CICLO IME 2 - OBJETIVO

TURMA IME-ITA

2022

MATEMÁTICA

1ª QUESTÃO

Para $-1 < r < 1$, seja $S(r)$ a soma representada por:

$$12 + 12r + 12r^2 + 12r^3 + \ldots$$

Seja a entre -1 e 1 tal que $S(a)S(-a) = 2016$. Determine o valor de: $S(a) + S(-a)$.

A ( ) 225 **B** ( ) 144 **C** ( ) 330 **D** ( ) 336 **E** ( ) 240

Gabarito: D

Apicando a fórmula da PG infinita, obtemos: $S(x) = \dfrac{12}{1-x}$. Portanto:

$$S(a)S(-a) = \frac{144}{1-a^2} = 2016 \rightarrow 1 - a^2 = \frac{144}{2016}$$

. Dessa forma:

$$S(a) + S(-a) = \frac{12}{1-a} + \frac{12}{1+a} = \frac{24}{1-a^2} = \frac{24}{\frac{144}{2016}} = \frac{2016}{6} = \boxed{336}$$

.

2ª QUESTÃO

Uma urna contém 4 bolas verdes e 6 bolas azuis. Uma segunda urna contém 16 bolas verdes e N bolas azuis. Uma bola é retirada aleatoriamente de cada urna. Sabendo-se que a probabilidade de ambas serem da mesma cor é de $0,58$, calcule o valor de N.

A ( ) 100 **B** ( ) 144 **C** ( ) 230 **D** ( ) 256 **E** ( ) 81

Gabarito: B

De acordo com o enunciado:

$$\frac{4}{10} \cdot \frac{16}{16+N} + \frac{6}{10} \cdot \frac{N}{16+N} = \frac{29}{50}.$$

. Logo: $\boxed{N = 144}$.

3ª QUESTÃO

Seja m a maior solução real da equação:

$$\frac{3}{x-3}+\frac{5}{x-5}+\frac{17}{x-17}+\frac{19}{x-19}=x^2-11x-4.$$

Sabendo que existem inteiros positivos a, b e c tais que $m=a+\sqrt{b+\sqrt{c}}$, calcule: $a+b+c$.

A ( ) 260 **B** ( ) 261 **C** ( ) 262 **D** ( ) 263 **E** ( ) 264

Gabarito: D

Considere a equação:

$$\frac{3}{x-3}+\frac{5}{x-5}+\frac{17}{x-17}+\frac{19}{x-19}=x^2-11x-4.$$

Ao somar e subtrair 1 de cada fração:

$$\frac{x}{x-3}+\frac{x}{x-5}+\frac{x}{x-17}+\frac{x}{x-19}=x^2-11x.$$

Dividindo por x:

$$\frac{1}{x-3}+\frac{1}{x-5}+\frac{1}{x-17}+\frac{1}{x-19}=x-11.$$

Reagrupando as parcelas e efetuando os MMCs:

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{x-3}+\frac{1}{x-19}\right)+\left(\frac{1}{x-5}+\frac{1}{x-17}\right)&=x-11\\ \frac{2(x-11)}{(x-3)(x-19)}+\frac{2(x-11)}{(x-5)(x-17)}&=x-11\\ \frac{2}{x^2-22x+57}+\frac{2}{x^2-22x+85}&=1.\end{aligned}$$

Substituindo $y=x^2-22x+71$:

$$\begin{aligned}\frac{2}{y-14}+\frac{2}{y+14}&=1\\ \frac{4y}{y^2-196}&=1\\ y^2-4y-196&=0\\ y&=2+\sqrt{200}.\end{aligned}$$

Retornando com a incógnita original:

$$\begin{aligned}x^2-22x+71&=2+\sqrt{200}\\ x^2-22x+69-\sqrt{200}&=0\\ x&=11+\sqrt{52+\sqrt{200}}.\end{aligned}$$

Finalmente: $a+b+c=11+52+200=\boxed{263}$.

4ª QUESTÃO

A raiz real da equação $8x^3 - 3x^2 - 3x - 1 = 0$ pode ser escrita da forma $\frac{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}+1}{c}$, com a, b e c inteiros positivos. Calcule $a+b+c$.

A ( ) 91 **B** ( ) 90 **C** ( ) 97 **D** ( ) 100 **E** ( ) 98

Gabarito: E

Ao fatorar a expressão dada, obtemos: $9x^3 = (x+1)^3$. Dessa forma:

$$\sqrt[3]{9}x = x+1$$

$$x = \frac{1}{\sqrt[3]{9}-1} = \frac{\sqrt[3]{81}+\sqrt[3]{9}+1}{8}.$$

Logo: $a+b+c = \boxed{98}$.

5ª QUESTÃO

Considere A, B e C ângulos agudos de um triângulo $\triangle ABC$ tais que:

$$\cos^2 A + \cos^2 B + 2\sin A \sin B \cos C = \frac{15}{8} \text{ e}$$

$$\cos^2 B + \cos^2 C + 2\sin B \sin C \cos A = \frac{14}{9}.$$

Sabendo que existem inteiros positivos p, q, r e s tais que:

$$\cos^2 C + \cos^2 A + 2\sin C \sin A \cos B = \frac{p - q\sqrt{r}}{s},$$

calcule: $p+q+r+s$.

A ( ) 265 **B** ( ) 302 **C** ( ) 222 **D** ( ) 111 **E** ( ) 150

Gabarito: C

Sabendo que $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos B$ e que $a = 2R\sin A$, $b = 2R\sin B$ e $c = 2R\sin C$, obtemos:

$$\sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C - 2\sin B \sin C \cos A.$$

Utilizando a relação fundamental da trigonometria nas igualdades dadas no enunciado e a relação demonstrada acima, obtemos:

$$\sin^2 A = \frac{4}{9} \text{ e } \cos^2 A = \frac{5}{9}$$

$$\sin^2 C = \frac{1}{8} \text{ e } \cos^2 C = \frac{7}{8}.$$

Logo:

$$\cos B = \cos(\pi - (A+C)) = -\cos(A+C)$$

$$\cos B = \sin A \sin C - \cos A \cos C = \frac{2-\sqrt{35}}{6\sqrt{2}}.$$

Finalmente:

$$\cos^2 C + \cos^2 A + 2\sin C \sin A \cos B =$$

$$= \frac{7}{8} + \frac{5}{9} + 2.\frac{2}{3}.\frac{1}{2\sqrt{2}}.\frac{2-\sqrt{35}}{6\sqrt{2}} = \frac{111-4\sqrt{35}}{72}.$$

Portanto: $p + q + r + s = 111 + 4 + 35 + 72 = \boxed{222}$.

6ª QUESTÃO

Quantos inteiros positivos de dois dígitos são divisores de: $2^{24} - 1$?

A ( ) 12 **B** ( ) 11 **C** ( ) 10 **D** ( ) 9 **E** ( ) 8

Gabarito: A

Temos que:

$$2^{24} - 1 = (2^{12}+1)(2^{12}-1) =$$
$$= (2^{12}+1)(2^6+1)(2^6-1) =$$
$$= (4097)(65)(63) =$$
$$= (241)(17)(5)(13)(7)(3)(3).$$

Logo, os possíveis dividores de dois dígitos são: $13, 17, 17.3, 17.5, 13.3, 13.5, 13.7, 5.7, 5.3, 5.3.3, 7.3$ e $7.3.3$. Há, portanto, $\boxed{12}$ possibilidades.

7ª QUESTÃO

Para um número real x, seja **[**x**]** o maior inteiro que não supera x. Dessa forma, diga quais dos ítens são verdadeiros:

1. **[**$x+1$**]** $=$ **[**x**]** $+1$ para todo x.
2. **[**$x+y$**]** $=$ **[**x**]** $+$ **[**y**]** para todo x e y.
3. **[**xy**]** $=$ **[**x**][**y**]** para todo x e y.

Assinale a alternativa com os itens verdadeiros.

A ( ) Nenhum. **B** ( ) **1** apenas. **C** ( ) **1** e **2**.

D ( ) **3** apenas. **E** ( ) Todos.

