

CICLO ITA 1 - OBJETIVO

TURMA IME-ITA



2022

GABARITO

Física

1. A 2. E 3. B 4. - 5. D 6. A 7. A 8. C 9. A 10. C 11. C 12. - 13. B 14. B 15. E

Português

1. A 2. D 3. B 4. C 5. A 6. B 7. E 8. C 9. D 10. E 11. B 12. B 13. C 14. A 15. E

Inglês

1. C 2. C 3. D 4. E 5. - 6. - 7. A 8. B 9. B 10. C

Matemática

1. E 2. D 3. D 4. E 5. B 6. A 7. B 8. C 9. C 10. A 11. D 12. C 13. E 14. D 15. B

Química

1. - 2.B 3.D 4.C 5.A 6. - 7.B 8.A 9.E 10.E 11. - 12.D 13.B 14.E 15.B

FÍSICA

1ª QUESTÃO

Duas partículas idênticas eletricamente carregadas com cargas, em módulo, de $8~\mu\mathrm{C}$ e $4~\mu\mathrm{C}$ estão separadas por uma distância de $2~\mathrm{m}$. Coloca-se as partículas em contato e depois elas são afastadas para uma nova distância d. Sabendo que inicialmente as partículas se atraiam e na nova situação o módulo da força entre elas caiu pela metade, determine d.

A() 1 m.

B() 3 m.

C() 5 m.

D() 7 m.

E() 9 m.

Gabarito: A

Primeiramente, veja que inicialmente as partículas se atraiam. Logo, conclui-se que as cargas iniciais dadas são de sinais opostos. Assim, ao colocar as cargas em contato, conservando carga, temos à princípio os seguintes casos: 1° caso: cargas iniciais são -8 C e 4C Conservando carga:

$$\sum Q_{inicio} = \sum Q_{final}$$

Como as partículas são idênticas, a carga final de cada uma após o contato será a mesma. Logo:

$$-8 + 4 = Q + Q$$
$$-4 = 2Q$$
$$Q = -2\mu C$$

 2° caso: cargas iniciais são 8C e -4C Conservando carga:

$$\sum Q_{inicio} = \sum Q_{final}$$

Como as partículas são idênticas, a carga final de cada uma após o contato será a mesma. Logo:

$$-4 + 8 = Q + Q$$
$$4 = 2Q$$
$$Q = 2\mu C$$

Portanto, perceba que a carga final das partículas após o contato é a mesma, em módulo. Logo, a força entre as partículas no final será a mesma nos dois casos, visto que na fórmula da força temos o módulo das cargas. Com isso: Início - a força entre as partículas é F:

$$F = \frac{k|Q_1||Q_2|}{d^2}$$
$$F = \frac{(k.8.4)}{2^2}$$
$$F = 8k$$

Final -- a força entre as partículas é F/2:

$$\frac{F}{2} = \frac{k|Q_1||Q_2|}{d^2}$$
$$\frac{F}{2} = \frac{(k.2.2)}{d^2}$$
$$F = \frac{8k}{d^2}$$

Da equação encontrada anteriormente, temos que $F=8k.\ {\rm Assim}$:

$$8k = \frac{8k}{d^2}$$
$$d^2 = 1$$
$$\Rightarrow \boxed{d = 1 \ m}$$

João Pescador Gomes sonha que embarcou em uma nave espacial para viajar até o distante planeta Cordeiro, situado a 10 anos luz da Terra. Metade do percurso é percorrido com aceleração que cresce linearmente, de forma que o corpo parte do repouso, e chega na metade do caminho com aceleração de $30~{\rm m\,s^{-2}}$ e o restante com desaceleração de mesma magnitude. Desprezando a atração gravitacional e efeitos relativistas, estime o tempo total em meses de ida e volta da viagem do sonho de João.

A() 120 meses

B() 90 meses

C() 60 meses

D() 30 meses

E() 150 meses

Gabarito: E

Primeiro, vamos encontrar a distância de João ao planeta. Sabendo que 1 ano luz é a distância que a luz percorre em um ano (365 dias), lembrando de passar o tempo para segundos, teremos:

$$D = c.\Delta t$$

$$D = 3 \cdot 10^8 \cdot 10 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60$$

$$D \approx 9,46.10^{16} m$$

João percorreu o caminho com uma acelerção escrita da forma: a=k.t, onde k é uma constante e t é o tempo transcorrido. Dessa forma, podemos obter a velocidade e deslocamento de João a partir da integração desta aceleração:

$$a = kt \Rightarrow v = \frac{kt^2}{2} + v_0$$

Visto que parte do repouso, temos que $v=\frac{kt^2}{2}.$ Integrando novamente, obtemos sua posição:

$$v = \frac{kt^2}{2} \implies \Delta S = \frac{kt^3}{6}$$

Desta forma, analisando a primeira metade da ida (e multiplicando a resposta obtida por 4, graças à simetria do movimento), teremos que João deslocou-se

$$D = \frac{9,46}{2}.10^{16} \ m = 4,73.10^{16} \ m$$

Poderemos, agora, montar um sistema de modo a encontrar t_0 , o instante em que João chega à metade da viagem de ida. Para este instante, sabemos que sua aceleração vale $30m/s^2$, além de seu deslocamento ser igual a $D=4,73.10^{16}\,\,m$.

$$kt_0 = 30 \frac{kt_0^3}{6} = 4,73.10^{16} \Rightarrow 5t_0^2 = 4,73.10^{16}t_0^2 = 0,946.10^{16} \Rightarrow t_0 = 0,973.10^8 \text{ s}$$

Como João também percorre a outra metade da ida, além de percorrer a volta em seguida, significa que percorreu 4 vezes a metade do percurso, levando 4 vezes esse tempo para retornar à Terra:

$$\Delta t_{total} = 4.0,973.10^8 = 3,89.10^8 \ s$$

Passando para meses (dividir por 30.24.60.60):

$$\Delta t_{total} = \frac{3,89.10^8}{72.36.1000} \approx 150 \text{ meses}$$

3

Obs: Note que, enquanto Pescador leva 150 meses para percorrer a ida e volta, a luz levaria 240 meses para percorrer a mesma distância. Será que esta situação seria possível na vida real?

3ª QUESTÃO

A massa específica d_1 de um bloco de alumínio é determinada num dia de verão muito quente, quando a temperatura é de T [°C]. Essa medida é comparada com outra, efetuada em um laboratório mantido à temperatura de $15\,^{\circ}\mathrm{C}$ e que forneceu o valor de d_2 . Podemos afirmar que:

A()
$$d_1 > d_2$$

B()
$$d_1 < d_2$$

C()
$$d_1 = d_2$$

D()
$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{T-15}{T+15}$$

E()
$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{T+15}{T-15}$$

Gabarito: B

Seja d_1 , a massa específica para a temperatura de TrC, d_2 , a massa específica para a temperatura de 15 i C e o coeficiente de dilatação volumétrica do corpo, podemos escrever que:

$$d_1 = \frac{m}{V_0} d_2 = \frac{m}{V_0(1+T)} T = 15 - T \ \text{\'e}C$$

Como o enunciado informa que T corresponde a uma temperatura de verão muito quente, T °C > 15°C, logo, temos que:

$$T < 0 \Rightarrow \gamma T < 0$$

Seja $k=1+\gamma T$, teremos k<1. Assim ficamos com:

$$d_2 = \frac{m}{V_0 k} = \frac{d_1}{k} > d_1$$

Portanto, $d_2 > d_1$

4ª QUESTÃO

Uma barra metálica a $0\,^{\circ}\mathrm{C}$ mede $1\,\mathrm{m}$ conforme indicação de uma régua de vidro na mesma temperatura. Quando a barra e a régua são aquecidas a $300\,^{\circ}\mathrm{C}$ o comprimento da barra medido pela régua passa a ser de $1.01 \, \mathrm{m}$. Com base nessas informações, o coeficiente de dilatação do material que constitui a barra é dado por?

A()
$$2 \times 10^{-5} \, ^{\circ} \mathrm{C}^{-1}$$

B()
$$2.90 \times 10^{-5} \, ^{\circ}\text{C}^{-1}$$
 C() $3.60 \times 10^{-5} \, ^{\circ}\text{C}^{-1}$

C()
$$3.60 \times 10^{-5} \, ^{\circ}\text{C}^{-1}$$

D()
$$4.50 \times 10^{-5} \, ^{\circ}\text{C}^{-1}$$

E()
$$6 \times 10^{-5} \, ^{\circ}\text{C}^{-1}$$

Dados

• Coeficiente de dilatação linear do vidro $\gamma_{\rm vidro} = 9 \times 10^{-4} \, {\rm ^{\circ}C^{-1}}$.

Gabarito: A

i) Como a barra, após ser dilatada, passou a medir $1,01\ m$ no referencial da régua também dilatada, temos que:

$$L_{f_{barra}} = l_0(1 + \alpha_{barra} \cdot \Delta T) = 1 \ m \cdot (1 + \alpha_{barra} \cdot 300 \ ^{\circ}C)$$

ii) Para a régua, consideraremos a dilatação de $1,01\ m$ medido à $0^{\circ}C$, para igualarmos ao tamanho final da barra. Assim, temos que:

$$L_{f_{r\acute{e}gua}} = L_{0_{r\acute{e}gua}}$$

$$(1 + \alpha_{vidro}.\Delta T) = 1,01 \cdot (C^{-1}.300 \, ^{\circ}C)$$

Logo,

$$L_{f_{barra}} = L_{f_{r\acute{e}gua}}$$

 $\Rightarrow 1 + \alpha_{barra}.300 = 1,01 + 1,01.9.10^{-4}.300 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \alpha_{barra}.300 = 0,2827$

Finalmente:

$$\alpha_{barra} = 94, 23 \cdot 10^{-5} \, {}^{\circ}C^{-1}$$

Portanto, a questão está anulada.

5ª QUESTÃO

Um dipolo elétrico é formado por um par de cargas (q e - q) separadas por uma pequena distância a. Considere dois dipolos elétricos paralelos que são separados por uma distância d ($d \gg a$), de maneira que as cargas de mesmo sinal estejam alinhadas horizontalmente. Utilizando a aproximação $(1+x)^n=1+nx$, onde $x\ll 1$; determine a força elétrica resultante de interação entre os dois dipolos.

A()
$$F = \frac{12kq^2a^2}{d^4}$$

B()
$$F = \frac{3kq^2a^2}{4d^4}$$

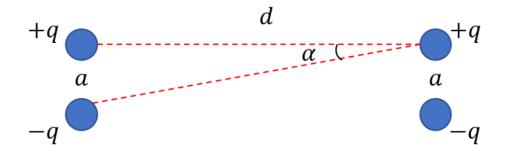
C()
$$F = \frac{3kq^2a^2}{2d^4}$$

D()
$$F = \frac{3kq^2a^2}{d^4}$$

E()
$$F = \frac{3kq^2a^2}{8d^4}$$

Gabarito: D

O dipolo é o conjunto de cargas +q e -q. Com isso, para determinarmos a força resultante no dipolo, encontramos a resultante que atua em um par de cargas:



Ao olharmos as forças que atuam na carga de cima à direita, teremos duas, uma sendo

$$\frac{Kq^2}{d^2}$$

horizontal para a direita, enquanto a outra será:

$$\frac{Kq^2}{d^2 + a^2}$$

A qual possui uma componente horizontal para a esquerda:

$$\frac{Kq^2}{d^2 + a^2}\cos\alpha = \frac{Kq^2d}{(d^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

E uma componente vertical para baixo:

$$\frac{Kq^{2}}{d^{2} + a^{2}}sen\alpha = \frac{Kq^{2}a}{(d^{2} + a^{2})^{\frac{3}{2}}}$$

Veja agora que, ao analisarmos a carga debaixo, teremos as mesmas forças atuando, mudando somente que a componente vertical estará voltada para cima, anulando com a encontrada anteriormente. Com isso, a força resultante no dipolo será:

$$F_{Res} = 2\left(\frac{Kq^2}{d^2} - \frac{Kq^2d}{(d^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}\right)$$

Finalmente, utilizaremos a aproximação fornecida para obter a resposta correta:

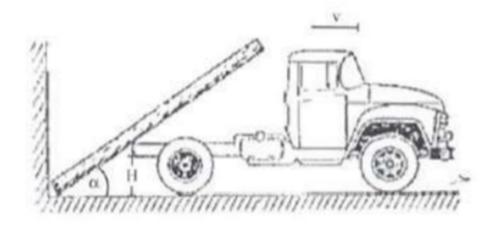
$$\begin{split} F_{Res} &= 2Kq^2 \left(\frac{1}{d^2} - \frac{d}{d^3 \left(1 + \frac{a^2}{d^2} \right)^{\frac{3}{2}}} \right) = \frac{2Kq^2}{d^2} \left(1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{a^2}{d^2} \right)^{\frac{3}{2}}} \right) \\ F_{Res} &= \frac{2Kq^2}{d^2} \left(1 - \left(1 + \frac{a^2}{d^2} \right)^{-\frac{3}{2}} \right) \approx \frac{2Kq^2}{d^2} \left(1 - \left(1 - \frac{3}{2} \frac{a^2}{d^2} \right) \right) \end{split}$$

Desse modo, obtemos:

$$F_{Res} = \frac{3Kq^2a^2}{d^4}$$

6ª QUESTÃO

Um caminhão anda com velocidade constante v. Uma haste fixa em um pivô se encontra apoiada sobre a traseira do caminhão.



