CICLO IME 2 - FÍSICA

TURMA IME-ITA

2022

1ª QUESTÃO

Um corpo durante um furacão passa um movimento dado pela seguinte equação horária:

$$x(t) = 4sen(5t) - 3cos(5t) + 12$$
$$y(t) = 7,2cos(5t) - 9,6sen(5t) - 7$$
$$z(t) = -7,8cos(5t) + 10,4sen(5t) + 14$$

Determine:

a) a razão entre as velocidades máxima e mínima atingidas pela partícula;

b) o módulo das acelerações tangencial e centrípeta em um instante qualquer;

c) O raio de curvatura da trajetória em um instante qualquer.

Gabarito

Primeiro, vamos encontrar a velocidade em cada eixo em funçao do tempo. Para isso, basta derivarmos as equações:

$$v_x(t) = 5(4cos(5t) + 3sen(5t))$$

$$v_y(t) = 5(-9,6cos(5t) - 7,2sen(5t))$$

$$v_z(t) = 5(10,4cos(5t) + 7,8sen(5t))$$

Podemos perceber algo interessante em todas as equações, em todas as três os coeficientes de seno e cosseno formam os catetos dos triângulos semelhantes ao pitagórico 3,4,5. Sendo assim, podemos dividir e multiplicar pelo valor da "hipotenusa"de cada equação, de forma a aparecer o seguinte:

$$v_x(t) = 5.5(\frac{4}{5}cos(5t) + \frac{3}{5}sen(5t))$$

$$v_y(t) = -5.12(\frac{9,6}{12}cos(5t) + \frac{7,2}{12}sen(5t))$$

$$v_z(t) = 5.13(\frac{10,4}{13}cos(5t) + \frac{7,8}{13}sen(5t))$$

Sendo assim, ficaremos com o seguinte:

$$v_x(t) = 5.5(\frac{4}{5}cos(5t) + \frac{3}{5}sen(5t))$$

$$v_y(t) = -5.12(\frac{4}{5}cos(5t) + \frac{3}{5}sen(5t))$$

$$v_z(t) = 5.13(\frac{4}{5}cos(5t) + \frac{3}{5}sen(5t))$$

Sabemos que $\frac{4}{5} = sen(53)$ e $\frac{3}{5} = cos(53)$, logo, podemos fazer a seguinte transformação nas equações de velocidade:

$$v_x(t) = 5.5(sen(53)cos(5t) + cos(53)sen(5t))$$

$$v_y(t) = -5.12(sen(53)cos(5t) + cos(53)sen(5t))$$

$$v_z(t) = 5.13(sen(53)cos(5t) + cos(53)sen(5t))$$

Sabendo que $sen(53)cos(5t) + cos(53)sen(5t) = sen(53 + 5t)$, vamos tirar o módulo da velocidade:

$$|v| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

$$|v| = 5\sqrt{(5^2 + 12^2 + 13^2)sen^2(53 + 5t)}$$

$$\boxed{|v| = 5\sqrt{338}.|sen(53 + 5t)|}$$

Para encontrar o módulo da aceleração tangencial nós devemos derivar o módulo da velocidade:

$$|a_{tg}| = \frac{d|v|}{dt}$$

$$|a_{tg}| = 5\sqrt{338}.\frac{sen(53 + 5t)}{|sen(53 + 5t)|}.5cos(53 + 5t)$$

$$\boxed{|a_{tg}| = 25\sqrt{338}.\tfrac{sen(106+10t)}{2|sen(53+5t)|}}$$

Para encontrar o módulo da aceleração centrípeta:

$$|a_{cp}| = \sqrt{|a|^2 - |a_{tg}|^2}$$

Vamos encontrar o vetor aceleração, derivando o vetor velocidade:

$$a_x(t) = 5.5.5cos(53 + 5t)$$

$$a_y(t) = -5.12.5cos(53 + 5t)$$

$$a_z(t) = 5.13.5cos(53 + 5t)$$

Agora, vamos calcular o módulo da velocidade:

$$|a|^2 = 25^2(5^2 + 12^2 + 13^2)cos^2(53 + 5t)$$

E além disso, vamos calcular o quadrado do módulo da aceleração tangencial:

$$|a_{tg}|^2 = 25^2.338.cos^2(53 + 5t)$$

Sendo assim, ao substituirmos na fórmula que relaciona os módulos, encontraremos o seguinte:

