CICLO ITA 3 - DISCURSIVO

TURMA IME-ITA

2022

MATEMÁTICA

1ª QUESTÃO

Sejam dadas as funções $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e seja $h(x) = g(f(x))$. Prove que:
a. Se h é injetora, então f é injetora. b. Se f e g são injetoras, então h é injetora.

Gabarito

a. Testando a injetidade: Sejam a e b reais, tais que $f(a) = f(b)$

Como o domínio da função g é o conjunto dos reais, podemos aplicar g em ambos os lados da equação: $g(f(a)) = g(f(b)) \to h(a) = h(b)$

Como h é injetora: $a = b$

Assim, $f(a) = f(b) \to a = b$, portanto f é injetora.

b. Sejam a, b reais, tais que: $h(a) = h(b)$ Assim: $g(f(a)) = g(f(b))$

Como g é injetora: $f(a) = f(b)$

Como f é injetora: $a = b$

Assim, $h(a) = h(b) \to a = b$. Portanto, h é injetora.

2ª QUESTÃO

Considere uma progressão aritmética de razão não nula em que o quarto, décimo primeiro e o décimo quinto termo formam, nessa ordem, uma progressão geométrica. Determine o número de termos dessa PA sabendo que o seu terceiro termo é -104 e a soma de seus termos é 40.

Gabarito

Para um caso genérico da situação proposta:

$$PA(a_1, ..., a_t, ..., a_k, ..., a_p)$$

Como formam uma PG:

$$a_k^2 = a_t.a_p$$

$$(a_1 = (k-1)r)^2 = (a_1 + (t-1)r)(a_1 + (p-1)r)$$

$$a_1^2 + (k-1)^2 r^2 + 2a_1 r(k-1) = a_1^2 + (t-1)(p-1)r^2 + a_1 r(p+t-2)$$

$$r^2(k^2 - 2k - tp + t + p) = a_1 r(p + t - 2k)$$

Já que $r \neq 0$:

$$r(k^2 - 2k - tp + t + p) = a_1(p + t - 2k)$$

Substituindo os valores correspondentes: $t = 4$, $k = 11$ e $p = 15$

$$r^2(121 - 22 - 60 + 19) = a_1(19 - 22)$$

$$58r = -3a_1(i)$$

Do terceiro termo:

$$a_3 = a_1 + 2r = -104(ii)$$

Substituindo (i) em (ii):

$$2r - \frac{58r}{3} = -104$$

$$-\frac{52r}{3} = -104$$

$r = 6$ e $a_1 = -116$ Soma dos termos:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} = \frac{(2a_1 + (n-1)r)n}{2} = y$$

$$-232n + 6n^2 - 6n = 80$$

$$6n^2 - 238n - 80 = 0$$

Resolvendo a equação do 2^o grau:

$$n = \frac{238 \pm \sqrt{238^2 - 4.6.(-80)}}{12}$$

$$n = \frac{238 \pm 242}{12} \rightarrow n = 40, n = -\frac{1}{3}$$

Dado que n é um inteiro e positivo, conclui-se que: $\boxed{n = 40}$

3ª QUESTÃO

Calcule a área da região definida pelo domínio da função abaixo:

$$f(x,y) = \sqrt{\operatorname{arcsen}|x| - |\operatorname{arcsen}(1 - |y|)|}$$

Gabarito

Primeiramente vamos analisar as restrições do problema e o domínio nas funções. Por definição, o domínio da função $arcsen$ é $[-1, 1]$ e sua imagem é $[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$. Portanto, devemos limitar $|x|$ e $1 - |y|$ a estarem em seu domínio.

$$\begin{cases} -1 \leq |x| \ \leq 1 \\ -1 \leq 1 - |y| \ \leq 1 \end{cases}$$

Como o módulo é sempre não negativo, temos:

$$\begin{cases} 0 \leq |x| \ \leq 1 \\ -1 \leq 1 - |y| \ \leq 1 \end{cases}$$

Somando -1 dos dois lado na equação:

$$-2 \leq |-y| \ \leq 0$$

$$0 \leq |y| \ \leq 2$$

Desse modo, ficamos com: \$$(*)$
$begincases - 1$
$leqx$
$leq1$

$- 2$
$leqy$
$leq2$
$endcases$\$ Agora que já restringimos x e y a partir do domínio de $arcsen$, devemos restringir também pelo fato de estarem dentro de uma raíz quarta, fazendo com que:

$$arcsenvertxvert - vertarcsen(1 - vertyvert)vertgeq0$$

$$arcsenvertxvertgeqvertarcsen(1 - vertyvert)vert$$

Assim:

$$-arcsenvertxvertleqvertarcsen(1 - vertyvert)vertleqarcsenvertxvert$$

$$arcsen(-vertxvert)leqvertarcsen(1 - vertyvert)vertleqarcsenvertxvert$$

Veja que, como $arcsen$ é uma função injetiva, podemos "cortar"os $arcsen$ da inequação.

$$-vertxvertleq1 - vertyvertleqvertxvert$$

$$-vertxvert - 1leq - vertyvertleqvertxvert - 1$$

$$` <! - - - - > `= html1 - vertxvertleqvertyvertleq1 + vertxvert$$

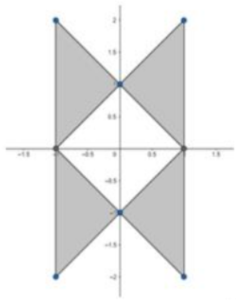
$$` <! - - - - > `= html1leqvertxvert + vertyvertleq1 + 2vertxvert\$\$ \ Assim :$$

$$\begin{cases} |x| + |y| \geq 1 \\ |x| + |y| \leq 1 = 2|x| \to |y| - |x| \leq 1 \end{cases}$$

$$Nosrestamduasinequações :$$

$$\begin{cases} |x| + |y| \geq 1 \\ |y| - |x| \leq 1 \end{cases}$$

\$\$ Logo, temos uma relação linear entre x e y. Agora, jogaremos valores (dentro das restrições em (*)) para esboçarmos o gráfico do domínio. Para $x = \pm 1$; $0 \leq |y| \ \leq 2 \to -2 \leq y \leq 2$\ Para $x = 0$; $1 \leq |y| \ \leq 1 \to y = \pm 1$ Esboçando o gráfico:



Dessa forma, o domínio está representado pela região cinza, de área: $\boxed{4.\frac{2.1}{2} = 4}$

4ª QUESTÃO

Determine todos os primos p tais que $16p+1$ é cubo perfeito.

Gabarito

Tome r como sendo o cubo perfeito que satisfaz o enunciado, logo:

$r^3 = 16p+1, r\mathbb{N} \rightarrow r$ é ímpar $16p = (r-1)(r^2+r+1)$ Como r e $r+1$ são consecutivos, $r(r+1)$ é sempre par, de forma que $r(r+1)+1$ é sempre ímpar. Assim, basta analisar dois casos.

Caso 1: $r^2+r+1 = 1$ $r-1 = 16p$ Absurdo pois teríamos que ter $r(r-1) = 0$ e $r\mathbb{N}$

Caso 2: $r^2+r+1 = p$ $r-1 = 16 \rightarrow r = 17$ e $p = 17^2+17+1$, $\boxed{p = 307}$

5ª QUESTÃO

O par (z_1, z_2) de números complexos é chamado "parceiro" se existe um número real tal que:

$$z_1^2 + z_2^2 = \alpha z_1 z_2, \alpha \in [2, 2].$$

Prove que, para todo natural, se (z_1, z_2) é "parceiro", então (z_1^n, z_2^n) também é.

Gabarito

Como $[2, 2]$, vamos utilizar a substituição $= 2\cos\theta$

$$^2_1 + ^2_2 = 2\cos\theta_{12}$$

$$\frac{z_1}{z_2} + \frac{1}{\frac{z_1}{z_2}} = 2\cos\theta$$

Teorema: se $x + \frac{1}{x} = 2\cos\theta \rightarrow x^n + \frac{1}{x^n} = 2\cos(n\theta)$

Demostração: $x + \frac{1}{x} = 2\cos\theta$ $x^2 - 2\cos\theta + 1 = 0$ $\Delta = 4\cos^2\theta - 4 = -4\sin^2\theta$ $x = \frac{2\cos\theta \pm 2i\sin\theta}{2}$

Assim, $x^n + \frac{1}{x^n} = cis(n\theta) + cis(-n\theta) = 2\cos(n\theta)$

Fazendo $x = \frac{z_1}{z_2}$: $(\frac{z_1}{z_2})^n + (\frac{z_2}{z_1})^n = 2\cos(n\theta)$

Seja $\beta = 2\cos(n\theta) \rightarrow \beta[-2, 2]$ e $(z_1^n)^2 + (z_2^n)^2 = 2.\beta.z_1^n.z_2^n$

Logo, (z_1^n, z_2^n) são parceiros.