Determine a velocidade angular da barra quando o ângulo de inclinação com a horizontal for α . A altura da traseira do caminhão vale H.

$$\mathbf{A}\left(\ \right)\quad \frac{v\sin^{2}\left(\alpha\right)}{H}$$

$$\mathbf{B}\left(\ \right)\ \frac{v\sin^{3}\left(\alpha\right)}{H}$$

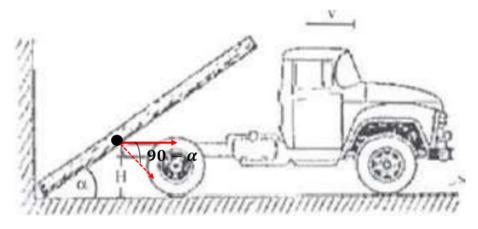
$$\mathbf{C(\)}\quad \frac{v\sin^2\left(\alpha\right)}{2H}$$

$$\mathbf{D}(\) \quad \frac{v\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{H}$$

E()
$$\frac{v\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{2H}$$

Gabarito: A

Podemos analisar o ponto de contato do caminhão com a barra, pois como a barra está sempre em contato com o caminhão, a velocidade com que a barra se aproxima deste deve ser a mesma velocidade com que o caminhão se afasta da mesma.



A velocidade na horizontal do caminhão vale v, para decompor a mesma na direção mostrada, teremos:

$$v_{tangencial} = v.cos(90 - \alpha)$$

$$v_{tq} = v.sen(\alpha)$$

Agora, usaremos que a velocidade tangencial vale o produto da velocidade angular com a distância do ponto até o centro da trajetória. Sabemos que o centro da trajetória circular deste ponto é o início da barra. Para calcular essa distância (chamaremos ela de D), usaremos a geometria do triângulo da figura:

$$sen\left(\alpha\right) = \frac{H}{D}$$

$$D = \frac{H}{sen\left(\alpha\right)}$$

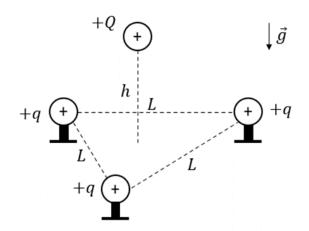
Agora, usando a velocidade angular:

$$\omega D = v_{tq}$$

$$\omega \frac{H}{sen\left(\alpha\right)} = v.sen(\alpha)$$

$$\omega = \frac{v.sen^2(\alpha)}{H}$$

No sistema abaixo, temos três esferas metálicas idênticas fixas por hastes em um mesmo plano horizontal e carregadas com carga +q. Verticalmente acima do baricentro do triângulo equilátero formado pelas três esferas, temos uma outra esfera carregada com carga +Q e massa m em equilíbrio.



Sabe-se que a altura da esfera +Q é $h=\frac{\sqrt{6}}{3}L$. Considerando que a gravidade no local é g e que a constante eletrostática do meio é k, determine a carga +Q:

$$\mathbf{A}(\)\quad \frac{\sqrt{6}}{6}\left(\frac{mgL^2}{kq}\right)$$

$$\mathbf{B}(\)\quad \frac{\sqrt{3}}{3}\left(\frac{mgL^2}{kq}\right)$$

B()
$$\frac{\sqrt{3}}{3}\left(\frac{mgL^2}{kq}\right)$$
 C() $\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{mgL^2}{kq}\right)$

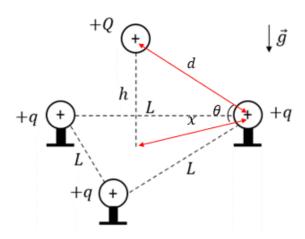
$$\mathbf{D}(\) \quad \frac{\sqrt{6}}{3} \left(\frac{mgL^2}{kq} \right)$$

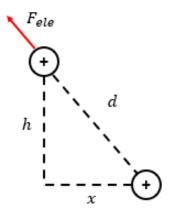
E()
$$\frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{mgL^2}{kq} \right)$$

Gabarito: A

Como as cargas são dispostas de maneira simétrica, podemos calcular a componente vertical da força causada por uma carga e multiplicar por 3 para anular o Peso.

Calculando a componente vertical da força causada por uma das cargas elétricas, temos:





$$F_{eley} = \frac{kQq}{d^2}.sen(\theta)$$

Nesse caso, precisamos calcular o valor de θ e de d.

Como a altura vale $h=\frac{\sqrt{6}}{3}L$ e além disso, a distância das cargas ao baricentro do triângulo equilátero (onde é a projeção da carga +Q) vale $x=\frac{\sqrt{3}}{3}L$, temos:

$$tg(\theta) = \frac{h}{x} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{3}L}{\frac{\sqrt{3}}{3}L} = \sqrt{2}$$

Portanto, conseguimos encontrar os valores de $sen(\theta)$ e d:

$$d = L\frac{\sqrt{3}}{3}.\sqrt{3} = L$$

$$sen(\theta) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Sendo assim, a força resultante (pelas 3 cargas) vale:

$$F_y = 3\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \frac{kQq}{d^2} = \sqrt{6} \cdot \frac{kQq}{L^2}$$

Garantindo o equilíbrio de forças:

$$F_y = mg$$

$$\sqrt{6}.\frac{kQq}{L^2} = mg$$

Isolando a carga Q e racionalizando, encontramos:

$$Q = \frac{\sqrt{6}mgL^2}{6kq}$$

Da Origem de uma pista de corrida, partem 2 carros A e B. Em t=0, A parte em movimento uniforme, com velocidade constante de $10\,\mathrm{m/s}$. Após 10 segundos, B parte do repouso, com aceleração constante de $4\,\mathrm{m/s^2}$, com mesma direção e sentido da velocidade de A. Determine para um observador em repouso a velocidade da imagem do reflexo de A no retrovisor de B, 2 segundos após a ultrapassagem.

A() $110 \,\mathrm{m/s}$

 $B() 100 \,\mathrm{m/s}$

 $C() 90 \, m/s$

D() 80 m/s

E() $70 \, \text{m/s}$

Gabarito: C

Primeiramente, precisamos descobrir o tempo que demora para ocorrer a ultrapassagem. Para garantir que ocorre a ultrapassagem, a posição dos carros precisa ser a mesma em algum instante t. Logo, calculando a posição de cada carro em um instante t qualquer: Carro A -- Movimento uniforme que parte da origem em $t_0=0$:

$$S_A = S_0 + v_A \left(t - t_0 \right)$$

$$S_A = 0 + 10(t - 0)$$

$$S_A = 10t$$

Carro B -- Movimento uniformemente variado que parte do repouso na origem no instante inicial $t_0 = 10 \ s$:

$$S_B = S_0 + v_{0_B} (t - t_0) + \frac{a (t - t_0)^2}{2}$$

$$S_B = 0 + 0 (t - 10) + \frac{4 (t - 10)^2}{2}$$

$$S_B = 2\left(t - 10\right)^2$$

A ultrapassagem ocorre quando as posições são iguais, logo:

$$S_A = S_B$$

$$10t = 2(t-10)^2 \Rightarrow 5t = t^2 - 20t + 100$$

$$t^2 - 25t + 100 = 0 \Rightarrow t = \frac{25 \pm \sqrt{25^2 - 400}}{2}$$

$$t = \frac{25 \pm 15}{2} \Rightarrow t = 5 \text{ s ou } t = 20 \text{ s}$$

Como o carro B só parte da origem em $t=10\ s$, temos que a ultrapassagem ocorre em $t=20\ s$. Foi perguntado a velocidade da imagem do carro A no reflexo do retrovisor do carro B. Para isso, temos a fórmula:

$$v_{imagem} = 2v_{espelho} - v_{objeto}$$

Nesse caso, a $v_{espelho}$ é a velocidade do carro B e a v_{objeto} é a velocidade do carro A. No instante pedido $t=22\ s$, 2 segundos após a ultrapassagem, as velocidades são:

Carro A:

$$v_A = 10 \ m/s \ (MU)$$

Carro B:

$$v_B = v_{0_B} + a\left(t - t_0\right) \, \left(MUV\right)$$

$$v_B = 0 + 4(22 - 10)$$

$$v_B = 48 \ m/s$$

Logo:

$$v_{imagem} = 2.48 - 10$$

$$v_{imagem} = 96 - 10$$

$$v_{imagem} = 86 \ m/s$$

Iremos considerar então a resposta que mais se aproxima de $86\ m/s$ que é a **letra C**.

9ª QUESTÃO

O dilatômetro, impropriamente denominado "Dilatômetro de peso", é um aparato físico basicamente constituído de um frasco, cheio de um líquido, com uma balança em sua base que mede a variação da massa de um líquido devido à sua dilatação. Seja m_f a massa do frasco vazio e m_1 a massa do frasco cheio com o líquido que se quer determinar o coeficiente de dilatação volumétrico a $0\,^{\circ}\mathrm{C}$. A massa de líquido que preenche o dilatômetro a $0\,^{\circ}\mathrm{C}$ é $m_0 = m_1 - m_f$. Aquecendo o conjunto a T [$^{\circ}\mathrm{C}$], ocorre um extravasamento do líquido, pois este é mais dilatável que o material que constitui o dilatômetro. Seja m_2 a massa do frasco cheio com o líquido em questão a T [$^{\circ}\mathrm{C}$]. A massa de líquido que preenche o frasco a T [$^{\circ}\mathrm{C}$] é $m = m_2 - m_f$. Considerando conhecido o coeficiente de dilatação do dilatômetro $\gamma_{\rm dil}$ e denominado, respectivamente, por $\gamma_{\rm liq}$ e $\gamma_{\rm apr}$ os coeficientes de dilatação do líquido em estudo e o coeficiente de dilatação aparente do líquido em relação ao dilatômetro, a relação que indica estes valores em função das massas descritas anteriormente é dado por:

Obs: o dilatômetro só trabalha com pequenas variações de volume e o coeficiente de dilatação aparente é aproximado segundo essa condição.

$$\mathbf{A(\)}\quad \gamma_{\mathrm{liq}} = \frac{m-m_0}{m\cdot T} + \frac{m_0}{m}\cdot \gamma_{\mathrm{dil}}; \quad \gamma_{\mathrm{apr}} = \frac{m+m_0}{m\cdot T} \quad \mathbf{B(\)} \quad \gamma_{\mathrm{liq}} = \frac{m_0-m}{m\cdot 2T} + \frac{m_0}{m}\cdot \gamma_{\mathrm{dil}}; \quad \gamma_{\mathrm{apr}} = \frac{m_0-m}{m}\cdot \gamma_{\mathrm{dil}}; \quad \gamma_{\mathrm{apr}} = \frac{m_0-m}{m}\cdot$$

$$\mathbf{C}(\) \quad \gamma_{\text{liq}} = \frac{m_0 - m}{m \cdot T} + \frac{m_0}{m} \cdot \gamma_{\text{dil}}; \quad \gamma_{\text{apr}} = \frac{m_0 - m}{m \cdot T} \quad \mathbf{D}(\) \quad \gamma_{\text{liq}} = (m_0 - m) \cdot T + \frac{m_0}{m} \cdot \gamma_{\text{dil}}; \quad \gamma_{\text{apr}} = \frac{m_0 - m}{T}$$

