



# TURMA DOS 15 - CICLO 2

2023



## MATEMÁTICA

---

### Convenções

- Considere o sistema de coordenadas cartesiano, a menos que haja indicação contrária.
  - $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  denota o conjunto dos números naturais.
  - $\mathbb{R}$  denota o conjunto dos números reais.
  - $\mathbb{C}$  denota o conjunto dos números complexos.
  - $i$  denota a unidade imaginária,  $i^2 = -1$ .
- 

**Questão 11.** Determine os valores de  $x$  que satisfazem:

$$\sqrt{3-x} - \sqrt{x+1} > \frac{1}{2}$$

**Questão 12.** Determine o valor do determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \sqrt{2} & \sqrt{3} & 2 & 9 \\ 2 & 3 & 4 & 9 \\ 4 & 9 & 16 & 81 \end{vmatrix}$$

**Questão 13.** Considere o polinômio:  $x^3 - ax^2 + ax - 1$  com raízes  $r_1$ ,  $r_2$  e  $r_3$ .

Determine os possíveis valores de  $a$  de modo que  $r_1$ ,  $r_2$  e  $r_3$  sejam lados de um triângulo.

**Questão 14.** Seja  $a$  um complexo e  $b$  um número real. Prove que se a equação:

$$|z|^2 + \Re(az) + b = 0$$

tem soluções, então  $|a|^2 \geq 4b$ .

**Questão 15.** Resolva a equação:

$$\sin^3(3x) + \cos^3(3x) = 1$$

**Questão 16.** Se

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Determine a matriz:

$$X = \sum_{k=1}^{10} A^k$$

**Questão 17.** Seja  $\triangle ABC$  um triângulo de lados com medidas iguais a  $\overline{AB} = 3$ ,  $\overline{BC} = 4$  e  $\overline{AC} = \sqrt{5}$ . Sejam  $m_a$ ,  $m_b$  e  $m_c$  as medidas das medianas relativas aos lados  $BC$ ,  $AC$  e  $AB$ , respectivamente.

Calcule o maior ângulo interno de um triângulo cujos lados possuem medidas iguais a  $m_a$ ,  $m_b$  e  $m_c$ .

**Questão 18.** Seja o triângulo  $\triangle OAB$  no plano cartesiano, em que  $O$  é a origem do sistema de eixos e os pontos  $A$  e  $B$  estão respectivamente nas retas  $y = 1$  e  $y = 3$ , alinhados com o ponto  $(7, 0)$ .

Determine as coordenadas de  $A$  e  $B$  para os quais a soma dos quadrados das medidas dos lados do  $\triangle OAB$  é mínima.

**Questão 19.** Considere um triângulo isósceles  $\triangle ABC$  retângulo em  $A$ . Sejam os pontos  $D$  e  $E$  sobre  $AC$  e  $AB$ , respectivamente, tais que  $BD \cup CE = P$ .

Determine a área do triângulo  $\triangle BCP$  sabendo que  $\overline{AB} = \overline{AC} = a$  e  $\overline{AD} = \overline{AE} = a$ .

**Questão 20.** Uma moeda é lançada sucessivas vezes até que se tenha a ocorrência de 3 caras. Qual a probabilidade de o número total de lançamentos ser múltiplo de 3?

## QUÍMICA

---

### Dados

- Constante de Avogadro,  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Carga elementar,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- Constante de Planck,  $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-1}$
- Constante de autoionização da água,  $K_w = 1 \cdot 10^{-14}$
- Constante de Faraday,  $F = 96\,500 \text{ C mol}^{-1}$
- Constante dos gases,  $R = 8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
- Constante de Rydberg,  $\mathcal{R} = 1,1 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$
- Velocidade da luz no vácuo,  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

### Definições

- Composição do ar atmosférico: 79%  $\text{N}_2$  e 21%  $\text{O}_2$

### Aproximações Numéricas

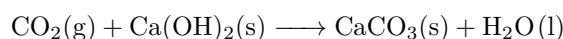
- $\sqrt{2} = 1,4$
- $\sqrt{3} = 1,7$
- $\sqrt{5} = 2,2$
- $\log 2 = 0,3$
- $\log 3 = 0,5$
- $\ln 10 = 2,3$

### Tabela Periódica

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar ( $\text{g mol}^{-1}$ )	Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar ( $\text{g mol}^{-1}$ )
H	1	1,01	Na	11	22,99
C	6	12,01	Mg	12	24,31
N	7	14,01	S	16	32,06
O	8	16,00	Cl	17	35,45

---

**Questão 21.** Uma câmara de combustão queima etano com ar atmosférico. Os gases de saída da câmara são inicialmente resfriados até  $20^\circ\text{C}$ . Após o resfriamento, a corrente gasosa contém 84% de nitrogênio e 6% de oxigênio, em volume. A corrente gasosa resfriada é passada por um leito contendo excesso de uma solução de hidróxido de cálcio, que absorve o  $\text{CO}_2$  conforme a reação:



Verifica-se que a vazão volumétrica de saída de gás do leito de hidróxido de cálcio é 95% da vazão de entrada. A combustão não gera produtos sólidos em  $20^\circ\text{C}$ .

