CICLO IME 4 - OBJETIVO

TURMA IME-ITA

2022

MATEMÁTICA

1ª QUESTÃO

Seja f uma função nos reais tal que:

$$f(x+y) = f(x)f(y),$$

com $f(1) = 2$. Calcule o valor de $a \in \mathbb{N}$ de modo que:

$$\sum_{k=1}^{n} f(a+k) = 16(2^n - 1).$$

A ( ) 1 **B** ( ) 2 **C** ( ) 3 **D** ( ) 4 **E** ( ) 5

Gabarito: C

$$f(x+y) = f(x)f(y)(I)$$

Substituindo x e y por 1 na equação (I) para encontrar $f(2)$:

$$f(1+1) = f(1)f(1)$$

$$f(2) = 2.2 \rightarrow f(2) = 4$$

Para encontrar $f(3)$:

$$f(2+1) = f(2)f(1) \rightarrow f(3) = 8$$

Para encontrar $f(4)$:

$$f(3+1) = f(3)f(1) \rightarrow f(3) = 16$$

Generalizando, $f(x) = 2^x$

Realizando o somatório $\sum_{k=1}^{n} f(a+k) = 16(2^n - 1)$:

$$f(a+1) + f(a+2) + \cdots + f(a+n) = 16(2^n - 1)$$

$$2^(a+1) + 2^(a+2) + \cdots + 2^(a+n) = 16(2^n - 1)$$

$$2^a(2 + 2^2 + \cdots + 2^n) = 16(2^n - 1)$$

$$2^a(2(2^n - 1)) = 16(2^n - 1)$$

$$2^a = 8$$

$$\boxed{a = 3}$$

2ª QUESTÃO

Determine o produto das raízes da equação:

$$\left(5+2\sqrt{6}\right)^{x^2-3}+\left(5-2\sqrt{6}\right)^{x^2-3}=10,$$

para $x \in \mathbb{R}$.

A ( ) 2 **B** ( ) -4 **C** ( ) 8 **D** ( ) -2 **E** ( ) 1

Gabarito: C

Como $(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})=1$

Seja $k=\left(5+2\sqrt{6}\right)^{x^2-3}$, substituindo na equação:

$$k+\frac{1}{k}=10 \rightarrow\ k^2-10k+1=0 \rightarrow\ k=5\pm 2\sqrt{6}$$

$$\left(5+2\sqrt{6}\right)^{x^2-3}=5+2\sqrt{6} \rightarrow\ x=\pm 2$$

$$\left(5+2\sqrt{6}\right)^{x^2-3}=5-2\sqrt{6} \rightarrow\ x=\pm\sqrt{2}$$

$$\boxed{\text{Produto das raízes : } 8}$$

3ª QUESTÃO

Considere a função f nos reais, de maior domínio possível, dada por:

$$f(x)=\sqrt{5-x}.$$

Qual o valor de $x \geq 0$ de modo que $f\left(f(x)\right)=x$?

A ( ) $\dfrac{-1+\sqrt{21}}{2}$ **B** ( ) $\dfrac{-2+3\sqrt{23}}{2}$ **C** ( ) $\dfrac{1+\sqrt{21}}{2}$

D ( ) $\dfrac{1+\sqrt{17}}{2}$ **E** ( ) $\dfrac{1-\sqrt{17}}{2}$

Gabarito: A

Desenvolvendo o pedido: $f(f(x))=x$ $f(\sqrt{5-x})=x$ $\sqrt{5-\sqrt{5-x}}=x$ Elevando ao quadrado: $5-\sqrt{5-x}=x^2$

Logo $5-x^2=\sqrt{5-x}$

Aqui temos 3 caminhos:

1) Elevando ao quadrado

$25-10x^2+x^4=5-x$ Assim: $x^4-10x^2+x+20=0$

Aqui precisamos tentar fatorar com Lema de Gauss

$(x^2+ax+4)(x^2-ax+5)$

Desenvolvendo temos a=-1. Daí $(x^2-x+4)(x^2+x+5)=(x^4-10x^2+x+20)$

Por bhaskara as raízes são:
$\frac{-1+\sqrt{21}}{2}$, $\frac{1+\sqrt{21}}{2}$ $\frac{1+\sqrt{17}}{2}$, $\frac{1-\sqrt{17}}{2}$

Porém, dessas, como x é uma raiz tem que ser positiva e assim já eliminamos 1 caso. Para eliminarmos o outro precisamos ver que $5-x^2$ é positivo e assim somente $\frac{-1+\sqrt{21}}{2}$ funciona

2) Troca de variável Seja $\sqrt{5-x}=y$

Dai:
$5-x=y^2$

E pelo enunciado:
$5-x^2=y$

Diminuindo:
$x^2-x=y^2-y$

Logo $(x-y)(x+y)=(x-y)$

E assim $x=y$ ou $x+y=1$ e a solução segue da mesma forma que a anterior com 2 bhaskaras

3) Função

Como $f(f(x)=x$ e a função é decrescente, podemos usar que f(x)=x

Assim, $(\sqrt{5-x})=x$

Elevando:
$5-x=x^2$

Dai, $\frac{-1+\sqrt{21}}{2}$, $\frac{1+\sqrt{21}}{2}$

Para eliminarmos o outro precisamos ver que $5-x^2$ é positivo e assim somente $\frac{-1+\sqrt{21}}{2}$ funciona

4ª QUESTÃO

Considere o polinômio:

$$p(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e,$$

onde $p(1)=2$, $p(2)=3$, $p(3)=4$, $p(4)=5$ e $p(0)=25$. Calcule $p(5)$.