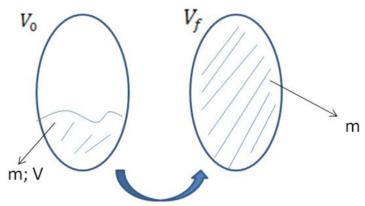
$$\mathbf{E} (\) \quad \gamma_{\text{liq}} = \frac{m+m_0}{m \cdot T} + \frac{m_0}{m} \cdot \gamma_{\text{dil}}; \quad \gamma_{\text{apr}} = \frac{m+m_0}{m \cdot T}$$

Gabarito: A

Iremos considerar a dilatação volumétrica da porção de líquido de massa m, para isso temos que: Inicialmente, a massa específica é dada por:

$$\rho_1 = \frac{m_0}{V_0} \ (I)$$

Seja V_0 , o volume inicial do dilatômetro e V_f , o seu volume final, então:



Dilatação do dilatômetro

$$V_f = V_0(1 + \gamma_{Dil}.T) = V_0(1 + \gamma_{Dil}.T) (II)$$

Sendo V o volume ocupado inicialmente pela massa m, temos que:

$$V(1 + \gamma_{Liq}.T) = V_f V = \frac{V_f}{1 + \gamma_{Liq}.T} (III)$$

Substituindo (II) na expressão (III), ficamos com:

$$V = \frac{V_0(1 + \gamma_{Dil}.T)}{1 + \gamma_{Liq}.T} = \frac{m}{1} = \frac{m}{\frac{m_0}{V_0}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_0(1 + D_{il}.T)}{1 + \gamma_{Liq}.T} = \frac{m}{m_0}V_0 \Rightarrow \frac{m}{m_0} = \frac{1 + D_{il}.T}{1 + \gamma_{Liq}.T} \Rightarrow$$

$$\therefore \boxed{\gamma_{Liq} = \frac{m_0 - m}{mT} + \frac{m_0}{m}\gamma_{Dil}}$$

Para a dilatação aparente do líquido em relação ao dilatômetro, temos que;

$$\gamma_{APR} = \gamma_{Liq} - \gamma_{Dil}$$

$$\Rightarrow \gamma_{APR} = \frac{m_0 - m}{mT} + \frac{m_0 - m}{m} \gamma_{Dil}$$

Como pelo enunciado o coeficiente de dilatação volumétrica do dilatômetro trabalha apenas com pequenas variações de volume, podemos desprezar o segundo termo da expressão acima, logo:

$$\gamma_{APR} = \frac{m_0 - m}{mT} + \frac{m_0 - m}{m} \gamma_{Dil}$$
$$\gamma_{APR} \approx \frac{m_0 - m}{mT}$$

10^a QUESTÃO

Dois termômetros, T (escala centígrada) e T' (não centígrada), são baseados na expansão do mercúrio, T tem uma equação dada por t=aX+b [°C] e T' é representado por $t'=cX^2+d$ [graus], onde a, b, c e d são constantes a determinar. Verifica-se que, para $X=10\,\mathrm{cm},\,t=t'=0$ e para $X=30\,\mathrm{cm},\,t'=t=100$. Nos outros pontos, as escalas discordam. Qual será a temperatura t' (em graus), quando $t=40\,\mathrm{^{\circ}C}$?

- A() 40 graus.
- **B**() 125 graus.
- C() 28 graus.

- **D**() 18 graus.
- **E**() 47,8 graus.

Gabarito: C

i) Para $X=10\ cm$, temos que:

$$t' = 0 \Rightarrow 0 = c.10^2 + d$$

$$d = -100c (I)$$

$$t = 00 = a.10 + bb = -10a \tag{II}$$

ii) Para $X=30\ cm$, temos que:

$$t' = 100100 = c.30^2 + d100 = 900c - 100c = 800c$$

$$\therefore c = 1/8 \tag{III}$$

$$t = 100100 = a.30 + b100 = 30a - 10a = 20a$$

$$\therefore a = 5 \tag{IV}$$

iii) Substituindo (III) em (I) e (IV) em (II), temos que:

$$d = -100.(1/8) = -12,5$$

$$b = -10.5 = -50$$

iv) Para $t = 40 \, ^{\circ}C$, teremos que:

$$40 = 5X + (-50)X = \frac{90}{5} = 18 \ cm$$

Assim, para t', ficamos com:

$$t' = \frac{1}{8}X^2 - 12, 5 = \frac{324}{8} - 12, 5$$

$$t' = 28 \, ^{\circ}C$$

11a QUESTÃO

Um objeto é posto em frente a dois espelhos planos, os quais formam inicialmente um ângulo α entre si. Após mover os espelhos, reduzindo em $25\,\%$ o valor de α , verificou-se um aumento de 5 imagens presentes. Dessa forma, determine o valor de α :

A() 8

B() 12

C() 24

D() 36

E() 40

Gabarito: C

Caso inicial:

Calculemos a partir da relação a seguir o número de imagens:

$$\frac{360}{\alpha} - 1 = x$$

Após a redução de 25 do valor de α fazemos que:

$$\alpha' = 0.75 \cdot \alpha$$

Nesse novo caso haverá um aumento de 5 imagens:

$$\frac{360}{\alpha'} - 1 = x + 5$$

Substituindo o valor de α' :

$$\frac{360}{0,75.\alpha} - 1 = \frac{360}{\alpha} - 1 + 5$$

$$\alpha = \frac{360}{5} \left(\frac{1}{0,75} - 1 \right)$$

$$\alpha = 24$$

12a QUESTÃO

Em um sistema formado por n esferas metálicas maciças A_1, A_2, \ldots, A_n ; feitas de um mesmo material, temos inicialmente apenas a esfera A_1 carregada com carga Q. Contatos elétricos sucessivos são realizados da seguinte forma:

 $\begin{cases} \text{contato 1}: \text{realização de um contato simultâneo entre } A_1 \text{ e } A_2 \\ \text{contato 2}: \text{realização de um contato simultâneo entre } A_1, A_2 \text{ e } A_3 \\ \vdots \\ \text{contato } (n-1): \text{realização de um contato simultâneo entre } A_1, A_2, A_3, \dots, A_n \end{cases}$

Sabe-se que o raio das esferas $A_1,\,A_2,\,\ldots,\,A_n$ valem, respectivamente, $1,\,2,\,3,\,\ldots,\,n$. Considerando que a carga armazenada em uma esfera é proporcional ao seu raio, determine qual o número mínimo n de esferas a fim de que alguma esfera possua carga menor que $\frac{Q_0}{4}$ em algum momento.

A() 6

B() 7

C() 8

D() 9

E() 10

Gabarito: A

No inicio temos somente uma esfera carregada com carga = Q; Após os contatos, as somas das cargas distribuídas entre as esferas deverá se manter constante de valor igual a Q. Essa distribuição deve ser tal que as cargas sejam proporcionais aos raios, assim mantendo sempre o mesmo potencial nas esferas em contato:

$$\frac{Q_1}{R_1} = \frac{Q_2}{R_2} = \dots = \frac{Q_n}{R_n}$$

A partir da idéia de razões e proporções:

$$\frac{Q_i}{R_i} = \frac{Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n}{R_1 + R_2 + \ldots + R_3}$$

$$Q_i = R_i \cdot \frac{Q}{R_1 + R_2 + \dots + R_n}$$

Pensemos então em uma média ponderada com os pesos iguais aos raios: Para o primeiro contato:

$$Q_1 = 1.\frac{Q}{1+2}e\ Q_2 = 2.\frac{Q}{1+2}$$

Para o segundo contato:

$$Q_1 = 1.\frac{Q}{1+2+3}$$
; $Q_2 = 2.\frac{Q}{1+2+3}$; $Q_3 = 3.\frac{Q}{1+2+3}$

Mas veja que $Q_1=\frac{Q}{6}$ sendo essa carga menor que $\frac{Q}{4}$.

Logo, a resposta seria: n=3

OBS: se ao invés de "qualquer" esfera, a pergunta fosse em relação a esfera de raio N, usaríamos a ideia da média ponderada em função de N para que:

$$\frac{R_n}{(R_1 + R_2 + \ldots + R_n)} < \frac{1}{4}$$

$$\frac{N}{1+2+\ldots+N} < \frac{1}{4}$$

Mas a expressão $1+2+\ldots+N$ é calculada pela fórmula:

$$S = \frac{N\left(N+1\right)}{2}$$

Logo:

$$\frac{2}{N+1} < \frac{1}{4}$$

$$N + 1 > 8$$

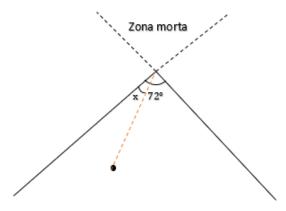
Sendo N mínimo portanto de valor igual a 8

Dois espelhos planos fazem um ângulo de 72° entre si. Uma pessoa se posiciona fora da bissetriz entre os dois espelhos. Determine o número de imagens formadas pelo conjunto de espelhos.

- **A**() 4
- **B**() 5
- **C**() 8
- **D**() 9
- **E**() 10

Gabarito: B

Dois espelhos planos fazem um angulo de $72\check{\rm r}$ entre si. Uma pessoa se posiciona fora da bissetriz entre os dois espelhos. Determine o numero de imagens formadas pelo conjunto de espelhos.

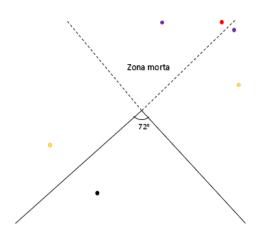


Quando temos dois espelhos formando um ângulo \theta entre si e um objeto, temos que analisar os seguintes casos: - Formula geral para a quantidade de imagens formadas:

$$N = \frac{360}{\theta} - 1$$

- a) Se $\frac{360}{\theta}$ for par a fórmula vale para qualquer posição
- b) Se $\frac{360}{\theta}$ for ímpar a fórmula vale somente se o objeto estiver na bissetriz do ângulo

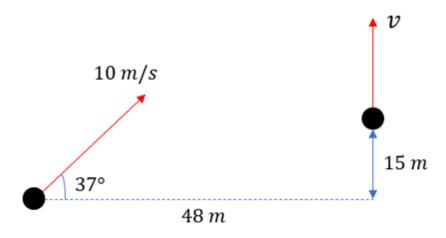
Observe que $\frac{360}{72} = 5$ e o enunciado diz que o objeto não está na bissetriz, logo não podemos usar a fórmula. Por isso, teremos que construir as imagens desenhando cada uma até chegar na zona morta (onde não se produzirá novas imagens).



Em amarelo: primeira reflexão Em roxo: segunda reflexão Em vermelho: terceira reflexão Logo, temos um total de **5 imagens formadas**.

14a QUESTÃO

Em uma mesa horizontal, serão lançados dois corpos puntiformes, de acordo com o esquema a seguir:



Sabendo que os corpos se chocam, pode-se afirmar que a velocidade de lançamento v é de:

A()
$$3 \,\mathrm{m \, s}^{-1}$$

B()
$$3.50 \,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

C()
$$4 \,\mathrm{m\,s}^{-1}$$

D()
$$4.50 \,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

E()
$$5\,\mathrm{m\,s}^{-1}$$

Gabarito: B

$$v_x = 10.\cos(37^\circ) = 8 \ m/s$$

$$v_y = 10.sen(37^\circ) = 6 \ m/s$$

Agora, vamos encontrar o tempo que demora para que o corpo da esquerda chegue na mesma vertical que o da direita, ou seja, percorra os 48m:

$$v_x = \frac{\Delta S_x}{\Delta t}$$

$$8 = \frac{48}{\Delta t}$$

$$\Delta t = 6 \ s$$

Sendo assim, os corpos devem se encontrar depois de 6 segundos, pois será o único momento em que estarão na mesma posição do eixo x.

Agora, vamos analisar em y. A velocidade relativa de aproximação entre eles é:

$$v_{y_{rel}} = 6 - v$$

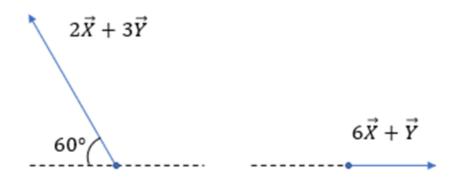
Eles precisam se aproximar $15\ m$, então é necessário que a velocidade relativa percorra esse tempo nos 6 segundos:

$$6 - v = \frac{15}{6}$$

$$v = 6 - \frac{5}{2}$$

$$v = 3, 5 m/s$$

Ao realizar algumas operações com os vetores \vec{X} e \vec{Y} chegamos aos seguintes vetores:



Sabendo que $\left|2\vec{X}+3\vec{Y}\right|=2\,\mathrm{u}$ e $\left|6\vec{X}+\vec{Y}\right|=1\,\mathrm{u}$, calcule o módulo do vetor $7\vec{Y}-6\vec{X}$.

