CICLO DIAGNÓSTICO - FÍSICA

TURMA IME-ITA

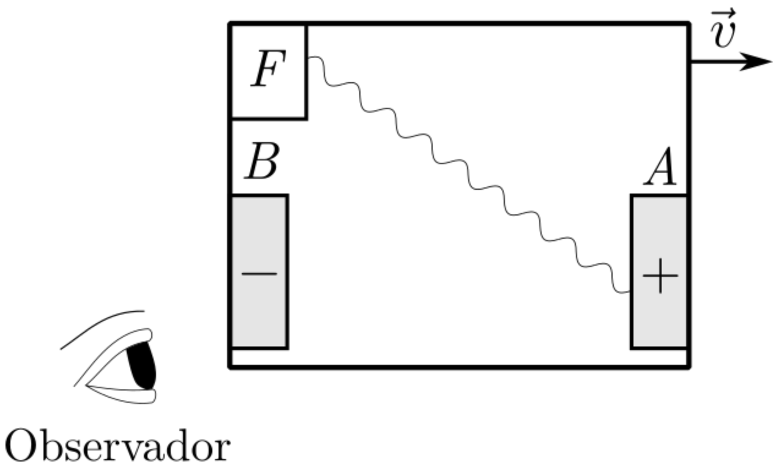
2022

GABARITO

1. $\phi = 1{,}25\,\mathrm{eV}$
2. $T_{MHS} = 1\ s$
3. $h = 7{,}20\,\mathrm{cm}$
4. A imagem final está formada a uma distância $2R$ à esquerda da lente.
5. $T = \dfrac{2\pi L}{q}\sqrt{\frac{2mR}{k\left(2\sqrt{2}-1\right)}}$

1ª QUESTÃO

A figura ilustra um experimento numa plataforma que, no referencial de um observador externo, se move com velocidade $\vec{v}$ constante de módulo $1{,}80 \times 10^8\,\mathrm{m/s}$. No instante inicial, uma fonte F emite um pulso de comprimento de onda $\lambda = 500\,\mathrm{nm}$ que incide sobre a placa metálica A, sendo por ela absorvido e, consequentemente, emitindo elétrons. De acordo com o observador externo, o tempo em que um elétron leva para chegar de A até B, que dista $1\,\mathrm{cm}$ de A, vale $18{,}8\,\mathrm{ns}$.



Determine o potencial de corte e a função trabalho da placa A, sabendo que o capacitor estava inicialmente descarregado.

Gabarito

Lembrando do efeito fotoelétrico, temos que após o fóton ser absorvido pela placa, parte de sua energia é utilizada para liberar o elétron da placa, sendo a energia restante convertida em energia cinética para o elétron. Desta forma, temos a fórmula:

$$hf - \phi = \frac{hc}{\lambda} - \phi = K$$

Onde $hc = \frac{hc}{\lambda}$ é a energia do fóton absorvido, ϕ é a função trabalho, sendo a energia gasta para 'liberar' o elétron da placa e K é a energia cinética do elétron emitido. Obtido o valor de K, poderemos obter o valor da função trabalho, tendo em vista que os demais dados foram fornecidos.

Tendo em vista que para um observador externo o elétron leva $18{,}8\,\mathrm{ns}$ para chegar de uma placa à outra, podemos determinar o tempo que o mesmo gasta para tal, quando medido no referencial da plataforma e do elétron:

Vemos que o elétron será nosso referencial próprio, uma vez que os eventos: saída de A e chegada em B são percebidos na mesma posição para tal. Dessa forma:

$$\gamma \Delta t_{e-} = \Delta t_O$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{1{,}80\times10^8}{3\times10^8}\right)^2}} \cdot \Delta t_{e^-} = 18{,}8\,\mathrm{ns}$$

$$\Delta t_{e^-} = \frac{4}{5} \cdot 18{,}8 \approx 15\,\mathrm{ns}$$

Obtido o tempo de travessia no referencial do elétron, podemos determinar sua velocidade em relação à plataforma:

$$v = \frac{0{,}0100}{15\times10^{-9}} = 0{,}0660\times10^7 = 6{,}60\times10^5\,\mathrm{m/s}$$

Com isso, a energia cinética do elétron será:

