CICLO ITA 1 - DISCURSIVO

TURMA IME-ITA

2022

MATEMÁTICA

1ª QUESTÃO

Calcular a soma:

$$\frac{1}{2}+\frac{3}{2^2}+\frac{5}{2^3}+\cdots+\frac{2n-1}{2^n}.$$

Gabarito

Seja S a soma designada, portanto:

$$2S=1+\frac{3}{2}+\frac{5}{2^2}+\cdots+\frac{2n-1}{2^{n-1}}.$$

Ao subtrair a expressão obtida da inicial:

$$2S-S=1+\frac{2}{2}+\frac{2}{2^2}+\cdots+\frac{2}{2^{n-1}}-\frac{2n-1}{2^n}$$

$$S=1-\frac{2n-1}{2^n}+1+\frac{1}{2}+\cdots+\frac{1}{2^{n-2}}$$

$$S=1-\frac{2n-1}{2^n}+\frac{\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right)}{1-\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{S=3-\frac{2n+3}{2^n}}.$$

2ª QUESTÃO

Dê o conjunto solução da equação:

$$\frac{1-tg(x)}{1+tg(x)}=1+sen(2x).$$

Gabarito

Solução 01:
Inicialmente, observe que o domínio de validade é dado por:

$$x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$$

e

$$x\neq-\frac{\pi}{4}+k\pi.$$

Ao substituir as tangentes em função dos senos e cossenos, ao fazer o mmc, obtemos:

$$sen(x)\left(3+sen(2x)+cos(2x)\right)=0.$$

Como o segundo fator nunca poderá ser nulo, temos que:

$$sen(x) = 0 \rightarrow \boxed{x = k\pi}.$$

Solução 02:
Parametrizando o seno pela tangente do arco metade:

$$sen(2x) = \frac{2tan(x)}{1 + tan^2(x)}$$

Substituindo na equação do enunciado:

$$\frac{1 - tan(x)}{1 + tan(x)} = 1 + \frac{2tan(x)}{1 + tan^2(x)}$$

$$\frac{1 - tan(x)}{1 + tan(x)} = \frac{1 + 2tan(x) + tan^2(x)}{1 + tan^2(x)}$$

$$\frac{1 - tan(x)}{1 + tan(x)} = \frac{(1 + tan(x))^2}{1 + tan^2(x)}$$

$$(1 \tan x)\left(1 + \tan^2 x\right) = (1 + \tan x)^3$$

$$2\tan^3 x + 2\tan^2 x + 4\tan x = 0$$

$$\tan^3 x + \tan^2 x + 2\tan x = 0$$

Repare que $\tan x = 0$ é solução

$$\tan x.(\tan^2 x + \tan x + 2) = 0$$

Discriminante da equação $\tan^2 x + \tan x + 2$

$$= 1^2 4.2.1 < 0$$

Logo, não haverá equação real para essa equação.
Portanto, a única solução será $\tan x = 0$

$$\boxed{x = k\pi,\ com\ k \in \mathbb{Z}}$$

3ª QUESTÃO

Determine todos os valores reais de x que satisfazem:

$$(x - 1)(x - 2)(x - 4)(x - 8) = 10x^2.$$

Gabarito

Solução 1:
Reagrupando os fatores e efetuando as respectivas distributivas:

$$(x-1)(x-8)(x-2)(x-4) = 10x^2$$
$$(x^2-9x+8)(x^2-6x+8) = 10x^2$$

Uma vez que 0 não é uma solução da equação, ao dividir por x^2:

$$\left(x-9+\frac{8}{x}\right)\left(x-6+\frac{8}{x}\right) = 10.$$

Seja $\left(x-9+\frac{8}{x}\right) = y$, logo:

$$y(y+3) = 10 \rightarrow y = 2 \text{ ou } y = -5.$$

Ao retornar com a variável x original, nota-se que para $y=-5$ não há soluções reais. Portanto:

$$x-9+\frac{8}{x} = 2$$
$$x^2-11x+8 = 0$$
$$\boxed{x = \frac{11\pm\sqrt{89}}{2}}.$$

Solução 2:
Vamos abrir o produto:

$$(x-1)(x-2)(x-4)(x-8) = 10x^2$$
$$(x^2-3x+2)(x^2-12x+32) = 10x^2$$
$$x^4-15x^3+60x^2-120x+64 = 0$$

Lema de Gauss:

$$\left(x^2+Ax+B\right)\left(x^2+Cx+D\right) = 0$$
$$x^4+(A+C)\,x^3+(B+D+AC)\,x^2+(AD+BC)\,x+BD = 0$$

Logo, teremos o sistema:

$$BD = 64$$
$$AD+BC = -120$$
$$B+D+AC = 60$$
$$A+C = -15$$

Resolvendo o sistema por tentativa, encontraremos como solução:

$$\boxed{A=-11} \qquad \boxed{B=8} \qquad \boxed{C=-4} \qquad \boxed{D=8}$$

$$\left(x^2-11x+8\right)\left(x^2-4x+8\right)$$

O delta da equação de segundo grau da direita é negativo, então nos sobra analisar as raízes do polinômio da esquerda:

$$x = \frac{11\pm\sqrt{121-32}}{2} \Rightarrow \boxed{x = \tfrac{11\pm\sqrt{89}}{2}}$$

4ª QUESTÃO

Seja P um ponto interior a um triângulo equilátero cujas distâncias aos respectivos lados medem x, y e z. Determine a soma $x + y + z$ em função do lado l do triângulo.