A()
$$\sqrt{13}$$
 u

C()
$$2\sqrt{3}$$
 u

D()
$$4\sqrt{3}$$
 u

E()
$$2\sqrt{13}$$
 u

Gabarito: E

Observe que o ângulo entre o vetor $2\vec{X}+3\vec{Y}$ e $6\vec{X}+\vec{Y}$ é igual a 120ř. Realizando as seguintes operações entre os vetores:

$$3.(2\vec{X} + 3\vec{Y}) - 2.(6\vec{X} + \vec{Y}) = 7\vec{Y} - 6\vec{X}$$

Logo, temos:

$$\left| 7\vec{Y} - 6\vec{X} \right|^2 = (3. \left| 2\vec{X} + 3\vec{Y} \right|)^2 + \left(2. \left| 6\vec{X} + \vec{Y} \right| \right)^2 2.3.2 \left| 2\vec{X} + 3\vec{Y} \right| \left| 6\vec{X} + \vec{Y} \right| .cos120^{\circ}$$

$$\left| 7\vec{Y} - 6\vec{X} \right|^2 = (3.2)^2 + (2.1)^2 2.3.2.2.1. \cos 120^{\circ}$$

$$\left| 7\vec{Y} - 6\vec{X} \right|^2 = 36 + 4 + 2.3.2 = 52$$

$$\left| 7\vec{Y} - 6\vec{X} \right| = 2\sqrt{13}$$

PORTUGUÊS					
16ª QUESTÃO					
A respeito do Texto I, respon	da às questões de 16 a 19.				
Texto 1					
À sua mulher antes de ca	sar				
	Maria, Enquanto estamos vendo a qualquer hora Em tuas faces a rosada				
·	Aurora, Em teus olhos, e boca o sol, e o dia: Enquanto com gentil descortesia O ar, que fresco Adônis te namora, Te espalha a rica trança voadora, Quando vem passear-te pela fria:				
	cidade, Que o tempo trota a toda ligeireza, E imprime em toda a flor sua pisada.				
Oh, não aguardes, que a sobra, em nada. (Gregório de Matos)	madura idade Te converta em flor, essa beleza Em terra, em cinza, em pó, em				
O texto 1 exemplifica a poesi	a de estilo:				
A() barroco.					
D () parnasiano.	E() simbolista.				
Gabarito: A					
_	oi um escritor do século XVII, cujas obras se enquadram dentro do estilo				
barroco.					
	17ª QUESTÃO				
	17 QUESTAU				
Quanto à forma, o texto se c	aracteriza como um(a):				
A () Rondó.	B () Décima. C () Haicai.				
D () Soneto.	E() Trova.				
Gabarito: D					
A forma de soneto se estrutu	ira em quatro estrofes, divididas em dois quartetos e dois tercetos.				
A diagramação dos versos não está correta mas dava para entender a questão da mesma forma.					
18 ^a QUESTÃO					
O tema central do texto 1 é, prioritariamente:					
O terria ceritrar do texto 1 e,					
A() A perenidade da fo	orioritariamente:				
	orioritariamente: rmosura física. B () A efemeridade da juventude.				
A () A perenidade da fo	orioritariamente: rmosura física. B () A efemeridade da juventude. desfrute material. D () A desilusão amorosa.				
A() A perenidade da fo	orioritariamente: rmosura física. B () A efemeridade da juventude. desfrute material. D () A desilusão amorosa.				

Gabarito: B

O eu lírico reflete sobre a fragilidade e transitoriedade da juventude e sugere à sua amada que aproveite os breves momentos juvenis, já que o tempo é veloz e cruel. A terceira estrofe ilustra a filosofia romana do "Carpe Diem", que prega o aproveitamento da vida presente.

19^a QUESTÃO

O último verso do poema exemplifica a figura de linguagem conhecida como:

A() Hipérbole. B() Anáfora. C() Gradação.

D() Metáfora. **E**() Assíndeto.

Gabarito: C

No último verso, o eu lírico ilustra a degradação da matéria, do corpo numa sequência que vai da decaindo da "terra"até chegar ao "nada". Trata-se de uma gradação decrescente ou anticlímax.

20ª QUESTÃO

A respeito do Texto II, responda às questões de 20 a 24.

Texto II - Lira XIV (fragmento)

Minha bela Marília, tudo passa; A sorte deste mundo é mal segura; Se vem depois dos males a ventura, Vem depois dos prazeres a desgraça. Estão os mesmos Deuses Sujeitos ao poder ímpio Fado: Apolo já fugiu do Céu brilhante, Já foi Pastor de gado. (...) Ornemos nossas testas com as flores. E façamos de feno um brando leito, Prendamo-nos, Marília, em laço estreito, Gozemos do prazer de sãos Amores. Sobre as nossas cabeças, Sem que o possam deter, o tempo corre; E para nós o tempo, que se passa, Também, Marília, morre.

Com os anos, Marília, o gosto falta, E se entorpece o corpo já cansado; triste o velho cordeiro está deitado, e o leve filho sempre alegre salta. A mesma formosura É dote, que só goza a mocidade: Rugam-se as faces, o cabelo alveja, Mal chega a longa idade.

Que havemos de esperar, Marília bela? Que vão passando os florescentes dias? As glórias, que vêm tarde, já vêm frias; E pode enfim mudar-se a nossa estrela. Ah! Não, minha Marília, Aproveite-se o tempo, antes que faça O estrago de roubar ao corpo as forças E ao semblante a graça.

(Liras de Marília de Dirceu - Tomás Antônio Gonzaga)

O Texto II foi escrito no século XVIII pelo poeta Tomás Antônio Gonzaga. O fragmento é parte da "Liras de Marília de Dirceu", que é o maior representante da lírica amorosa do estilo árcade. Sobre o fragmento acima e o estilo que ele representa, assinale a opção incorreta:

- **A**() O momento de produção do texto coincidiu com a época da Independência política do Brasil em relação a Portugal.
- **B**() A cidade de Vila Rica foi o cenário cultural onde o estilo do autor vicejou.
- **C**() A principal característica do estilo árcade é a valorização da vida bucólico-pastoril.
- **D**() O autor do texto participou do movimento da Inconfidência Mineira e, por isso, foi deportado para Moçambique.
- E() "Marília" é o pseudônimo da mulher amada pelo poeta e que serviu de sua musa inspiradora.

Gabarito: A

O Arcadismo surgiu, tanto na Europa quanto no Brasil, no século XVIII, e a Independência ocorreu no século XIX. Os poetas árcades brasileiros participaram do movimento da Inconfidência Mineira, que visava libertar o estado de Minas Gerias do jugo português.

21a QUESTÃO

"Dirceu"e Tomás Antônio Gonzaga têm, respectivamente, uma relação entre:

A() Personagem e narrador. **B**() Eu lírico e poeta.

C() Personagem e pessoa. **D**() Ego e alter ego.

E() Eu poético e narrador.

Gabarito: B

Dirceu é a "voz"que se expressa no texto lírico, ou seja, é o "eu lírico"do poema. Trata-se de uma personalidade criada pelo poeta Tomás Antônio Gonzaga. O termo "personagem não se aplica a Dirceu, uma vez que o texto não se trata de uma narrativa, mas sim um texto poético.

22ª QUESTÃO

Apesar de o texto II ser um poema, o seu conteúdo e a situação comunicativa entre Dirceu e Marília permite perceber no texto um caráter:

A() Descritivo. B() Narrativo.

C() Dramático. **D**() Épico.

E() Argumentativo.

Gabarito: E

O caráter argumentativo do texto se verifica na intenção do eu lírico de convencer a sua amada a viver intensamente os prazeres do amor. Para isso ele se utiliza de exemplos ligados à natureza dos animais e à mitologia, afirmando que o amor é uma tendência natural dos seres.

23ª QUESTÃO

Embora pertençam a épocas distintas, os textos I e II dialogam quanto ao conteúdo temático. Ambos os textos refletem uma filosofia latina clássica, que se identifica como:

A() "Inutilia truncat". B() "Fugere urbem".

C() "Carpe diem". **D**() "Aurea mediocritas".

E() "Locus amoenus".

Gabarito: C

O carpe diem é uma antiga filosofia romana, que prega a importância de se viver o momento presente. Ambos os textos se utilizam indiretamente desse pensamento clássico para convencerem as suas amadas de que devem viver o amor enquanto são jovens.

24a QUESTÃO

Releia os textos I e II e assinale a opção que apresenta uma característica que não pode ser, com base nos dois textos, associada ao "tempo".

A() É personificado. B() É célere.

C() É Implacável. D() É Moroso.

E() É degradante.

Gabarito: D

Em ambos os textos se verifica a pressão que o tempo exerce sobre os seres. A única característica que não se aplica ao tempo é a morosidade, ou seja, a lentidão.

25ª QUESTÃO

A respeito do Texto III, responda às questões de 25 a 27.

Texto III - Prólogo

Dei o nome de Primeiros Cantos às poesias que agora publico, porque espero que não serão as últimas. Muitas delas não têm uniformidade nas estrofes, porque menosprezo regras de mera convenção; adotei todos os ritmos da metrificação portuguesa, e usei deles como me pareceram quadrar melhor com o que eu pretendia exprimir. Não têm unidade de pensamento entre si, porque foram compostas em épocas diversas - debaixo de céu diverso - e sob a influência de impressões momentâneas. Foram compostas nas margens viçosas do Mondego e nos píncaros enegrecidos do Gerez - no Doiro e no Tejo - sobre as vagas do Atlântico, e nas florestas virgens da América. Escrevi-as para mim, e não para os outros; contentar-me-ei, se agradarem; e se não... é sempre certo que tive o prazer de as ter composto. Com a vida isolada que vivo, gosto de afastar os olhos de sobre a nossa arena política para ler em minha alma, reduzindo à linguagem harmoniosa e cadente o pensamento que me vem de improviso, e as ideias que em mim desperta a vista de uma paisagem ou do oceano - o aspecto enfim da natureza. Casar assim o pensamento com o sentimento - o coração com o entendimento - a ideia com a paixão - cobrir tudo isto com a imaginação, fundir tudo isto com a vida e com a natureza, purificar tudo com o sentimento da religião e da divindade, eis a Poesia - a Poesia grande e santa - a Poesia como eu a compreendo sem a poder definir, como eu a sinto sem a poder traduzir. O esforço - ainda vão - para chegar a tal resultado é sempre digno de louvor; talvez seja este o só merecimento deste volume. O público o julgará; tanto melhor se ele o despreza, porque o autor interessa em acabar com essa vida desgraçada, que se diz de poeta.

(Prólogo aos Primeiros cantos - Gonçalves Dias)

O texto III é o "Prólogo aos primeiros cantos", livro do escritor Gonçalves Dias. Neste texto o autor se dirige aos leitores a fim de dar-lhes algumas explicações sobre aspectos que o motivaram a produzir os poemas que compõem o livro.