Gabarito: B

Definindo $x = x_0 + a$, com x_0 sendo a parte inteira e a a parte fracionária, temos que:

1 - Verdadeiro. $[x+1] = [x_0 + a + 1] = [x_0 + 1 + a] = x_0 + 1 = [x] + 1$ 2 - Falso. Tome como contraexemplo: $x = 4,6$ e $y = 3,8$. 3 - Falso. Tome como contraexemplo: $x = 0,5$ e $y = 2$.

8ª QUESTÃO

Considere a sequência:

$$a_1, a_2, a_3, \ldots$$

formada por números reais positivos. Se vale a relação $a_{n+2} = a_n a_{n+1}$, sendo n um natural não nulo, então a sequência:

$$a_1, a_2, a_3, \ldots$$

será uma progressão geométrica:

A ( ) para todo valor positivo de a_1 e de a_2.

B ( ) se e somente se $a_1 = a_2$.

C ( ) se e somente se $a_1 = 1$.

D ( ) se e somente se $a_2 = 1$.

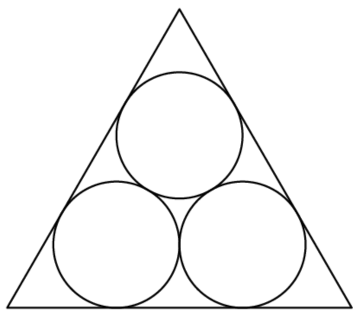
E ( ) se e somente se $a_1 = a_2 = 1$.

Gabarito: E

Sendo a sequência uma PG: $\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2}$. Utilizando a relação dada: $\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_1 a_2}{a_2} = a_1 \rightarrow a_1^2 = a_2$. Procedendo de modo análogo, obtemos: $a_3 = a_1^3$ e $a_4 = a_1 a_2^2 = a_1^5$. Logo: $a_1 = a_1^2$ e $\boxed{a_1 = a_2 = 1}$.

9ª QUESTÃO

Considere a figura abaixo em que os círculos inscritos no triângulo são dois a dois tangentes e possuem raio medindo 3.



Qual o perímetro do triângulo?

A ( ) $36 + 9\sqrt{2}$

B ( ) $36 + 6\sqrt{3}$

C ( ) $36 + 9\sqrt{3}$

D ( ) $18 + 18\sqrt{3}$

E ( ) 45

Gabarito: D

Observando que a altura do triângulo equilátero é dada por:

$$\frac{l\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} + 9$$

. Logo: $\boxed{2p = 3l = 18\sqrt{3} + 18}$.

10ª QUESTÃO

Para quantos valores de a as equações abaixo possuem uma solução real comum:

$$x^2 + ax + 1 = 0 \text{ e}$$
$$x^2 - x - a = 0\ ?$$

A ( ) 0 **B** ( ) 1 **C** ( ) 2

D ( ) 3 **E** ( ) Infinitos.

Gabarito: B

Seja n a raiz comum, dessa forma podemos escrever que: $x^2 + ax + 1 = (x - n)(x - \frac{1}{n})$ e $x^2 - x - a = (x - n)(x + n - 1)$. Portanto: $a = -n - \frac{1}{n}$ e $-a = -n(n - 1)$. Logo:

$$0 = -n^2 - \frac{1}{n} \to n^3 = -1 \to n = -1.$$

Dessa forma: $\boxed{a = 2}$.

11ª QUESTÃO

Para quais valores reais e não nulos de x a expressão

$$\frac{|x - |x||}{x}$$

representa um inteiro positivo?

A ( ) Para todo x real negativo. **B** ( ) Para todo x real positivo.

C ( ) Para x inteiro par. **D** ( ) Para todo x real e não nulo.

E ( ) Para nenhum x real e não nulo.

Gabarito: E

Se x for positivo, a expressão é claramente nula. Por outro lado, sendo x negativo: $\frac{|x-|x||}{x} = \frac{|2x|}{x} = -2$. Logo, $\boxed{\text{nenhum}}$ valor real e não nulo de x satisfaz.

12ª QUESTÃO

Calcule:

$$x = \cos 36° - \cos 72°.$$

A ( ) $\frac{1}{3}$ **B** ( ) $\frac{1}{2}$ **C** ( ) $3 - \sqrt{6}$ **D** ( ) $2\sqrt{3} - 3$ **E** ( ) $\sqrt{3}$

Gabarito: B

Sabendo que $\cos(36°) = \frac{\sqrt{5}}{4} + \frac{1}{4}$ e $\cos(72°) = \frac{\sqrt{5}}{4} - \frac{1}{4}$, tem-se $x = \frac{1}{2}$.

Uma solução alternativa pode ser obtida por meio de:

$$\cos 36 = 1 - 2\cos^2 72$$
$$\cos 72 = 2\cos^2 36 - 1.$$

Logo: $\cos 36 + \cos 72 = 2(\cos 36 + \cos 72)(\cos 36 - \cos 72)$. Uma vez que $\cos 36 \neq -\cos 72$, tem-se: $\cos 36 - \cos 72 = \boxed{\frac{1}{2}}$.

13ª QUESTÃO

Se x é um número real, então o sistema:

$$nx + y = 1$$
$$ny + z = 1$$
$$x + nz = 1$$

não possui solução se e somente se n é igual a:

A ( ) -1 **B** ( ) 0 **C** ( ) 1 **D** ( ) 0 ou 1 **E** ( ) $\frac{1}{2}$

Gabarito: A

Somando as três equações, obtemos: $(n+1)(x+y+z) = 3$. Portanto, para $\boxed{n = -1}$ tem-se $0 = 3$.

14ª QUESTÃO

Se θ é um ângulo agudo tal que:

$$\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \sqrt{\frac{x-1}{2x}},$$

então $\tan\theta$ é igual a:

A ( ) x **B** ( ) $\frac{1}{x}$ **C** ( ) $\sqrt{x^2-1}$

D ( ) $\frac{\sqrt{x-1}}{x+1}$ **E** ( ) $\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$

Gabarito: C

Usando a fórmula do arco metade: $\sin\frac{1}{2}\theta = \sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}} \implies \sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}} = \sqrt{\frac{x-1}{2x}} \implies 1 - \cos\theta = \frac{x-1}{x}$ $\implies \cos\theta = \frac{1}{x} \implies \cos^2\theta = \frac{1}{x^2}$. Pela relação fundamental: $\sin^2\theta = \frac{x^2-1}{x^2}$. Logo:

$$\tan^2\theta = \frac{\frac{x^2-1}{x^2}}{\frac{1}{x^2}} \to \boxed{\tan\theta = \sqrt{x^2-1}}.$$

15ª QUESTÃO

Para n e a inteiros positivos, definimos $n_a!$ por:

$$n_a! = n(n-a)(n-2a)(n-3a)...(n-ka),$$

onde k é o maior inteiro tal que $n > ka$. Dessa forma, calcule o valor de: $72_8!/18_2!$.

A ( ) 4^5 **B** ( ) 4^6 **C** ( ) 4^8 **D** ( ) 4^9 **E** ( ) 4^{12}

Gabarito: D

De acordo com a definição dada:

$$\frac{(72)(64)(56)(48)(40)(32)(24)(16)(8)}{(18)(16)(14)(12)(10)(8)(6)(4)(2)} = 2^{18} = 4^9.$$

FÍSICA

16ª QUESTÃO

Uma bola de vidro, cujo coeficiente de dilatação cúbica é β, é pesado 3 vezes: a primeira no ar, a segunda em um líquido cuja temperatura é T_1 e a terceira no mesmo líquido, mas à temperatura T_2. O resultado das pesagens obtidos foram, respectivamente, P, P_1 e P_2. Determine o coeficiente de dilatação cúbica do líquido. Despreze o empuxo do ar.

