



CICLO ITA 1 - MATEMÁTICA E QUÍMICA
TURMA IME-ITA
2022



MATEMÁTICA

Questão 1 Calcular a soma:

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \cdots + \frac{2n-1}{2^n}.$$

Questão 2 Dê o conjunto solução da equação:

$$\frac{1 - \operatorname{tg}(x)}{1 + \operatorname{tg}(x)} = 1 + \operatorname{sen}(2x).$$

Questão 3 Determine todos os valores reais de x que satisfazem:

$$(x-1)(x-2)(x-4)(x-8) = 10x^2.$$

Questão 4 Seja P um ponto interior a um triângulo equilátero cujas distâncias aos respectivos lados medem x , y e z . Determine a soma $x + y + z$ em função do lado l do triângulo.

Questão 5 Sabendo que a reta $12x + 5y = 60$ forma um triângulo com os eixos coordenados, calcule a soma das alturas de tal triângulo.

Questão 6 Quantos pares ordenados (x, y) de números reais satisfazem simultaneamente as equações:

$$\begin{aligned} x + 3y &= 3 \text{ e} \\ ||x| - |y|| &= 1 ? \end{aligned}$$

Questão 7 Considere um triângulo ABC , acutângulo, cujos lados medem $AB = x - 7$, $BC = x$ e $AC = x + 2$. Se $x \in \mathbb{N} / 0 < x < 20$, determine todos os possíveis valores de x .

Questão 8 Quantos inteiros não-negativos podem ser escritos da forma:

$$a_7 3^7 + a_6 3^6 + \cdots + a_1 3^1 + a_0 3^0,$$

com $a_i \in \{-1, 0, 1\}$ para $0 \leq i \leq 7$?

Questão 9 Os comprimentos dos lados de um triângulo são os inteiros $x - 1$, x e $x + 1$. Se o seu maior ângulo é o dobro do menor, calcule o valor de x .

Questão 10 Considere A um conjunto não vazio tal que $n(A) = x$. Se $P(A)$ é o conjunto das partes de A , responda:

- Qual a expressão para $n(P(A))$ em função de x ? Explique.
- Considere, agora, $n(A) = 2$. Ao definir:

$$\begin{aligned} P^1(A) &= P(A) \quad \text{e} \quad P^k(A) = P(P^{k-1}(A)) \quad , \\ \end{aligned}$$

qual o menor valor de k para o qual $P^k(A) > 64000$?

QUÍMICA

Dados

Constantes

- Constante de Planck $h = 6,6 \times 10^{-34} \text{ J s}$
- Constante de Rydberg $\mathcal{R}_\infty = 1,1 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$
- Massa do elétron $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

Elementos

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g mol^{-1})	Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g mol^{-1})
H	1	1,01	Ar	18	39,95
He	2	4,00	K	19	39,10
C	6	12,01	Ca	20	40,08
N	7	14,01	Cr	24	52,00
O	8	16,00	Fe	26	55,84
F	9	19,00	Cu	29	63,55
Ne	10	20,18	Zn	30	65,38
Na	11	22,99	Br	35	79,90
Mg	12	24,31	Mo	42	95,95
S	16	32,06	I	53	126,90
Cl	17	35,45			

Questão 11 A série de Lyman é o conjunto de raios que resultam da emissão do átomo do hidrogênio quando um elétron transita de $n \geq 2$ a $n = 1$, onde n representa o número quântico principal referente ao nível de energia do elétron.

- Determine** a faixa de comprimentos de onda referente à série de Lyman.
- Determine** o comprimento de onda associado a um elétron emitido de um átomo de cobre pela incidência de um fóton da segunda linha da série de Lyman.

Dados

- Função trabalho do cobre $\Phi(\text{Cu}) = 7,44 \times 10^{-19} \text{ J}$

Questão 12 Considere o elemento **X**, de número atômico $Z = 42$.

- Determine** a configuração eletrônica do estado fundamental de **X**.
- Determine** os números quânticos do elétron mais energético de **X**.
- Esboce** a probabilidade de encontrar o elétron em função da distância radial do núcleo para o orbital mais energético de **X**.

Questão 13 Considere a combustão de 12 g de magnésio com excesso de oxigênio formando óxido de magnésio.

- Determine** a variação de entropia do sistema.
- Determine** a variação de entropia da vizinhança.
- Classifique** o processo quanto à sua espontaneidade.