As explicações dadas pelo autor em seu "Prólogo" expressam o "espírito" criador de um escritor romântico. Assinale a opção que apresenta uma característica que destoa dos procedimentos estilísticos defendidos pelo autor:

A() Liberdade formal.					
B () Liberdade temática.	Liberdade temática.				
C() Inspiração com a natureza.	C() Inspiração com a natureza.				
D () Egocentrismo.					
E() Influência da poética da Anti	guidade Clássica.				
Gabarita: E					
Gabarito: E O poeta Gonçalves Dias integra a literatura romântica brasileira. Em seu "Prólogo", o autor afirma que "menospreza regras de mera convenção". Tais regras referem-se ao padrão clássico de arte, que o autor rejeita.					
	26 ^a QUESTÃO				
Em que parágrafo o autor afirma, mais e o conteúdo de seus textos?	especificamente, ter valorizado uma relação dinâmica entre a forma				
A () Primeiro.	B () Segundo. C () Terceiro.				
D () Quarto.	E() Quinto.				
Gabarito: B					
Como se verifica no segundo parágrafo: "Muitas delas não têm uniformidade nas estrofes, porque menosprezo regras de mera convenção; adotei todos os ritmos da metrificação portuguesa, e usei deles como me pareceram quadrar melhor com o que eu pretendia exprimir.", o autor utilizou a métrica e o ritmo dos versos de seus poemas de acordo com o seu sentimento, a sua vontade, desprezando uma formatação fixa, típica da poesia clássica. Aceitaremos também a opção 1 pois não ficou claro no texto da prova que já estava no segundo parágrafo.					
	27 ^a QUESTÃO				
O último parágrafo do texto sugere que de poeta"é:	e o sentimento do autor em relação à atividade poética é que a "vida				
A() Excitante.	B () Inglória.				
C() Inebriante.	D () Injusta.				
E () Dignificante.					
Gabarito: B					
Como se verifica no último parágrafo, o autor afirma que o "esforço do poeta é "vão", ou seja vazio de glória, afirma, ainda, que "o autor interessa em acabar com essa vida desgraçada, que se diz de poeta.					

A respeito do Texto IV, responda às questões de 28 a 30.

Texto IV CAPÍTULO CXXIII - OLHOS DE RESSACA

Enfim, chegou a hora da encomendação e da partida. Sancha quis despedir-se do marido, e o desespero daquele lance consternou a todos. Muitos homens choravam também, as mulheres todas. Só Capitu, amparando a viúva, parecia vencer-se a si mesma. Consolava a outra, queria arrancá-la dali. A confusão era geral. No meio dela, Capitu olhou alguns instantes para o cadáver tão fixa, tão apaixonadamente fixa, que não admira lhe saltassem algumas lágrimas poucas e caladas... As minhas cessaram logo. Fiquei a ver as dela; Capitu enxugou-as depressa, olhando a furto para a gente que estava na sala. Redobrou de carícias para a amiga, e quis levá-la; mas o cadáver parece que a retinha também. Momento houve em que os olhos de Capitu fitaram o defunto, quais os da viúva, sem o pranto nem palavras desta, mas grandes e abertos, como a vaga do mar lá fora, como se quisesse tragar também o nadador da manhã. (Dom Casmurro - Machado de Assis)

"Dom Casmurro" é uma obra com características do estilo de época Realismo. O fragmento narra a observação do personagem Bentinho quanto ao comportamento de sua esposa Capitu no enterro do amigo do casal Escobar. O comentário de Bentinho sugere que este tem em relação a sua esposa uma atitude de:

A ()	Consternação.	B ()	Indignação.
C ()	Suspeita.	D ()	Carinho.
E ()	Confiança.		

Gabarito: C

Dom Casmurro é um romance simbólico do Realismo brasileiro. Seu tema central é a suspeita que o personagem narrador Bentinho tem em relação à sua esposa Capitu, o que se verifica no trecho em tela, no qual Bentinho vê como suspeito o comportamento de Capitu quanto ao defunto Escobar, uma vez que ela tenta, na visão de Bentinho, enxugar as lágrimas que deixou cair. Para Bentinho, os olhos de Capitu expressam uma dor comparável à da "verdadeira" viúva.

29^a QUESTÃO

Do ponto de vista estilístico, a caracterização da figura feminina no Realismo, como ilustra o texto IV, configura, em geral:

A ()	Uma oposição à tradição romântica.	B ()	Uma reafirmação da tradição clássica.
C ()	Uma inspiração no modelo árcade.	D ()	Uma antecipação do estilo pré-modernista.
E ()	Uma oposição ao estilo naturalista.		

Gabarito: A

A tradição romântica constrói mulheres acima de qualquer suspeita e que, em geral, seriam incapazes de trair seus maridos.

30 ^a QUESTÃO			
Nos estudos de Teoria Literária, a figura do narrador tem um lugar de destaque. Quanto ao narrador do texto IV, só não se pode afirmar que ele:			
A() Tem um ponto de vista interno.			
B () Demonstra parcialidade.			
C() Constrói uma analogia entre os sentimentos de Capitu e Sancha.			
D () Expressa um comportamento analítico.			
E() Caracteriza um exemplo típico de narrador-observador.			
Gabarito: E			
Um narrador-observador tem um ponto de vista externo, ou seja, vê a história de fora dela. Mas, no caso do narrador Bentinho, a narração é feita de dentro da história. Bentinho é um narrador-personagem.			

INGLÊS

31ª QUESTÃO

Leia com atenção o trecho a seguir e responda às questões abaixo.

Wall Street's wild swings last week helped skew both retirement portfolios and mathematical models of the financial markets. After all, a standard Gaussian function --a bell curve -- would predict that such extreme dips and rises would be exceedingly rare and not prone to following one after the other on succeeding days. Gaussian functions might be able to describe the distribution of grades in a big college class, with most students getting, say, B-/C+, and enable you to predict how many students will get A's or fail. But evidently, they do a poor job at explaining steep fluctuations in stock prices, (I) some economists and modelers think they are the best tool available to describe financial markets. So can any math accurately describe market behavior and enable you to beat it? To find out, Scientific American spoke with statistical physicist H. Eugene Stanley of Boston University, a proponent of applying the approaches and concepts of physics to economics. Can mathematical models beat markets? They haven't yet. Science is about empirical fact. There is no question that optimistic people think they can beat the market, but they don't do it consistently with mathematical models. No model can consistently predict the future. It can't possibly be. So what can math predict? What you can do is predict the risk of a given event. The risk just means the chance that something bad will happen, for example. That you can do with increasing accuracy because we have more and more data. It's like insurance companies: they cannot tell you when you are going to die, but they can predict the risk that you will die given the right information. You can do the same thing with stocks. If you lose less, you get ahead of those (II) lose more. Why do economists and "quants- those who use quantitative analysis to make financial trades have such faith in their mathematical models then?

If they're just to reduce risk, then they're very valuable. If you're worried, for example, about the segment of the Chinese economy that deals with steel, you make a model of what that whole market is all about and then you see if we did this what would likely happen. They're right some of the time. It's better than nothing. But when they have excessive faith in these models, it's not justified. Math starts with assumptions; the real world does not work that way. Economics, which calls itself a science, too often doesn't start with looking at empirical facts in any great detail. Fifteen years ago even the idea of looking at huge amounts of data did not exist. With a limited amount of data, the chance of a rare event is very low, which gave some economists a false sense of security that long-tail events did not exist. Why do you argue that financial markets are ruled not by Gaussian functions but by power laws - relations in which the frequency of one event varies as a power of some attribute of that event and are generally more L-shape than bell shape? For anything that is random and fluctuating, like a financial market, a Gaussian function is a wonderful way to make a histogram of the outcome. If the things that fluctuate are not correlated at all with (III), then it's demonstrable that a Gaussian function is the correct histogram. The catch is: in a financial market, everything is correlated. The proof of that is that if the stock market were Gaussian, then you'd never have a flash crash¹. (...)

(Adapted from www.scientificamerican.com)

1. The Flash Crash was a United States stock market crash on May 6, 2010 in which the Dow Jones Industrial Average plunged about 900 points -- or about nine percent -- only to recover those losses within minutes. (From Wikipedia)

H. Eugene Stanley:

- A () Acredita que a aplicabilidade da função gaussiana para se fazer previsões sobre o comportamento dos mercados financeiros é válida, porém falha.
- **B**() Acredita que o método utilizado pelas companhias de seguro para fazer previsões pode ser aplicado ao mercado financeiro de maneira mais eficiente do que os métodos vigentes.
- **C**() Acredita que a fé depositada pelos economistas, que utilizam a análise quantitativa para fazer transações comerciais, em seus modelos não é justificada.
- D() Acredita que a falsa sensação de segurança, sentida pelos economistas, é justificada pela grande quantidade de dados estatísticos que eles costumam coletar sobre os mercados financeiros.

E() Acredita que a aplicação da função gaussiana na análise dos mercados financeiros faria com que o cenário de ocorrer um flash crash fosse menos provável.

Gabarito: C

No trecho, "But when they have excessive faith in these models, it's not justified. Math starts with assumptions; the real world does not work that way. Economics, which calls itself a science, too often doesn't start with looking at empirical facts in any great detail", podemos obter o gabarito.

32ª QUESTÃO

As lacunas I, II e III, presentes no texto, devem ser preenchidas, respectivamente, por:

A() I. although - II. which - III. one another

B() I. however - II. who - III. each other

C() I. although - II. who - III. one another

D() I. however - II. whom - III. each other

E() **I**. although - **II**. whom - **III**. one another

Gabarito: C

A letra C será o gabarito pois na primeira lacuna temos uma situação de contraste, na segunda precisamos do pronome relativo referente a pessoas e ao sujeito da frase. E por último existe uma ideia de correlação entre as variantes do mercado que precisam estar em contato entre si.

33ª QUESTÃO

De acordo com o texto:

- **A**() as oscilações do mercado financeiro podem ser comparadas aos altos e baixos que a maioria dos estudantes de ensino médio enfrenta no que diz respeitos às notas dos exames avaliativos.
- **B**() a mais recente crise em Wall Street poderia ter sido prevista se a função gaussiana tivesse sido aplicada corretamente.
- **C**() uma curva de sino, considerada padrão quando a função gaussiana é aplicada, indica que oscilações no mercado de ações são raras, embora suscetíveis a serem constantes.
- **D**() há outros métodos, além da função gaussiana, que permitem aos economistas fazer análises dos mercados financeiros.
- **E**() apenas fórmulas matemáticas e conceitos físicos conseguem descrever o comportamento dos mercados financeiros de maneira precisa.

Gabarito: D

Quando o autor relata: "The proof of that is that if the stock market were Gaussian, then you\'d never have a flash crash. (...)"temos uma ideia de hipótese. Ou seja, não existe só esse método, já que se fosse apenas o Gaussian, talvez não estivéssemos avançados.

Marque o título que melhor contempla o tema do texto.

- **A**() How to Cope with the Financial Markets' Crisis?
- **B**() The Stock Markets' Flash Crash
- C() Economy & Mathematics: How to Join Forces and Solve Crises?
- **D**() The Financial Markets' Mathematical Revolution
- **E**() Can Math Beat Financial Markets?

Gabarito: E

No trecho, "They haven\'t yet. Science is about empirical fact. There is no question that optimistic people think they can beat the market, but they don\'t do it consistently with mathematical models. No model can consistently predict the future. It can\'t possibly be"podemos confirmar o gabarito.

35ª QUESTÃO



"Pennis hasn't been himself lately. Is there anything I could do to keep that going?"

Depreende-se da charge acima:

- **A**() A personagem relata que Dennis tem demonstrando um comportamento diverso do que ele costuma praticar.
- B() A personagem pergunta ao médico sobre o diagnóstico.
- C() A personagem pergunta ao médico sobre como tratar a doença do filho.
- **D**() Dennis, estranhamente, não tem demonstrado qualquer sintoma.
- E() A personagem quer que Dennis mantenha o comportamento anterior a visita médica.

Gabarito: A

De acordo com a tirinha, Dennis não está bem e por isso sua mãe o leva ao médico. A opção A esclarece perfeitamente. Porém a questão será anulada pela falta da charge.

Assinale a alternativa incorreta:

- **A**() A personagem gostaria que o seu filho, Dennis, fosse curado.
- **B**() Dennis está no médico, pois sua mãe percebeu algo de errado com o filho.
- C() Há algo de errado com Dennis.
- **D**() O médico ouve a paciente enquanto examina Dennis.
- **E**() Dennis apresenta uma mudança comportamental.

Gabarito: A

Denis não está apresentando o comportamento habitual, o que no caso, agradou sua mãe a ponto de pedir ao médico auxílio para mantê-lo assim. Porém a questão requer a resposta errada mediante ao quadrinho.

Porém a questão será anulada pela falta da charge.

37ª QUESTÃO

Leia com atenção o trecho a seguir e responda às questões abaixo.

A couple of weeks ago I was asked what I thought the future of technology in education was. It is a really interesting question and one that I am required to think about all the time. By its very nature, technology changes a fast pace and making it accessible to pupils, teachers and other stakeholders is an ongoing challenge.

So what is the future? Is it the iPad?