A ( ) $\dfrac{P_2 + P_1 + (P + P_1)\,\beta\,(T_2 - T_1)}{(P - P_2)\,(T_2 - T_1)}$

B ( ) $\dfrac{P_2 - P_1 + (P - P_1)\,\beta\,(T_2 - T_1)}{(P - P_2)\,(T_2 - T_1)}$

C ( ) $\dfrac{P_2 - P_1 - (P - P_1)\,\beta\,(T_2 - T_1)}{(P - P_1)\,(T_2 - T_1)}$

D ( ) $\dfrac{P_2 + P_1 + (P_2 + P)\,\beta\,(T_2 - T_1)}{(P - P_1)\,(T_2 - T_1)}$

E ( ) $\dfrac{P_2 - P_1 + (P - P_2)\,\beta\,(T_2 - T_1)}{(P - P_2)\,(T_2 - T_1)}$

Gabarito: B

Primeira medida: P Segunda medida: P_1 Terceira medida: P_2

Da segunda para a terceira tivemos uma variação de temperatura:

$P - \rho_{lo}.V_o.g = P_1 \quad (i)$

$P - \rho_l.V.g = P_2 \rightarrow P - \frac{\rho_{lo}}{(1+\gamma\Delta T)}.V_o(1 + T).g = P_2(ii)$

Subtraindo $(i) - (ii)$:

$P_1 - P_2 = \frac{\rho_{lo}.V_o.g.(1+\beta T)}{(1+T)} -_{lo} .V_o.g$

$\rho_{lo}.V_o.g = \frac{(P_1-P_2)}{\frac{(1+\beta T)}{(1+T)}-1} = \frac{(P_1-P_2)(1+T)}{(-)T)}$

Voltando em (i):

$P - \frac{(P_1-P_2\ )(1+\gamma\Delta T)}{(\beta-\gamma)T} = P_1$

$P\Delta T - P\Delta T - P_1 - P_1\Delta T + P_2 + P_2\Delta T = P_1\Delta T - P_1\Delta T$

Isolando γ:

$\gamma = \frac{P_1-P_2+(T_2-T_1\ )(P-P_1\ )\ \beta}{(T_2-T_1\ )(P-P_2)}$

17ª QUESTÃO

Um corpo em movimento circular, partindo do repouso, tem aceleração tangencial constante, de modo que, em um dado instante T, o ângulo entre o vetor aceleração e a direção ao longo do raio é de $30°$. Determine o valor da aceleração angular desse corpo no instante T.

A ( ) $\dfrac{1}{\sqrt{T}}$ **B** ( ) $\dfrac{1}{T^2}$ **C** ( ) $\dfrac{\sqrt{3}}{3T^2}$ **D** ( ) $\dfrac{\sqrt{3}}{T^2}$ **E** ( ) T^2

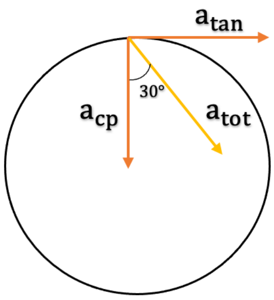
Gabarito: D

A aceleração resultante de um movimento circular é dada por:

$\vec{a_{tot}} = \vec{a_{cp}} + \vec{a_{tan}}$

Em módulo:

$(a_{tot})^2 = (a_{cp})^2 + (a_{tan})^2$



$\tan 30 = \frac{a_{tan}}{a_{cp}} (i)$
$a_{cp} = \omega^2 R$
$\omega = \alpha t$
$a_{tan} = \alpha R$
Substituindo em (i):
$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\alpha R}{\alpha^2 T^2 R}$
$\alpha = \frac{\sqrt{3}}{T^2}$

18ª QUESTÃO

Um objeto foi lançado do solo com velocidade inicial $\vec{v} = (v_x,\ v_y)$. Sabendo que no local do lançamento a gravidade possui valor constante igual a g, o raio de curvatura da trajetória do objeto em um instante t qualquer é dado por:

A ( ) $R = \dfrac{({v_x}^2 + {v_y}^2 - 2v_y gt + g^2t^2)^{\frac{3}{2}}}{gv_y}$

B ( ) $R = \dfrac{({v_x}^2 + {v_y}^2 - 2v_x gt + g^2t^2)^{\frac{3}{2}}}{gv_x}$

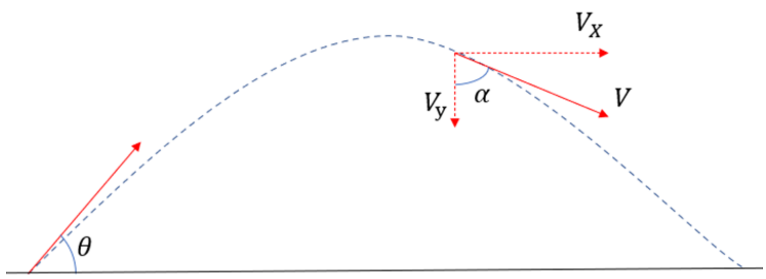
C ( ) $R = \dfrac{({v_x}^2 + {v_y}^2 - 2v_y gt + g^2t^2)^{\frac{3}{2}}}{2gv_x}$

D ( ) $R = \dfrac{({v_x}^2 + {v_y}^2 - 2v_x gt + g^2t^2)^{\frac{3}{2}}}{gv_y}$

E ( ) $R = \dfrac{({v_x}^2 + {v_y}^2 - 2v_y gt + g^2t^2)^{\frac{3}{2}}}{gv_x}$

Gabarito: E

Vamos calcular um ângulo α para um ponto genérico do lançamento:

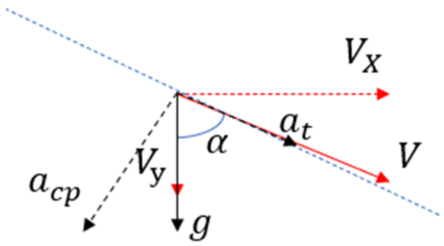


$$tg\alpha = \frac{V_x}{V_y} = \frac{v_x}{(v_y - gt)}$$

$$sen\alpha = \frac{V_x}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}} = \frac{v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 - 2v_y gt + g^2t^2}}$$

Podemos olhar para aceleração centrípeta para descobrirmos o raio da trajetória, que é a decomposição da aceleração na perpendicular a trajetória:

$$a_{cp} = \frac{V^2}{R}$$



Nesse caso: $gsen\alpha = a_{cp}$

$$gsen\alpha = \frac{V^2}{R} \to R = \frac{V^2}{gsen\alpha}$$

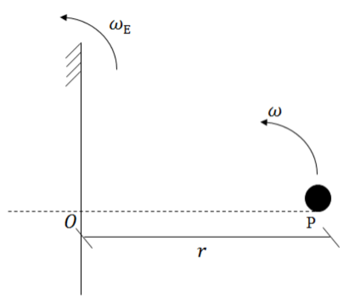
$$R = \frac{V^2\sqrt{V_0^2 - 2V_0 sen\theta gt + g^2t^2}}{gV_0 cos\theta}; onde\ V^2 = V_x^2 + V_y^2$$

Resposta:

$$\boxed{R = \frac{\sqrt{(v_x^2+v_y^2-2v_y gt+g^2t^2)^3}}{gv_x}}$$

19ª QUESTÃO

Num instante inicial, um espelho começa a girar em torno do ponto O, com velocidade angular constante. Simultaneamente, o objeto inicia um movimento circular em torno do ponto O.



Considere que o objeto não atinge o espelho no intervalo estudado. A trajetória que a imagem do objeto puntiforme percorre um(a):

A ( ) circunferência com velocidade angular ω_E.

B ( ) circunferência com velocidade angular $\omega_E - \omega$.

C ( ) circunferência com velocidade angular $2\omega_E - \omega$.

D ( ) elipse.

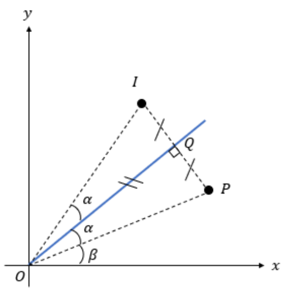
E ( ) reta

Dados

- $\omega_E > \omega$
- Velocidade angular do espelho ω_E
- Velocidade angular do objeto ω

Gabarito: C

Ilustrando o movimento após um t:



Temos que $IQ = QP$, OQ é um lado comum aos triângulos ΔOIQ e ΔOPQ e além disso, $O\widehat{Q}P = O\widehat{Q}I = 90°$.