Gabarito

Considere os segmentos que unem o ponto P interior a cada um dos três vértices A, B e C do triângulo equilátero dado. Dessa forma são formados três triângulos interiores, de modo que a soma das áreas dos três equivale à área de ABC:

$$\frac{lx}{2} + \frac{ly}{2} + \frac{lz}{2} = \frac{lh}{2}, \text{ onde } h \text{ é a altura do triângulo } ABC \text{ dado.}$$

$$\text{Portanto } x + y + z = h \rightarrow \boxed{x + y + z = \frac{l\sqrt{3}}{2}}.$$

5ª QUESTÃO

Sabendo que a reta $12x + 5y = 60$ forma um triângulo com os eixos coordenados, calcule a soma das alturas de tal triângulo.

Gabarito

Determinando as interseções com cada um dos eixos:

$$x = 0 \rightarrow y = 12 \text{ e}$$
$$y = 0 \rightarrow x = 5.$$

Notamos que se trata de um triângulo pitagórico 5, 12 e 13, em que duas das alturas são os próprios catetos.
A outra altura é tal que: $5.12 = 13.h$

$$h = \frac{60}{13}$$

Logo, a resposta é:

$$\frac{60}{13} + 12 + 5 = \boxed{\frac{281}{13}}$$

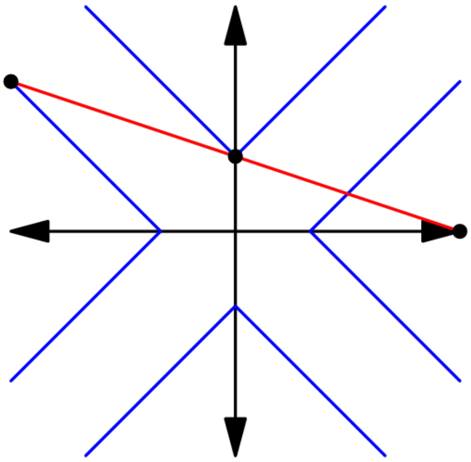
6ª QUESTÃO

Quantos pares ordenados (x, y) de números reais satisfazem simultante as equações:

$$x + 3y = 3 \text{ e}$$
$$||x| - |y|| = 1 \text{ ?}$$

Gabarito

-
Sabendo que a expressão $||x|-|y|| = 1$ assume os valores representados por $x+y=1, x-y=1, -x+y=1, -x-y=1$ e $x+y=-1, x-y=-1, -x+y=-1, -x-y=-1$, com suas respectivas restrições, podemos determinar as interseções entre essas retas e $x+3y=3$. Obtemos, de acordo com as condições e restrições de cada uma, apenas $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right), (0,1), (-3,2)$. São, portanto, $\boxed{3}$ possíveis pares ordenados. Graficamente:



7ª QUESTÃO

Considere um triângulo ABC, acutângulo, cujos lados medem $AB = x-7$, $BC = x$ e $AC = x+2$. Se $x \in x \in \mathbb{N} \,/\, 0 < x < 20$, determine todos os possíveis valores de x.

Gabarito

Sendo o triângulo acutângulo e x um valor inteiro, basta garantir que:

$$(x+2)^2 < x^2 + (x-7)^2 \rightarrow x^2 - 18x + 45 > 0.$$

O intervalo exterior às raízes é dado por: $x < 3$ ou $x > 15$. De acordo com as restrições do enunciado, a interseção dos possíveis valores para x é dada por: $1, 2, 16, 17, 18$ e 19. No entanto, além disso, os lados devem possuir medidas positivas e as condições de existência do triângulo (desigualdades triangulares) devem ser satisfeitas. Após tais verificações, os únicos valores possíveis restantes são: $\boxed{16, 17, 18 \text{ e } 19}$.

8ª QUESTÃO

Quantos inteiros não-negativos podem ser escritos da forma:

$$a_7 3^7 + a_6 3^6 + \cdots + a_1 3^1 + a_0 3^0,$$

com $a_i \in -1, 0, 1$ para $0 \leq i \leq 7$?

Gabarito

Solução 1: Observe que, se $a_7 = -1$, então o resultado da soma será negativo independente dos outros coeficientes. Portanto, temos que $a_7 = 1$ ou $a_7 = 0$. Para $a_7 = 1$, os outros coeficientes podem assumir quaisquer valores que a soma será positiva, havendo portanto 3^7 possibilidades. Já para $a_7 = 0$, de forma análoga, o coeficiente a_6 passará a ser o predominante e terá apenas 1 ou 0 como possíveis valores. Dessa forma, o total de possibilidades para se obter um natural positivo é dado pela soma da PG:

$$3^7 + 3^6 + \cdots + 3^1 + 3^0 = \frac{3^8 - 1}{2}.$$

Além disso, há o caso para todos os coeficientes nulos, resultando em:

$$\frac{3^8 - 1}{2} + 1 = \frac{3^8 + 1}{2} = \boxed{3281}.$$

Solução 2: Pela simetria do problema(-1 e 1), a quantidade de números escritos dessa forma que são positivos é igual a quantidade de números negativos. Como temos 3 possibilidades para cada número, há 3^8 números, sendo 1 deles o número 0. Logo o pedido da questão é:

$$\frac{3^8 - 1}{2} + 1 = \frac{3^8 + 1}{2} = \boxed{3281}.$$

9ª QUESTÃO

Os comprimentos dos lados de um triângulo são os inteiros $x - 1$, x e $x + 1$. Se o seu maior ângulo é o dobro do menor, calcule o valor de x.