No I don't think it is. For me, the future is not about one specific device. Don't get me wrong, I love the iPad. In fact, I have just finished a trial to see if using them really does support teaching and learning -- and they have proved effective. I've written about the trial in more detail on my blog. iPads and other mobile technology are the 'now'. Although, they will play a part in the future, some years ago the iPad didn't even exist. We don't know what will be the current technology in other four years. Perhaps it will be wearable devices such as Google Glass, although I suspect that tablets will still be used in education.

The future is about access, anywhere learning and collaboration, both locally and globally. Teaching and learning is going to be social. Schools of the future could have a traditional cohort¹ of students, as well as online only students who live across the country or even the world. Things are already starting to move this way with the emergence of massive open online courses (moocs). For me, the future of technology in education is the cloud².

Technology can often be a barrier to teaching and learning. I think the cloud will go a long way to removing this barrier. Why? By removing the number of things that can go wrong.

Schools, will only need one major thing to be prepared for the future. They will not need software installed, servers or local file storage. Schools will need a fast robust internet connection. Infrastructure is paramount to the future of technology in education.

We don't know what the new 'in' device will be in the future. What we do know, is that it will need the cloud. Schools and other educational institutions will need to future proof their infrastructure the best they can.

This should be happening now. If you want to start to use mobile technology in your school, water it is an iPad program or a bring your own device (BYOD) program your connectivity must be fast and reliable, Student and teacher buy in, is so important. If the network is slow and things are not working properly students and teachers will not want to use the devices. Make sure the infrastructure is there before the devices.

Teachers can use the cloud to set, Collect and grade work online. Students will have instant access to grades, comments and work via a computer, smartphone or tablet. Many schools are already doing this. Plus, services such as the educational social network Edmodo offer this for free.

This is where devices come in. All devices no matter which ones we will use in the future will need to access the cloud. Each student will have their own. Either a device specified by the school or one they have chosen to bring in themselves.

School classrooms are going to change. Thanks to the cloud and mobile devices, technology will be integrated into every part of school. In fact, it won't just be the classrooms that will change. Games fields, gyms and school trips will all change. Whether offsite or on site the school, teachers, students and support staff will all be connected. In my ideal world, all classrooms will be paperless.

With the cloud, the world will be our classroom. E-learning will change teaching and learning. Students can learn from anywhere and teaches can teach from anywhere.

The cloud can also encourage independent learning. Teachers could adopt a flipped classroom approach more often. Students will take ownership of their own learning. Teachers can put resources for students online for students to use. These could be videos, Documents, audio podcasts or interactive images. All of these resources can be accessed via a student's computer, smartphone or tablet. As long as they have an internet connection either via Wifi, 3G or 4G they are good to go Rather than being 'taught' students can learn independently and in their own way. There is also a massive amount of resources online that students can find and use themselves, Without the help of the teacher.

This of course means the role of the teacher will change.

Shred applications and documents on the cloud, such as Google Apps will allow for more social lessons. How often do students get an opportunity to collaborate productively using technology in the classroom? It isn't always easy. However, students working on documents together using Google Apps are easy. They could be in the same room or in different countries. These are all good skills for students to have. Of course, these collaborative tools are also very useful for teacher. I for one have worked on several projects where these tools have let me work with people across the country. Some of which I have never met.

What we must remember is that when schools adopt new technology and services, they must be evaluated. This way, as a school, you know if they are successful and what improvements are needed. Staff will also need training, you can't expect staff to use new technology if they are not confident users or creators. Any initiative is doomed to failure without well trained, confident staff who can see how technology can support and benefit teaching and learning.

Plenty of schools have already Embraced this, but there's still a way to go to ensure all schools are ready for the future of technology. It is time for all schools to embrace the cloud.

- 1. cohort (N.): um grupo de pessoas que compartilham uma característica/aspecto comum de comportamento
- 2. the cloud (N.): uma rede de computadores que controlam/fornecem informações a outros computadores nos quais dados e software podem ser armazenados/gerenciados e aos quais os usuários têm acesso pela Internet

Qual seria o título mais apropriado após a leitura do texto?

A ()	Future of Technology in Education	B ()	Technology-Barrier to Education
C ()	Massive Open Online Courses	D ()	Hypothetical Approach to Education
E ()	Why is technology failing		

Gabarito: A

O texto aborda o papel da tecnologia na educação e possíveis mudanças mediante a atualidade. A alternativa A atende como melhor título para esse texto.

	38 ^a QU	ESTÃO	
Qual da	s seguintes afirmações não está correta de a	cordo co	om o contexto do artigo em questão?
A ()	De acordo com o autor deste artigo, o futuro	o da tec	nologia na educação é a nuvem.
B ()	O escritor vê o Ipad como o único recurso p	ara o fu	turo na educação.
C ()	As escolas precisarão de uma conexão de in	nternet r	ápida e robusta para aproveitar a tecnologia.
D ()	D () O escritor opina que os lpads e outras tecnologias móveis são o \'agora\' e desempenham um papel no futuro.		
E ()	O papel do professor mudará.		
Gabarito: B O autor não vê o Ipad com único recurso para o futuro da educação mas com um deles. Como a questão requer a incorreta, letra B será o gabarito.			
	39ª QU	ESTÃO	
	a palavra/grupo de palavras que tem o signi : Paramount.	ificado d	posto à palavra/grupo de palavras retiradas
A ()	very important	B ()	less important
C ()	morally high	D ()	paranoid
E ()	parched		
Gabari	to: B		
Paramore (Adj.) co (Adj.) m	o de vocabulário, sendo assim, vamos a eles: unt (Adjective): mais importante do que qualq om medo/suspeito de outras pessoas e acred uito seco; muita sede. o o antônimo de paramount será less importar	litando d	
40 ^a QUESTÃO			
Escolha	a palavra/grupo de palavras que tem o signi	ificado c	pposto à palavra/grupo de palavras retiradas

Escolha a palavra/grupo de palavras que tem o significado oposto à palavra/grupo de palavras retiradas do texto: Embrace.

 $\mathbf{A}(\)$ hug $\mathbf{B}(\)$ accept $\mathbf{C}(\)$ reject

D() include **E**() embroll

Gabarito: C

Questão de vocabulário, sendo assim, vamos a eles:

Embrace (Verb): aceitar uma ideia, uma proposta etc; incluir algo Reject (Verb): to refuse to accept or consider embroll (V.): to involve some body/yourself in an argument/a difficult situation

Portanto o antônimo de embrace será reject.			

41^a QUESTÃO

Para quantos valores inteiros de n a expressão

$$4000 \left(\frac{2}{5}\right)^n$$

também será inteira?

Gabarito: E

Sendo $4000 = 2^5.5^3$, temos que:

$$4000 \left(\frac{2}{5}\right)^n = 2^{n+5}.5^{3-n},$$

portanto

$$-5 \le n \le 3$$
,

existindo 9 possíveis valores inteiros para n.

42ª QUESTÃO

Seja P(x) um polinômio de 2° grau e coeficientes reais tal que:

$$x^{2} - 2x + 2 \le P(x) \le 2x^{2} - 4x + 3$$
,

para todos os valores reais de x. Dado P(11) = 181, calcule o valor numérico de P(16).

Gabarito: D

Observe que:

$$x^2 - 2x + 2 = (x - 1)^2 + 1$$

e que:

$$2x^{2} - 4x + 3 = 2(x - 1)^{2} + 1.$$

Dessa forma:

$$P(x) = a(x-1)^2 + 1,$$

 $\mathsf{com}\ 1 \leq a \leq 2.$

Substituindo o valor dado, encontra-se:

$$P(11) = 100a + 1$$

 $100a + 1 = 181$
 $a = \frac{9}{5}$.

Finalmente:

$$P(16) = \frac{9}{5}(15)^2 + 1 = \boxed{406}.$$

Se x < 0, então qual das alternativas representa um valor positivo?

A()
$$\frac{x}{|x|}$$

B()
$$-x^2$$

C()
$$-2^x$$

B()
$$-x^2$$
 C() -2^x **D**() $-x^{-1}$ **E**() $\sqrt[3]{x}$

$$\mathbf{E}(\)$$
 $\sqrt[3]{x}$

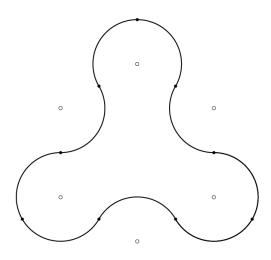
Gabarito: D

Tem-se que:

$$x < 0 \to x^{-1} < 0 \to -x^{-1} > 0.$$

44^a QUESTÃO

A figura fechada abaixo é formada por 9 arcos de circunferências unitárias congruentes, todos de comprimento $\frac{2\pi}{3}$.



Qual é a área da figura?

A()
$$2\pi + 6$$

B()
$$2\pi + 4\sqrt{3}$$

C()
$$3\pi + 4$$

D()
$$2\pi + 3\sqrt{3} + 2$$
 E() $\pi + 6\sqrt{3}$

E()
$$\pi + 6\sqrt{3}$$

Gabarito: E

Note que, ao ligar os 6 centros, forma-se um hexágono regular de lado 2. Dessa forma, a área pedida será equivalente à área do hexágono mais um círculo (correspondenten aos três arcos que ficam fora do hexágono):

$$6\frac{4\sqrt{3}}{4} + \pi = 6\sqrt{3} + \pi.$$

45^a QUESTÃO

O número 2013 pode ser expresso por meio de uma razão entre produtos de fatoriais da seguinte forma:

$$2013 = \frac{a_1! a_2! \cdots a_m!}{b_1! b_2! \cdots b_n!},$$

com $a_1 \geq a_2 \geq \cdots \geq a_m$ e $b_1 \geq b_2 \geq \cdots \geq b_n$ inteiros positivos e a soma $a_1 + b_1$ a mínima possível. Qual o valor de $|a_1 - b_1|$?

Gabarito: B

Observe que 2013 = 3.11.61, portanto, para minimizar a soma mencionada, deve existir um 61! no numerador. Dessa forma, após algumas tentativas, tempos que:

$$2013 = \frac{61!11!3!}{59!10!5!}.$$

Logo:

$$|61 - 59| = 2.$$

46^a QUESTÃO

Os jogadores de basquete de um time fizeram um treinamento em que alguns arremessos valiam três pontos, outros valiam dois pontos e os demans, um ponto. Eles fizeram tantos pontos com os arremessos de dois pontos quanto com os arremessos de três pontos. O número de arremessos certeiros de um ponto foi uma unidade maior do que o de dois pontos. Sabendo que o time marcou, ao todo, 61 pontos, calcule a quantidade de arremessos corretos de um ponto.

Gabarito: A

Sejam x, y e z as quantidades de arremessos certeiros de um ponto, dois pontos e três pontos, respectivamente. Portanto, pelo enunciado:

$$2y = 3z$$

$$x = y + 1$$

$$x + 2y + 3z = 61$$

Logo: $x + 2(x - 1) + 2(x - 1) = 61 \rightarrow 5x = 65 \rightarrow x = 13$.

47ª QUESTÃO

35

A média aritmética entre os números reais $1, 2, \dots, 98, 99$ e x vale 100x. Qual o valor de x?

A()
$$\frac{49}{101}$$

B()
$$\frac{50}{101}$$

C()
$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{50}{101}$$
 C() $\frac{1}{2}$ **D**() $\frac{51}{101}$

E()
$$\frac{50}{99}$$

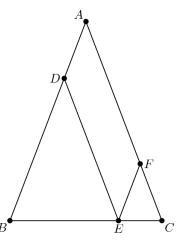
Gabarito: B

Temos que:

$$\frac{\frac{99(100)}{2} + x}{100} = 100x$$
$$99(50) + x = 10000x \to x = \frac{50}{101}.$$

48^a QUESTÃO

Num triângulo $\triangle ABC$, temos que AB=AC=28 e BC=20. Os pontos D, E e F estão sobre os lados \overline{AB} , \overline{BC} e \overline{AC} , respectivamente, tais que \overline{DE} e \overline{EF} são paralelos a \overline{AC} e \overline{AB} , respectivamente. Qual o perímetro do paralelogramo ADEF?



A() 48

B() 52

C() 56

D() 60

E() 72

Gabarito: C

Note que BD = DE, dessa forma:

$$AD + DE = AD + BD = AB = 28.$$

Analogamente:

$$AF + FE = 28$$
.

Logo, o perímetro pedido vale 56.