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{9{,}11\times10^{-31}\cdot 6{,}60^2\cdot 10^{10}}{2} = 1{,}98\times10^{-19}\,\mathrm{J}$$

Passando para elétron-Volt:

$$K = \frac{1{,}98\times10^{-19}}{1{,}60\times10^{-19}} \approx 1{,}24\,\mathrm{eV}$$

Em seguida, determinamos a energia do fóton incidente:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}63\times10^{-34}\cdot 3\times10^8}{500\times10^{-9}} = 3{,}98\times10^{-19}\,\mathrm{J}$$

Que corresponde, em elétron-Volt:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{3{,}98\times10^{-19}}{1{,}60\times10^{-19}} \approx 2{,}49\,\mathrm{eV}$$

Finalmente, determinamos a função trabalho:

$$\phi = \frac{hc}{\lambda} - K \Rightarrow \boxed{\phi = 1{,}25\,\mathrm{eV}}$$

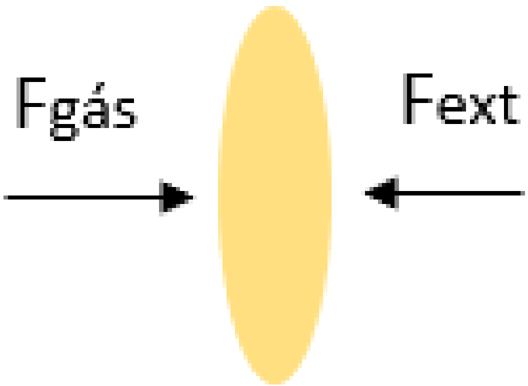
2ª QUESTÃO

Um recipiente cilíndrico, isolado, localizado a nível do mar possui uma certa quantidade de um gás diatômico ocupando um volume de $0{,}700\,\mathrm{m}^3$. Inicialmente o cilindro se encontra deitado em equilíbrio estático, com seu êmbolo livre para se deslocar horizontalmente. O êmbolo, de massa $m = 5\,\mathrm{kg}$ e raio $r = 10\,\mathrm{cm}$, é então levemente deslocado levemente, passando a realizar um movimento oscilatório.

Determine o período de oscilação deste movimento.

Gabarito

Equilíbrio inicial do êmbolo:



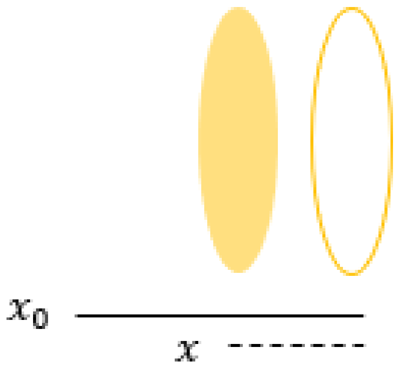
Logo:

$$F_{o\ gas} = F_{ext} \Rightarrow P_{o\ gas} \cdot A_{embolo} = P_{atm} \cdot A_{embolo} \Rightarrow \ P_{o\ gas} = P_{atm} \qquad \text{(I)}$$

Assim:

$$V_o = A_{embolo} \cdot x_o = 0,700\ m^3$$
$$A_{embolo} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 0{,}1^2$$
$$x_o = \frac{0,7}{\pi \cdot 0,1^2}$$

Deslocando o êmbolo:



Logo:

$$F_{gas} - F_{atm} = F_{res} = (P_{gas} - P_{atm}) \cdot A_{embolo} \qquad \text{(II)}$$

Usando a relação da transformação adiabática e usando I.

$$P_{o\ gas} \cdot V_o^{\gamma} = P_{gas} \cdot V_f^{\gamma} \Rightarrow P_{atm} \cdot A_{embolo}^{\frac{7}{5}} \cdot x_o^{\frac{7}{5}} = P_{gas} \cdot A_{embolo}^{\frac{7}{5}} (x_o - x)^{\frac{7}{5}}$$

$$P_{gas} = \frac{P_{atm} \cdot x_0^{\frac{7}{5}}}{(x_o - x)^{\frac{7}{5}}}$$

Como foi realizado um pequeno deslocamento, utilizaremos a aproximação de Bernoulli:

$$P_{gas} = \frac{P_{atm}.x_0^{\frac{7}{5}}}{x_o^{\frac{7}{5}} \left(1 - \frac{x}{x_0}\right)^{\frac{7}{5}}} \approx P_{atm} \left(1 + \frac{7}{5} \cdot \frac{x}{x_0}\right)$$