Gabarito

Solução 01:
Considere o triângulo ABC cujos lados são $AB = x + 1$, $BC = x$ e $AC = x - 1$. Dessa forma, como o maior ângulo está oposto ao maior lado, assim como o menor ao menor lado, temos que $\hat{B} = \theta \to \hat{C} = 2\theta$. Ao traçar a bissetriz CD, obtemos o triângulo BCD isósceles e o triângulo ACD semelhante ao ABC.
(i) Pela semelhança:

$$\frac{AD}{x-1} = \frac{x-1}{x+1}$$
$$AD = \frac{(x-1)^2}{x+1}$$

(ii) Pelo TBI:

$$\frac{AD}{x-1} = \frac{x+1-AD}{x}$$
$$AD = \frac{(x+1)(x-1)}{2x-1}$$

Igualando, obtemos:

$$\frac{(x-1)^2}{x+1} = \frac{(x+1)(x-1)}{2x-1} \to \boxed{x = 5}.$$

Solução 02:
Lei dos senos:

$$\frac{(x+1)}{sin(2\theta)} = \frac{(x1)}{\sin(\theta)}$$

Lei dos cossenos:

$$(x1)^2 = (x+1)^2 + x^2 2x\,(x+1)\cos\theta$$

Substituindo o valor de $\cos\theta$:

$$(x1)^2 = (x+1)^2 + x^2 x\,(x+1)\,\frac{x+1}{x1}$$

$$x^2 + 12x = x^2 + 2x + 1 + x^2\frac{x\,(x+1)\,(x+1)}{x1}$$

$$\frac{(x+1)^2\,x}{x1} = 4x + x^2$$

Como $x \neq 0$:

$$x^2 + 1 + 2x = 4x + x^2 4x$$

Logo:

$$\boxed{x = 5}$$

10ª QUESTÃO

Considere A um conjunto não vazio tal que $n(A) = x$. Se $P(A)$ é o conjunto das partes de A, responda:

a) Qual a expressão para $n\,(P(A))$ em função de x? Explique.

b) Considere, agora, $n(A) = 2$. Ao definir:

$$P^1(A) = P(A) \text{ e}$$
$$P^k(A) = P\left(P^{k-1}(A)\right) \ ,$$

qual o menor valor de k para o qual $P^k(A) > 64000$?

Gabarito

Em (a), tem-se o total de subconjuntos de A. Uma vez que cada elemento de A pode ou não estar em um determinado subconjunto, o total de subconjuntos é dado pelo Princípio Multiplicativo:

$$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdots 2}_{x \text{ vezes}} \ ,$$

resultando em $\boxed{2^x}$.
Na letra (b), usando que $n(A) = 2$, de acordo com a definição dada e com o resultado demonstrado anteriormente:

$$n(P(A)) = 2^2 = 4$$
$$n(P^2(A)) = 2^4 = 16$$
$$n(P^3(A)) = 2^{16} = 65536$$

Logo: $\boxed{k = 3}$.

Comentário geral:

O simulado de matemática do ciclo 1 priorizou manter a estrutura da prova do ITA com um nível de dificuldade fácil para médio dado o curto tempo de prova. Desse modo, destacamos 5 questões como as mais diretas da prova (04, 06, 07, 09 e 10), 3 questões de nível médio (01, 02 e 05) e 2 questões mais trabalhosas (03 e 08). Assim, o grande objetivo dessa prova é saber escolher bem as questões que devem ser feitas e não errar besteira a fim de conquistar uma boa nota.

Dados

Constantes

- Constante de Planck $h = 6{,}6 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$
- Constante de Rydberg $\mathcal{R}_\infty = 1{,}1 \times 10^{7}\,\mathrm{m}^{-1}$
- Massa do elétron $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$

Elementos

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar $(\mathrm{g\,mol^{-1}})$	Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar $(\mathrm{g\,mol^{-1}})$
H	1	1,01	O	8	16,00
He	2	4,00	Ne	10	20,18
C	6	12,01	Ar	18	39,95
N	7	14,01	Mo	42	95,95

11ª QUESTÃO

A série de Lyman é o conjunto de raios que resultam da emissão do átomo do hidrogênio quando um elétron transita de $n \geq 2$ a $n = 1$, onde n representa o número quântico principal referente ao nível de energia do elétron.

a) **Determine** a faixa de comprimentos de onda referente à série de Lyman.

b) **Determine** o comprimento de onda associado a um elétron emitido de um átomo de cobre pela incidência de um fóton da segunda linha da série de Lyman.