49^a QUESTÃO

A sequência S_1, S_2, \dots, S_{10} tem a propriedade de que cada termo, a partir do tericeiro, é igual a soma dos dois anteriores:

$$S_n = S_{n-1} + S_{n-2}$$

com $n \geq 3$. Dado que $S_9 = 110$ e $S_7 = 42$, calcule S_4 .

A() 4

B() 6 **C**() 10

D() 12 **E**() 16

Gabarito: C

Temos que:

$$S_8 = 110 - 42 = 68$$

$$S_6 = 68 - 42 = 26$$

$$S_5 = 42 - 26 = 16$$

$$S_4 = 26 - 16 = 10.$$

50^a QUESTÃO

Suponha que $y=\frac{3}{4}.x$ e $x^y=y^x$. Se x+y pode ser expresso na forma de uma fração irredutível $\frac{p}{q}$, calcule p+q.

A() 529

B() 481

C() 81

D() 400

E() 563

Gabarito: A

Fazendo a substituição:

$$x^{\frac{3}{4}.x} = \left(\frac{3}{4}.x\right)^x$$
$$\left(\frac{4}{3}\right)^x = x^{\frac{x}{4}}$$

$$\left(\frac{4}{3}\right)^x = \left(x^{\frac{1}{4}}\right)^x$$

Como as bases precisam ser iguais, então:

$$\frac{4}{3} = x^{\frac{1}{4}}$$

$$x = \left(\frac{4}{3}\right)^4 = \frac{256}{81}$$

Finalmente:

$$y = \frac{3}{4} \cdot \frac{256}{81} = \frac{64}{27}$$

$$x + y = \frac{448}{81}$$

$$\frac{p}{q} = \frac{448}{81} \Rightarrow p + q = 529.$$

51^a QUESTÃO

Sabendo que x e y são dois números reais, não nulos e distintos tais que:

$$x + \frac{2}{x} = y + \frac{2}{y},$$

calcule o valor de xy.

A() $\frac{1}{4}$

B() $\frac{1}{2}$

C() 1

D() 2

E() 4

Gabarito: D

Seja:

$$x + \frac{2}{x} = y + \frac{2}{y} = k.$$

Portanto:

$$x + \frac{2}{x} = k$$

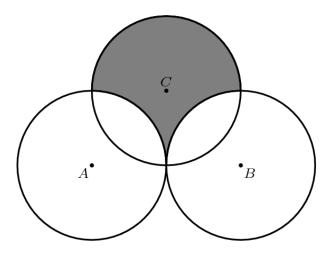
$$x^2 - kx + 2 = 0.$$

Sendo o produto das raízes da equação assim obtida equivalente ao produto pedido no enunciado. Logo:

$$xy = \frac{2}{1} = 2.$$

52ª QUESTÃO

Sejam os círculos unitários abaixo tais que os centrados em A e em B compartilham o ponto de tangência com a circunferência centrada em C.



Calcule a área da região hachurada.

A()
$$3 - \frac{\pi}{2}$$

B()
$$\frac{\pi}{2}$$

$$\mathbf{D}()$$
 $\frac{3\pi}{4}$

A()
$$3-\frac{\pi}{2}$$
 B() $\frac{\pi}{2}$ **C**() 2 **D**() $\frac{3\pi}{4}$ **E**() $1+\frac{\pi}{2}$

Gabarito: C

A área de um dos segmentos circulares é dada por:

$$\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$$
.

Portanto, a área hachurada é expressa pela área do círculo unitário subtraída de quatro segmentos circulares:

$$\pi - 4. \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right) = 2.$$

53ª QUESTÃO

Sejam a, b e c inteiros positivos, com $a \ge b \ge c$, tais que:

$$a^{2} - b^{2} - c^{2} + ab = 2011$$
$$a^{2} + 3b^{2} + 3c^{2} - 3ab - 2ac - 2bc = -1997$$

Qual o valor de a?

- **A**() 249
- **B**() 250 **C**() 251
- **D**() 252
- **E**() 253

Gabarito: E

Somando as equações, obtemos:

$$(a-b)^{2} + (b-c)^{2} + (c-a)^{2} = 14.$$

Como os valores são inteiros, notamos que se trata da soma dos quadrados de 1, 2 e 3. De acordo com a relação de ordem do enunciado, sabemos que a-c=3. Ao testar as possibilidades, obtemos a-b=2e b-c=1. Finalmente, na primeira equação:

$$a^{2} - (a-2)^{2} - (a-3)^{2} + a(a-2) = 2011$$

$$8a = 2024 \rightarrow a = 253.$$

54^a QUESTÃO

Quantos subconjuntos de 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 contém ao menos um número primo?

- **A**() 128
- **B**() 192
- **C**() 224
- **D**() 240
- **E**() 256

Gabarito: D

Basta fazer o total de subconjuntos e retirar desses os que não possuem núneros primos:

$$2^8 - 2^4 = 240$$
.

55^a QUESTÃO

Claudio escolheu de forma aleatória 3 números distintos do conjunto 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e os organizou em ordem decrescente, formando assim um número de três dígitos. Por outro lado, Herlin também escolheu, de forma aleatória, 3 números distintos do conjunto 1,2,3,4,5,6,7,8, organizando-os em ordem decrescente e componto um número de três dígitos. Qual a probabilidade do número formado por Claudio ser maior do que o número formado por Herlin?

- **A**() $\frac{47}{72}$

- **B**() $\frac{37}{56}$ **C**() $\frac{2}{3}$ **D**() $\frac{49}{72}$
- **E**()

Gabarito: B

Observe que, se Claudio escolher o 9, necessariamente seu número será maior do que o de Herlin. Seja a probabilidade de não escolher o 9:

$$\frac{8.7.6}{9.8.7} = \frac{2}{3}.$$

Logo, para escolher o 9:

$$1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

Agora, dentro dos casos em que Claudio não escolhe o 9, note que, ao subtrair os casos em que Herlin retira os mesmos três números que Claudio, para as outras possíveis retiradas, em metade delas o número de três dígitos formado por Herlin será maior do que o de Claudio e, na outra metade, o número será menor. Sendo assim, dentro desse caso em que Claudio não tira o 9, a probabilidade de o número formado por Claudio ser o mesmo do que o de Herlin é de:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \left(1 - \frac{3.2.1}{8.7.6} \right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{55}{56} = \frac{55}{168}$$

Finalmente, a probabilidade total será de:

$$\frac{55}{168} + \frac{1}{3} = \frac{111}{168} = \frac{37}{56}.$$

QUÍMICA

56^a QUESTÃO

Vancomicina é um antibiótico utilizado no tratamento de infecções bacterianas.

Considere as proposições.

- **1.** Possui trinta e oito átomos com hibridização sp^2 .
- 2. Possui fórmula molecular $C_{66}H_{75}Cl_2N_9O_{24}$
- 3. Possui funções orgânicas: amina e cetona e éster.
- 4. Possui funções orgânicas: ácido carboxílico, amida e éter.

Assinale as alternativa que relaciona as proposições corretas.

A() 1 e 2, apenas.

B() 1 e 4, apenas.

C() 2 e 4, apenas.

D() 1, 2 e 4, apenas.

E() 1, 2, 3 e 4.

Gabarito: A

- **1. Correta**. O composto possui 42 átomos com hubridização sp^2 , dessa forma, também deve possui 38 átomo com hibridização sp^2 .
- 2. Falsa. O fórmula molecular do composto em questão difere no número de átomos de nitrogênio.
- 3. Falsa. O composto em questão não possui função cetona.
- 4. Verdadeiro. O composto possui as funções ácido carboxílico, amida e éter.

57ª QUESTÃO

- 1. Uma estrela que apresenta coloração azul é mais fria que uma estrela amarelada.
- 2. Para uma cobra diferenciar um pequeno roedor e uma rocha no escuro, ela pode utilizar sensores que sejam capazes de absorver radiação no infravermelho. Isso é possível pois o comprimento de onda máximo emitido pela presa é menor do que o emitido pela rocha.
- **3.** Uma barra de ferro em processo de aquecimento não pode ter sua temperatura estimada por sua cor, já que não é uma fonte primária de emissão.
- **4.** Uma lâmpada incandescente atingirá temperaturas maiores do que $2300\,^{\circ}\mathrm{C}$ caso possua um pico de emissão em $1200\,\mathrm{nm}$.

Assinale a alternativa que relaciona as proposições corretas.

A() 1, apenas.

B() 2, apenas

C() 1 e 2, apenas.

D() 2 e 3, apenas.

E() 3 e 4, apenas.

Gabarito: B

- **1. Falsa**. A luz azul é mais energética que a luz amarela e, portanto, é emitida com maior intensidade por um corpo mais quente.
- **2. Verdadeira**. A temperatura de um animal, em torno de $40\,^{\circ}\mathrm{C}$, corresponde a emissões de maior intensidade na faixa do infravermelho.
- **3. Falsa**. A mudança na coloração do ferro devido ao aquecimento é devido à radiação emitida por este.
- **4. Falsa**. Para um pico de emissão em $1200 \, \mathrm{nm}$, a temperatura é

$$T = \frac{2,92 \times 10^6 \,\mathrm{nm}}{1200 \,\mathrm{nm}} = 2420 \,\mathrm{K} = 2690 \,^{\circ}\mathrm{C}$$

58^a QUESTÃO

Considere as seguintes proposições.

- Se a variação na energia interna de um processo é positiva, o calor deve ser positivo e o trabalho realizado negativo.
- 2. O trabalho realizado pelo sistema é sempre positivo em uma expansão livre.
- 3. Em qualquer processo termodinâmico, a variação de energia do universo é nula.
- **4.** A temperatura de um gás não ideal varia quando este é forçado a passar por uma membrana porosa adiabaticamente.

Assinale a alternativa que relaciona as proposições corretas.

A() 1 e 2, apenas.

B() 1 e 3, apenas.

C() 2 e 4, apenas.

D() 3 e 4, apenas.

E() 1, 3 e 4, apenas.

Gabarito: D

1. Falsa. O sinal da variação de energia interna não afeta o sinal do trabalho e do calor.

2. Falsa. Em uma expansão livre o trabalho é nulo.

3. Verdadeira. A energia do universo é conservada.

4. Verdadeira. Como não há realização de trabalho e, por ser adiabático, o calor é nulo, não há variação de energia interna e, por isso, não há variação de temperatura.

59^a QUESTÃO

Uma mistura equimolar de dióxido de enxofre e oxigênio, contendo certa quantidade de hélio, é adicionada em um cilindro equipado com um pistão que se move sem atrito. A densidade da mistura em CNTP é de 2 g/L. Assinale a alternativa que mais se aproxima da densidade da mistura após a reação de todo o dióxido de enxofre formando trióxido de enxofre.

A() $1,50 \,\mathrm{g/L}$ **B**() $2 \,\mathrm{g/L}$

C() $2{,}50\,\mathrm{g/L}$ **D**() $3{,}50\,\mathrm{g/L}$ **E**() $5{,}50\,\mathrm{g/L}$

Gabarito: C

A massa molar média da mistura pode ser calculada através da densidade

$$M = \frac{\rho RT}{P} = \frac{(2 \text{ g/L})(0.0820 \text{ atm L K}^{-1} \text{ mol}^{-1})(273 \text{ K})}{(1 \text{ atm})} = 44.7 \text{ g mol}^{-1}$$

Seja x a fração molar de dióxido de enxofre e oxigênio, e seja z a fração molar de hélio.

$$44.7 \,\mathrm{g} \,\mathrm{mol}^{-1} = x(64 \,\mathrm{g/mol}) + x(32 \,\mathrm{g/mol}) + z(4 \,\mathrm{g/mol})$$

Logo:

$$44.7 \,\mathrm{g} \,\mathrm{mol}^{-1} = x(64 \,\mathrm{g/mol}) + x(32 \,\mathrm{g/mol}) + (1 - 2x)(4 \,\mathrm{g/mol})$$

Resolvendo, obtemos:

$$x = 0.460$$
 $z = 0.0800$

A reação que ocorre é

$$2 SO_2(g) + O_2(g) \longrightarrow 2 SO_3(g)$$

Assim, verifica-se que o SO_2 é o reagente limitante e. Considerando 1 mol da mistura inical, a quantidade de SO_3 é $0,460\,\mathrm{mol}$, restando um excesso de $0,230\,\mathrm{mol}$, totalizando $0,770\,\mathrm{mol}$ na mistura final. Como a densidade é diretamente proporcional ao número de mols:

$$\rho_{\rm final} = \left(\frac{1}{0{,}770}\right) \cdot 2\,{\rm g/L} \approx \boxed{2{,}50\,{\rm g/L}}$$

60^a QUESTÃO

O paclitaxel é um medicamento utilizado no tratamento do câncer.

