



TURMA DOS 15 - CICLO 2

2023



MATEMÁTICA

Convenções

- Considere o sistema de coordenadas cartesiano, a menos que haja indicação contrária.
 - $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ denota o conjunto dos números naturais.
 - \mathbb{R} denota o conjunto dos números reais.
 - \mathbb{C} denota o conjunto dos números complexos.
 - i denota a unidade imaginária, $i^2 = -1$.
-

Questão 11. Determine os valores de x que satisfazem:

$$\sqrt{3-x} - \sqrt{x+1} > \frac{1}{2}$$

Questão 12. Determine o valor do determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \sqrt{2} & \sqrt{3} & 2 & 9 \\ 2 & 3 & 4 & 9 \\ 4 & 9 & 16 & 81 \end{vmatrix}$$

Questão 13. Considere o polinômio: $x^3 - ax^2 + ax - 1$ com raízes r_1 , r_2 e r_3 .

Determine os possíveis valores de a de modo que r_1 , r_2 e r_3 sejam lados de um triângulo.

Questão 14. Seja a um complexo e b um número real. Prove que se a equação:

$$|z|^2 + \Re(az) + b = 0$$

tem soluções, então $|a|^2 \geq 4b$.

Questão 15. Resolva a equação:

$$\sin^3(3x) + \cos^3(3x) = 1$$

Questão 16. Se

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Determine a matriz:

$$X = \sum_{k=1}^{10} A^k$$

Questão 17. Seja $\triangle ABC$ um triângulo de lados com medidas iguais a $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 4$ e $\overline{AC} = \sqrt{5}$. Sejam m_a , m_b e m_c as medidas das medianas relativas aos lados BC , AC e AB , respectivamente.

Calcule o maior ângulo interno de um triângulo cujos lados possuem medidas iguais a m_a , m_b e m_c .

Questão 18. Seja o triângulo $\triangle OAB$ no plano cartesiano, em que O é a origem do sistema de eixos e os pontos A e B estão respectivamente nas retas $y = 1$ e $y = 3$, alinhados com o ponto $(7, 0)$.

Determine as coordenadas de A e B para os quais a soma dos quadrados das medidas dos lados do $\triangle OAB$ é mínima.

Questão 19. Considere um triângulo isósceles $\triangle ABC$ retângulo em A . Sejam os pontos D e E sobre AC e AB , respectivamente, tais que $BD \cup CE = P$.

Determine a área do triângulo $\triangle BCP$ sabendo que $\overline{AB} = \overline{AC} = a$ e $\overline{AD} = \overline{AE} = a$.

Questão 20. Uma moeda é lançada sucessivas vezes até que se tenha a ocorrência de 3 caras. Qual a probabilidade de o número total de lançamentos ser múltiplo de 3?

QUÍMICA

Dados

- Constante de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Carga elementar, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- Constante de Planck, $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-1}$
- Constante de autoionização da água, $K_w = 1 \cdot 10^{-14}$
- Constante de Faraday, $F = 96\,500 \text{ C mol}^{-1}$
- Constante dos gases, $R = 8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
- Constante de Rydberg, $\mathcal{R} = 1,1 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$
- Velocidade da luz no vácuo, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

Definições

- Composição do ar atmosférico: 79% N_2 e 21% O_2

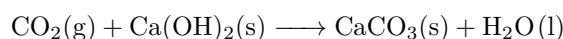
Aproximações Numéricas

- $\sqrt{2} = 1,4$
- $\sqrt{3} = 1,7$
- $\sqrt{5} = 2,2$
- $\log 2 = 0,3$
- $\log 3 = 0,5$
- $\ln 10 = 2,3$

Tabela Periódica

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g mol^{-1})	Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g mol^{-1})
H	1	1,01	Na	11	22,99
C	6	12,01	Mg	12	24,31
N	7	14,01	S	16	32,06
O	8	16,00	Cl	17	35,45

Questão 21. Uma câmara de combustão queima etano com ar atmosférico. Os gases de saída da câmara são inicialmente resfriados até 20°C . Após o resfriamento, a corrente gasosa contém 84% de nitrogênio e 6% de oxigênio, em volume. A corrente gasosa resfriada é passada por um leito contendo excesso de uma solução de hidróxido de cálcio, que absorve o CO_2 conforme a reação:



Verifica-se que a vazão volumétrica de saída de gás do leito de hidróxido de cálcio é 95% da vazão de entrada. A combustão não gera produtos sólidos em 20°C .