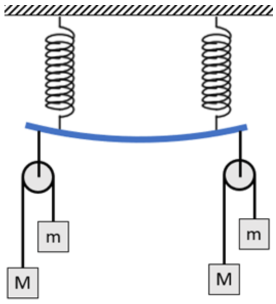
$$\boxed{|a_{cp}| = 0}$$

Sendo assim, como a aceleração centrípeta é nula, podemos afirmar que para qualquer instante t, temos:

$$\boxed{R_c = \infty}$$

2ª QUESTÃO

Como mostra a figura, em um espelho côncavo, que está pendurado no teto por duas molas ideais de constante elástica k, são penduradas duas polias, nas quais, por sua vez, são penduradas por um único fio duas massas m e M.



Determine:

a) para quais valores de M o espelho produz uma imagem real e maior de uma figura colada no teto; e

b) para qual(is) valor(es) de M a imagem possui a metade do tamanho da figura.

Dados:

a) distância entre o vértice do espelho e o teto com as molas relaxadas: d

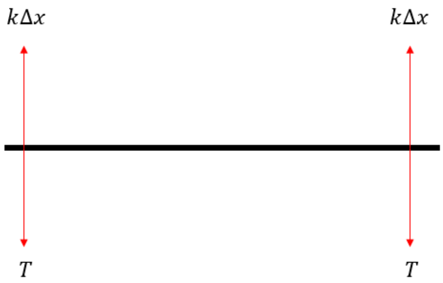
b) distância focal do espelho: $f = 2d$

c) aceleração da gravidade local: g

Gabarito

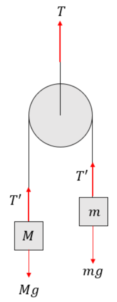
Primeiro vamos entender a questão. Quando alteramos o valor de M, nós alteramos a deformação da mola para manter o espelho em equilíbrio, logo, mudaremos a distância do espelho até a figura colada no teto.

Primeiro, vamos escrever as forças no espelho:



Portanto, para o espelho ficar em equilíbrio, devemos ter $k\Delta x = T$

Agora, vamos analisar o esquema da polia para encontrar a tração T:



Escrevendo a força resultante em M e m:

$$Mg - T' = Ma$$

$$T' - mg = ma$$

Resolvendo esse sistema, encontraremos o seguinte valor para T':

$$T' = \frac{2Mmg}{m+M}$$

Queremos o valor de T, então vamos analisar o equilíbrio na polia:

$$T = 2T'$$

$$T = \frac{4Mmg}{m+M}$$

Sabido o valor de T, conseguimos encontrar a deformação da mola:

$$\Delta x = \frac{4Mmg}{k(m+M)}$$

O comprimento total da mola será a distância do objeto ao espelho, ou seja:

$$d + \Delta x = p$$

Vamos encontrar a relação para que a imagem seja real e maior. Para a imagem ser real, devemos ter $p' > 0$, e para ser maior, devemos ter $p'/p > 1$:

Vamos encontrar p' em função de p pela equação de Gauss:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$$

$$p' = \frac{fp}{p-f}$$

Aplicando, a relação:

$$p'/p = \frac{f}{p-f} > 1$$

$$f > p - f \rightarrow p < 2f$$

Substituindo p:

$$d + \frac{4Mmg}{k(m+M)} < 2f$$

$$\frac{4Mmg}{k(m+M)} < 3d$$

$$\boxed{M < \frac{3dkm}{4mg-3dk}}$$

Para que o tamanho da imagem seja metade do tamanho da figura, temos dois casos:
$\frac{p'}{p} = \frac{1}{2}$ e $\frac{p'}{p} = -\frac{1}{2}$
Primeiro caso: $\frac{f}{p-f} = \frac{1}{2}$

$$p = 3f$$

$$d + \frac{4Mmg}{k(m+M)} = 3.2d$$

$$\boxed{M = \frac{5dkm}{4mg-5dk}}$$

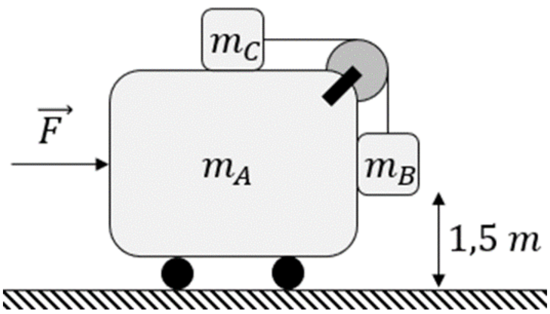
Segundo caso: $\frac{f}{p-f} = -\frac{1}{2}$

$$p = -f$$

Este caso não é possível, pois p é um número positivo, visto que o objeto é real.