Assinale a alternativa que relaciona as funções orgânicas presentes na estrutura desse composto.

- A() Álcool, amida, éster, éter, cetona.
- **B**() Álcool, amida, éster, cetona, aldeído.
- C() Álcool, amina, éster, éter, cetona.
- **D**() Álcool, amina, acetal, éter, aldeído.
- **E**() Álcool, amida, éster, ácido carboxílico, cetona.

Gabarito: A

As fuções orgânicas orgânicas na molécula são: Álcool, amida, éster, éter e cetona.

61^a QUESTÃO

Em um cilindro, provido de um pistão móvel sem atrito, é realizada a combustão completa de certa quantidade de etanol. A temperatura no interior do cilindro é mantida constante em $25\,^{\circ}\mathrm{C}$ desde a introdução dos reagentes até o final da reação. Considere as seguintes proposições.

- 1. Não há variação na energia interna do sistema.
- O sistema n\u00e3o realiza trabalho.
- 3. O sistema não troca calor com a vizinhança.
- 4. A variação da entalpia do sistema é igual à variação da energia interna.

Assinale a alternativa que relaciona as proposições corretas.

A() 1, apenas.

B() 1 e 2, apenas.

C() 2 e 3, apenas.

D() 1, 2 e 3, apenas.

E() 1, 2 e 4, apenas.

Gabarito: A

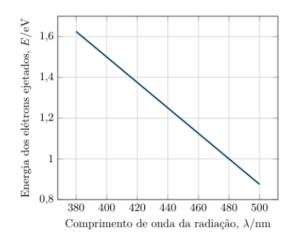
A reação que ocorre é

$$C_2H_6O(l) + 3O_2(g) \longrightarrow 2CO_2(g) + 3H_2O(l)$$

- 1. Falsa. Qualquer reação química ocorre com variação de energia interna.
- 2. Falsa. Como o número de mols de gás diminui, o sistema sofre trabalho.
- 3. Falsa. Como a reação libera energia, ele troca calor com a vizinhaça.
- 4. Falsa. Como há variação no número de mols de gás a variação de entalpia difere da variação de energia interna.

62^a QUESTÃO

Os dados a seguir foram obtidos em um experimento de efeito fotoelétrico no césio.



Assinale a alternativa que mais se aproxima da função trabalho do césio.

A() 0,5 eV

B() 1,0 eV

C() 1,5 eV

D() 2,0 eV **E**() 2,5 eV

Gabarito: B

Da equação do efeito fotoelétrico:

$$hf = \frac{hc}{\lambda} = \Phi + K$$

Substituindo os valores do gráfico: K=1 e $\lambda=480\,\mathrm{nm}$, obtemos:

$$\Phi = 1,50 \, \text{eV}$$

63^a QUESTÃO

Considere as proposições aseguir.

- **1.** A informação recebida pelos nossos olhos e posteriormente interpretada pelo cérebro é a cor complementar à faixa de fótons absorvida pela substância colorida.
- 2. Como a clorofila é uma substância de coloração esverdeada, espera-se que ela absorva a radiação nos comprimentos de onda próximos a 500 nm, enquanto a hemoglobina, avermelhada, absorva em cerca de 670 nm.
- **3.** Quanto maior a energia dos fótons absorvidos para que a excitação eletrônica ocorra, menor a frequência destes fótons e, consequentemente, maior o comprimento de onda da radiação absorvida.
- **4.** Modificações estruturais em uma molécula, como a adição ou remoção de átomos de hidrogênio, podem alterar completamente o perfil de absorção da amostra, podendo fazer uma solução de uma substância inicialmente rosada ser incolor.

Assinale a alternativa que relaciona as proposições corretas.

A() 1, apenas.

B() 2, apenas

C() 1 e 2, apenas.

D() 2 e 3, apenas.

E() 3 e 4, apenas.

Gabarito: A

- 1. Verdadeira.
- 2. Falsa. A substância avermelhada deve absorver a coloração complementar, verde, enquanto a substância verde absorve em vermelho. Como a radiação vermelha é mais energética que a verde a proposição é incorreta.
- **3. Falsa**. Quanto maior a energia da radiação maior será a freqência e menor será o comprimento de onda.
- 4. Falsa.

64^a QUESTÃO

Assinale a alternativa que mais se aproxima da temperatura adiabática de chama para a combustão do octano líquido com um volume de ar quatro vezes maior do que o necessário para a combustão completa, inicialmente a $25\,^\circ\mathrm{C}$.

A() 580 K

B() 680 K

C() 780 K

D() 880 K

E() 980 K

Dados

- $C_P(CO_2, g) = 37.1 \,\mathrm{J}\,\mathrm{K}^{-1}\,\mathrm{mol}^{-1}$
- $C_P(H_2O, g) = 33.6 \,\mathrm{J}\,\mathrm{K}^{-1}\,\mathrm{mol}^{-1}$
- $C_P(N_2, g) = 29.1 \,\mathrm{J}\,\mathrm{K}^{-1}\,\mathrm{mol}^{-1}$
- $\cdot C_P(O_2, g) = 29.4 \,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$
- $\Delta H_{\rm f}^{\circ}({\rm C_8H_{18}},{\rm l}) = -250\,{\rm kJ\,mol^{-1}}$
- $\bullet \ \Delta H_f^{\circ}(\mathrm{CO}_2, \mathrm{g}) = -394 \,\mathrm{kJ} \,\mathrm{mol}^{-1}$
- $\bullet \ \Delta H_f^{\circ}(H_2O,g) = -242 \, kJ \, mol^{-1}$

Gabarito: E

O calor liberado pela reação é usado para aquecer os produtos:

$$\Delta H = nC_P \Delta T$$

Substituindo os valores, obtemos:

$$\Delta T = 675 \,\mathrm{K} \Rightarrow \boxed{T = 973 \,\mathrm{K}}$$

65^a QUESTÃO

O ozônio na estratosfera absorve radiação solar ao sofrer decomposição:

$$O_3 \longrightarrow O_2 + O$$

Assinale a alternativa que mais se aproxima do comprimento de onda máximo absorvido pelo ozônio.

A() 720 nm

B() 820 nm

C() 920 nm

D() 1020 nm

E() 1120 nm

Dados

- $\Delta H_{\rm L}^{\circ}({\rm O}_2) = 496 \,\mathrm{kJ} \,\mathrm{mol}^{-1}$
- $\Delta H_{\rm f}^{\circ}({\rm O}_3,{\rm g}) = 143\,{\rm kJ\,mol^{-1}}$

Gabarito: E

A entalpia da reação do enunciado é

$$\Delta H = 248 \, \text{kJ/mol} - 143 \, \text{kJ/mol} = 105 \, \text{kJ/mol}$$

A variação entalpia calculada é referente a reação de $1 \, \mathrm{mol}$ de ozônio, a energia necessária para reação de uma molécula é:

$$\frac{\Delta H}{N_A} = \frac{hc}{\lambda}$$

Substituindo os valores:

$$\lambda = 1130\,\mathrm{nm}$$

66a QUESTÃO

Uma amostra de $1\,\mathrm{L}$ de gás eteno, $\mathrm{C_2H_4}$, sob $1\,\mathrm{atm}$ e $298\,\mathrm{K}$, é queimada com $4\,\mathrm{L}$ de gás oxigênio, na mesma pressão e temperatura Determine qual é o volume final da mistura de reação em $1\,\mathrm{atm}$ e $298\,\mathrm{K}$ depois que a reação se completou.

- **A**() 1L **B**() 2L **C**() 4L
- **D**() 5L
- **E**() 6L

Gabarito: A

A reação que ocorre é:

$$C_2H_4 + 3O_2 \longrightarrow 2CO_2 + 2H_2O$$

Assim, 1 L de C_2H_4 reagem formando 2 L de dióxido de carbono, e resta 1 L de oxigênio, totalizando 3 L.

67ª QUESTÃO

Certa amostra de ar seco com massa total 1 g compõe-se quase completamente de 0,760 g de nitrogênio e $0.240\,\mathrm{g}$ de oxigênio. Assinale a alternativa mais próxima das pressões parciais de nitrogênio em uma amostra de ar seco sob $87\,\mathrm{kPa}$.

- **A**() 0,380 atm
- **B**() 0,480 atm
- C() 0,580 atm

- **D**() 0,680 atm
- **E**() 0,780 atm

Gabarito: D

Primeiro calculamos o número de mols de ${\rm O}_2$ e de ${\rm N}_2$ presentes no ar seco:

$$n_{\text{N}_2} = \frac{0,760 \,\text{g}}{28 \,\text{g/mol}} = 0,0270 \,\text{mol}$$

$$n_{\text{O}_2} = \frac{0,240 \,\text{g}}{32 \,\text{g/mol}} = 0,0750 \,\text{mol}$$

Assim, a pressão parcial é

$$P_{\text{N}_2} = x_{\text{N}_2} P = \frac{0,027}{0.027 + 0.075} 87 \,\text{kPa} = \boxed{0,680 \,\text{atm}}$$

68^a QUESTÃO

Considere a reação de deslocamento gás água

$$CO + H_2O \longrightarrow CO_2 + H_2$$
 $\Delta H(370 \,^{\circ}C) = -40 \,\text{kJ/mol}$

Conduzido em um reator adiabático. A alimentação consiste de água e monóxido de carbono em proporção estequiométrica. A entalpia dessas espécies é dada por:

$$H(CO, 370 \,^{\circ}C) - H(CO, 300 \,^{\circ}C) = 2,20 \,\text{kJ/mol}$$

 $H(H_2O, 370 \,^{\circ}C) - H(H_2O, 300 \,^{\circ}C) = 2,60 \,\text{kJ/mol}$

Se a temperatura de entrada é 300 °C e a saída é 370 °C, a conversão dos reagentes é, aproximadamente,

- **A**() 8%
- **B**() 12% **C**() 17%
- **D**() 20%
- E() 25%

Gabarito: B

Primeiro calculamos a quantidade de calor necessária para levar os reagente até 370 °C:

$$\Delta H = (2.20 \,\text{kJ/mol} + 2.60 \,\text{kJ/mol}) = 4.80 \,\text{kJ/mol}$$

Dos $40\,\mathrm{kJ/mol}$ liberados, a quantidade usada para conversão de reagentes será:

$$x = \frac{4,80 \,\text{kJ/mol}}{40 \,\text{kJ/mol}} = \boxed{12\%}$$

69ª QUESTÃO

Assinale a alternativa que mais se aproxima da razão entre a quantidade de nitrogênio e gás carbônico na exaustão da queima do propano com $60\,\%$ de excesso de ar.

- **A**() 6,20
- **B**() 7,30
- **C**() 8
- **D**() 9,30
- **E**() 10,6

Gabarito: E

Primeiro vamos montar a reação estequiométrica:

$$C_3H_8 + 5\,O_2 + 20\,N_2 \longrightarrow 3\,CO_2 + 4\,H_2O + 10\,N_2$$

Como temos 60% de excesso, a quantidade real de N2 será:

$$n(N_2) = 20 \cdot 1, 6 = 32$$

Assim, a razão entre nitrogênio e gás carbônico é

$$x = \frac{32}{3} \approx \boxed{10.6}$$

70ª QUESTÃO

Considere a estrutura da nitrocelulose.

Assinale a alternativa com as funções orgânicas presentes nesse composto.

A() Éster e éter.

B() Éster e éter.

C() Amina e éter.

D() Éster e nitro.

E() Acetal e amina.

Gabarito: B
A função nitro é $R-NO_2$, sendo R uma cadeia carbônica. Nesse, caso temos $R-O-NO_2$, que representa outra função orgânica. A função orgânica éster deriva da função ácido, quando o hidrogênio ionizável é substituído por uma cadeia carbônica (os ésteres mais comuns são os de ácidos carboxílicos). Assim, partindo do ácido nítrico $HNO_3 = H-O-NO_2$ e substituindo o hidrogênio ionizável por uma cadeia carbônica, conclui-se que $R-O-NO_2$ é um éster. As alternativas A e B estão corretas.