6ª QUESTÃO

Considere as equações:

$$x^2 + mx + n = 0 \quad \text{(I)}$$
$$x^2 + nx + m = 0 \quad \text{(II)}$$

Sabendo que ao somar um mesmo valor k não nulo às raízes de (I) obtém-se as raízes de (II), determine $m+n$.

Gabarito

Sejam x_1 e x_2 as raízes (I) e, portanto $x_1 + k$ e $x_2 + k$ as raízes de (II).

Solução 1: Note que o que se mantém constante é a diferença entre as raízes. Como sabemos que $x_1 - x_2 = -\frac{\sqrt{\Delta}}{a} \to \Delta$ constante para ambas já que o coeficiente líder se mantém. Assim $m^2 - 4n = n^2 - 4m \to (m-n)(m+n) = -4(m-n) \to m+n = -4$ pois, se $m = n$ as raízes das 2 equações são iguais e assim k seria 0.

Solução 2: Pelas equações de Girard em (I):

$$x_1 + x_2 = -m$$

$$x_1 x_2 = n$$

Pelas relações de Girard em (II):

$$x_1 + x_2 + 2k = -n$$

$$(x_1 + k)(x_2 + k) = x_1 x_2 + k(x_1 + x_2) + k^2 = m$$

Substituindo a soma e o produto das raízes de (I):

$$-m + 2k = -n \to k = \frac{m-n}{2}(1)$$

$$n - km + k^2 = m(2)$$

(1) em (2):

$$n - \frac{m^2 - mn}{2} + \frac{m^2 - 2mn + n^2}{4} = m \to n^2 + 4n - m^2 - 4m = 0$$

$$n^2 - m^2 + 4(n-m) = 0 \to (n-m)(n+m+4) = 0$$

Logo, $m = n$ ou $m + n = -4$. Porém, veja que $m = n \to k = \frac{m-m}{2} = 0$, absurdo. Portanto:

$$\boxed{m + n = -4}$$

7ª QUESTÃO

Em um quadrado $ABCD$, os vértices opostos A e C são raízes da equação

$$z^2 - (6+8i)z + 1 + 30i = 0,$$

em que i é a unidade imaginária.

Determine:

a) A soma dos quadrados desses dois vértices.

b) Os outros dois vértices.

Gabarito

a. Primeiramente, vamos encontrar os vértices A e C encontrando as raízes da equação:

Seja $z = a + bi$

$$z^2 - (6+8i)z + 1 + 30i = 0$$
$$(a+bi)^2 - (6+8i)(a+bi) + 1 + 30i = 0$$
$$(a+bi)^2 - (6+8i)(a+bi) + 1 + 30i = 0$$
$$(a^2 - b^2 - 6a + 8b + 1) + i(30 - 6b - 8a + 2ab) = 0$$

Como temos uma equação complexa igual a 0, tanto a parte real quanto a imaginária devem ser nulas. Resolvendo o sistema em a e b:

$$\begin{cases} a^2 - b^2 - 6a + 8b + 1 = 0 \\ 30 - 6b - 8a + 2ab = 0 \end{cases}$$

$a = 2, b = 7$ ou $a = 4, b = 1$. Logo, os vértices são: $A = (2,7)$ e $C = (4,1)$.

Calculando a soma dos quadrados:

$$(2+7i)^2 + (4+i)^2 = 4 + 28i - 49 + 16 + 8i - 1 =$$
$$\boxed{-30 + 36i}$$

b. Para encontrar os outros dois vértices usaremos geometria analítica. Primeiramente, perceba que o segmento AC é a diagonal do quadrado.

Calculando o tamanho da diagonal:

$$d = |AC| = \sqrt{(2-4)^2 + (7-1)^2} = 2\sqrt{10}$$

O centro do quadrado é o ponto médio da diagonal: $O = (\frac{2+4}{2}, \frac{7+1}{2}) = (3,4)$

Além disso, a reta que liga B a D, é perpendicular a que liga A a C e passa pelo ponto O.