3ª QUESTÃO

Um conjunto formado por três blocos com a configuração a seguir é empurrado por uma força $F = 80\ N$. Sabendo que o sistema tinha uma velocidade inicial igual a $10\ m/s$ no mesmo sentido da força F aplicada, e que o coeficiente de atrito cinético entre o bloco maior e os demais é igual a $0,3$, determine a distância percorrida pelo conjunto até o bloco B atingir o chão.



Dados:

a) Massas dos blocos: $m_A = 10\ kg$; $m_B = 2\ kg$ e $m_C = 4\ kg$;

b) Aceleração da gravidade local: $g = 10\ m/s^2$;

c) Tanto a polia quanto os fios são ideais.

Gabarito

Como há uma aceleração entre os blocos, não é possível usar o "blocão", então nos resta apenas analisar cada bloco separadamente.

Forças em C: Seja F_C a força de atrito entre C e A:

$$m_C a_C = T - F_C$$

$$4 \cdot a_C = T - 0,3 \cdot 4 \cdot 10$$

$$4 \cdot a_C = T - 12 \tag{i}$$

Forças em B:
Em x:

$$N_B = m_B a_{Bx} \Rightarrow N_B = 2a_{Bx}$$

Pelo vínculo, ele tem a mesma aceleração de A em x. Logo:

$$N_B = 2a_A \tag{ii}$$

Em y: Seja F_B a força de atrito entre B e A.

$$m_B a_{By} = m_B g - T - F_B$$

Substituindo da equação (ii):

$$2a_{By} = 20 - T - 0,3 \cdot 2a_A$$

$$2a_{By} = 20 - T - 0,6a_A \tag{iii}$$

Forças em A:

$$m_A a_A = F + F_C - N_B - T$$

$$10a_A = 80 + 0,3 \cdot 4 \cdot 10 - N_B - T$$

Substituindo da equação (ii):

$$10a_A = 80 + 12 - 2a_{Bx} - T \tag{iv}$$

Porém, pelos vínculos, temos as seguintes relações:

$$a_{Bx} = a_x \tag{v}$$

e

$$a_{By} = a_C - a_A \tag{vi}$$

Substituindo os dados dos vínculos, temos as seguintes equações:

$$4 \cdot a_C = T - 12 \tag{I}$$

$$2(a_C - a_A) = 20 - T - 0,6a_A \tag{II}$$

$$12a_A = 92 - T \qquad \text{(III)}$$

Resolvendo o sistema formado pelas últimas 3 equações, temos:

$$a_{By} = a_C - a_A < 0$$

Sendo assim, o bloco não desce. Observação: não podemos afirmar sobre o movimento ascendente do bloco B, pois nesse caso, as forças de atrito invertem o sentido.

4ª QUESTÃO

O engenheiro mecânico Gabriel Leonardo recebeu a tarefa de projetar um sistema de armazenamento das vacinas que seriam aplicadas nos militares do IME no posto de vacinação instalado na Praça General Tibúrcio. As vacinas precisavam ser armazenadas a uma temperatura de $2\ °C$ no período de 8 horas em uma geladeira cuja base era quadrada, de lado igual $80\ cm$, e altura de $1,20\ m$. Gabriel Leonardo então conversou com o engenheiro eletricista Lucas de Moura que, ao perceber que o sistema de refrigeração estaria localizado em uma região de alta incidência solar, deu a ideia de alimentar a geladeira através de um painel fotovoltaico de tal forma que no máximo 20% da energia absorvida pelo painel fosse usada para conter o fluxo que atravessa as paredes do refrigerador, que tinham $5\ cm$ de espessura. Ajude o jovem engenheiro a escolher a área do painel mais adequada que atenda à demanda.

Dados:

a) Condutividade térmica das paredes do refrigerador: $0,10\ W/m°C$;

b) Temperatura ambiente local: $26\ °C$;

c) Insolação solar média no local: $5\ kW/m^2$;

d) Tempo de incidência solar no local: 6 horas.