Substituindo em II:

$$F_{res} = \left(P_{atm}\left(1 + \frac{7}{5}\cdot\frac{x}{x_0}\right) - P_{atm}\right)\cdot A_{embolo}$$

$$F_{res} = P_{atm}\cdot\frac{7}{5}\cdot\frac{x}{x_0}\cdot\pi\cdot 0{,}1^2 = k\cdot x$$

Substituindo os valores (e usando $P_{atm} = 10^5$):

$$k = \frac{1,4\cdot 10^5\cdot\pi\cdot 0,1^2}{\frac{0{,}7}{\pi\cdot 0{,}1^2}} = 20\pi^2$$

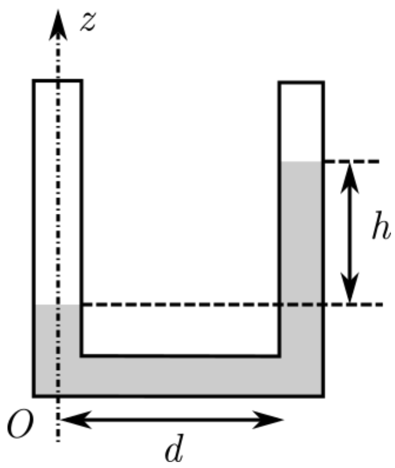
Observe que a F_{res} é diretamente proporcional ao deslocamento e o êmbolo tende a retornar a sua posição inicial. Logo, o movimento se configura um MHS e podemos usar a relação:

$$T_{MHS} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{5}{20\pi^2}}$$

$$\therefore \boxed{T_{MHS} = 1\ s}$$

3ª QUESTÃO

Um tubo em U contendo um líquido gira em torno do eixo z, indicado na figura, com velocidade angular de $10\,\mathrm{rad/s}$. A distância d entre os dois ramos do tubo é de $12\,\mathrm{cm}$, e ambos são abertos na parte superior.



Calcule a diferença de altura h entre os níveis atingidos pelo líquido nos dois ramos do tubo

Gabarito

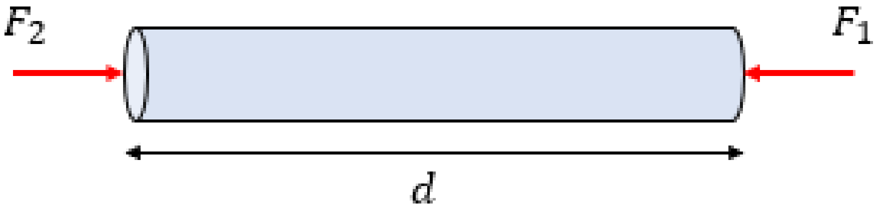
Solução 1: força resultante centrípeta

Primeiro, vamos calcular a diferença de pressão nos extremos do tubo horizontal:

$$\Delta p = \rho g h$$

Porém, a diferença de pressão gera uma força resultante. Como o tubo que possui a maior altura gera maior pressão, temos uma força resultante apontando para o centro de rotação em O.

Logo, sendo A a área do tubo:



$$F_{res} = F_1 - F_2 = \Delta p.A = F_{cp} \Rightarrow \rho g h A = m\omega^2 R$$

Nesse caso, o corpo em rotação é o líquido no tubo horizontal, e o centro de massa está localizado na metade do tubo. Assim, temos:

$$\rho g h A = m\omega^2 \frac{d}{2}$$

Onde a massa vale:

$$m = \rho V = \rho A d$$

Portanto,

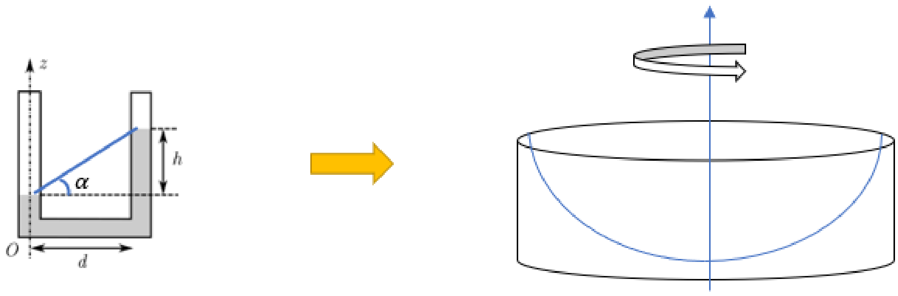
$$\rho g h A = \rho A d \omega^2 \frac{d}{2}$$

$$gh = \frac{(\omega d)^2}{2} \therefore h = \frac{(\omega d)^2}{2g}$$

Substituindo os valores no S.I.:

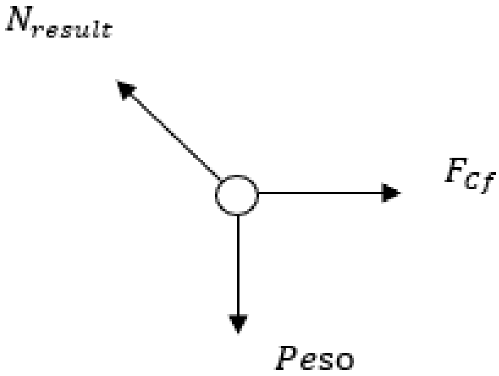
$$h = \frac{10^2 \cdot 0{,}120^2}{2 \cdot 10} = 0{,}0720\,\mathrm{m} \Rightarrow h = 7{,}20\,\mathrm{cm}$$

Solução 2: parábola de Newton



Primeiro, vamos fazer o diagrama de corpo livre para uma pequena partícula do fluido, sendo a normal resultante perpendicular à superfície do líquido.
Lembrando que a força centrípeta é dada por:

$$F_{cp} = m\omega^2 R$$



Relacionando as forças com as medidas usando a tangente do ângulo teta:

$$\tan\alpha = \frac{F_{cf}}{P} = \frac{h}{x}$$

Sendo x a distância da partícula até o centro de rotação
Multiplicando cruzado e substituindo Peso e Força centrifuga.

$$\frac{m\omega^2 \,\mathrm{d}x}{mg} = \frac{h}{x}$$

Sendo dx o raio de curvatura da pequena partícula, ω a velocidade angular e x a medida do raio do balde.
Pequena revisão de integral

$$\int x \,\mathrm{d}x = \frac{x^2}{2}$$
$$\int \mathrm{d}x = x$$

Seguindo na questão:

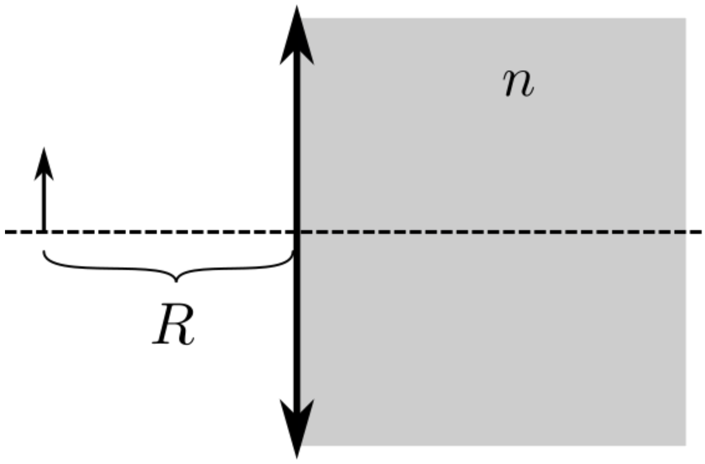
$$h = \int \frac{\omega^2}{g} \cdot x \,\mathrm{d}x = \frac{\omega^2}{g} \cdot \frac{d^2}{2}$$

Substituindo os dados fornecidos:

$$h = \frac{10^2 \cdot (12 \cdot 10^{-2})^2}{2 \cdot 10} \Rightarrow \boxed{h = 7{,}20\,\mathrm{cm}}$$

4ª QUESTÃO

Uma lente biconvexa de raios iguais a R é posicionada na transição entre o vácuo e um meio de índice $n = 2$.



Determine a posição da imagem final em relação à lente de um objeto posicionado a uma distância R desta. O material da lente possui um índice de refração igual a $1{,}50$.