Observe então que o triângulo ΔOIQ é sempre congruente ao ΔOPQ. Logo, OI possui o mesmo tamanho de OQ, que é sempre igual ao raio da circunferência. Assim, a imagem do objeto também percorre uma $\boxed{\text{circunferência}}$.

O ângulo percorrido pela imagem nesse t pode ser calculado da seguinte forma:

$$\alpha = (\omega_E - \omega)t \text{ e } \beta = \omega t$$

Logo, o ângulo que OI faz com o eixo x vale:

$$\omega_I t = 2(\omega_E - \omega)t + \omega t = (2\omega_E - \omega)t$$

Portanto,

$$\boxed{\omega_I = 2\omega_E - \omega}$$

20ª QUESTÃO

Uma experiência é montada para descobrir o calor específico sensível de um metal desconhecido em fase sólida. Para isso foi utilizado um calorímetro de equivalente em água igual a $200\ g$. Dentro do calorímetro, que se encontra a $10\ °C$, foram colocados cubos de gelo a $\breve{}20\ °C$, totalizando uma massa de $100\ g$. Após algum tempo, foi introduzida no calorímetro uma amostra de $200\ g$ de metal a $800\ °C$. Sabendo que o sistema perde 10% do calor que o metal cederia ao sistema se não houvesse dissipação e que no final do experimento a temperatura de equilíbrio é $80\ °C$, podemos afirmar que o calor específico do metal vale, em $cal/g°C$:

A ( ) 0,11 **B** ( ) 0,14 **C** ( ) 0,24 **D** ( ) 0,32 **E** ( ) 0,42

Dados

- Calor de fusão do gelo $L = 80\ cal/g$
- Calor específico da água $c_{\text{água}} = 1,0\ cal/g°C$
- Calor específico do gelo $c_{\text{gelo}} = 0,5\ cal/g°C$

Gabarito: C

Fazemos uso da lei zero da termodinâmica, começando pelas fontes que absorvem calor do sistema: \ Cubos de gelo: Para ir à 0℃: $Q = \ 100 \cdot (0,5) \cdot (0-(-20))$ Para derreter: $Q = 100 \cdot 80$ \ Calorímetro: Para ir à 80℃: $Q = 200 \cdot 1 \cdot (80-10)$ \ Água (gelo) : Para ir a 80℃: $Q = 100 \cdot 1 \cdot (80-0)$

Agora fazemos para a única fonte que cede calor ao sistema: \ Metal: Para ir à 80℃: $200 \cdot c \cdot (800-80)$ \ Finalmente, igualando os calores (lembrando que somente 90% do calor cedido pelo metal é absorvido pelo sistema):

$$1000 + 8000 + 14000 + 8000 = (0,9) \cdot 200 \cdot c \cdot 720$$

$$\boxed{\text{c = 0,24}}$$

21ª QUESTÃO

Duas partículas A e B eletricamente carregadas com carga $+Q$ estão presas a carrinhos que percorrem duas trajetórias no plano cartesiano descritas pelas equações:

$$x_A(t) = t^2 2t + 6$$
$$y_A(t) = t - 6$$
$$x_B(t) = t^2 + t - 2$$
$$y_B(t) = 6t^2 + t$$

Sabendo que o movimento das duas partículas começa no instante $t = 0$, determine após quanto tempo, em segundos, o vetor força elétrica entre as duas partículas é ortogonal à trajetória percorrida pela partícula A. Considere t em segundos.

A ( ) 2/3 **B** ( ) 5/7 **C** ( ) 1 **D** ( ) 7/5 **E** ( ) 3/2

Gabarito: C

Pelo enunciado, temos que:

$$x_A\left(t\right)=t^2-2t+6y_A\left(t\right)=t-6x_B\left(t\right)=t^2+t-2y_B\left(t\right)=-6t^2+t$$

Para a velocidade de A em função do tempo, temos que:

$$\frac{d}{dt}x_A\left(t\right)=v_{x_A}\left(t\right)=2t-2\frac{d}{dt}y_A\left(t\right)=v_{y_A}\ \left(t\right)=1m/s$$

Logo,

$$\vec{v_A}=\left(2t-2,1\right)$$

Para o vetor posição relativa entre A e B, temos:

$$\vec{AB}=\vec{B}-\vec{A}=\Big(3t-8,\ -6t^2+6\Big)$$

Escrevendo o produto escalar entre o vetor $\vec{AB}$ e o vetor $\vec{v_A}$ e igualando a zero:

$$\vec{v_A}.\vec{AB}=0\Rightarrow\left(2t-2,1\right).\Big(3t-8,-6t^2+6\Big)=0\left(2t-2\right)\left(3t-8\right)+1.\Big(-6t^2+6\Big)=0-22t+22=0$$

Logo,

$$\boxed{\text{t=1s}}$$

22ª QUESTÃO

Os alunos bizonhos: JP, Cordeiro e Robertinho saem correndo do alojamento nessa ordem, em intervalos de tempo iguais. A JP sai primeiro, com velocidade de $15\ km/h$. O Robertinho sai por último com velocidade de $30\ km/h$. Os três chegam no local da formatura, também em intervalos de tempo iguais, só que na ordem inversa. Qual foi a velocidade do Cordeiro?

A ( ) $18\ km/h$ **B** ( ) $20\ km/h$ **C** ( ) $22,5\ km/h$

D ( ) $25\ km/h$ **E** ( ) $28\ km/h$

Gabarito: B

Seja t_1, o intervalo de tempo entre as saídas, t_2, o intervalo de tempo entre as chegadas, t, o tempo levado por Robertinho e v, a velocidade do Cordeiro, podemos escrever que: Para JP:

$$t_{JP}=t+2\left(t_1+t_2\right)$$

Para Cordeiro:

$$t_{Cordeiro}=t+t_1+t_2$$

Para Robertinho:

$$t_{Robertinho}=t$$

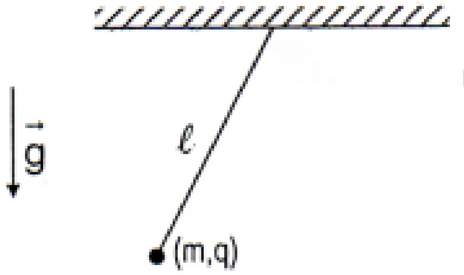
Escrevendo as equações horárias do movimento dos bisonhos, considerando a distância d entre o alojamento e o local de formatura, temos que: \ $15\left(t+2\left(t_1+t_2\right)\right)=d$ (I) $v\left(t+t_1+t_2\right)=d$ (II) $30t=d$ (III) \ i) Isolando "t", em (III) e substituindo em (I):

$t = \frac{d}{30}$ (IV)

$$15\left(\frac{d}{30} + 2\left(t_1 + t_2\right)\right) = d \Rightarrow \left(t_1 + t_2\right) = \frac{d}{60} \Rightarrow v\left(\frac{d}{30} + \frac{d}{60}\right) = d \Rightarrow \boxed{\text{v=20km/h}}$$

23ª QUESTÃO

Um pêndulo elétrico conforme o visto na figura, inicialmente neutro e de massa $10\ kg$, foi calibrado para que seu período fosse exatamente $1\ s$ quando a temperatura fosse de $30°C$ em um local onde a aceleração da gravidade vale $10\ m/s^2$. Ao se aquecer osistema até $330°C$, verificou-se uma alteração no período do pêndulo.