Gabarito

Calcularemos inicialmente o fluxo que escapa das paredes da geladeira devido a diferença de temperatura:

$$\phi = \frac{k \cdot A \cdot \Delta T}{\Delta x}$$

Com A sendo a área total em contato com o meio externo:

$$A = 2(0,8 \cdot 0,8 + 2 \cdot 0,8 \cdot 1,2)$$

$$\phi = \frac{0,10 \cdot 5,12 \cdot 24}{0,05} = 245,76\ W$$

Agora, calcularemos o calor absorvido pelas placas solares e usar 20% dessa energia para reter tal fluxo.

A insolação será calculada pela sua insolação média multiplicada pela área da placa:

$$\phi = 0,2 \cdot (5000 \cdot S)$$

Deveremos nos atentar também ao tempo de funcionamento da placa solar, como há somente 6h de incidência para 8h de armazenamento, as placas devem gerar uma energia "excedente"para compensar o tempo fora de funcionamento.

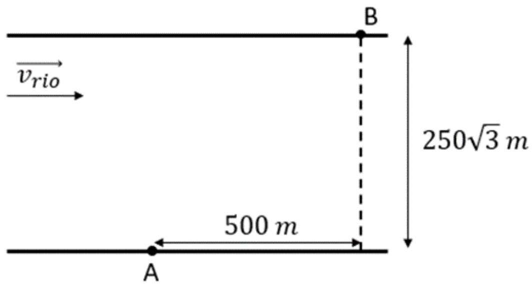
Logo:

$$\frac{6}{8} \cdot 0,2 \cdot (5000 \cdot S) = 245,76\ W$$

$$\boxed{S = 0,33\ m^2}$$

5ª QUESTÃO

Um barco desce um rio de $3\ km$ de comprimento em $5\ min$ e sobe o mesmo pedaço em $10\ min$. Em seguida o barco, com a mesma velocidade, deseja atravessar o rio cujas margens distam $250\sqrt{3}\ m$ uma da outra, em um ponto que fica $500\ m$ rio abaixo, como mostra a figura.



Determine o ângulo que o barco deverá fazer com a margem para que consiga chegar de A até B seguindo em linha reta.

Gabarito

Quando o barco desce o rio, a correnteza está ao seu favor, e quando o mesmo desce o rio, a correnteza atrapalha. Dessa forma, podemos equacionar:

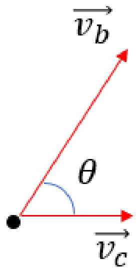
$$v_{barco} + v_{correnteza} = \frac{3000}{5 \cdot 60}$$

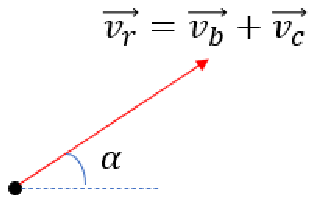
$$v_{barco} - v_{correnteza} = \frac{3000}{10 \cdot 60}$$

Resolvendo o sistema, encontraremos:

$$v_b = 7,5\ m/s v_c = 2,5\ m/s$$

Agora, para atravessar o rio corretamente, o barco deverá estar com uma velocidade que faz um ângulo θ com a horizontal, de forma que sua velocidade resultante (ao somar com a correnteza) será da seguinte forma:





A ideia é analisar cada eixo separadamente, da seguinte forma:

$$v_{rx} = v_{bx} + v_c$$

$$v_{ry} = v_{by}$$

Sendo assim, podemos escrever:

$$v_{rx} = 7,5cos(\theta) + 2,5$$

$$v_{ry} = 7,5sen(\theta)$$

Porém, conseguimos saber a relação entre as velocidades em x e y da velocidade resultante, visto que a velocidade em x tem que percorrer $500m$ de distância enquanto a velocidade em y tem que percorrer $250\sqrt{3}m$:

$$\frac{v_{rx}}{v_{ry}} = \frac{500}{250\sqrt{3}}$$

$$\frac{7,5cos(\theta) + 2,5}{7,5sen(\theta)} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$3\sqrt{3}cos(\theta) + \sqrt{3} = 6sen(\theta)$$

$$12sen^2(\theta) = 9cos^2(\theta) + 6cos(\theta) + 1$$

$$12 - 12cos^2(\theta) = 9cos^2(\theta) + 6cos(\theta) + 1$$

Resolvendo a equação de segundou grau, encontraremos:

$$cos(\theta) = \frac{4\sqrt{15} - 3}{21}$$

Logo:

$$\boxed{\theta = arccos\left(\frac{4\sqrt{15}-3}{21}\right)}$$

6ª QUESTÃO

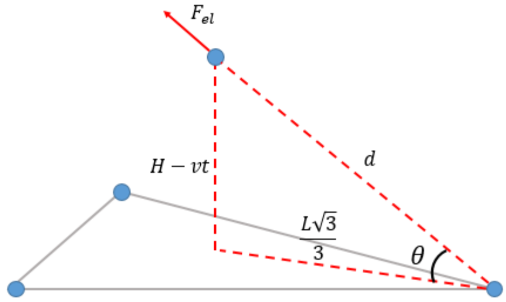
Três corpos carregados com carga $+Q$ são fixados em um plano horizontal formando um triângulo equilátero de lado L. Logo acima deste triângulo, um corpo de carga variável $q(t)$ e massa m é posicionado a uma altura H acima do triângulo de maneira a se mover somente para baixo com uma velocidade constante igual a v no intervalo $t < \frac{H}{v}$. Considerando k_0 a constante eletrostática do meio e g a aceleração da gravidade local, determine:

a) a expressão de $q(t)$ no intervalo pedido.

b) o valor mínimo de $q(t)$, assim como o tempo necessário para a carga atingir esse valor.

Gabarito

Como $t < \frac{H}{v}$, a partícula não ultrapassa o plano dos três corpos carregados. Assim podemos fazer a força resultante sendo a altura da carga igual a $H - v \cdot t$:



$$F_{res} = 3 \cdot F_{el} \cdot sen\theta \ - \ m \cdot g$$

$$F_{res} = 3 \cdot \frac{k_o \cdot Q \cdot q(t)}{\left((H - v \cdot t)^2 + \frac{L^2}{3}\right)^{3/2}} \cdot (H - v \cdot t) \ - \ m \cdot g$$

Mas temos que a velocidade da partícula de carga variável é constante, logo sua aceleração é nula e por consequência $F_{res} = 0$

Igualando a expressão de F_{res} a zero e isolando o valor de $q(t)$ obteremos:

$$\boxed{q(t) = \frac{mg}{3k_oQ(H - vt)} \cdot \left((H - vt)^2 + \frac{L^2}{3}\right)^{3/2}}$$

Para o mínimo desta expressão vamos analisar somente as variáveis, sendo $(H - vt) = x$ e $\frac{L^2}{3} = a$

$$q(t) = \frac{mg}{3k_oQ} \cdot \frac{(x^2 + a)^{3/2}}{x}$$

Montando a derivada da expressão e a igualando à zero teremos o valor de t para $q(t)$ mínimo:

$$\frac{dq(t)}{dx} = 0$$

$$\frac{\frac{3}{2}(x^2 + a)^{1/2} \cdot 2x \cdot x \ - \ (x^2 + a)^{3/2}}{x^2} = 0$$

$$3x^2(x^2 + a)^{1/2} = (x^2 + a)^{3/2}$$

$$x = \sqrt{\frac{a}{2}}$$

$$H - vt = \frac{L}{\sqrt{6}}$$

$$\boxed{t = \frac{H - \frac{L\sqrt{6}}{6}}{v}}$$

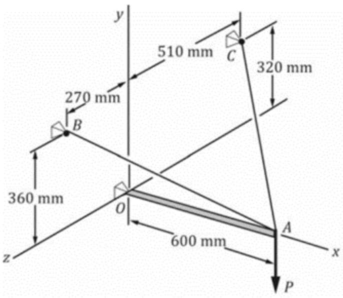
Usando esse valor de t na expressão de $q(t)$ teremos o seu valor mínimo de fato:

$$q(t) = \frac{mg}{3k_oQ\left(H - v \cdot \frac{H - \frac{L\sqrt{6}}{6}}{v}\right)} \cdot \left(\left(H - v \cdot \frac{H - \frac{L\sqrt{6}}{6}}{v}\right)^2 + \frac{L^2}{3}\right)^{3/2}$$

$$\boxed{q(t)_{min} = \frac{mgL^2}{KQ} \cdot \frac{\sqrt{3}}{6}}$$

7ª QUESTÃO

À barra OA é aplicada uma carga P. Sabendo que a tração no cabo AB é de $850\ N$ e que a resultante da carga P e das forças aplicadas pelos cabos em A deve ter a direção de AO, determine a tração no cabo AC e o módulo da carga de P.