A ( ) 6 **B** ( ) 5 **C** ( ) 30 **D** ( ) 10 **E** ( ) 0

Gabarito: C

Solução 1: Percebe-se que o polinômio P(x) pode ser escrito da forma: Usando o polinômio auxiliar:

$$P(x)-x-1=m(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$$

Substituindo $x=0$:

$$P(0)=m(-1)(-2)(-3)(-4)+1=25$$

$$m=1$$

Logo para $x=5$:

$$P(5)=1(5-1)(5-2)(5-3)(5-4)+5+1$$

$$\boxed{P(5)=30}$$

Solução 2: Substituindo $x=1$ em $p(x)$:

$$a+b+c+d+e=2$$

Substituindo $x=2$ em $p(x)$:

$$16a+8b+4c+2d+e=3$$

Substituindo $x = 3$ em $p(x)$:

$$81a + 27b + 9c + 3d + e = 4$$

Substituindo $x = 4$ em $p(x)$:

$$256a + 64b + 16c + 4d + e = 5$$

Substituindo $x = 0$ em $p(x)$:

$$e = 25$$

Resolvendo as equações, encontra-se:

$$a = 1, b = -10, c = 35, d = -49, e = 25$$

O polinômio é:

$$x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 49x + 25 = 0$$

Substituindo $x = 5$:

$$5^4 - 10.5^3 + 35.5^2 - 49.5 + 25 = 0$$

$$\boxed{P(5) = 30}$$

5ª QUESTÃO

Qual o quadrado da soma dos possíveis valores de $\cos\left(\theta \pm \frac{\pi}{4}\right)$ onde:

$$\sin\left(\pi \cos(\theta)\right) = \cos\left(\pi \sin(\theta)\right) \text{ ?}$$

A ( ) 1 **B** ( ) $\sqrt{2}$ **C** ( ) 0 **D** ( ) 2 **E** ( ) $\sqrt{3}$

Gabarito: A

$$\sin\left(\pi \cos\theta\right) = \cos\left(\pi \sin\theta\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \pi\cos\theta\right) = \cos\left(\pi \sin\theta\right) \rightarrow \frac{\pi}{2} - \pi\cos\theta = \pi\sin\theta$$

$$\pi\left(\sin\theta + \cos\theta\right) = \frac{\pi}{2} \rightarrow \sin^2\theta + \cos^2\theta + \sin 2\theta = \frac{1}{4}$$

$$\sin 2\theta = -\frac{3}{4} \rightarrow 2\theta = \arcsin\left(-\frac{3}{4}\right) \rightarrow \theta = \frac{\arcsin\left(-\frac{3}{4}\right)}{2}$$

$$\cos\left(\theta \pm \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\theta \mp \frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\left(\frac{\arcsin\left(-\frac{3}{4}\right)}{2}\right)) \mp \sin\left(\frac{\arcsin\left(-\frac{3}{4}\right)}{2}\right) =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{\sqrt{8 + 2\sqrt{7}}}{4} \mp \frac{\sqrt{8 - 2\sqrt{7}}}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{8}\left(\sqrt{\left(1 + \sqrt{7}\right)^2} \mp \sqrt{\left(1 - \sqrt{7}\right)^2}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{8}\left(1 + \sqrt{7} \mp \sqrt{7} \pm 1\right)$$

$$\boxed{\text{Raízes } \frac{\sqrt{2}}{4} \text{ e } \frac{\sqrt{14}}{4}}$$

6ª QUESTÃO

Se a, b e c são as medidas dos lados de um triângulo de modo que vale a relação

$$a^4 + b^4 + c^4 = 2c^2(a^2 + b^2),$$

então determine as possíveis medidas dos ângulos opostos ao lado de medida c:

A ( ) $45°$ ou $90°$ **B** ( ) $30°$ ou $135°$ **C** ( ) $45°$ ou $120°$

D ( ) $60°$ ou $120°$ **E** ( ) $45°$ ou $135°$

Gabarito: E

Pela lei dos cossenos: $cosc = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$ Portanto, $cos^2c = (\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab})^2 = \frac{a^4+b^4+c^4+2a^2b^2-2a^2c^2-2b^2c^2}{4a^2b^2}$ $= \frac{a^4+b^4+c^4-2c^2(a^2+b^2)+2a^2b^2}{4a^2b^2} = \frac{0+2a^2b^2}{4a^2b^2}$, pois $a^4 + b^4 + c^4 = 2c^2(a^2 + b^2) \therefore cos^2c = \frac{2}{4}$ $cosc = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\boxed{\angle c = 45^o \text{ ou } 135^o}$$

7ª QUESTÃO

Simplifique:

$$\tan(A) + 2\tan(2A) + 4\tan(4A) + 8\cot(8A).$$

A ( ) $\sin(A)$ **B** ( ) $\cos(A)$ **C** ( ) $\tan(A)$ **D** ( ) $\cot(A)$ **E** ( ) 1

Gabarito: D

Utilizando a relação a seguir:

$$\cot\alpha - \tan\alpha = 2cot2\alpha$$

Substituindo α por A, $2A$ e $4A$:

$$\tan A = \cot A - 2\cot 2A(I)$$

$$\tan 2A = \cot 2A - 2\cot 4A(II)$$

$$\tan 4A = \cot 4A - 2\cot 8A(III)$$

Empregando (I) e (II) na equação inicial

$$\tan(A) + 2\tan(2A) + 4\tan(4A) + 8\cot(8A)$$

$$\cot A - 2\cot 2A + 2\cot 2A - 4\cot 4A + 4\cot 4A - 8\cot 8A + 8\cot 8A$$

$$\boxed{\tan(A) + 2\tan(2A) + 4\tan(4A) + 8\cot(8A) = \cot A}$$

8ª QUESTÃO

Sabendo que $\lfloor x \rfloor$ representa a parte inteira de $x \in \mathbb{R}$, calcule a soma das raízes da equação:

$$\lfloor \frac{2x+1}{3} \rfloor + \lfloor \frac{4x+5}{6} \rfloor = \frac{3x-1}{2}.$$