Para corrigir o problema, eletrizou-se a esfera do pêndulo com uma carga de $+1\ \mu C$. Assinale a alternativa que corresponde ao campo elétrico vertical a ser aplicado a fim de que o período do pêndulo volte a ser igual a $1\ s$. Coeficiente de dilatação do fio: $\alpha = 10^{-6}\ °C^{-1}$

A ( ) $3 \cdot 10^4\ N/C$ para cima

B ( ) $10^4\ N/C$ para cima

C ( ) $2 \cdot 10^4\ N/C$ para baixo

D ( ) $3 \cdot 10^4 N/C$ para baixo

E ( ) $10^4\ N/C$ para baixo

Gabarito: D

No início, tinhamos que o período do pêndulo era de 1 segundo:

$$1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}}$$

Após a dilatação, temos a variação do comprimento do pêndulo, e para corrigir este problema, foi adicionada uma força elétrica para baixo, mudando a gravidade aparente:

$$g_a p = g + a_{el}$$

$$g_a p = g + \frac{Eq}{m}$$

Após a alteração do comprimento e da gravidade aparente, o período se manteve. Equacionando isso:

$$1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1+\alpha\Delta T)}{g+\frac{Eq}{m}}}$$

Igualando as duas equações:

$$2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1+\alpha\Delta T)}{g+\frac{Eq}{m}}}$$

$$\frac{l_0}{g} = \frac{l_0(1+\alpha\Delta T)}{g+\frac{Eq}{m}}$$

$$\frac{Eq}{m} = g\alpha\Delta T$$

$$E = \frac{mg\alpha\Delta T}{q}$$

Substituindo os dados, encontraremos:

$$\boxed{\text{E=3.10}^4 N}$$

24ª QUESTÃO

Tentando criar uma escala própria para seus novos experimentos, um físico propõe a escala T, cuja temperatura indicada em qualquer estado térmico é a média aritmética entre os valores lidos na escala Celsius e na Fahrenheit. Sobre a escala T proposta, é correto afirmar:

A ( ) Não é de fato uma escala, pois não foram definidos os pontos fixos.

B ( ) Para uma variação de $20\ °C$ teremos uma variação de $44\ °T$.

C ( ) Apresentará valores maiores do que os lidos na escala Celsius, para temperaturas maiores que $-40\ °C$.

D ( ) O ponto do gelo da escala P é $-16\ °C$.

E ( ) O ponto do vapor na escala P é \$146\ \^\circ T

Gabarito: C

Vemos uma relação em função de $T_{celsius}$ para a escala dada: \

$$T_F = \frac{9}{5}\cdot T_C + 32$$

Como a temperatura criada pelo físico é a média das temperaturas nessas escalas:

$$T = (T_F + T_C)/2 = 1,4T_C + 16$$

\ Veja que para temperaturas acima de -40řC, os valores medidos em T será maior que o valo medido em T_C. \

$$T < 1,4T_C + 1,6$$

$$T > -40řC$$

25ª QUESTÃO

Um objeto se desloca no eixo óptico de um espelho esférico cujo raio de curvatura vale $R = 40\ cm$ em direção ao vértice com velocidade constante igual a $36\ cm/s$. Em determinado instante o objeto se encontra a $80\ cm$ do vértice do espelho. Assim, a velocidade de sua imagem é, em módulo igual a

A ( ) $4\ cm/s$ **B** ( ) $9\ cm/s$ **C** ( ) $16\ cm/s$ **D** ( ) $36\ cm/s$ **E** ( ) $60\ cm/s$

Gabarito: A

Relações para espelho esférico:

$f = \frac{R}{2}$
$f = 20cm$
$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}$
Derivando a relação de Gauss:
$0 = -(p^{-2})\frac{dp}{dt} - (p'^{-2})\frac{dp'}{dt}$
$\frac{V_{obj}}{p^2} = -\frac{V_{img}}{p'^2}(i)$
Encontrando p':
$\frac{1}{20} = \frac{1}{80} + \frac{1}{p'}$
$p' = \frac{80}{3}$
Substituindo em (i):
$\frac{36}{80^2} = -\frac{3^2 V_{img}}{80^2}$
$V_{img} = -4cm/s$

26ª QUESTÃO

Um observador está parado em frente a uma estação de trem exatamente em frente ao primeiro vagão, quando o trem começa a se movimentar com aceleração constante. Sabe-se que demora 5 segundos para o primeiro vagão passar pelo observador. Sabendo que todos os vagões possuem o mesmo comprimento, quanto tempo levará para que o décimo vagão passe por ele?

A ( ) $1.07\ s$ **B** ( ) $0.98\ s$ **C** ( ) $0.91\ s$ **D** ( ) $0.86\ s$ **E** ( ) $0.81\ s$

Gabarito: E

Primeiro faremos a equação da posição para encontrar a relação entre o comprimento do vagão e a aceleração do mesmo:

$$l = \frac{at^2}{2} \ \rightarrow \ l = 12,5 \cdot a$$

Agora faremos a diferença entre o tempo necessário para o observador ver o décimo vagão passar e o nono vagão: \

$$10l = \frac{at^2}{2} \rightarrow \ 10 \cdot 12,5 \cdot a = \frac{at^2}{2}$$

$$t = 15,81s$$

$$9l = \frac{at^2}{2} \rightarrow \ 9 \cdot 12,5 \cdot a = \frac{at^2}{2}$$
$$t = 15s$$

Sendo a diferença de:

$$\boxed{\text{0,81s}}$$

27ª QUESTÃO

Um observador encontra-se na bissetriz de dois espelhos planos que formam um ângulo α entre si. Ele consegue então observar x imagens dele mesmo. Em seguida, o ângulo dobra e o número de imagens diminui em 3 unidades. O ângulo inicial formado pelos espelhos vale:

A ( ) $20°$ **B** ( ) $30°$ **C** ( ) $45°$ **D** ( ) $60°$ **E** ( ) $70°$

Gabarito: D

Vamos montar a equação para ambas as situações. Começando pela situação inicial: \

$$x = \frac{360}{\alpha} - 1$$

$$x + 1 = \frac{360}{\alpha}$$

A segunda situação:

$$x - 3 = \frac{360}{2\alpha} - 1$$

$$x - 2 = \frac{360}{2\alpha}$$

\ Sendo assim, podemos relacionar a primeira equação com a segunda, da seguinte forma: \

$$x + 1 = 2(x - 2)$$

$$x = 5$$

Agora, substituindo na primeira equação, teremos: \

$$\frac{360}{\alpha} = 6$$

$$\boxed{\alpha = 60}$$

28ª QUESTÃO

O aluno Marins estava sofrendo em mais uma noite fria do campo. O chão no qual se encontrava o seu saco de dormir estava a uma temperatura e $15\ °C$ e o interior de seu saco de dormir estava a $19\ °C$. Para isolar termicamente o seu saco de dormir, o aluno safo usou um tapete que continha metade da espessura do saco de dormir e 40% de sua condutividade térmica. Considerando constante o fluxo que flui do chão para o saco de dormir e a temperatura do solo, determine a nova temperatura no interior do saco de dormir.

A ( ) $20\ °C$ **B** ( ) $21\ °C$ **C** ( ) $22\ °C$ **D** ( ) $23\ °C$ **E** ( ) $24\ °C$

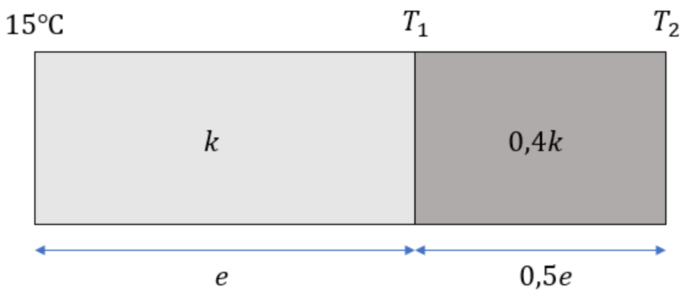
Gabarito: E

Vamos escrever o fluxo no início:

$$\phi = \frac{k.A.\Delta T}{e}$$

$$\phi = \frac{k.A.(19-15)}{e}$$

Agora, vamos escrever o fluxo no final:



$$\phi = \frac{k.A.(T_1-15)}{e} = \frac{0,4k.A(T_2-T_1)}{0,5e}$$

$$0,5(T_1-15) = 0,4(T_2-T_1)$$

$$T_1 = \frac{7,5+0,4T_2}{0,9}$$

Substituindo T_1 na segunda equação de fluxo: \

$$\phi = \frac{0,4k.A(T_2 - \frac{7,5+0,4T_2}{0,9})}{0,5e}$$

Igualando isto ao primeiro fluxo, teremos:

$$\phi = \frac{k.A.(19-15)}{e} = \frac{0,4k.A(T_2 - \frac{7,5+0,4T_2}{0,9})}{0,5e}$$

$$5 = T_2 - \frac{7,5+0,4T_2}{0,9}$$

$$\boxed{\mathrm{T}_2 = 24}$$

29ª QUESTÃO

Um elétron encontra-se em órbita em torno de um núcleo que contém 2 prótons no vácuo. Considerando R o raio de órbita, a velocidade angular de rotação do elétron vale ω. Em seguida, o mesmo elétron passa a orbitar um novo núcleo com apenas 1 próton, com um raio de órbita $\frac{R}{2}$, em um meio cuja permissividade relativa vale 2. Determine a nova velocidade angular ω' de órbita considerando o raio.