- Apresente** a equação balanceada de combustão do etano nas condições do problema.
- Determine** a razão entre a quantidade de ar adicionada e o mínimo necessário para a combustão completa.

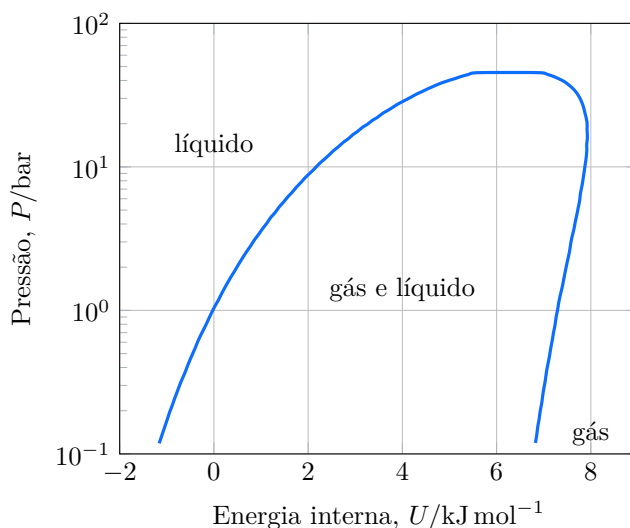
**Questão 22.** Considere os compostos com fórmula molecular  $\text{C}_3\text{H}_3\text{Cl}_3$ .

- Apresente** os compostos de cadeia aberta com fórmula molecular  $\text{C}_3\text{H}_3\text{Cl}_3$ .
- Apresente** os compostos de cadeia fechada com fórmula molecular  $\text{C}_3\text{H}_3\text{Cl}_3$ .

**Questão 23.** Gás natural liquefeito vem sendo produzido no mundo em quantidades cada vez maiores devido à sua alta densidade de energia, quando comparada à do gás natural comprimido. O gás natural liquefeito é composto majoritariamente por metano, cuja pressão de vapor varia com a temperatura conforme a equação empírica:

$$\log(P/\text{bar}) = 4 - \frac{480}{T/\text{K} - 0,5}$$

Um tanque criogênico típico para transporte marítimo de gás natural liquefeito tem volume de  $40\,000\text{ m}^3$ , e é armazenado a  $-112,5^\circ\text{C}$ . Este tanque não possui resfriamento externo e a pressão em seu interior é mantida constante. Inicialmente o tanque é carregado com  $14\,000\text{ ton}$  de metano líquido, que evapora durante o transporte, perdendo calor a uma taxa de  $50\text{ kW}$ .



- Determine** a temperatura de ebulição do metano em pressão de 1 bar.
- Determine** a entalpia de vaporização do metano nas condições de transporte.
- Determine** a fração de metano que evapora após quinze dias de navegação.

**Questão 24.** Considere as entalpia de rede e de solução.

Dados em $25^\circ\text{C}$	NaCl	NaI	KCl	KI
Entalpia de rede, $\Delta H_{\text{rede}}^\circ / \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$	790	690	700	630
Entalpia de solução, $\Delta H_{\text{sol}}^\circ / \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$	+3	+5	+17	

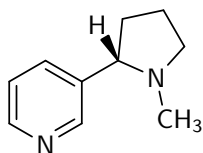
- Determine** a entalpia de solução do iodeto de potássio em  $25^\circ\text{C}$ .
- Explique** por que as entalpias de rede seguem a ordem:  $\text{NaCl} > \text{KCl} > \text{NaI} > \text{KI}$ .

**Questão 25.** Plantas que sobrevivem na água do mar possuem soluções internas que são isotônicas ao ambiente. Um folha de uma certa planta de água do mar sobrevive a  $25^\circ\text{C}$  em uma solução aquosa com ponto de congelamento  $-0,621^\circ\text{C}$ . As soluções têm densidade de  $1\text{ g cm}^{-3}$ . Uma folha dessa planta foi colocada em um recipiente fechado a  $25^\circ\text{C}$  ao lado de uma solução aquosa com temperatura de ebulição  $102^\circ\text{C}$ .

A água tem constante crioscópica da água  $k_c = 1,9\text{ K kg mol}^{-1}$  e constante ebulioscópica  $k_b = 5,1\text{ K kg mol}^{-1}$ .

- Determine** a pressão osmótica da solução na folha da planta.
- Explique** o que acontece com a planta após um longo período de tempo.

**Questão 26.** A nicotina é um composto orgânico da classe dos alcaloides que está presente nos cigarros.



Nicotina

Deseja-se isolar a nicotina de uma solução deste composto em diclorometano contaminada com tolueno. Para isso, dispõe-se de uma solução  $1 \text{ mol L}^{-1}$  de NaOH e de uma solução  $1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  de HCl.