Gabarito

Gabarito:

Dando coordenadas para cada ponto:

$A = (600, 0, 0)$ $B = (0, 360, 270)$ $C = (0, 320, -510)$

Vetor unitário na direção AB: $\hat{u}_{\vec{AB}} = \frac{1}{|B-A|}.(-600, 360, 270) = (\frac{-600}{750}, \frac{360}{750}, \frac{270}{750})$

Vetor unitário na direção AC:

$\hat{u}_{\vec{AC}} = \frac{1}{|C-A|}.(-600, 320, -510) = (\frac{-600}{850}, \frac{320}{850}, \frac{-510}{850})$

Fazendo as contas: $\hat{u}_{\vec{AB}} = (-0.8, 0.45, 0.36)$ $\hat{u}_{\vec{AC}} = (-0.7, 0.37, -0.6)$

Equilibrio no ponto A: Eixo X:

$-0.8T_{AB} - 0.7T_{AC} = OA$

Eixo Y:

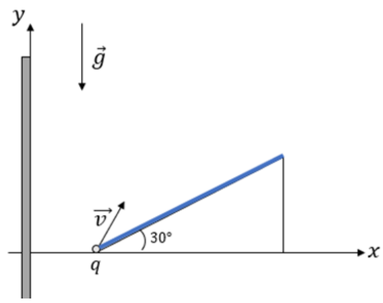
$0.48T_{AB} + 0.37T_{AC} - P = 0$

Eixo Z:

$0.36T_{AB} - 0.6T_{AC} = 0$
Da última equação:
$\boxed{T_{AC} = 510N}$

8ª QUESTÃO

Um corpo eletrizado com uma carga de $6\sqrt{3}\ \mu C$ é lançado da base de um plano inclinado de $30°$, cuja superfície é refletora, com uma velocidade inicial de $20\ m/s$ e ângulo de $60°$. Na região existe um campo gravitacional $g = 10\ m/s^2$ no sentido negativo do eixo y e uma placa infinita que ocupa toda a região $x = 0$ carregada com uma densidade de carga constante igual a $88,5 \cdot 10^{-7}\ C/m^2$.



Determine a distância máxima entre o corpo e sua imagem, assim como as coordenadas da imagem quando essa distância é máxima.

Dados:

a) Constante dielétrica do vácuo: $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}\ C^2/Nm^2$

b) Massa do corpo: $m = 200\ g$

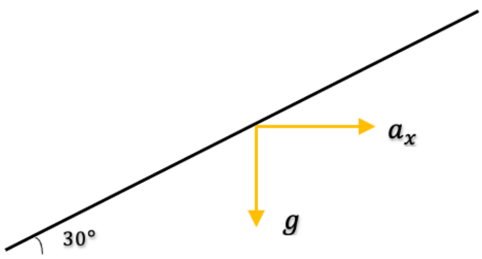
Gabarito

Gabarito:

Primeiro vamos mudar o nosso eixo de referência decompondo o movimento no eixo paralelo (X\') e normal(Y\') ao plano inclinado.

Observe que teremos a aceleração da gravidade ao longo do eixo Y e teremos a aceleração causada pela força elétrica no eixo X

Decompondo as acelerações:



No eixo Y\':

$$a_{y'} = g \cdot cos(30°) + a_x \cdot sen(30°)$$

No eixo X\':

$$a_{x'} = a_x \cdot cos(30°) - g \cdot sen(30°)$$

Encontrando a_x:

$$F_{el} = m \cdot a_x$$

Campo gerado pela placa:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{88,5 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} = 5 \cdot 10^5$$

Calculando a aceleração em x:

$$10^6 \cdot 3\sqrt{3} \cdot 10^{-6} = 0,2 \cdot a_x$$

$$a_x = 15\sqrt{3}\ m/s^2$$

Em y':

$$a_{y'} = 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{15\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{2}\ m/s^2$$