A ( ) $\sqrt{2}\,\omega$ **B** ( ) $2\,\omega$ **C** ( ) $2\sqrt{2}\,\omega$ **D** ( ) $4\,\omega$ **E** ( ) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}\,\omega$

Gabarito: A

30ª QUESTÃO

Dois observadores em movimento acompanham o deslocamento de uma partícula no plano. O observador 1, considerando estar no centro de seu sistema de coordenadas, verifica que a partícula descreve um movimento dado pelas equações $x_1(t) = 2t^2 + 1$ e $y_1(t) = t^2 + 4t - 3$, sendo t a variável tempo. O observador 2, considerando estar no centro de seu sistema de coordenadas, equaciona o movimento da partícula como $x_2(t) = t^4 + 2$ e $y_2(t) = 2t^2 + 4t - 4$. O observador 1 descreveria o movimento do observador 2 por uma:

Observações:

a) os eixos x_1 e x_2 são paralelos e possuem o mesmo sentido; e

b) os eixos y_1 e y_2 são paralelos e possuem o mesmo sentido.

A ( ) reta

B ( ) elipse

C ( ) circunferência

D ( ) parábola

E ( ) hipérbole

Gabarito: D

QUÍMICA

Dados

Constantes

- Constante de Avogadro $N_{\mathrm{A}} = 6{,}0 \times 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}$
- Constante de Planck $h = 6{,}6 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$
- Velocidade da luz no vácuo $c = 3 \times 10^{8}\,\mathrm{m\,s}^{-1}$

Elementos

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar ($\mathrm{g\,mol}^{-1}$)	Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar ($\mathrm{g\,mol}^{-1}$)
H	1	1,01	Cl	17	35,45
He	2	4,00	Ar	18	39,95
C	6	12,01	K	19	39,10
N	7	14,01	Ca	20	40,08
O	8	16,00	Cr	24	52,00
F	9	19,00	Fe	26	55,84
Ne	10	20,18	Cu	29	63,55
Na	11	22,99	Zn	30	65,38
Mg	12	24,31	Br	35	79,90
S	16	32,06	I	53	126,90

31ª QUESTÃO

o fluxo de fótons visíveis que chegam de uma estrela até a Terra é de $4 \times 10^{3}\,\mathrm{mm}^{-2}\,\mathrm{s}^{-1}$. Desses fótons, 30% são absorvidos pela atmosfera e apenas 25% dos fótons restantes atingem a superfície da córnea dos olhos, sendo 9% absorvidos pela córnea. A área da pupila à noite é de $40\,\mathrm{mm}^{2}$ e o tempo de reação do olho é de $0{,}1\,\mathrm{s}$. Dos fótons que passam pela pupila, cerca de 43% são absorvidos no meio ocular.

Assinale a aternativa que mais se aproxima do número de fótons que chega na retina em $0{,}1\,\mathrm{s}$.

A ( ) 3400 **B** ( ) 4400 **C** ( ) 5400 **D** ( ) 6400 **E** ( ) 7400

Gabarito: B

A fração de fótons que chega à retina será:

$$\overbrace{(1-0,3)}^{A} \cdot \overbrace{(1-0,25)}^{B} \cdot \overbrace{(1-0,09)}^{C} \cdot \overbrace{(1-0,43)}^{D} = 0,272$$

Explicações:

A: Os fótons absorvidos pela atmosfera não conseguem chegar até a retina então pegamos seu complementar.

B: Os fótons que atingem a córnea(que ainda é bem distante da retina), não conseguem chegar até a retina, portanto pegamos seu complementar.

C: Os fótons absorvidos pela córnea não conseguem chegar até a retina, portanto pegamos seu complementar.

D: Os fótons absorvidos no meio ocular não conseguem chegar até a retina, portanto pegamos seu complementar. O número de fótons que chega à retina em um dado tempo será:

$$n_{fótons} = 0,272 \cdot 40mm^2 \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot mm^{-2} \cdot s^{-1} \cdot 0,1s = \boxed{4400}$$

32ª QUESTÃO

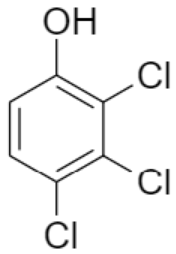
Assinale a alternativa com o número de isômeros do triclorofenol.

A ( ) 3 **B** ( ) 4 **C** ( ) 5 **D** ( ) 6 **E** ( ) 7

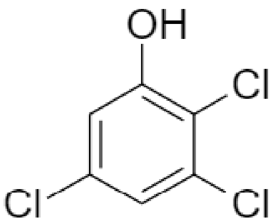
Gabarito: D

Existem 6 isômeros possíveis.

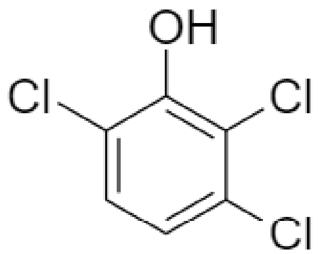
1. 2,3,4-Triclorofenol



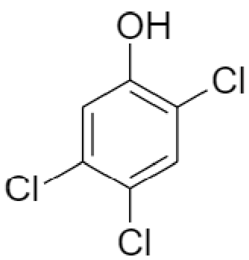
2. 2,3,5-Triclorofenol



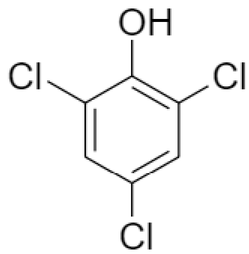
3. 2,3,6-Triclorofenol



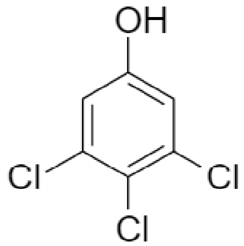
4. 2,4,5-Triclorofenol



5. 2,4,6-Triclorofenol



6. 3,4,5-Triclorofenol



33ª QUESTÃO

Considere os seguintes processos

$$
\begin{aligned}
CH_3OH\,(l) + O_2(g) &\longrightarrow CO_2(g) + H_2O\,(l) \quad \Delta H_1\\
CH_3OH\,(l) + O_2(g) &\longrightarrow CO_2(g) + H_2O\,(g) \quad \Delta H_2\\
CH_3OH\,(g) + O_2(g) &\longrightarrow CO_2(g) + H_2O\,(l) \quad \Delta H_3\\
CH_3OH\,(g) + O_2(g) &\longrightarrow CO_2(g) + H_2O\,(g) \quad \Delta H_4
\end{aligned}
$$

O módulo da entalpia de condensação da água é menor que o módulo da entalpia de condensação do metanol.

Assinale a alternativa com a ordenação *correta*.