Dados

- Função trabalho do cobre $\Phi(\mathrm{Cu}) = 7{,}44 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$

Gabarito

(a) Para Calcularmos todos os possíveis comprimentos de onda referentes à série de emissão Lyman, devemos substituir todos os valores de n na equação:

$$\frac{1}{\lambda} = R_\infty(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_0^2})$$

Dessa forma, como o problema pede o intervalo de valores, basta analisarmos os casos limites. que são $n_0 = 2$ e $n_0 = \infty$. Logo: Primeiro caso:

$$\lambda = \frac{1}{R_\infty\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)} = \frac{1}{1,1.10^7.\frac{3}{4}} \approx 121\ nm$$

Segundo caso:

$$\lambda = \frac{1}{R_\infty\left(1 - \frac{1}{\infty^2}\right)} = \frac{1}{1,1.10^7} \approx 91\ nm$$

Dessa forma, o intervalo de valores para λ é:

$$\boxed{91\ nm < \lambda < 121\ nm}$$

(b) Primeiramente devemos calcular o comprimento de onda associado ao fóton da segunda série de Lyman:

$$\lambda = \frac{1}{R_\infty \left(1 - \frac{1}{3^2}\right)} = \frac{1}{1,1.10^7.\frac{8}{9}} \approx 102\ nm$$

A partir disso, podemos estudar o efeito fotoelétrico a partir da seguinte equação:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \Phi + E_{cin}$$

substituindo os valores, temos:

$$\frac{6,6.10^{-34}3.10^8}{102.10^{-9}} = 7,44.10^{-19} + E_{cin}$$
$$\Rightarrow E_{cin} \approx 12.10^{-19}$$

Porém

$$E_{cin} = m_e.v^2$$
$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{12.10^{-19}}{9,1.10^{-31}}} = 1,15.10^6$$

Pela fórmula de De Broglie, temos:

$$\lambda = \frac{h}{m_e v} = \boxed{0,63\ nm}$$

12ª QUESTÃO

Considere o elemento **X**, de número atômico $Z = 42$.

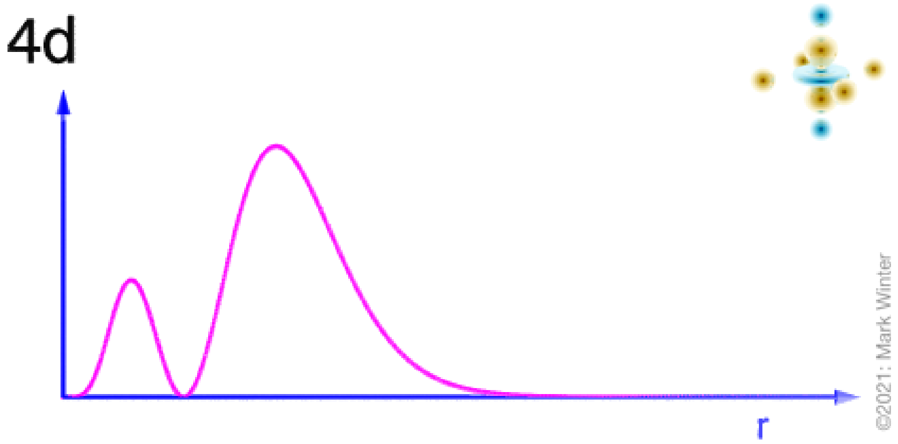
a) **Determine** a configuração eletrônica do estado fundamental de **X**.

b) **Determine** os números quânticos do elétron mais energético de **X**.

c) **Esboçe** a probabilidade de encontrar o elétron em função da distância radial do núcleo para o orbital mais energético de **X**.

Gabarito

a) $1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^1\ 4d^5$
A terminação $5s^1\ 4d^5$ tem como explicação a maior estabilidade do orbital d semipreenchido.
b) $n = 4, l = 2, m_l = +2, m_s = -\frac{1}{2}$

c) 

13ª QUESTÃO

Considere a combustão de $12\,\mathrm{g}$ de magnésio com excesso de oxigênio formando óxido de magnésio.

a) **Determine** a variação de entropia do sistema.

b) **Determine** a variação de entropia da vizinhança.

c) **Classifique** o porcesso quanto à sua espontaneidade.

Dados

- Entalpia de formação do MgO $\Delta H_\mathrm{f}^\circ(\mathrm{MgO,s}) = -600{,}0\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$
- Entropia do MgO $S^\circ(\mathrm{MgO,s}) = 27{,}0\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$
- Entropia do Mg $S^\circ(\mathrm{Mg,s}) = 33{,}0\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$
- Entropia do O_2 $S^\circ(\mathrm{O_2,g}) = 210{,}0\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$

Gabarito

Temos 12 gramas de Magnésio. O primeiro passo é encontrar o número de mols de Mg:

$$n_{Mg} = \frac{12}{24} = 0,5\ mol$$

A reação é:

$$\mathrm{Mg\,(s)} + \frac{1}{2}\,\mathrm{O_2(g)} \longrightarrow \mathrm{MgO\,(s)}$$

a) Calculando a variação de entropia:

$$\Delta S = 0,5 \cdot (27 - 33 - 105) = \boxed{-55,5\ J/K}$$

b) Calculando a variação de entalpia:

$$\Delta H = 0,5 \cdot (-600) = -300\ kJ$$

Mas a variação de entalpia da vizinhança tem o valor contrário da variação de entalpia do sistema, portanto

$$\Delta H_{viz} = \boxed{300kJ}$$

c) Para avaliar a espontaniedade do processo é necessário calcular variação da energia livre de Gibbs. Sabemos que a energia livre de Gibbs é dada por :\

$$\Delta G = \Delta H - T \cdot \Delta S$$

Sabemos que para $\Delta G < 0$ a reação é espontânea.

$$\Delta G = -300000 - T \cdot (-55,5)$$

Queremos achar o valor de T em que a reação deixa de ser espontânea, então igualaremos ΔG a zero.

$$T = \frac{300000}{55,5} = 5405,4\ K$$

Então para $\boxed{T < 5405,4\ K}$ a reação é espontânea.