Encontrando o coeficiente angular desta reta:

$$m_{AC} = \frac{-6}{3} = -3$$
$$m_{BD} = -\frac{1}{-3} = \frac{1}{3}$$

Equação da reta BD (usando que passa por O) :

$$y = \frac{1}{3}(x-3) + 4 \rightarrow x - 3y + 9 = 0$$

Também vale que a distância de B e D ao centro é metade da diagonal. Utilizando a distância entre pontos:

$$\sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2} = \sqrt{10}$$
$$x^2 - 6x + y^2 - 8y + 15 = 0$$

Resolvendo o sistema:

$$\begin{cases} x - 3y + 9 = 0 \\ x^2 - 6x + y^2 - 8y + 15 = 0 \end{cases}$$

$x = 6$ e $y = 5$ ou $x = 0$ e $y = 3$

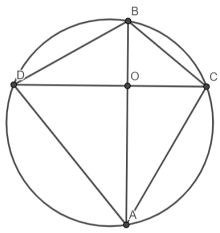
Logo, os outros vértices são:

$$\boxed{(6,5); (0,3)}$$

8ª QUESTÃO

Considere uma circunferência λ e duas cordas AB e CD perpendiculares entre si e se cruzando num ponto O. Sabendo que $AO = 12$, $CO = 4$, $DO = 5$, calcule o raio de λ.

Gabarito



Para calcular a área do triângulo $\triangle ADC$, pode-se utilizar as seguintes fórmulas

$$[ACD] = \frac{CD.OA}{2}(I)$$

$$[ACD] = \frac{AC.CD.DA}{4R}(II)$$

Para a primeira área (I):

$$[ACB] = \frac{(4+5)12}{2} = 54$$

Do segundo modo (II):

$$[ACD] = \frac{\sqrt{12^2+4^2}.\sqrt{12^2+5^2}.9}{4R}$$

Igualando as duas áreas

$$\boxed{R = \frac{13\sqrt{10}}{6}}$$

9ª QUESTÃO

Resolva, no intervalo $[0, \pi]$, a inequação trigonométrica

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x \geq \cos x + \cos 2x + \cos 3x$$

Gabarito

Pode-se perceber que é possível fatorar cada lado da inequação.

$$\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \sin 2x(2\cos x + 1)$$

$$\cos x + \cos 2x + \cos 3x = \cos 2x(2\cos x + 1)$$

Logo:

$$\sin 2x(2\cos x + 1) \geq \cos 2x(2\cos x + 1)$$
$$(\sin 2x - \cos 2x)(2\cos x + 1) \geq 0$$

No intervalo $[0, \pi]$, note que $2\cos x + 1$ possui apenas uma raíz, $x = \frac{2\pi}{3}$ Veja que $2x$ está em $[0, 2\pi]$, então as raízes são $2x = \frac{\pi}{4}$ e $2x = \frac{5\pi}{4}$. Então, $x = \frac{\pi}{8}$ e $x = \frac{5\pi}{8}$ Colocando em ordem crescente, temos os pontos $0, \frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{2\pi}{3}, \pi$, dividindo o intervalo. Não existe raízes duplas e para $0 < x < \frac{\pi}{8}$ a expressão $(\sin 2x - \cos 2x)(2\cos 2x + 1)$ é negativa. Logo, a solução é:

$$\boxed{S = [\frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}]U[\frac{2\pi}{3}, \pi]}$$

10ª QUESTÃO

Cláudio lança um dado não viciado de seis faces sete vezes consecutivas. Sabendo que cada resultado obtido tem que ser maior ou igual ao anterior e que a quantidade de $2'$s obtidos é maior que a quantidade de $4'$s obtidos, determine de quantas formas esse lançamento pode ser executado?

Gabarito

Note que ao definir quantas vezes cada número é obtido, a primeira condição fica satisfeita, já que a ordem vai estar definida.

Tome a sequência $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 7$, já que o dado é jogado 7 vezes. Primeiro resolveremos o problema sem a restrição da segunda condição. Veja que ao escolhermos a quantidade que cada dígito aparecerá, a ordem já está bem definida.

A solução desse problema de soluções inteiras é: $\binom{12}{7} = 792$ Agora, analisaremos as restrições para a segunda condição ser atendida. Devemos retirar os casos em que a quantidade de $2\text{'}s$ obtidos é a mesma que a de $4\text{'}s$ obtidos.