Em x':

$$a_{x'} = 22,5 - 5 = 17,5\ m/s^2$$

$$Vo_{y'} = 20 \cdot sen(30°) = 10\ m/s$$

$$Vo_{x'} = 20 \cdot cos(30°) = 10\sqrt{3}\ m/s$$

Calculando a distância máxima:

$$y = 10t - \frac{25\sqrt{3}}{4} \cdot t^2$$

$$0 = Vo_{y'} - \frac{25\sqrt{3}}{2}t$$

$$t_{subida} = \frac{4}{15} \cdot \sqrt{3}$$

Substituindo:

$$y_{max} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

Logo, a distância entre o corpo e sua imagem é o dobro:

$$\boxed{d_{max} = \frac{8\sqrt{3}}{3}}$$

Obtida a distância máxima, obteremos a posição do corpo ao substituir o instante que o corpo atinge a altura máxima nos MUV\'s em x e y diretamente, obtendo a posição do corpo no referencial xy. Para isso, lembramos que o corpo atingirá a altura máxima exatamente na metade do lançamento:

$$\frac{t_{voo}}{2} = \frac{v_0 \cdot sen(30ž)}{a_{y'}} = \frac{10}{25\sqrt{3}/2} = \frac{4\sqrt{3}}{15}s$$

Montando os MUV\'s em x e y (referenciais originais):

$$x = v_0 \cdot cos(60°)t + \frac{a_x t^2}{2}$$

$$y = v_0 \cdot sen(60°)t - \frac{gt^2}{2}$$

Finalmente, substituindo $t = \frac{4\sqrt{3}}{15}$:

$$x = \frac{20.0,5.4\sqrt{3}}{15} + \frac{15\sqrt{3} \cdot 48}{2 \cdot 225} = \frac{8\sqrt{3}}{3} + \frac{24\sqrt{3}}{15} = \frac{64\sqrt{3}}{15}m$$

$$y = \frac{20 \cdot 0,5\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3}}{15} - \frac{10 \cdot 48}{2 \cdot 225} = 8 - \frac{8}{15} = \frac{112}{15}\ m$$

Logo, considerando que a base do plano inclinado encontra-se na coordenada x_0, teremos que as coordenadas do corpo no instante de distância máxima serão:

$$\boxed{(x, y) = \left(x_0 + \frac{64\sqrt{3}}{15}, \frac{112}{15}\right)\ m}$$

9ª QUESTÃO

Um cilindro possuindo um pistão de massa igual a $20\ kg$ é colocado na vertical. No interior desse cilindro, encontra-se um gás de atomicidade desconhecida e uma mola de constante elástica $400\ N/m$ e dimensões desprezíveis, que liga o fundo do recipiente ao pistão. Inicialmente o pistão estava em equilíbrio com a mola relaxada, mas logo em seguida o recipiente passa a receber uma quantidade $192\ J$ de calor fazendo com que o pistão suba uma altura de $10\ cm$, atingindo uma nova posição de equilíbrio. Determine se o gás é monoatômico, diatômico ou poliatômico.

Dados:

a) Volume inicial do cilindro: $800\ cm^3$

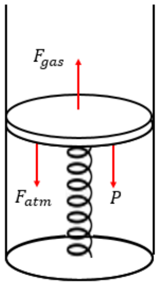
b) Área transversal do pistão: $20\ cm^2$

c) Pressão atmosférica: $1 \cdot 10^5\ Pa$

d) Aceleração da gravidade: $10\ m/s^2$

Gabarito

Analisando o equilíbrio do pistão inicialmente:



$$F_{atm} + Peso = F_0$$

$$10^5 \cdot 20 \cdot 10^{-4} + 200 = F_0$$

$$P_0 = \frac{F_0}{A} = \frac{400}{20 \cdot 10^{-4}} = 2 \cdot 10^5$$

Após receber 192J de calor:

$$\Delta U = 192 - W$$

Calculando o trabalho realizado pelo gás:

$$W_{atm} + \Delta Eg_{pistao} + \Delta E_{mola} = W_{gas}$$

$$10^5 \cdot 10^{-1} \cdot 20 \cdot 10^{-4} + 200.10^{-1} + \frac{400 \cdot 10^{-2}}{2} = W_{gas}$$

$$W_{gas} = 42J$$

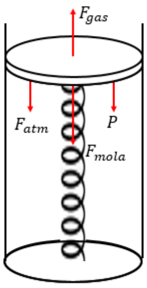
$$\Delta U = 150J$$

Sabemos que o ΔU também é escrito da seguinte forma:

$$\Delta U = n \cdot c_v \cdot \Delta T = \frac{f}{2} \cdot \Delta(PV)$$

$$\Delta(PV) = P_f \cdot V_f - P_0 \cdot V_0$$

Pressão final:



$$F_{atm} + Peso + F_{mola} = F_f$$

$$10^5 \cdot 20 \cdot 10^{-4} + 200 + 400 \cdot 10 \cdot 10^{-2} = F_f$$

$$P_f = \frac{440}{20.10^{-4}} = 2,2.10^5$$

$$Vf = 800 + 10 \cdot 20 = 1000\ cm^3$$

$$\Delta(PV) = 2,2 \cdot 10^5 \cdot 1000 \cdot 10^{-6} - 2 \cdot 10^5 \cdot 800 \cdot 10^{-6} = 60$$

Temos então:

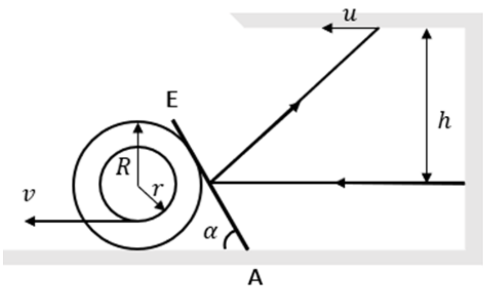
$$150 = \frac{f}{2} \cdot 60$$

$$\boxed{f = 5}$$

Logo, o gás é diatômico.

10ª QUESTÃO

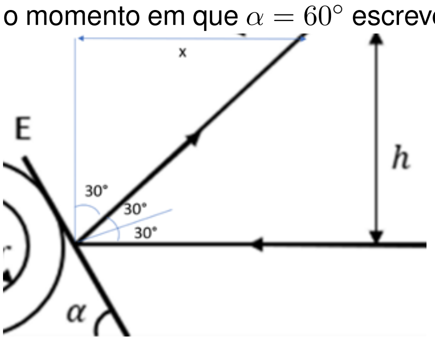
No arranjo esquematizado, B é uma pequena fonte de laser que projeta um feixe sobre o espelho plano E, projetando um ponto luminoso no teto. O carretel, de raios interno r e externo R, é puxado com velocidade de módulo v através de um cordão nele enrolado. À medida que o cordão é puxado, o espelho articulado em A, e apenas encostado no carretel, gira, fazendo o ponto luminoso na parede mover-se com velocidade de módulo u.



Para $\alpha = 60°$, quanto valerá u?

Gabarito

Para o momento em que $\alpha = 60°$ escreveremos o deslocamento em u em função dos demais parâmetros:



$$x = H \cdot tan\left(2\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$$

Sendo a velocidade u tal que $u = \frac{dx}{dt}$\:

$$u = H \cdot sec^2\left(2\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cdot (-2\omega)$$

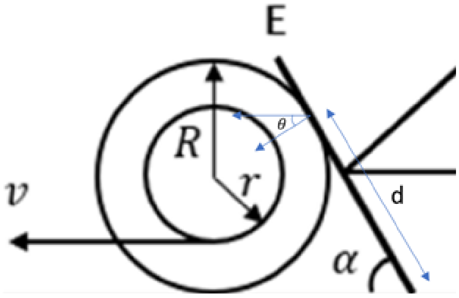
Definiremos agora, portanto a velocidade angular do espelho em função da velocidade v que o carretel é puxado.

Como a velocidade do fio citado é igual a v, teremos que nesse ponto: $v_{translação} - v_{rotação} = v$

$$v = \omega(R - r)$$

$$\omega = \frac{v}{R - r}$$

Agora analisamos o ponto de toque entre o carretel e o espelho para escrever assim o ω do espelho.



$$\omega R \cdot cos\theta = \omega_{espelho} \cdot d$$

sendo $d = R \cdot sen(\frac{\alpha}{2})$ e $\theta = 90° - \alpha$

$$\frac{v}{R - r} \cdot Rsen\alpha = \omega_{esp} \cdot Rcot\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\omega_{esp} = \frac{v \cdot sen\alpha}{(R - r)cot(\frac{\alpha}{2})}$$

Finalmente retornando ao valor de u:

$$u = H \cdot sec^2\left(2\alpha - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \left(-2 \cdot \frac{v \cdot sen\alpha}{(R - r)cot(\frac{\alpha}{2})}\right)$$

$$\boxed{u = -\frac{8}{3} \cdot \frac{vH}{(R - r)}}$$