14ª QUESTÃO

Uma amostra de $50\,\mathrm{g}$ de uma solução 4% em massa de hidróxido de sódio é misturada com uma amostra de $50\,\mathrm{g}$ de uma solução $1{,}825\%$ de ácido clorídrico em um calorímetro adiabático a $20\,°\mathrm{C}$. Verifica-se que a temperatura da solução aumentou para $23{,}4\,°\mathrm{C}$. Em seguida, $70\,\mathrm{g}$ de uma solução $3,5\%$ de ácido sulfúrico a $20\,°\mathrm{C}$ foi adicionada à solução.
Determine a temperatura final da solução resultante.

Dados

- Capacidade calorífica do H_2O $C_P(\mathrm{H_2O,l}) = 75{,}0\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$

Gabarito

Começaremos calculando o número de mols de NaOH e de HCl.

$$50g \;\; 4\%\frac{m}{m}NaOH \implies 0,05\;mol\;NaOH$$

$$50g \;\; 1,825\%\frac{m}{m}HCl \implies 0,025\;mol\;HCl$$

Inicialmente temos : $NaOH + HCl \to NaCl + H_2O$
Porém, é sabido que NaOH é base forte e HCl é ácido forte, e além disso NaCl é solúvel em água. Assim, observamos que Na^+ e Cl^- são íons espectadores. Portanto a reação que nos interessa é

$$H^+ + OH^- \to H_2O \;\;,\; \Delta H_{neut}$$

Serão consumidos 0,025 mol de H^+ e OH^-,sobrando 0,025 mol de OH^- Calculando ΔH_{neut}:

$$0,025 \cdot \Delta H_{neut} = (\frac{0,96 \cdot 50 + 0,98175 \cdot 50}{18} + 0,025) \cdot 75 \cdot 3,4 \implies$$

$$\Delta H_{neut} = -55271J$$

Agora a reação com H_2SO_4 :
Veja que $\mathrm{SO_4}^{2-}$ também é íon espectador.

$$\mathrm{OH^- + H^+ \longrightarrow H_2O}$$

Logo:

$$70g \;\; 3,5\%\frac{m}{m}H_2SO_4 \implies 0,025\;mol\;H_2SO_4 \;\;\implies 0,05\;mol\;H^+$$

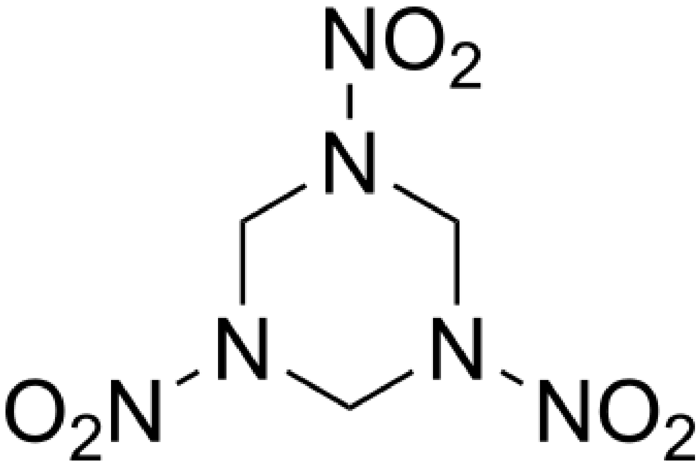
Serão consumidos 0,025 mol de H^+ e OH^-, sobrando 0,025 mol de H^+
Agora encontraremos a temperatura de equilíbrio quando a solução de H_2SO_4 é adicionada. Teremos $23,4řC \;\; 97,0875g$ de água da primeira mistura e $20řC \;\; 67,55g$ de água da segunda mistura.

$$(23,4 - T) \cdot 97,0875 = (T - 20) \cdot 67,55 \quad \implies T = 22řC$$

A energia liberada na nova neutralização será: $\Delta H = 0,025 \cdot 55271 = 1381,78\;J$
Calculando a temperatura final: $\frac{164{,}68}{18} \cdot 75 \cdot \Delta T = 0,025 \cdot 55271$
A temperatura final será $\boxed{24°C}$.

15ª QUESTÃO

Considere a estrutura do explosivo RDX, a seguir.



Uma amostra de $11{,}1\,\mathrm{g}$ de RDX foi adicionada a um cilindro juntamente com $1{,}845\,\mathrm{L}$ de ar a $27\,°\mathrm{C}$ e $1\,\mathrm{atm}$. Após a reação, os gases no interior do cilidro são resfriados novamente a $27\,°\mathrm{C}$.

a) **Apresente** a reação balanceada de combustão do RDX.

b) **Determine** a entalpia de combustão do RDX.

c) **Determine** a energia interna de combustão do RDX.

d) **Determine** a pressão parcial de dióxido de carbono no cilindro após a reação.