A ( ) 24 **B** ( ) 39 **C** ( ) 15 **D** ( ) 10 **E** ( ) 32

Gabarito: B

Dada a equação: $\lfloor \frac{2x+1}{3} \rfloor + \lfloor \frac{4x+5}{6} \rfloor = \frac{3x-1}{2}$ (I)

Tome $y = \frac{2x+1}{3}$ (II)

A expressão se torna: $\lfloor y \rfloor + \lfloor y + \frac{1}{2} \rfloor = \frac{9y-5}{4}$ (III)

Perceba a equivalência: $\lfloor y \rfloor + \lfloor y + \frac{1}{2} \rfloor = \lfloor 2y \rfloor$ (IV)

Dessa forma, temos que: $\lfloor 2y \rfloor = \frac{9y-5}{4} = k$ (V), para algum $k \in Z$

Com isso, $k \leq 2yk + 1 \rightarrow \frac{k}{2} \leq y\frac{k+1}{2}$ (VI)

A partir das equações (IV) e (V), nós temos: $\frac{9y-5}{4} = k \iff y = \frac{4k+5}{9}$ (VII)

Substituindo na equação (VI): $\frac{k}{2} \leq \frac{4k+5}{9}\frac{k+1}{2} \iff 1k \leq 10$

Como $k \in Z$: $k = 2, 3, ..., 10$

Substituindo os valores de k na equação (VII)

$$y = \frac{13}{9}\frac{17}{9}\frac{21}{9}\frac{25}{9}\frac{29}{9}\frac{33}{9}\frac{37}{9}\frac{41}{9} \text{ ou } \frac{45}{9}$$

Susbtituindo os valores na equação (II), temos:

$$\boxed{x = \frac{5}{3}, \frac{7}{3}, 3, \frac{11}{3}, \frac{13}{3}, 5, \frac{17}{3}, \frac{19}{3} \text{ ou } 7}$$

$$\boxed{\text{Soma das raízes } = 39}$$

9ª QUESTÃO

Sejam A e B matrizes simétricas de mesma ordem. Definindo $X = AB + BA$ e $Y = AB - BA$, analise as afirmativas: I - X e Y também são matrizes simétricas. II - X é simétrica e Y é antissimétrica. III - XY é antissimétrica. IV - O oposto da transposta de YX é igual a XY. Com base nas afirmativas, é(são) verdadeira(s):

A ( ) I **B** ( ) II **C** ( ) II e III

D ( ) I e IV **E** ( ) II e IV

Gabarito: E

Como A e B são matrizes simétricas, $A^T = A$ e $B^T = B$

I. Falso

$X^T = (AB + BA)^T = (AB)^T + (BA)^T = B^T A^T + A^T B^T = BA + AB = AB + BA = X$ logo, X é simétrica.

$Y^T = (AB - BA)^T = (AB)^T - (BA)^T = B^T A^T - A^T B^T = BA - AB = -(AB - BA) = -Y$ logo, Y não é simétrica.

II. Verdadeiro

Conforme calculado acima, $X = X^T$ e $Y = -Y^T$

III. Falso

$XY = (AB + BA)(AB - BA) = (AB)^2 - AB.BA + BA.AB - (BA)^2$

$XY^T = ((AB + BA)(AB - BA))^T = (AB - BA)^T(AB + BA)^T = ((AB)^T - (BA)^T)((AB)^T + (BA)^T) = (BA - AB)(BA + AB) = (BA)^2 + BA.AB - AB.BA - (AB)^2$

IV. Verdadeiro

$-(YX)^T = -((AB-BA)(AB+BA))^T = -(AB+BA)^T(AB-BA)^T = -(BA+AB)(BA-AB) = (AB + BA)(AB - BA) = XY$

10ª QUESTÃO

QUESTÃO 10 Sejam a, b e c números reais tais que $|a - b| = m$, $|b - c| = n$, $|c - a| = p$ e $abc = q$, com $q \neq 0$. Calcule o valor da expressão:

$$\frac{a}{bc} + \frac{b}{ac} + \frac{c}{ab} - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c}.$$

A ( ) $\dfrac{m^2 + n^2 + p^2}{2q}$ **B** ( ) $\dfrac{m^2 - n^2 + p^2}{2q}$ **C** ( ) $\dfrac{m^2 + n^2 - p^2}{2q}$