- Apresente** a estrutura do cátion e do dicátion da nicotina que são formados em solução ácida.
- Proponha** um processo de purificação da nicotina utilizando os reagentes a disposição.

**Questão 27.** A energia de ionização do nitrogênio atômico é  $1400 \text{ kJ mol}^{-1}$ , e a do gás nitrogênio é  $1500 \text{ kJ mol}^{-1}$ . A energia de ligação  $\text{N} \equiv \text{N}$  no gás nitrogênio é  $940 \text{ kJ mol}^{-1}$ .

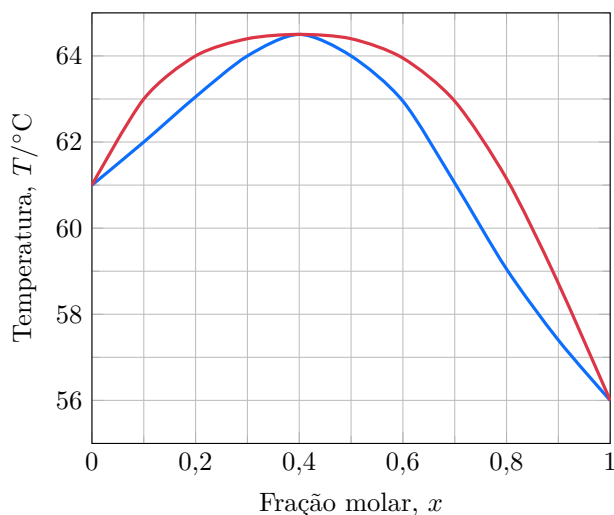
Considere um frasco contendo gás nitrogênio que é irradiado com luz de comprimento de onda  $25 \text{ nm}$ .

- Determine** quais espécies podem ser formadas dentro do frasco.
- Determine** a faixa de comprimentos de onda que levaria apenas à formação de nitrogênio atômico, sem a formação de íons.
- Explique** por que a energia de ionização do gás nitrogênio é maior que a energia de ionização do nitrogênio atômico, enquanto a energia de ionização do gás flúor ( $1520 \text{ kJ mol}^{-1}$ ) é menor que a do flúor atômico ( $1680 \text{ kJ mol}^{-1}$ ).

**Questão 28.** Oxigênio e enxofre formam diversos compostos binários com flúor.

- Apresente** a estrutura molecular do difluoreto de dioxigênio,  $\text{O}_2\text{F}_2$ .
- Explique** porque o comprimento da ligação  $\text{O}-\text{F}$  no difluoreto de dioxigênio ( $160 \text{ pm}$ ) é mais longa do que no difluoreto de oxigênio,  $\text{OF}_2$  ( $140 \text{ pm}$ ).
- Apresente** a estrutura molecular dos isômeros constitucionais do difluoreto de dienosofre,  $\text{S}_2\text{F}_2$ .
- Apresente** a estrutura molecular do tetrafluoreto de dienosofre,  $\text{S}_2\text{F}_4$ .
- Explique** porque o hexafluoreto de enxofre,  $\text{SF}_6$  é mais volátil que o tetrafluoreto de enxofre,  $\text{SF}_4$ .

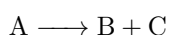
**Questão 29.** A seguir é apresentado o diagrama de fases para a mistura de acetona e clorofórmio em 1 bar.



Considere uma mistura binária líquida equimolar de acetona e clorofórmio, em temperatura ambiente e 1 bar. Quando essa mistura é aquecida, ela entra em ebulição, possibilitando a marcação do ponto  $A$ , que representa o líquido  $\alpha$  em ebulição e o ponto  $B$ , que representa o vapor  $\beta$ , gerado pela vaporização do líquido  $\alpha$ . Considere, agora, que o vapor  $\beta$  seja condensado e em seguida vaporizado, gerando o vapor  $\gamma$ .

- Classifique** o processo de mistura de acetona e clorofórmio como endotérmico ou exotérmico.
- Determine** a composição de  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  e as temperaturas de ebulição dos líquidos  $\alpha$  e  $\gamma$ , em 1 bar.
- Determine** o número de pratos teóricos necessários para se obter uma mistura contendo 90% de acetona a partir do líquido  $\alpha$ .

**Questão 30.** O produto B é obtido pela reação de decomposição:



A unidade industrial para a síntese de B é composta por um reator e uma torre de destilação, que separa o efluente do reator em uma corrente de produto e uma corrente de reciclo. A corrente de produto contém 4% de A em base molar, e a corrente de reciclo contém 84% de A e 16% de B em base molar.

A reação de conversão de A em B no reator tem rendimento de 40%. A corrente de entrada consiste em  $100 \text{ mol min}^{-1}$  de A.

- Determine** a conversão global de A.
- Determine** a pureza do produto.
- Determine** a vazão molar da corrente de reciclo.