Dados

- Entalpia de formação do RDX $\Delta H_\mathrm{c}(RDX) = 2100\,\mathrm{kJ/mol}$
- Entalpia de formação do CO_2 $\Delta H_\mathrm{f}^\circ(\mathrm{CO_2, g}) = -390{,}0\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$
- Entalpia de formação do H_2O $\Delta H_\mathrm{f}^\circ(\mathrm{H_2O, l}) = -290{,}0\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$

Gabarito

Composto RDX: $\mathrm{C_3H_6N_6O_6}$. Massa molar: $222\ g/mol$. a) Reação de combustão

$$\mathrm{C_3H_6N_6O_6(s)} + \frac{3}{2}\,\mathrm{O_2(g)} + 6\,\mathrm{N_2(g)} \longrightarrow 3\,\mathrm{CO_2(g)} + 3\,\mathrm{H_2O(l)}^{+}\,9\,\mathrm{N_2(g)}$$

b)

$$\Delta H^\circ_{reação} = \Delta H^\circ_{Prod} - \Delta H^\circ_{Reag}$$

$$\Delta H^\circ_{reação} = 3\cdot(-390) + 3\cdot(-290) - 1\cdot(2100) = \boxed{-4140\ kJ/mol}$$

c)

$$\Delta U = \Delta H - \Delta nRT$$

$$\Delta U = -4140\cdot 10^3 - \left(\frac{9}{2}\right)\cdot 8,31\cdot 300 = \boxed{-4151,2\ kJ/mol}$$

d) $n_{RDX} = \frac{massa}{MM} = \frac{11{,}1}{222} = 0,05\ mols$ Calculando o número de mols de ar: $PV = nRT \rightarrow 1\cdot 1,845 = n\cdot 0,082\cdot 300 \rightarrow n_{ar} = 0,075$ Então: $n_{O_2} = 0,015 mols$ e $n_{N_2} = 0,06 mols$ Perceba que o ar será, portanto, reagente limitante. Logo, pela estequiometria da reação, $n_{CO_2} = 0,03$ e $n_{N_2} = 0,09$ Para acharmos a pressão parcial usaremos que: $P_{CO_2} = x_{co_2}\cdot P_{total} \rightarrow P_{CO_2} = 1atm\cdot\frac{0{,}03}{0{,}03+0{,}09} \rightarrow P_{CO_2} = \boxed{\text{0,25 atm}}$

16ª QUESTÃO

Um cilindro contém $30\,\mathrm{g}$ de uma mistura equimolar de hidrogênio e monóxido de carbono com o dobro da quantidade estequiométrica de ar necessária para a combustão completa.

a) **Determine** a massa de ar no cilindro.

b) **Determine** o calor liberado na combustão da mistura.

c) **Determine** a temperatura adiabática da chama.

Dados

- Capacidade calorífica do CO_2 $C_P(\mathrm{CO_2,g}) = 37{,}0\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$
- Capacidade calorífica do H_2O $C_P(\mathrm{H_2O,g}) = 34{,}0\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$
- Capacidade calorífica do N_2 $C_P(\mathrm{N_2,g}) = 29{,}0\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$
- Capacidade calorífica do O_2 $C_P(\mathrm{O_2,g}) = 29{,}0\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$
- Entalpia de formação do CO_2 $\Delta H_\mathrm{f}^\circ(\mathrm{CO_2,g}) = -390{,}0\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$
- Entalpia de formação do CO $\Delta H_\mathrm{f}^\circ(\mathrm{CO,g}) = -110{,}0\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$
- Entalpia de formação do H_2O $\Delta H_\mathrm{f}^\circ(\mathrm{H_2O,g}) = -240{,}0\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$

Gabarito

a) Combustão completa da reação

1. $H_{2(g)} + \frac{1}{2}O_{2(g)} + 2N_{2(g)} \rightarrow H_2O_{(l)} + 2N_{2(g)}$
2. $CO_{(g)} + \frac{1}{2}O_{2(g)} + 2N_{2(g)} \rightarrow CO_{2(g)} + 2N_{2(g)}$

Seja x o número de mols de H_2, como se trata de uma mistura equimolar, o número de mols de CO também será x Pela estequiometria da reação e usando que a quantidade de ar usada é o dobro da necessária para a combutão, temos que:

$$n_{O_{2(g)}} = 2x$$
$$n_{N_{2(g)}} = 8x$$

Assim:

$$30 = 2x + 28x + 64x + 224x$$
$$x = 0,0943$$

Logo, a massa de ar será:

$$m_{ar} = 2x \cdot 32 + 8x \cdot 28 = 288x = \boxed{27,1584\ g}$$

b)

$$\Delta H_I = -240kJ/mol$$
$$\Delta H_{II} = -390 - (-110) = -280kJ/mol$$

Assim, a energia liberada será dada por:

$$E_{liberada} = (-240 - 280) \cdot x = \boxed{-49,036\ kJ}$$

c)

$$\Delta H = c_p \cdot \Delta T$$
$$520 \cdot 10^3 = (4 \cdot 29 + 1 \cdot 34 + 1 \cdot 37 + 4 \cdot 29 + 1 \cdot 29) \cdot \Delta T$$
$$\boxed{\Delta T = 1566,3K}$$

17ª QUESTÃO

Um composto orgânico **X** contendo apenas carbono, hidrogênio, nitrogênio e oxigênio foi análisado. O resultado das análises é apresentado a seguir.

1. Uma amostra de $58\,\mathrm{mg}$ do composto sofreu combustão completa formando $88\,\mathrm{mg}$ de dióxido de carbono e $36\,\mathrm{mg}$ de água.

2. Todo nitrogênio de uma amostra de $87\,\mathrm{mg}$ do composto foi convertido em $33{,}6\,\mathrm{mL}$ de amônia em CNTP.