Gabarito

Para encontrar a posição da imagem final, devemos primeiro entender que não se trata de um problema comum de lentes, visto que temos três meios diferentes que o raio de luz percorrerá:
Sendo assim, devemos utilizar a equação de dioptro esférico duas vezes, primeiro para a passagem do meio 1 para o meio 2, depois da passagem do meio 2 para o meio 3.
A equação do dioptro esférico é dada por:

$$\frac{n_2 - n_1}{R} = \frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{p'}$$

Aonde $R > 0$ para partes convexas e $R < 0$ para partes côncavas.
Meio 1 para meio 2:

$$\frac{1{,}5 - 1}{R} = \frac{1}{R} + \frac{1{,}5}{p'}$$

Logo

$$p' = -3R \tag{I}$$

Meio 2 para meio 3:

$$\frac{2 - 1,5}{-R} = \frac{1,5}{3R} + \frac{2}{p'}$$

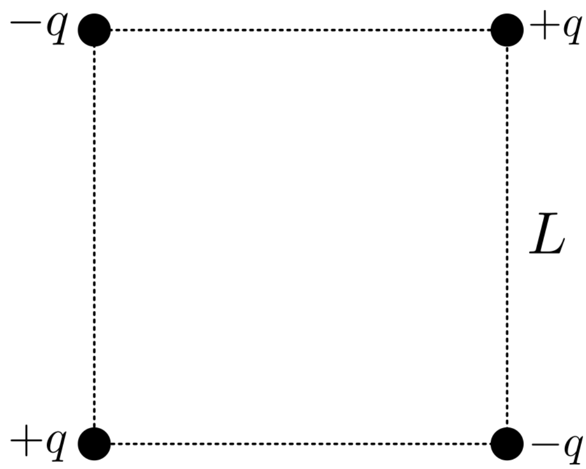
Logo

$$p'' = -3R \tag{II}$$

Como o valor de p'' é negativo, significa que a imagem final está formada a uma distância $2R$ à esquerda da lente.

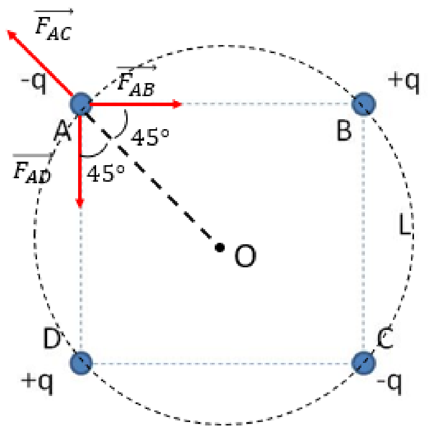
5ª QUESTÃO

Quatro corpos pontuais de mesma massa m e carregados eletricamente formam um quadrado de lado L. Os corpos giram em torno do centro do quadrado com velocidade angular constante. Sendo k a constante eletrostática do meio, determine o período de rotação.



Gabarito

Como as cargas estão dispostas em um quadrado simétricas em relação às diagonais, as únicas forças responsáveis pelo movimento delas em torno do centro são as forças radiais. Considere o quadrado $ABCD$. Analisando as forças atuando sobre a carga $-q$ disposta em A, temos:



$$F_{AB} = F_{AD} = \frac{kq^2}{L^2}; \quad F_{AC} = \frac{kq^2}{\left(L\sqrt{2}\right)^2}$$

Decompondo as forças radialmente, temos que a resultante apontando para o centro do quadrado é a força centrípeta:

$$F_{AB}\cos 45^\circ + F_{AD}\cos 45^\circ - F_{AC} = F_{cp}$$

Assim, ficamos com:

$$\frac{2kq^2}{L^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{kq^2}{2L^2} = \frac{kq^2\left(2\sqrt{2}-1\right)}{2L^2} = m\omega^2 R$$

Logo:

$$\omega^2 = \frac{kq^2\left(2\sqrt{2}-1\right)}{2mRL^2} \Rightarrow \omega = \frac{q}{L}\sqrt{\frac{k\left(2\sqrt{2}-1\right)}{2mR}}$$

Finalmente:

$$\frac{2\pi}{T} = \frac{q}{L}\sqrt{\frac{k\left(2\sqrt{2}-1\right)}{2mR}} \therefore \boxed{T = \frac{2\pi L}{q}\sqrt{\frac{2mR}{k\left(2\sqrt{2}-1\right)}}}$$