D ( ) $\dfrac{m^2 + n^2 + p^2}{q}$ **E** ( ) $\dfrac{m + n + p}{q}$

Gabarito: A

Rearrumando a equação dada:

$$E = \frac{a}{bc} + \frac{b}{ac} + \frac{c}{ab} - \frac{1}{a} - \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$$

$$E = \frac{a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca}{abc}$$

$$E = \frac{2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca}{2abc}$$

$$E = \frac{a^2 + a^2 + b^2 + b^2 + c^2 + c^2 - 2ab - 2bc - 2ca}{2abc}$$

$$E = \frac{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2}{2abc}$$

Substituindo $|a - b| = m$, $|b - c| = n$, $|c - a| = p$ e $abc = q$

$$E = \frac{(m)^2 + (n)^2 + (p)^2}{2q}$$

$$E = \boxed{\frac{m^2 + n^2 + p^2}{2q}}$$

11ª QUESTÃO

Calcule:

$$\frac{\sum_{k=1}^{99}\sqrt{10+\sqrt{k}}}{\sum_{k=1}^{99}\sqrt{10-\sqrt{k}}}.$$

A ( ) 1 **B** ( ) $\sqrt{2}$ **C** ( ) $\sqrt{2}+1$ **D** ( ) $\sqrt{2}-1$ **E** ( ) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Gabarito: C

$$\left(\sqrt{10+\sqrt{x}}-\sqrt{10-\sqrt{x}}\right)^2 = 20-2\sqrt{100-x}$$

$$\sqrt{10+\sqrt{x}}-\sqrt{10-\sqrt{x}} = \sqrt{20-2\sqrt{100-x}}$$

$$\sum_{x=1}^{99}\left(\sqrt{10+\sqrt{x}}-\sqrt{10-\sqrt{x}}\right) = \sum_{x=1}^{99}\sqrt{2}\sqrt{(10-\sqrt{100-x})}$$

$$\sum_{x=1}^{99}\sqrt{10+\sqrt{x}}-\sum_{x=1}^{99}\sqrt{10-\sqrt{x}} = \sqrt{2}\sum_{x=1}^{99}\sqrt{(10-\sqrt{100-x})}$$

Repare que:

$$\sum_{x=1}^{99}\sqrt{10-\sqrt{x}} = \sum_{x=1}^{99}\sqrt{(10-\sqrt{100-x})}$$

$$\sum_{x=1}^{99}\sqrt{10+\sqrt{x}}-\sum_{x=1}^{99}\sqrt{10-\sqrt{x}} = \sqrt{2}\sum_{x=1}^{99}\sqrt{10-\sqrt{x}}$$

$$\sum_{x=1}^{99}\sqrt{10+\sqrt{x}} = \left(\sqrt{2}+1\right)\sum_{x=1}^{99}\sqrt{10-\sqrt{x}}$$

Logo:

$$\boxed{\frac{\sum_{x=1}^{99}\sqrt{10+\sqrt{x}}}{\sum_{x=1}^{99}\sqrt{10-\sqrt{x}}} = \sqrt{2}+1}$$

12ª QUESTÃO

Para $x \in \mathbb{R}$, sabendo que:

$$\sin x + \cos x + \tan x + \cot x + \sec x + \csc x = 7\ ,$$

qual o valor de $\sin x + \cos x$?

A ( ) $\sqrt{3}$ **B** ( ) $\sqrt{5}-2$ **C** ( ) 1 **D** ( ) $\sqrt{7}-4$ **E** ( ) $\sqrt{10}-5$

Gabarito: A

Anulada. Seja

$$senx + cosx = m$$

$$sen^2x + 2senxcosx + cos^2x = m^2$$

$$1 + 2senxcosx = m^2$$

$$senxcosx = \frac{m^2 - 1}{2}$$

Desenvolvendo a equação dada:

$$senxcosx + \frac{senx}{cosx} + \frac{cosx}{senx} + \frac{1}{senx} + \frac{1}{cosx} = 7$$

$$m + \frac{sen^2x + cos^2x}{senxcosx} + \frac{senx + cosx}{senxcosx} = 7$$

$$m + \frac{1}{\frac{m^2-1}{2}} + \frac{m}{\frac{m^2-1}{2}} = 7$$

$$\frac{2(1+m)}{m^2+1} = 7 - m$$

$$\frac{2(1+m)}{(m-1)(m+1)} = 7 - m$$

$$2 = -7 - 8m - m^2$$

$$m^2 + 8m + 9 = 0$$

$$(m+4)^2 - 7 = 0$$

$$m = \sqrt{7} - 4$$

ou

$$4 - \sqrt{7}$$

Testando no enunciado somente,

$$4 - \sqrt{7}$$

satisfaz.

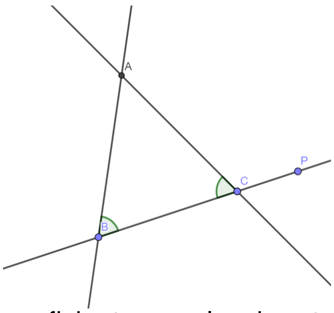
13ª QUESTÃO

Os dois lados iguais de um triângulo isósceles estão sobre as retas de equações $7x - y + 3 = 0$ e $x + y - 3 = 0$. Se o terceiro lado está contido na reta de equação geral $ax + by + c = 0$ que passa pelo ponto $(1, -10)$, calcule todos os valores possíveis para a soma $a + b + c$.

A( ) 11 **B**( ) 22 **C**( ) 33 **D**( ) -11 **E**( ) -22

Gabarito: A

Questão Anulada Sendo o ponto A o vértice do encontro entre as retas $7x - y + 3 = 0$ e $x + y - 3 = 0$