3. A taxa de efusão desse composto em um experimento foi de $30\,\mathrm{mL/min}$. A taxa de efusão do argônio em condições idênticas foi de $17{,}6\,\mathrm{mL/min}$.

a) **Determine** a fórmula mínima de **X**.

b) **Determine** a fórmula molecular de **X**.

Gabarito

a) 1. Para o primeiro experimento temos que:

$$n_{carbono} = n_{CO_2} = \frac{88\ mg}{44} = 2\ mmol$$

Logo:

$$n_{hidrogênio} = 2 \cdot n_{H_2O} = 2 \cdot \frac{36\ mg}{18} = 4\ mmol$$

Assim, em $58mg$ de composto:

$$m_{carbono} = 2 \cdot 12 = 24\ mg$$

$$m_{hidrogênio} = 1 \cdot 4 = 4\ mg$$

Para o segundo experimento: 2. Em $33,6\ mL$ de amônia temos $\frac{33{,}6mL}{22{,}4L} = 1,5mmol$ de nitrôgenio, dado que o gás se encontra em CNTP. Para acharmos a massa de nitrogênio em $58\ mg$ de composto:

$$\begin{array}{ccc} 1,5mmol & - & 87\ mg \\ x & - & 58\ mg \end{array}$$

$$x = 1\ mmol$$

Assim:

$$58 = 24 + 4 + 14 + m_{oxigênio}$$

$$m_{oxigênio} = 16mg$$

$$n_{oxigênio} = 1mmol$$

Daí, a fórmula mínima do composto será:

$$\boxed{C_2H_4NO}$$

b) Para acharmos a fórmula molecular do composto precisamos, primeiro, calcular sua massa molar. Assim:

$$\frac{30}{17,6} = \sqrt{\frac{m_{molar}}{40}}$$

$$m_{molar} = 116\ g/mol$$

Como a massa molar da fórmula mínima é $58\ g/mol$

$$58 \cdot n = 116 \rightarrow n = 2$$

Logo, a fórmula do composto será:

$$\boxed{C_4H_8N_20_2}$$

18ª QUESTÃO

Considere que V é o volume do recipiente que contém n mols um gás. O volume total ocupado pelas moléculas de gás é bn e, próximo às paredes, as moléculas de gás são atraídas com força proporcional ao quadrado da concentração do gás, levando a uma diferença de pressão de an^2/V^2.

a) **Apresente** a equação de estado para esse gás.

b) **Ordene** os gases nobres He, Ne e Ar em função do parâmetro b.

c) **Ordene** as moléculas $\mathrm{H_2}$, $\mathrm{H_2O}$ e NO, em função do parâmetro a.

Gabarito

a) A equação de estado para esse gás será dada por:

$$\boxed{(P + \frac{an^2}{V^2}) \cdot (V - bn) = nRT}$$

b) O parâmetro b está relacionado ao tamanho das moléculas de gás, quanto maior o tamanho da molécula, maior o b, portanto:

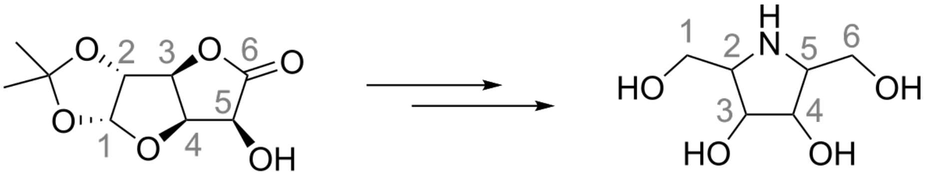
$$R_{Ar} > R_{Ne} > R_{He} \Rightarrow \boxed{b_{Ar} > b_{Ne} > b_{He}}$$

c) O parâmetro a está relacionado às interações intermoleculares das moléculas, quanto mais forte a interação maior o valor de a, portanto: H_2 $\rightarrow$dipolo induzido H_2O $\rightarrow$ligação de hidrogênio NO $\rightarrow$ dipolo dipolo sendo F a força de cada interação, temos:

$$F_{H_2O} > F_{NO} > F_{H_2} \Rightarrow \boxed{a_{H_2O} > a_{NO} > a_{H_2}}$$

19ª QUESTÃO

O composto **B** pode ser preparado por uma síntese de multiplas etapas partindo do composto **A1** ou de seu enantiômero, **A2**.



A1 **B**

Dependendo da série de reações empregadas, a configuração dos carbonos 2, 3 e 5 pode ser seletivamente mantida ou invertida. Esse protocolo não leva à inversões no carbono 4. De todos os possíveis estereoisômeros de **B**, apenas quatro são efetivamente formados nessa síntese.

a) **Apresente** a estrutura do composto **A2**.

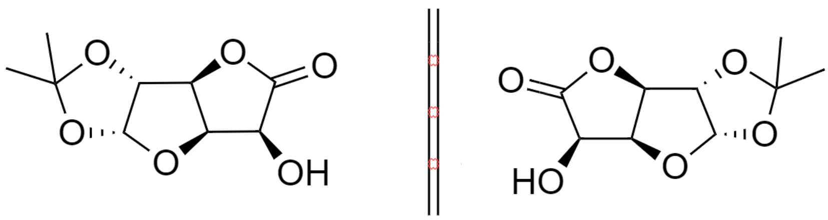
b) **Determine** o número de estereoisômeros de **A1** e **A2**.

c) **Determine** o número de estereoisômeros de **B**.

d) **Apresente** a estrutura dos estereoisômeros de **B** que são efetivamente formados na reação.