- Apresente** a equação balanceada de combustão do etano nas condições do problema.
- Determine** a razão entre a quantidade de ar adicionada e o mínimo necessário para a combustão completa.

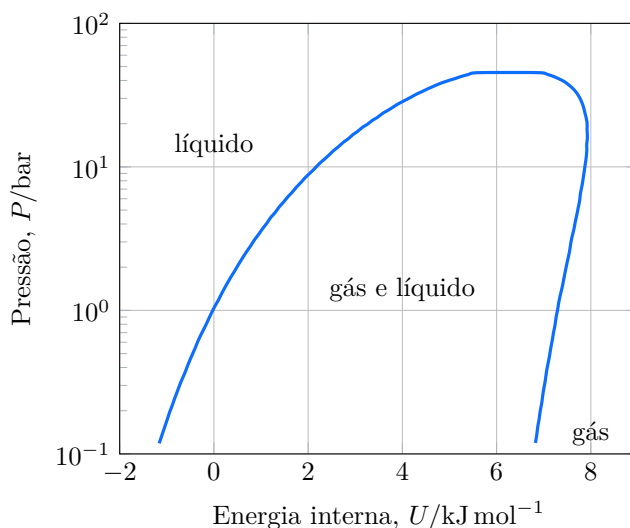
Questão 22. Considere os compostos com fórmula molecular $\text{C}_3\text{H}_3\text{Cl}_3$.

- Apresente** os compostos de cadeia aberta com fórmula molecular $\text{C}_3\text{H}_3\text{Cl}_3$.
- Apresente** os compostos de cadeia fechada com fórmula molecular $\text{C}_3\text{H}_3\text{Cl}_3$.

Questão 23. Gás natural liquefeito vem sendo produzido no mundo em quantidades cada vez maiores devido à sua alta densidade de energia, quando comparada à do gás natural comprimido. O gás natural liquefeito é composto majoritariamente por metano, cuja pressão de vapor varia com a temperatura conforme a equação empírica:

$$\log(P/\text{bar}) = 4 - \frac{480}{T/\text{K} - 0,5}$$

Um tanque criogênico típico para transporte marítimo de gás natural liquefeito tem volume de $40\,000\text{ m}^3$, e é armazenado a $-112,5^\circ\text{C}$. Este tanque não possui resfriamento externo e a pressão em seu interior é mantida constante. Inicialmente o tanque é carregado com $14\,000\text{ ton}$ de metano líquido, que evapora durante o transporte, perdendo calor a uma taxa de 50 kW .



- Determine** a temperatura de ebulição do metano em pressão de 1 bar.
- Determine** a entalpia de vaporização do metano nas condições de transporte.
- Determine** a fração de metano que evapora após quinze dias de navegação.

Questão 24. Considere as entalpia de rede e de solução.

Dados em 25°C	NaCl	NaI	KCl	KI
Entalpia de rede, $\Delta H_{\text{rede}}^\circ / \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$	790	690	700	630
Entalpia de solução, $\Delta H_{\text{sol}}^\circ / \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$	+3	+5	+17	

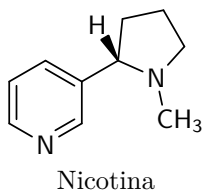
- Determine** a entalpia de solução do iodeto de potássio em 25°C .
- Explique** por que as entalpias de rede seguem a ordem: $\text{NaCl} > \text{KCl} > \text{NaI} > \text{KI}$.

Questão 25. Plantas que sobrevivem na água do mar possuem soluções internas que são isotônicas ao ambiente. Um folha de uma certa planta de água do mar sobrevive a 25°C em uma solução aquosa com ponto de congelamento $-0,621^\circ\text{C}$. As soluções têm densidade de 1 g cm^{-3} . Uma folha dessa planta foi colocada em um recipiente fechado a 25°C ao lado de uma solução aquosa com temperatura de ebulição 102°C .

A água tem constante crioscópica da água $k_c = 1,9\text{ K kg mol}^{-1}$ e constante ebulioscópica $k_b = 5,1\text{ K kg mol}^{-1}$.

- Determine** a pressão osmótica da solução na folha da planta.
- Explique** o que acontece com a planta após um longo período de tempo.

Questão 26. A nicotina é um composto orgânico da classe dos alcaloides que está presente nos cigarros.