A ( ) $|\Delta H_2| > |\Delta H_4| > |\Delta H_3| > |\Delta H_1|$

B ( ) $|\Delta H_4| > |\Delta H_2| > |\Delta H_3| > |\Delta H_1|$

C ( ) $|\Delta H_3| > |\Delta H_4| > |\Delta H_1| > |\Delta H_2|$

D ( ) $|\Delta H_2| > |\Delta H_1| > |\Delta H_4| > |\Delta H_3|$

E ( ) $|\Delta H_1| > |\Delta H_2| > |\Delta H_3| > |\Delta H_4|$

Gabarito: C

Teremos:

$$
\begin{aligned}
H_2O\,(g) &\longrightarrow H_2O\,(l) \qquad \Delta H_{\text{cond}}(H2O)\\
CH_3OH\,(g) &\longrightarrow CH_3OH\,(l) \quad \Delta H_{\text{cond}}(CH3OH)
\end{aligned}
$$

Sendo as entalpias de condesação negativas.

Para comparar a primeira equação com a segunda, devemos aplicar a Lei de Hess para obter, entalpia de condensação da água, a variação de entalpia da equação 1.

Podemos obter a primeira equação da seguinte maneira:

\begin{aligned} \ce{CH3OH(l) + O2(g) -> CO2(g) + H2O(g)} \quad &&\Delta H_2 \\ \ce{H2O(g) -> H2O(l)} &&\Delta H_\text{cond}(H2O) \end{aligned}

Aplicando Hess:

$$CH_3OH\,(l) + O_2(g) \longrightarrow CO_2(g) + H_2O\,(l) \quad \Delta H_1 = \Delta H_2 + \Delta H_{\text{cond}}(H2O)$$

Como todas as entalpias são negativas, $|\Delta H_1| > |\Delta H_2|$.
Realizando o mesmo processo para (3) e (4), $|\Delta H_3| > |\Delta H_4|$
Comparando (1) e (4):

$$\begin{aligned} CH_3OH\,(l) + O_2(g) \longrightarrow CO_2(g) + H_2O\,(l) \quad && \Delta H_1 \\ H_2O\,(l) \longrightarrow H_2O\,(g) \quad && -\Delta H_{\text{cond}}(H2O) \\ CH_3OH\,(g) \longrightarrow CH_3OH\,(l) \quad && \Delta H_{\text{cond}}(CH3OH) \end{aligned}$$

\$\$
Aplicando Hess:

$$CH_3OH\,(g) + O_2(g) \longrightarrow CO_2(g) + H_2O\,(g) \quad \Delta H_4 = \Delta H_1 - \Delta H_{\text{cond}}(H2O) + \Delta H_{\text{cond}}(CH3OH)$$

Como $\Delta|H_{\text{cond}}(CH3OH)| > |\Delta H_{\text{cond}}(H2O)|$, $|\Delta H_4| > |\Delta H_1|$
Assim, a resposta correta é $|\Delta H_3| > |\Delta H_4| > |\Delta H_1| > |\Delta H_2|$

34ª QUESTÃO

Dois balões idênticos e isolados, conectados por uma válvula inicialmente fechada, um dos balões é preen- chidos com $1\,\text{atm}$ gás nitrogênio e o outro com $1\,\text{atm}$ de gás hélio. Em um determinado momento, a válvula que separa os gases é aberta.

Assinale a alternativa incorreta.

A ( ) Não há variação de energia interna e de entalpia para esse processo.

B ( ) A única força motriz para o processo é o aumento de entropia do sistema, de modo que, para ambos os gases, há um aumento do número de estados translacionais acessíveis.

C ( ) A situação de equilíbrio ocorrerá quando a pressão parcial de nitrogênio e de hélio em cada um dos balões for de $1\,\text{atm}$.

D ( ) No equilíbrio, a distribuição dos gases entre os dois balões é homogênea.

E ( ) Se fosse adicionada, entre os balões, uma membrana que fosse permeável apenas à passagem de hélio, haveria uma diferença de pressão de 1 atm entre os balões no equilíbrio.

Gabarito: C

Gabarito Ao abrirmos a válvula que conecta os balões, como não ocorre reação entre eles, haverá ,para cada um deles, apenas uma expansão volumétrica, de maneira que se conserve tanto o número de mols quanto a temperatura. Então:

$$P_0 \cdot V_0 = P_f \cdot V_f$$

Como o volume, da situação inicial para a situação final, dobra a pressão cai pela metade. Logo, a alternativa incorreta será a letra c. **Letra C**

35ª QUESTÃO

Assinale a alternativa que mais se aproxima da variação de entropia do universo quando $1\,\mathrm{L}$ de água a $100\,°\mathrm{C}$ é misturado com $1\,\mathrm{L}$ de água a $0\,°\mathrm{C}$.

A ( ) $100\,\mathrm{J\,K^{-1}}$

B ( ) $200\,\mathrm{J\,K^{-1}}$

C ( ) $300\,\mathrm{J\,K^{-1}}$

D ( ) $400\,\mathrm{J\,K^{-1}}$

E ( ) $500\,\mathrm{J\,K^{-1}}$

Dados

- Capacidade calorífica do H_2O $C_P(\mathrm{H_2O, l}) = 75{,}0\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$

Gabarito: A

Sabemos que a variação de entropia do universo pode ser calculada como a soma das variações de entropia das espécies envolvidas no processo.

$$\Delta S_{univ} = \sum \Delta S_i$$

Nesse caso teremos apenas a água a $100^{\check{r}C}$ e a água a $0^{\check{r}C}$, dessa forma teremos:

$$\Delta S_{univ} = \overbrace{\Delta S_1}^{100^{\check{r}C}} + \overbrace{\Delta S_2}^{0^{\check{r}C}}$$

Cálculo de ΔS_1:

$$\Delta S_1 = nC_p ln(\frac{T_{eq}}{T_1})$$

Cálculo de ΔS_2:

$$\Delta S_2 = nC_p ln(\frac{T_{eq}}{T_2})$$

Cálculo da T_{eq}:

Pela lei zero:

$$\sum Q_i = 0$$

Dessa forma:

$$nC_p(T_{eq} - T_1) + nC_p(T_{eq} - T_2) = 0$$

$$T_{eq} = \frac{T_1 + T_2}{2} = 50^{\check{r}C}$$

Passando tudo para Kelvin:

$$T_{eq} = 323K$$

$$T_1 = 373K$$

$$T_2 = 273K$$

Somando os $\Delta S's$:

$$\Delta S_{univ} = nC_p ln(\frac{T_{eq}}{T_1}) + nC_p ln(\frac{T_{eq}}{T_2})$$

$$\Delta S_{univ} = nC_p ln(\frac{T_{eq}^2}{T_1 \cdot T_2})$$

$$\Delta S_{univ} = \frac{(1000g)}{18\frac{g}{mol}} \cdot 75\frac{J}{K \cdot mol} \cdot ln(\frac{323^2}{373 \cdot 273})$$

Usando que $ln(1+x) \approx x$ quando x é pequeno, concluímos que:

$$\boxed{\Delta S_{univ} = 100 \cdot J \cdot K^{-1}}$$

Extra: demonstrando a relação $\Delta S = nC_p ln\frac{T_f}{T_o}$ Sabemos que:

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

Para um processo a pressão constante um pequeno calor trocado pode ser escrito como:

$$dQ = nC_p dT$$

Substituindo na expressão da entropia:

$$dS = \frac{nC_p dT}{T}$$

Somando :) temos:

$$\int_{S_o}^{S} dS = \int_{T_o}^{T_f} \frac{nC_p dT}{T}$$

Dica :)→ $\int_{x_o}^{x_f} \frac{dx}{x} = ln(\frac{x_f}{x_o})$ Portanto:

$$\boxed{\Delta S = nC_p ln\frac{T_f}{T_o}}$$

36ª QUESTÃO

Uma mistura equimolar de dióxido de enxofre e oxigênio, contendo certa quantidade de hélio, é adicionada em um cilindro equipado com um pistão que se move sem atrito. A densidade da mistura em CNTP é de $2{,}5\,\mathrm{g/L}$.

Assinale a alternativa que mais se aproxima da densidade da mistura após a reação de todo o dióxido de enxofre formando trióxido de enxofre.