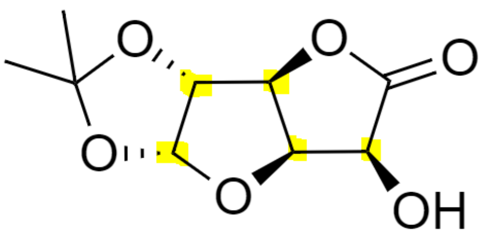
Gabarito

a) Para encontrar a estrutura do composto **A2** basta espelhar **A1**, portanto:



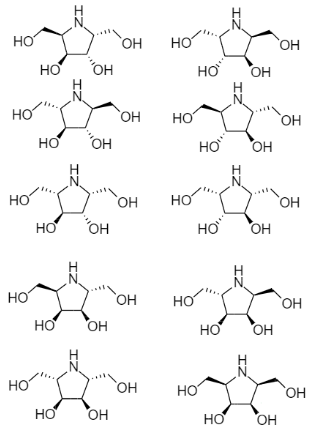
A1 A2

a) Para determinar o número de estereoisômeros de **A1** basta contar o número de carbonos quirais:

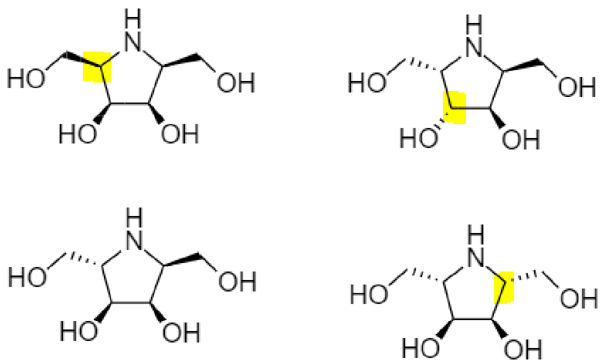


A1

5 carbonos quirais portanto $2^5 = \boxed{32}$ estereoisômeros tanto para **A1** quanto para **A2** * Para determinar o número de estereoisômeros de B, primeiro percebemos que há uma certa simetria, portanto faremos os casos 1 a 1 pois são poucos e não podemos esquecer de nenhum:



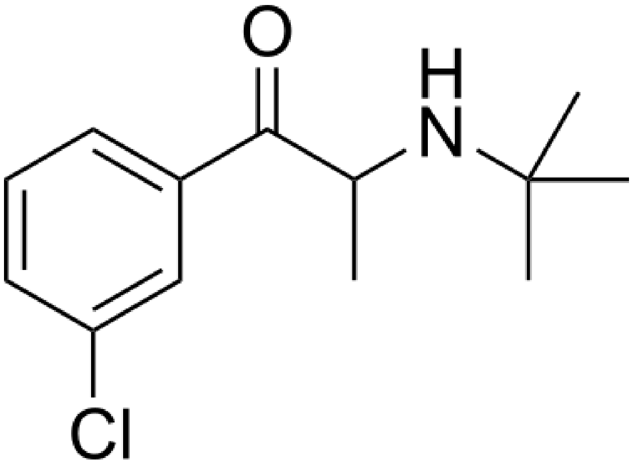
Contando, temos $\boxed{10}$ estereoisômeros * As estruturas efetivamente formadas são as que apresentam o carbono 4 na mesma configuração vista no composto A1, portanto temos as seguintes estruturas:



Em amarelo temos o carbono que foi seletivamente escolhido para mudar sua configuração.

20ª QUESTÃO

A bupropiona é um fármaco utilizado principalmente para o tratamento da depressão e do tabagismo.



Este composto é opticamente ativo, sendo que um dos estereoisômeros possui maior efeito farmacológico. Mesmo que seja possível isolar o isômero mais potente, a bupropiona é comercializada como uma mistura racêmica, pois sofre racemização *in vivo*, ou seja, uma solução opticamente ativa desse composto perde sua atividade com o tempo no corpo humano.

a) **Identifique** as funções orgânicas na bupropiona.

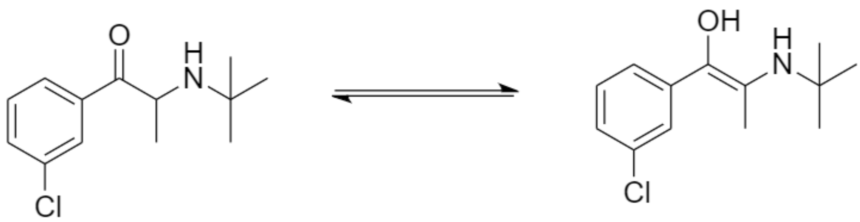
b) **Apresente** o equilíbrio tautomérico da bupropiona com a sua forma enólica.

c) **Explique** porque uma mistura ópticamente ativa de bupropiona perde sua atividade óptica em meio ácido no corpo humano.

Gabarito

a) Observando o fármaco verificamos as funções $\boxed{\text{amina, cetona e haleto de arila}}$

b)



c) A mistura perde sua atividade óptica pela sua condição de tautomeria. Isso acontece pois quando a bupropiona passa para o seu isômero enólico, a molécula deixa de ser opticamente ativa, pois deixa de ter carbono quiral. Sendo assim, quando a molécula retorna à bupropiona, a escolha de R ou S é feita de maneira aleatória, o que faz com que a mistura fique racêmica