Deseja-se isolar a nicotina de uma solução deste composto em diclorometano contaminada com tolueno. Para isso, dispõe-se de uma solução 1 mol L^{-1} de NaOH e de uma solução $1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ de HCl.

- Apresente** a estrutura do cátion e do dicátion da nicotina que são formados em solução ácida.
- Proponha** um processo de purificação da nicotina utilizando os reagentes a disposição.

Questão 27. A energia de ionização do nitrogênio atômico é 1400 kJ mol^{-1} , e a do gás nitrogênio é 1500 kJ mol^{-1} . A energia de ligação $\text{N} \equiv \text{N}$ no gás nitrogênio é 940 kJ mol^{-1} .

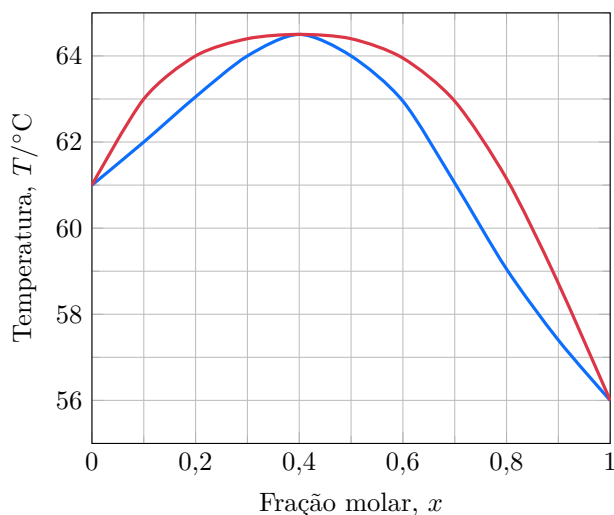
Considere um frasco contendo gás nitrogênio que é irradiado com luz de comprimento de onda 25 nm .

- Determine** quais espécies podem ser formadas dentro do frasco.
- Determine** a faixa de comprimentos de onda que levaria apenas à formação de nitrogênio atômico, sem a formação de íons.
- Explique** por que a energia de ionização do gás nitrogênio é maior que a energia de ionização do nitrogênio atômico, enquanto a energia de ionização do gás flúor (1520 kJ mol^{-1}) é menor que a do flúor atômico (1680 kJ mol^{-1}).

Questão 28. Oxigênio e enxofre formam diversos compostos binários com flúor.

- Apresente** a estrutura molecular do difluoreto de dioxigênio, O_2F_2 .
- Explique** porque o comprimento da ligação $\text{O}-\text{F}$ no difluoreto de dioxigênio (160 pm) é mais longa do que no difluoreto de oxigênio, OF_2 (140 pm).
- Apresente** a estrutura molecular dos isômeros constitucionais do difluoreto de dienosofre, S_2F_2 .
- Apresente** a estrutura molecular do tetrafluoreto de dienosofre, S_2F_4 .
- Explique** porque o hexafluoreto de enxofre, SF_6 é mais volátil que o tetrafluoreto de enxofre, SF_4 .

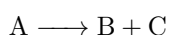
Questão 29. A seguir é apresentado o diagrama de fases para a mistura de acetona e clorofórmio em 1 bar.



Considere uma mistura binária líquida equimolar de acetona e clorofórmio, em temperatura ambiente e 1 bar. Quando essa mistura é aquecida, ela entra em ebulição, possibilitando a marcação do ponto A , que representa o líquido α em ebulição e o ponto B , que representa o vapor β , gerado pela vaporização do líquido α . Considere, agora, que o vapor β seja condensado e em seguida vaporizado, gerando o vapor γ .

- Classifique** o processo de mistura de acetona e clorofórmio como endotérmico ou exotérmico.
- Determine** a composição de α , β e γ e as temperaturas de ebulição dos líquidos α e γ , em 1 bar.
- Determine** o número de pratos teóricos necessários para se obter uma mistura contendo 90% de acetona a partir do líquido α .

Questão 30. O produto B é obtido pela reação de decomposição:



A unidade industrial para a síntese de B é composta por um reator e uma torre de destilação, que separa o efluente do reator em uma corrente de produto e uma corrente de reciclo. A corrente de produto contém 4% de A em base molar, e a corrente de reciclo contém 84% de A e 16% de B em base molar.

A reação de conversão de A em B no reator tem rendimento de 40%. A corrente de entrada consiste em 100 mol min^{-1} de A.

- Determine** a conversão global de A.
- Determine** a pureza do produto.
- Determine** a vazão molar da corrente de reciclo.