Para $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 7$. Assim, pela sequência ser formada por números inteiros e não negativos, temos 3 casos. **1° caso:** $x_2 = x_4 = 0$ $x_1 + x_3 + x_5 + x_6 = 7 \rightarrow \binom{10}{7} = 120$ **2° caso:** $x_2 = x_4 = 1$ $x_1 + x_3 + x_5 + x_6 = 5 \rightarrow \binom{8}{5} = 56$ **3° caso:** $x_2 = x_4 = 2$ $x_1 + x_3 + x_5 + x_6 = 3 \rightarrow \binom{6}{3} = 20$
4° caso: $x_2 = x_4 = 3$ $x_1 + x_3 + x_5 + x_6 = 1 \rightarrow \binom{4}{1} = 4$

Como abrimos em casos, devemos somá-los. Dessa forma, para $x_2 = x_4$, temos $120 + 56 + 20 + 4 = 200$ casos.

Assim, para $x_2 \neq x_4$, temos $792 - 200 = 592$

Mas, veja que o número de casos em que a quantidade de $1\text{'}s$ é menor que a de $2\text{'}s$ é o mesmo em que o total de $1\text{'}s$ é maior que o de $2\text{'}s$, já que as soluções são simétricas.

Portanto, só é necessário dividir por 2 para encontrar o número de casos em que $x_2 \neq x_4$.

Logo, a solução da questão vale: $\frac{592}{2} = \boxed{296}$.

$Comentários:$

O simulado de matemática do ciclo 03 priorizou manter a estrutura da prova do ITA com um nível de dificuldade médio e um pouco mais trabalhosa em comparação com os anos mais recentes. Desse modo, destacamos 4 questões como as mais diretas (01, 04, 06, 08), 3 questões como de nível médio com um pouco mais de trabalho (02, 07, 09, 10) e 3 questões mais difíceis (03 e 05). Assim, o grande objetivo desse simulado é saber escolher bem as questões que devem ser feitas e não errar besteira a fim de conquistar uma boa nota.

Dados

Elementos

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar ($g\,mol^{-1}$)	Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar ($g\,mol^{-1}$)
H	1	1,01	Cl	17	35,45
He	2	4,00	Ar	18	39,95
C	6	12,01	K	19	39,10
N	7	14,01	Ca	20	40,08
O	8	16,00	Cr	24	52,00
F	9	19,00	Fe	26	55,84
Ne	10	20,18	Cu	29	63,55
Na	11	22,99	Zn	30	65,38
Mg	12	24,31	Br	35	79,90
S	16	32,06	I	53	126,90

11ª QUESTÃO

Um tambor metálico com volume de $1,5\text{m}^3$, localizado numa prateleira de uma fábrica, contém ar seco e $500\,\text{L}$ de acetona líquida em equilíbrio dinâmico com a fase vapor a $20\,°\text{C}$. A pressão parcial da acetona é de $180\,\text{mmHg}$ e a pressão total no tambor é de $760\,\text{mmHg}$. Em um dado momento o tambor cai da prateleira e é danificado, sofreu uma redução de volume de 25%, sem que houvesse nenhum vazamento, restando ainda uma quantidade muito pequena de acetona líquida dentro do tambor. Como resultado da queda, a temperatura no interior do cilindro passa a $38\,°\text{C}$

a) **Determine** a pressão do tambor após a queda.

b) **Determine** a variação de entalpia total de vaporização.

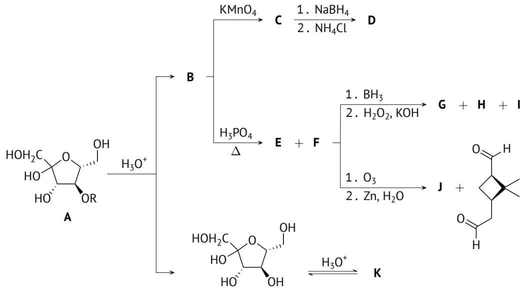
Dados

- Entalpia de vaporização da acetona $\Delta H_{\text{vap}} = 29{,}3\,\text{kJ}\,\text{mol}^{-1}$

Gabarito

12ª QUESTÃO

Considere um produto natural hipotético **A**, o qual tem a configuração de um dos seus carbonos indefinida. Este composto é convertido em d-frutofuranose e um composto simétrico **B** (ROH) pelo tratamento com solução aquosa ácida. Em seguida, os produtos da hidrólise de **A** passam por uma sequência de reações, ilustradas no esquema abaixo.