A ( ) $1{,}5\,\mathrm{g/L}$ **B** ( ) $2{,}0\,\mathrm{g/L}$ **C** ( ) $2{,}5\,\mathrm{g/L}$ **D** ( ) $3{,}5\,\mathrm{g/L}$ **E** ( ) $5{,}5\,\mathrm{g/L}$

Gabarito: C

Gabarito Para a resolução da questão, consideraremos as seguintes variáveis:

$$Massa\ de\ SO_2 = m_1$$

$$Massa\ de\ O_2 = m_2$$

$$Massa\ de\ He = m_3$$

Reação de oxidação:

$$SO_{2(g)} + \frac{1}{2}O_{2(g)} \rightarrow SO_{3(g)}$$

Pelo enunciado, todo dióxido de enxofre é consumido, então serão formados $\frac{m_1}{64}\ mols$ de SO_2 e serão gastos $\frac{m_1}{128}\ mols$ de O_2 Usando o dado de densidade, temos que:

$$\frac{m_1 + m_2 + m_3}{V} = 2,5\ g/L$$

Mas, após a reação:

$$Massa\ final = m_2 - \frac{m_1}{128} \cdot 32 + m_3 + \frac{m_1}{64} \cdot 80 = m_1 + m_2 + m_3$$

Como o pistão não tem atrito, a pressão final será igual a inicial. Da mesma maneira, não há variação de temperatura. Assim:

$$\frac{V_0}{n_0} = \frac{V_f}{n_f}$$

Ao calcularmos o número de mols final dos gases, percebemos que também não haverá alteração e consequentemente, no volume também não. Desse modo, não mudando a massa total de gases, assim como o volume, temos que a densidade continuará a mesma. **Letra C**

37ª QUESTÃO

Assinale a alternativa *incorreta*.

A ( ) A entropia do $\mathrm{N_2O}$ a $0\,\mathrm{K}$ é inferior à entropia do He a $10\,\mathrm{K}$.

B ( ) A entropia do $\mathrm{N2O(g)}$ em CNTP é superior à entropia do He em CNTP.

C ( ) A entropia do carbono grafite em CNTP é superior à do carbono diamante em CNTP.

D ( ) A entropia da água líquida a $0\,^\circ\mathrm{C}$ é igual à do gelo a $0\,^\circ\mathrm{C}$.

E ( ) A entropia do vapor de metanol em CNTP é superior à entropia do metanol líquido em CNTP.

Gabarito: D

A.**Verdadeira**, a 0 K, a entropia do $_2$ é muito baixa, pois o 0 K é a temperatura característica de menor entropia, logo a entropia será menor do que a do He a 10 K.

B.**Verdadeira**, pois embora ambos estejam em uma mesma temperatura o $_2$ não é uma molécula simétrica que nem o He, logo, o número de microestados do $_2$ é influenciado não somente pela alocação das moléculas no espaço, mas também pela sua orientação no espaço.

C.**Verdadeira**, o carbono diamante na CNTP, possui uma estrutura cristalina mais organizada do que o carbono grafite, o que faz com que o grau de desordem seja menor e consequentemente a entropia também será menor.

D.**Falso**, ao comparar o gelo e a água a 0℃, pode-se concluir que a entropia do gelo é menor,pois, como está no estado sólido, ele possui uma estrutura organizada, e consequentemente com menos graus de liberdade, o que gera uma entropia menor do que a da água.

E.**Verdadeiro**, na CNTP o metanol na forma de vapor possui mais graus de liberdade, e, portanto, uma entropia maior do que no estado líquido.

38ª QUESTÃO

A densidade de uma mistura gasosa de flúor e cloro é $1{,}77\,\mathrm{g/L}$ a $14\,°\mathrm{C}$ e $0{,}893\,\mathrm{atm}$.
Assinale a alternativa que mais se aproxima da fração mássica de flúor na mistura.

A ( ) 30% **B** ( ) 40% **C** ( ) 50% **D** ( ) 60% **E** ( ) 70%

Gabarito: D

Sabemos que a densidade de uma mistura gasosa pode ser calculada como:

$$\rho = \frac{P \cdot M_{ap}}{R \cdot T}$$

isolando M_{ap}:

$$M_{ap} = \frac{\rho \cdot R \cdot T}{P} = \frac{1,77 \cdot 0,082 \cdot 287}{0,893} = 46,6$$

Sabemos que a massa molar aparente pode ser escrita como uma média ponderada entre as massas molares dos gases da mistura, então supondo x como a fração molar de flúor, podemos escrever:

$$38 \cdot x + 71 \cdot (1 - x) = 46,6$$

$$x = 0,74$$

a fração mássica será: $\frac{m_{F_2}}{m_{total}}$ sendo y a fração mássica, temos:

$$y = \frac{38 \cdot 0,74}{46,6} = \boxed{0,6}$$

39ª QUESTÃO

Considere as seguintes proposições.

1. O primeiro estado excitado para o átomo de oxigênio possui configuração $1s^2 2s^2 2p^3 3s^1$
2. A configuração $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^7$ pode representar o estado excitado de um átomo neutro.
3. Na ausência de um campo magnético externo, os átomos de boro apresentam seis microestados de mesma energia referentes à configuração de estado fundamental. Quando submetidos a um campo magnético, entretanto, há a perda de degenerescência entre esses estados.
4. A quádrula de números quânticos $(n, l, m_l, m_s) = (6, 5, -5, 1/2)$ representa um estado possível para um átomo neutro.

Assinale a alternativa que relaciona as proposições corretas.

A ( ) **3** **B** ( ) **4** **C** ( ) **3** e **4**

D ( ) **1**, **3** e **4** **E** ( ) **2**, **3** e **4**

Gabarito: E

a) A primeira afirmativa está errada, pois o primeiro estado excitado possuí a mesma distribuição eletrônica original. O que se altera é a configuração dos átomos nos orbitais.

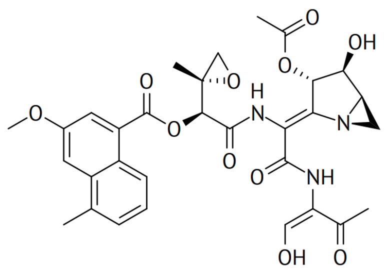
b) A segunda afirmativa é verdadeira, pois tal configuração pode repesentar três pares de elétron emparelhados, um elétron sozinho e um orbital não preenchido, o que seria um estado excitado.

c) A terceira afirmatviva é verdadeira, pois os orbitais p_x, p_y e p_z possuem mesma energia na ausência de campo magnético, porém na presença de um campo, eles apresentam valores diferentes de energia.

d) A quarta afirmativa de fato está correta, pois o orbital de número quântico secundário igual a 5 comporta até 22 elétrons, o que possibilita o número quântico magnético atingir a faixa de valores de -5 até 5.

40ª QUESTÃO

Azinomicina B é um produto natural, com potencial atividade antitumoral.



Azinomicina B

Considere as seguintes proposições sobre a estrutura desse composto.

1. Apresenta exatamente vinte e quatro átomos com hibridização sp^2 em seu estado de menor energia.

2. Apresenta cinco centros quirais.

3. Apresenta as funções orgânicas éster, éter, álcool e amida.

4. Apresenta equilíbrio tautomérico deslocado para a enol devido à formação de ligações de hidrogênio intramoleculares.

Assinale a alternativa que relaciona as proposições *corretas*.

A ( ) **1** e **2**

B ( ) **1** e **4**

C ( ) **2** e **4**

D ( ) **1**, **2** e **4**

E ( ) **1**, **2**, **3** e **4**

Gabarito: E

a) A primeira alternativa está correta pois de fato existem 19 carbonos e 5 oxigênios, totalizando 24 átomos de hibridização sp^2.

b) A segunda afirmativa está correta, uma vez que existem 5 átomos de carbono com 4 ligantes diferentes entre si.

c) A terceira afirmativa está correta. É possível encontrar a função éster no centro da molécula ou na parte superior direita, a função éter na parte esquerda da molécula, a função álcool na parte superior direita e a função amida no centro da molécula ou na parte inferior direita.

d) A quarta afirmativa está correta pois tal equilíbrio pode ser analisado no enol presente na parte inferior da molécula, onde a ligação dupla está deslocada para a formação do enol e não do aldeído.