Como o triãngulo é isósceles, o angulo $B = C$, logo $\tan B = \tan C (I)$ O coeficiente angular da reta AB é igual a 7, e o da reta AC é igual a -1 Considerando m o coeficiente angular da reta BC:

$$\tan B = |\frac{7 - m}{1 + 7m}|$$

$$\tan C = |\frac{-1 - m}{1 - m}|$$

Usando a relação (I)

$$|\frac{7 - m}{1 + 7m}| = |\frac{-1 - m}{1 - m}|$$

$$\frac{-1 - m}{1 - m} = \pm(\frac{-1 - m}{1 - m})$$

Caso 1: utilizando o sinal positivo

$$\frac{-1 - m}{1 - m} = \frac{-1 - m}{1 - m}$$

$$m^2 + 1 = 0$$

Não tem solução real **Caso 2:** utilizando o sinal negativo

$$\frac{-1 - m}{1 - m} = -(\frac{-1 - m}{1 - m})$$

$$3m^2 + 8m - 3 = 0$$

$$m = \frac{1}{3} \text{ ou } m = -3$$

Substituindo o ponto $P = (1, -10)$ e o valor do coeficiente angular em $y - y_0 = m(x - x_0)$ temos as retas:

$$x - 3y - 31 = 0$$

$$3x + y + 7 = 0$$

Porém, temos infinitos valores para a,b,c que satisfazem isso, dado que podemos trocar a solução

$$(a, b, c)$$

pela solução

$$(k.a, k.b, k.c)$$

sem prejuízo na equação da reta satisfazendo o enunciado.

14ª QUESTÃO

Se $z^2 + z + 1 = 0$, com $z \in \mathbb{C}$, então calcule:

$$\left(z+\frac{1}{z}\right)^2+\left(z^2+\frac{1}{z^2}\right)^2+\cdots+\left(z^6+\frac{1}{z^6}\right)^2.$$

A ( ) 18 **B** ( ) 54 **C** ( ) 6 **D** ( ) 12 **E** ( ) 24

Gabarito: D

Como $z \neq 0$, divide-se a equação $z^2 + z + 1 = 0$ por z

$$z+1+\frac{1}{z}=0 \rightarrow z+\frac{1}{z}=-1 \text{ (I)}$$

Multiplicando por z

$$z^3+z^2+z=0, z^3-1=0, z^3=1$$

Assim,

$$z^2+\frac{1}{z^2}=-1$$

, pois

$$z^4=z$$

E

$$z^3+\frac{1}{z^3}=2$$

, pois $z^3 = 1$

Seguindo o padrão:

$$\boxed{\left(z+\frac{1}{z}\right)^2+\left(z^2+\frac{1}{z^2}\right)^2+\cdots+\left(z^6+\frac{1}{z^6}\right)^2=12}$$

15ª QUESTÃO

Na expansão de $(1 + ax + bx^2)(1 - 2x)^{18}$, ambos os coeficientes de x^3 e de x^4 são nulos. Qual o valor de $51a - 3b$?

A ( ) 524 **B** ( ) 444 **C** ( ) 544 **D** ( ) 534 **E** ( ) 540

Gabarito: C

Seja a expansão da expressão:

\$(1 + ax + bx\^2)(1 - 2x)\^{18} = (1 + ax + bx\^2)(C\^{18}*0 - C\^{18}_1(2x) + ... + C\^{18}*{18}(2x)\^{18})\$

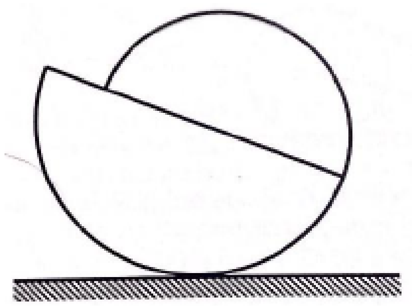
Coeficiente de x^3:

$C_3^{18}(-2)^3 + a(-2)^2 C_2^{18} + b(-2)C_1^{18} = 0 \; -8C_3^{18} + 4aC_2^{18} - 2b.18 = 0 \; -\frac{18.17.16}{6}.8 + \frac{4a+18.17}{2} - 36b = 0 \; -51.16.8 + a.36.17 - 36b = 0 \; -34.16 + 51a - 3b = 0 \; 51a - 3b = 34.16 = 544$

$$\boxed{51a - 3b = 544}$$

16ª QUESTÃO

Dois semicilindros circulares de igual comprimento, raios r_1 e r_2 ($r_1 > r_2$) e pesos P_1 e P_2, respectivamente, se apoiam entre si sendo rugosas as superfícies de contato. Calcular o coeficiente de atrito para que os semicilindros estejam na iminência de escorregar na posição indicada na figura. Sabe-se que as distâncias entre os centros de gravidade dos semicilindros ao plano de contato valem $\frac{4_1}{3\pi}$ e $\frac{4_2}{3\pi}$.



A ( ) $\frac{3\pi}{4}\frac{(P_1P_2)(r_1+r_2)}{(P_1+P_2)(r_1r_2)}$

B ( ) $\frac{3\pi}{4}\frac{P_2(r_1r_2)}{P_1r_1P_2r_2}$

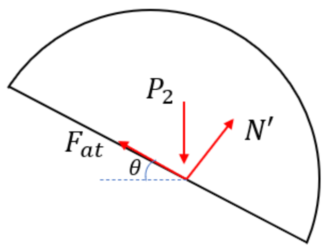
C ( ) $\frac{3\pi}{4}(P_1+P_2)\frac{\sqrt{r_1^2+r_2^2}}{P_{11}P_2r_2}$

D ( ) $\frac{3\pi}{4}\frac{(P_1+P_2)\sqrt{r_1^2+r_2^2}}{P_1r_1P_2r_2}$

E ( ) $\frac{3\pi}{4}\frac{P_1(r_1+r_2)}{P_1r_1P_2r_2}$

Gabarito: B

Para que o sistema permaneça em equilíbrio, tanto o equilíbrico de corpo extenso ("blocão"), quanto o equilíbrio de cada cilindro em particuar devem ser garantidos, ou seja, $F_{res} = 0$. Nessa situação, devemos ter a força de atrito estático entre os cilindros máxima, para que os cilindros estejam na iminência de escorregar. Analisando o cilindro com raio r_2, a partir do diagrama de corpo livre, temos:



Onde N' é a normal de contato entre os cilindros e F_{at} a força de atrito entre eles.
Dessa forma, como $F_{res} = 0$:
Na direção de N:

$$P_2 cos\theta = N' \quad (1)$$

Na direção de F_{at}:

$$P_2 sen\theta = F_{at} \quad (2)$$

Sabendo que:

$$F_{at} = \mu N\grave{t} \quad (3)$$

Substituindo (3) e (1) em (2) ficamos com:

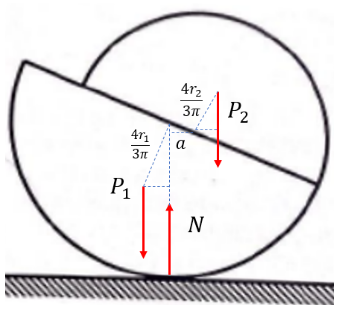
$$P_2 sen\theta = \mu P_2 cos\theta$$

Portanto, o coeficiente de atrito que queremos é dado por:

$$\mu = tg\theta$$

Observe que no cilindrão as forças externas atuantes são apenas os pesos P_1 e P_2 e a força normal de contato como solo N. Não poderá haver atrito do cilindrão com o solo uma vez que não há forças externas na horizontal.

Agora, para obter $tg\theta$, basta recorrer ao equilíbrio de momento do "cilindrão"em relação ao ponto de contato com o solo, pois como não se sabe o valor de N é vantajoso calcularmos o somatório do momento das forças em relação ao ponto O de contato entre o cilindrão e o solo. Observe a representação geométrica da situação:



Arbitrando o sentido anti-horário como positivo, temos $M_{P_1O} > 0$ e $M_{P_2O} < 0$. Da figura (aonde $a = (r_2 - r_1)$):

$$M_{P_1O} = (\frac{4r_1}{3\pi} sen\theta)P_1$$

$$M_{P_2O} = -[((r_1 - r_2)cos\theta + \frac{4r_2}{3\pi} sen\theta)P_2]$$

Como $M_O = M_{P_1O} + M_{P_2O} = 0$, temos:

$$\frac{4r_1}{3\pi} sen\theta P_1 = (r_1 - r_2)cos\theta + \frac{4r_2}{3\pi} sen\theta P_2$$

Portanto:

$$\boxed{\mu = tg\theta = \frac{sen\theta}{cos\theta} = \frac{3\pi}{4}\frac{P_2(r_1 r_2)}{P_1 r_1 P_2 r_2}}$$

17ª QUESTÃO

Gabriel, Lucas e Renan foram fazer um churrasco na casa do Daniel . Para isso, eles compraram uma churrasqueira elétrica, com as especificações de $220\ V$ ˘ $20\ A$ para funcionamento em sua potência máxima. Chegando à casa do Daniel, encontraram uma tomada de $220\ V$ ˘ $20\ A$, mas não estava em um local apropriado para colocar uma churrasqueira. Sendo assim, eles tiveram a brilhante ideia de usar uma extensão, mas sua corrente máxima permitida era de $10\ A$. Sabendo que a churrasqueira elétrica possui uma escala linear de potência que vai de 0 (desligado) a 4 (ligado com sua potência máxima), pode-se afirmar que o valor máximo da escala que Daniel pode ligar sua churrasqueira sem danificar os equipamentos é:

A ( ) 0, pois se ligar a churrasqueira com qualquer potência, a extensão queimará.

B ( ) 1

C ( ) 2

D ( ) 3

E ( ) 4

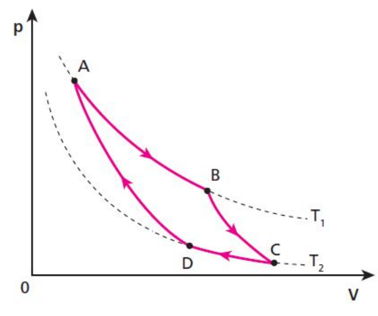
Gabarito: C

Como a potência é diretamente proporcional a corrente temos que, ao reduzir a corrente máxima pela metade, mantendo as demais grandezas constantes, a potência máxima também cairá pela metade. Na escala fornecida a potência máxima inicial corresponde ao 4 e então, a metade da potência máxima corresponderá ao 2.

18ª QUESTÃO

Uma amostra de um gás ideal de $1,00\ mol$ ($\gamma = 1,4$) segue o ciclo mostrado abaixo. No ponto A, a pressão é $25,0\ atm$ e a temperatura é $600\ K$. No ponto C, a pressão é de $1\ atm$ e a temperatura é $127°C$. O trabalho realizado neste ciclo é aproximadamente dado por:

Dados: Constante universal dos gases perfeitos: $= 8,31\ /mol \cdot K\ \ln(5) = 1,61\ \ln(\frac{3}{2}) = 0,405$



A ( ) $3,0\,kJ$ **B** ( ) $4,2\,kJ$ **C** ( ) $2,1\,kJ$ **D** ( ) $1,5\,kJ$ **E** ( ) $5,0\,kJ$

Gabarito: A

Veja que temos um Ciclo de Carnot operando entre as temperaturas T_1 e T_2 e, portanto, o trabalho pode ser dado a partir do rendimento:

$$\eta = \frac{\tau}{Q_q} \Rightarrow \tau = Q_q\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

Como a fonte quente é a que opera a maior temperatura, nesse caso T_1, então o calor Q_q é dado por:

$$Q_q = Q_{AB}$$

Para processos isotérmicos:

$$Q = nRT \cdot ln\left(\frac{V_f}{V_o}\right)$$

Portanto:

$$Q_q = nRT_1 \cdot ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = nRT_1 \cdot ln\left(\frac{P_A}{P_B}\right)$$

Agora basta encontrar V_B ou P_B, pois os outros dados foram fornecidos. Podemos descobrir esses valores pela transformação $B \to C$, porém, como temos a pressão em C, faz mais sentido calcularmos a pressão em B.