A reação de **F** com ozônio seguida da adição de zinco metálico forma apenas o composto **J**, enquanto a mesma reação para o composto **E** forma apenas o outro produto da reação. Sabe-se que o composto **G** é diastereoisômero do composto **I**, o composto **D** é diastereoisômero do composto **H** e o composto **E** é enantiômero do composto **F**.

a) **Determine** a estrutura do composto **C**.

b) **Determine** a estrutura dos compostos **D** e **H**.

c) **Determine** a estrutura dos compostos **E** e **F**.

d) **Determine** a estrutura dos compostos **G** e **I**. (Não é necessário determinar qual estrutura corresponde ao composto **G** e qual estrutura corresponde ao composto **I**, apenas apresentar as duas estruturas possíveis)

e) **Determine** a estrutura do composto **J**.

Gabarito

13ª QUESTÃO

Determine a geometria molecular, a polaridade e a hibridização das espécies abaixa seguir.

a) I_3^-

b) $SOCl_2$

c) ClF_5

d) PF_6^-

e) KrF_2

Gabarito

14ª QUESTÃO

Considere os seguintes processos químicos:

1. Entalpia de sublimação do estrôncio, $\Delta H_{\text{sub}}(\mathrm{Sr}) = 164\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$

2. Primeira ionização do estrôncio, $EI_1(\mathrm{Sr}) = 5{,}7\,\mathrm{eV}$

3. Segunda ionização do estrôncio, $EI_2(\mathrm{Sr}) = 11{,}0\,\mathrm{eV}$

4. Afinidade eletrônica do cloro, $AE(\mathrm{Cl}) = 3{,}7\,\mathrm{eV}$

5. Entalpia de ligação do $\mathrm{Cl_2}$, $\Delta H_L(\mathrm{Cl_2}) = 243\,\mathrm{kJ/mol}$

6. Energia de rede do cloreto de estrôncio, $\Delta H_R(\mathrm{SrCl}) = -2150\,\mathrm{kJ/mol}$

a) **Represente**, na forma de equações químicas, os processos.

b) **Determine** a entalpia de formação do cloreto de estrôncio.

Gabarito

15ª QUESTÃO

a) **Ordene** as moléculas $\mathrm{H_2O}$ e $\mathrm{H_2S}$ em função do seu ângulo de ligação.

b) **Ordene** as moléculas $\mathrm{SF_4}$, $\mathrm{ClF_3}$ e $\mathrm{XeF_3}^+$ em função do ângulo de de ligação $\mathrm{F}-\mathbf{X}-\mathrm{F}$ (**X** $= \mathrm{S, Cl, Xe}$) considerando os átomos de flúor mais afastados um do outro.

c) **Ordene** os isômeros de fórmula molecular $\mathrm{XeO_2F_2}$ em função de sua energia.

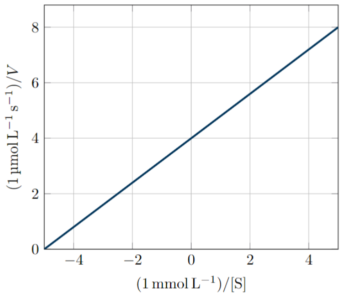
Gabarito

16ª QUESTÃO

Uma enzima artificial foi desenvolvida para promover a catálise de uma etapa da síntese de um fármaco experimental. Esta enzima segue a cinética de Michaelis-Menten, que ocorre conforme apresentado abaixo:

$$\mathrm{E} + \mathrm{S} \underset{k_2}{\overset{k_1}{\rightleftharpoons}} \mathrm{ES}$$
$$\mathrm{ES} \xrightarrow{k_3} \mathrm{P}$$

Em um experimento a velocidade foi calculada em função da concentração inicial de substrato e os resultados foram dispostos em um gráfico de Lineweaver-Burk:



a) **Prove** que a velocidade para essa reação é dada por:

$$V = \frac{V_{\text{max}}[\mathrm{S}]}{K_M + [\mathrm{S}]}$$

onde V_{max} é a velocidade máxima e K_M é uma constante.

b) **Determine** os valores da velocidade máxima e de K_M para esse experimento.

