



CICLO DIAGNÓSTICO - MATEMÁTICA

TURMA IME-ITA

2022



1ª QUESTÃO

Valor: 2,00

Sejam $P(n)$ e $S(n)$ o produto e a soma, respectivamente, dos dígitos do número inteiro n . Por exemplo, $P(23) = 6$ e $S(23) = 5$.

Suponha que N seja um número de dois dígitos tal que $N = P(N) + S(N)$.

Determine todos os possíveis valores de N de acordo com as condições enunciadas.

2ª QUESTÃO

Valor: 2,00

Seja o sistema:

$$\begin{cases} ax + by = 3 \\ ax^2 + by^2 = 7 \\ ax^3 + by^3 = 16 \\ ax^4 + by^4 = 42 \end{cases}$$

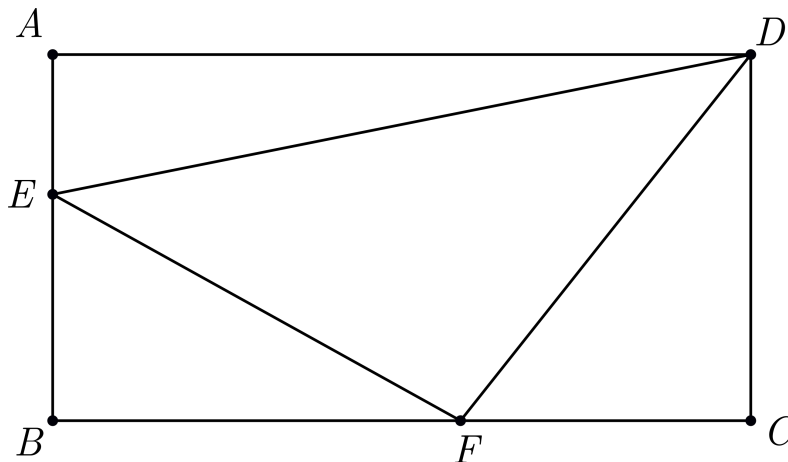
Calcule o valor numérico de

a) $a + b$

b) $ax^5 + by^5$

3ª QUESTÃO**Valor: 2,00**

No retângulo $ABCD$ abaixo, os triângulos ADE , BEF e CDF possuem áreas iguais, e a medida do segmento CF é de 2 unidades.



Determine a medida do segmento BF .

4ª QUESTÃO**Valor: 2,00**

Sejam os inteiros positivos n e k tais que $n \geq 2$ e $1 \leq k \leq n$. Dessa forma, definimos o polinômio P de grau $n - 1$ por:

$$P(x) = \frac{(x+1)(x+2)\dots(x+n)}{(x+k)}$$

- Determine o polinômio correspondente a $n = 5$ e $k = 3$.
- Construa todos os possíveis polinômios tais que $n = 4$.
- Certo polinômio possui o coeficiente de x^{n-2} igual a 67, determine os valores de n e k para tal polinômio.
- Calcule a soma de todos os coeficientes de todos os possíveis polinômios de grau 5.
- Para um polinômio de grau n , determine a expressão do menor coeficiente possível de x^{n-3} .

5ª QUESTÃO**Valor: 2,00**

Na escola de Carlos, um conceito A vale 4 pontos, um B vale 3 pontos, um C vale 2 pontos e um D vale apenas 1 ponto. Sua média final nos quatro cursos que ele está matriculado é calculada como a soma total de pontos dividida por 4. Ele tem certeza de que obterá A's em Matemática e em Ciências, e pelo menos um C em Inglês e História. Ele acha que tem uma chance de $\frac{1}{6}$ de obter um A em Inglês e uma chance de $\frac{1}{4}$ de obter um B. Em História, ele tem $\frac{1}{4}$ de chance de conseguir um A e $\frac{1}{3}$ de chance de obter um B, independentemente do que ele recebe em Inglês.

Dessa forma, responda:

- Qual a probabilidade de Carlos obter média final igual a 4?
- Se para ser aprovado a média final deve ser de ao menos 3,5, qual a probabilidade de Carlos obter aprovação?