Dados

- Entalpia de formação do MgO $\Delta H_f^\circ(\text{MgO}, \text{s}) = -600,0 \text{ kJ mol}^{-1}$
- Entropia do MgO $S^\circ(\text{MgO}, \text{s}) = 27,0 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
- Entropia do Mg $S^\circ(\text{Mg}, \text{s}) = 33,0 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
- Entropia do O₂ $S^\circ(\text{O}_2, \text{g}) = 210,0 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

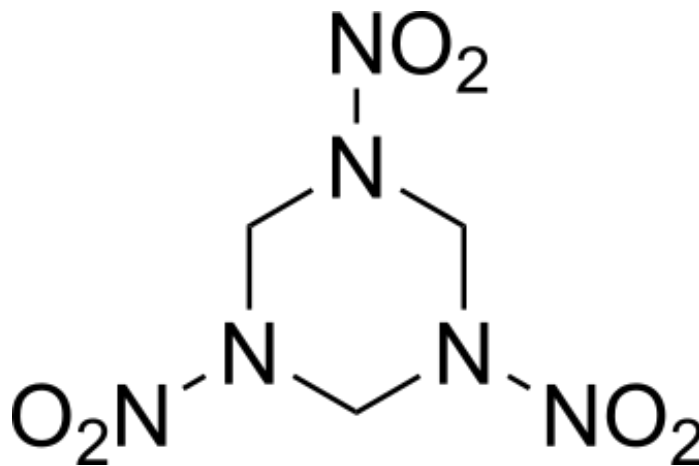
Questão 14 Uma amostra de 50 g de uma solução 4% em massa de hidróxido de sódio é misturada com uma amostra de 50 g de uma solução 1,825% de ácido clorídrico em um calorímetro adiabático a 20 °C. Verifica-se que a temperatura da solução aumentou para 23,4 °C. Em seguida, 70 g de uma solução 3,5% de ácido sulfúrico a 20 °C foi adicionada à solução.

Determine a temperatura final da solução resultante.

Dados

- Capacidade calorífica do H₂O $C_P(\text{H}_2\text{O}, \text{l}) = 75,0 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

Questão 15 Considere a estrutura do explosivo RDX, a seguir.



Uma amostra de 11,1 g de RDX foi adicionada a um cilindro juntamente com 1,845 L de ar a 27 °C e 1 atm. Após a reação, os gases no interior do cilindro são resfriados novamente a 27 °C.

- Apresente** a reação balanceada de combustão do RDX.
- Determine** a entalpia de combustão do RDX.
- Determine** a energia interna de combustão do RDX.
- Determine** a pressão parcial de dióxido de carbono no cilindro após a reação.

Dados

- Entalpia de formação do RDX $\Delta H_c(RDX) = 2100 \text{ kJ/mol}$
- Entalpia de formação do CO_2 $\Delta H_f^\circ(\text{CO}_2, \text{g}) = -390,0 \text{ kJ mol}^{-1}$
- Entalpia de formação do H_2O $\Delta H_f^\circ(\text{H}_2\text{O}, \text{l}) = -290,0 \text{ kJ mol}^{-1}$

Questão 16 Um cilindro contém 30 g de uma mistura equimolar de hidrogênio e monóxido de carbono com o dobro da quantidade estequiométrica de ar necessária para a combustão completa.

- Determine** a massa de ar no cilindro.
- Determine** o calor liberado na combustão da mistura.
- Determine** a temperatura adiabática da chama.

Dados

- Capacidade calorífica do CO_2 $C_P(\text{CO}_2, \text{g}) = 37,0 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
- Capacidade calorífica do H_2O $C_P(\text{H}_2\text{O}, \text{g}) = 34,0 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
- Capacidade calorífica do N_2 $C_P(\text{N}_2, \text{g}) = 29,0 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
- Capacidade calorífica do O_2 $C_P(\text{O}_2, \text{g}) = 29,0 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
- Entalpia de formação do CO_2 $\Delta H_f^\circ(\text{CO}_2, \text{g}) = -390,0 \text{ kJ mol}^{-1}$
- Entalpia de formação do CO $\Delta H_f^\circ(\text{CO}, \text{g}) = -110,0 \text{ kJ mol}^{-1}$
- Entalpia de formação do H_2O $\Delta H_f^\circ(\text{H}_2\text{O}, \text{g}) = -240,0 \text{ kJ mol}^{-1}$