Gabarito

17ª QUESTÃO

Um mol de aspirina, composto formado por carbono, hidrogênio e oxigênio, é sintetizado a partir da reação entre um mol de ácido salicílico e um mol de anidrido acético, formando aspirina e ácido acético como subproduto. A massa adicionada de anidrido acético é maior que a metade da massa adicionada de aspirina. Um comprimido de $1\,\mathrm{g}$ de aspirina foi queimada com excesso de ar. A corrente gasosa resultante da combustão é passada por um leito de $\mathrm{Mg(ClO_4)_2}$, perdendo $0{,}4\,\mathrm{g}$ de massa, e em seguida por um leito de NaOH, perdendo $2{,}2\,\mathrm{g}$ de massa.

a) **Apresente** a reação balanceada da queima da aspirina com ar.

b) **Determine** o volume de ar necessário para a queima de $1\,\mathrm{g}$ de aspirina em CNTP.

c) **Apresente** a reação de síntese da aspirina a partir do ácido salicílico.

Gabarito

18ª QUESTÃO

A reação entre propanona e bromo em meio ácido foi estudada pela medição da absorbância em $400\,\mathrm{nm}$ devido ao $\mathrm{Br_2}$. A concentração inicial de propanona e ácido foi de $0{,}5\,\mathrm{mol\,L^{-1}}$, sendo que ambos os reagentes estando em grande excesso em relação ao bromo.

Os dados a seguir são referentes à absorbância em $400\,\mathrm{nm}$ e $\backslash pu25\check{r}C$.

t/s	0	60	120	180	240	300	360	420
Absorbância	$0{,}995$	$0{,}964$	$0{,}903$	$0{,}830$	$0{,}772$	$0{,}739$	$0{,}679$	$0{,}605$

A reação foi conduzida em uma célula com caminho óptico de $1\,\mathrm{cm}$. O coeficiente de extinção do bromo em $400\,\mathrm{nm}$ é $168\,\mathrm{L\,mol^{-1}\,cm^{-1}}$. A reação é de primeira ordem em reação à propanona e a concentração de ácido.

a) **Determine** a ordem da reação em relação ao bromo.

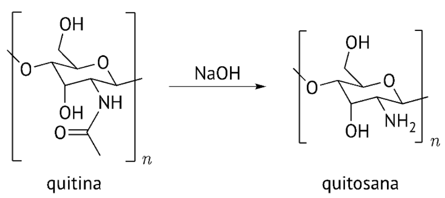
b) **Determine** a ordem global da reação.

c) **Determine** a constante cinética da reação.

Gabarito

19ª QUESTÃO

A quitosana tem sido utilizada em cicatrização de ferimentos, remoção de proteínas alergênicas de alimentos, liberação controlada de fármacos, e como suplemento alimentar com efeito hipocolesterômico. Um experimento de laboratório envolveu a síntese da quitosana através tratamento da quitina com excesso de hidróxido de sódio, conforme a reação esquematizada abaixo.



O produto da reação foi isolado e uma amostra de $10{,}2\,\mathrm{g}$ foi adicionada em $100\,\mathrm{cm^3}$ de água destilada. Observou-se que o ponto de congelamento desta solução era $-0{,}000\,38\,°\mathrm{C}$. A solução foi aquecida, mantendo o sistema sob agitação e em refluxo, por um longo tempo, garantindo a quebra completa das unidades poliméricas formando os monômeros. O ponto de congelamento da solução resultante é $-1{,}14\,°\mathrm{C}$.

a) **Determine** o número médio de unidades monoméricas na estrutura da quitosana.

b) **Determine** a eficiência da síntese da quitosana utilizando hidróxido de sódio.

Dados

- Constante crioscópica da água $Kc = 1{,}9\,\mathrm{kg\,K\,mol^{-1}}$
- Densidade da água $\rho = 1\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$

Gabarito

20ª QUESTÃO

Apresente o produto majoritário quando 1-metilciclopentadieno é tratado com os reagente a seguir.

a) Água de bromo.

b) Ácido bromídrico.

c) Ácido sulfúrico diluído.

d) Hidrogênio e paládio.

e) Ozônio seguido de zinco metálico.

Gabarito