e $70\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$ na ausência do catalisador.

Assinale a alternativa que mais se aproxima da temperatura que deve ser realizada a reação não catalisada pra que ocorra na mesma velocidade que a reação catalisada a $20\,°\mathrm{C}$.

A ( ) $135\,°\mathrm{C}$

B ( ) $165\,°\mathrm{C}$

C ( ) $195\,°\mathrm{C}$

D ( ) $215\,°\mathrm{C}$

E ( ) $245\,°\mathrm{C}$

Gabarito: D

Reação catalisada:

$$\mathrm{H_2O_2, l} \xrightarrow{catalisador} \mathrm{H_2O, l + O_2, g}\ \ ,\ Ea = 42kJ/mol$$

Reação não catalisada:

$$\mathrm{H_2O_2, l} \rightarrow \mathrm{H_2O, l + O_2, g}\ \ ,\ Ea = 70kJ/mol$$

Igualando os termos exponenciais da fórmula de Arrhenius, teremos :

$$\frac{-42000}{8,31 \cdot 293} = \frac{-70000}{8,31 \cdot T}$$

$$T = 488K = 215C$$

70ª QUESTÃO

Assinale a alternativa que corresponde à ordem correta de raio iônico.

A ( ) $\mathrm{Al^{3+} > Mg^{2+} > Na^{+} > F^{-} > O^{2-}}$

B ( ) $\mathrm{Na^{+} > Mg^{2+} > Al^{3+} > O^{2-} > F^{-}}$

C ( ) $\mathrm{Na^{+} > F^{-} > Mg^{2+} > O^{2-} > Al^{3+}}$

D ( ) $\mathrm{O^{2-} > F^{-} > Mg^{2+} > O^{2-} > Al^{3+}}$

E ( ) $\mathrm{Al^{3+} > Mg^{2+} > Na^{+} > O^{2-} > F^{-}}$ **Gabarito A** Para fazer a análise dessa questão, é interessante analisar que todos os atómocos analisados são isoeletrônicos. Dessa forma, basta analisar qual deles possue maior número atômico, pois o mesmo terá maior carga nuclear efetiva sentida pelos elétron e consequentemente menor Raio. É interessante entender que tal análise consiste no mesmo raciocínio de que o cátion terá raio menor que o do ânion para átomos isoeletrônicos.

Gabarito: A