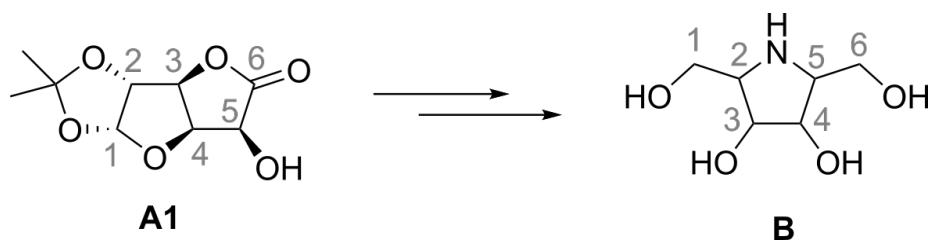
Questão 17 Um composto orgânico **X** contendo apenas carbono, hidrogênio, nitrogênio e oxigênio foi analisado. O resultado das análises é apresentado a seguir.

1. Uma amostra de 58 mg do composto sofreu combustão completa formando 88 mg de dióxido de carbono e 36 mg de água.
 2. Todo nitrogênio de uma amostra de 87 mg do composto foi convertido em 33,6 mL de amônia em CNTP.
 3. A taxa de efusão desse composto em um experimento foi de 30 mL/min. A taxa de efusão do argônio em condições idênticas foi de 17,6 mL/min.
- Determine** a fórmula mínima de **X**.
 - Determine** a fórmula molecular de **X**.

Questão 18 Considere que V é o volume do recipiente que contém n mols um gás. O volume total ocupado pelas moléculas de gás é bn e, próximo às paredes, as moléculas de gás são atraídas com força proporcional ao quadrado da concentração do gás, levando a uma diferença de pressão de an^2/V^2 .

- Apresente** a equação de estado para esse gás.
- Ordene** os gases nobres He, Ne e Ar em função do parâmetro b .
- Ordene** as moléculas H_2 , H_2O e NO , em função do parâmetro a .

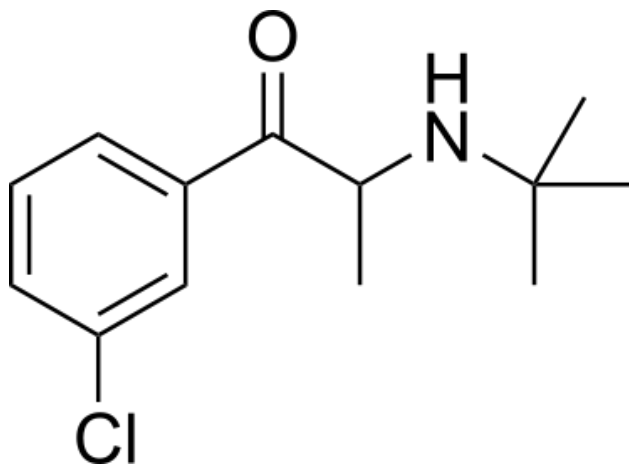
Questão 19 O composto **B** pode ser preparado por uma síntese de múltiplas etapas partindo do composto **A1** ou de seu enantiômero, **A2**.



Dependendo da série de reações empregadas, a configuração dos carbonos 2, 3 e 5 pode ser seletivamente mantida ou invertida. Esse protocolo não leva à inversões no carbono 4. De todos os possíveis estereoisômeros de **B**, apenas quatro são efetivamente formados nessa síntese.

- Apresente** a estrutura do composto **A2**.
- Determine** o número de estereoisômeros de **A1** e **A2**.
- Determine** o número de estereoisômeros de **B**.
- Apresente** a estrutura dos estereoisômeros de **B** que são efetivamente formados na reação.

Questão 20 A bupropiona é um fármaco utilizado principalmente para o tratamento da depressão e do tabagismo.



Este composto é opticamente ativo, sendo que um dos estereoisômeros possui maior efeito farmacológico. Mesmo que seja possível isolar o isômero mais potente, a bupropiona é comercializada como uma mistura racêmica, pois sofre racemização *in vivo*, ou seja, uma solução opticamente ativa desse composto perde sua atividade com o tempo no corpo humano.

- Identifique** as funções orgânicas na bupropiona.
- Apresente** o equilíbrio tautomérico da bupropiona com a sua forma enólica.
- Explique** porque uma mistura opticamente ativa de bupropiona perde sua atividade óptica em meio ácido no corpo humano.