Por Clapeyron, temos:

$$\frac{P_B V_B}{T_B} = \frac{P_C V_C}{T_C} \Rightarrow \frac{V_C}{V_B} = \frac{P_B T_C}{P_C T_B}$$

Na adiabática, temos:

$$P_B V_B^{\gamma} = P_C V_C^{\gamma} \Rightarrow P_B = P_C\left(\frac{V_C}{V_B}\right)^{\gamma}$$

Substituindo $\frac{V_C}{V_B}$ na equação obtida através da adiabática, temos:

$$P_B = P_C \cdot \left(\frac{P_B T_C}{P_C T_B}\right)^{\gamma} \Rightarrow P_B^{\gamma-1} = P_C^{\gamma-1} \cdot \frac{T_C^{\gamma}}{T_B^{\gamma}}$$

Logo:

$$P_B = P_C \cdot \left(\frac{T_C}{T_B}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 1 \cdot \left(\frac{600}{400}\right)^{\frac{1,4}{0,4}}$$

Sendo assim, temos o valor do Q_q:

$$Q_q = 1,0 \cdot 8,31 \cdot 600 \cdot ln\left(\frac{25}{1} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1,4}{0,4}}\right)$$

$$Q_q = 4986(2\ln(5) - \frac{1,4}{0,4}\ln(\frac{3}{2})) = 4986 \cdot (2 \cdot 1,61 - 3,5 \cdot 0,405)$$

Portanto,

$$Q_q \approx 9kJ$$

Sendo assim, para calcular o trabalho do ciclo, basta usar o rendimento do ciclo de Carnot:

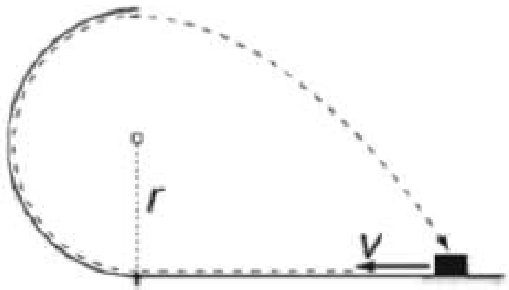
$$W = Q_q \cdot \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

Logo,

$$\boxed{W = 9\ kJ \cdot \left(1 - \frac{400}{600}\right) = 3\ kJ}$$

19ª QUESTÃO

Uma pista sem atrito consiste em uma parte horizontal de comprimento desconhecido ligado a um semicírculo de raio r, como mostra a figura. Qual o menor comprimento possível para a parte horizontal da pista para que o objeto, ao sair do loop do semicírculo, caia de volta na posição inicial?



A ( ) r **B** ( ) $\sqrt{2}r$ **C** ( ) $\sqrt{3}r$ **D** ( ) $1,5r$ **E** ( ) $2r$

Gabarito: E

A velocidade v que minimiza o deslocamento horizontal do objeto ao sair do loop é a velocidade mínima que este objeto pode ter no topo para que não caia. Tal velocidade mínima ocorre quando a normal de contato entre a pista e o objeto se anula e então a força centrípeta é o próprio peso do objeto:

$$F_cp = mg = \frac{mv^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{rg}$$

O tempo de queda é função da altura 2r: (em y não teremos velocidade inicial, pois ele sai tangenciando)

$$2r = \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$t = 2 \cdot \sqrt{\frac{r}{g}}$$

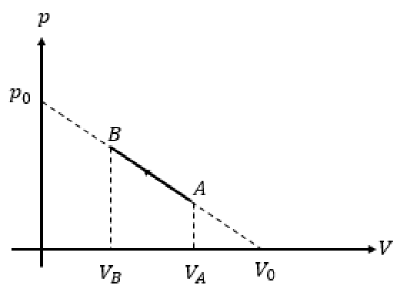
No eixo x:

$$x = vo \cdot t = \sqrt{rg} \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{r}{g}}$$

$$\boxed{x = 2r}$$

20ª QUESTÃO

A figura abaixo mostra o diagrama $P \times V$ de um processo feito com certa quantidade de gás oxigênio. Os valores do volume V_0 e pressão p_0 da figura são $V_0 = 12\ dm^3$, $p_0 = 1,2 \cdot 10^5\ Pa$. No estado inicial A, o volume do gás é $V_A = 23V_0$ e sua temperatura é $T_A = 300\ K$. No estado final B, $V_B = 512V_0$. Determine o calor absorvido e o calor liberado pelo gás durante o processo, respectivamente.



A ( ) $30\ J$ e $90\ J$ **B** ( ) $50\ J$ e $50\ J$ **C** ( ) $30\ J$ e $120\ J$

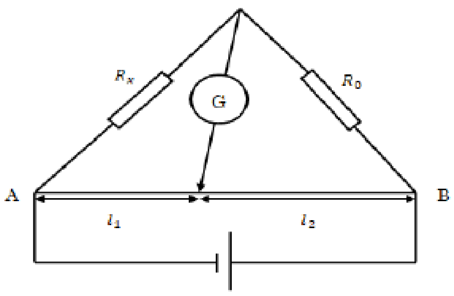
D ( ) $50\ J$ e $90\ J$ **E** ( ) $50\ J$ e $120\ J$

Gabarito: A

Questão anulada. Os dados do enunciado não condizem com o gráfico apresentado.

21ª QUESTÃO

Considere um circuito como na figura a seguir. Tal circuito é utilizado para medir o valor da resistência desconhecida R_x. Para isso, um galvanômetro (G) pode se movimentar livremente em cima de um fio de cobre AB. No momento em que há ausência de corrente no galvanômetro, este divide o fio em dois comprimentos l_1 e l_2, como na figura. Sendo R_0 a resistência padrão, podemos afirmar que:



a) [ ] $R_x R_0 = l_1 l_2$

b) [ ] $\frac{R_x}{R_0} = \frac{l_2}{l_1}$

c) [x] $\frac{R_x}{R_0} = \frac{l_1}{l_2}$

d) [ ] $\frac{R_x}{R_0} = \frac{l_2^2}{l_1^2}$

e) [ ] $\frac{R_x}{R_0} = \sqrt{\frac{l_2}{l_1}}$

Gabarito

Quando a leitura do galvanômetro G é nula o circuito representa a configuração de uma Ponte de Wheatstone equilibrida. Sabendo que os trechos de fio l_1 e l_2 se comportam como resistências $R_1 = \frac{\rho l1}{A}$ e $R_2 = \frac{\rho l_2}{A}$, respectivamente, onde A é a área da seção transversal do fio de cobre e ρ é a resistividade do cobre.

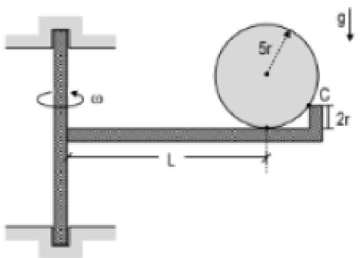
Para uma ponte de Wheatstone em equilíbrio:

$$R_x R_2 = R_o R_2$$

$$\boxed{R_x \frac{\rho \cdot l_2}{A} = R_o \frac{\rho \cdot l_1}{A} \Rightarrow \frac{R_x}{R_o} = l_1 l_2}$$

22ª QUESTÃO

Qual é a velocidade angular máxima que se pode ter na haste para que a esfera permaneça em repouso em relação ao ponto C?



Dados: - $L = 0,3\ m$; - $g = 10\ m/s^2$.

A ( ) 10/3 rad/s

B ( ) 20/3 rad/s

C ( ) 10 rad/s

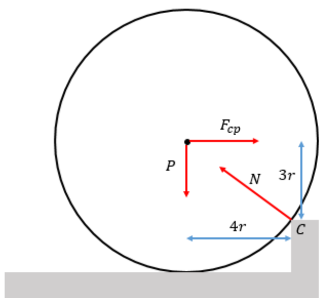
D ( ) 40/3 rad/s

E ( ) 20 rad/s

Gabarito: D

No caso limite, podemos afirmar que a interação entre a esfera e o chão é nula. Assim, podemos garantir o equilíbrio do cilindro ignorando esta força.

Pensando no torque resultante no ponto C de contato devemos ter o equilíbrio de rotação, portanto fazemos:



$$F_{cp} \cdot 3r = P \cdot 4r$$

$$3 \cdot m\omega^2 L = 4 \cdot mg$$

Portanto no momento de iminência do tombamento teremos que:

$$\omega = 2\sqrt{\frac{4g}{3L}} = 2\sqrt{\frac{4 \cdot 10}{3 \cdot 0,3}}$$

$$\boxed{\omega = \frac{40}{3} rad/s}$$

23ª QUESTÃO

Uma partícula de carga $10\ \mu$ e massa 1 é lançada a partir da origem de um sistema de coordenadas xyz e com velocidade $\vec{v_0} = (2\hat{x} + 3\hat{y} + 5\hat{z})\ m/s$, em uma região onde age um campo elétrico $\vec{E} = 10^5\hat{z}\ N/C$. Despreze os efeitos gravitacionais. Assinale a alternativa que corresponde às coordenadas do P onde estará a carga quando o módulo da sua velocidade for mínimo ao longo da trajetória.

A ( ) $P = (1; 1,5; 2,5)10^{-2}\ m$

B ( ) $P = (1; 1,25; 1,25)10^{-2}\ m$

C ( ) $P = (2; 1,5; 1,25)10^{-2}\ m$

D ( ) $P = (1; 1,5; 1,25)10^{-2}\ m$

E ( ) $P = (1; 2; 1,25)10^{-2}\ m$

Gabarito: D

Ao trabalhar com um problema em três dimensões é interessante escrever as grandezas como triplas ordenadas, do seguinte modo:

$$\vec{v_o} = (v_{o_x}, v_{o_y}, v_{o_z}) = (2,\ 3,\ 5)\ m/s$$

Atenção: é necessário colocar a unidade (observe o m/s após os parênteses acima)!

Com essa representação fica mais fácil trabalhar com cada eixo separadamente pois analogamente a um lançamento oblíquo no plano xy, em que é possível estudar o movimento em cada eixo separadamente, em um movimento tridimensional podemos fazer o mesmo para os eixos x, y e z.

Sendo assim, a velocidade resultante v_{res} em um instante t qualquer partindo do instante $t = 0$ inicial em que $\vec{v_{res}} = \vec{v_o}$ é dada por:

$$\vec{v_{res}} = (v_{o_x} + a_x t,\ v_{o_y} + a_y t,\ v_{o_z} + a_z t)$$

Observe que a condição de termos $|v_{res}|$ mínima nos permite obter o instante em que isso ocorre e, a partir deste instante, obtemos a posição da partícula.

O vetor aceleração $\vec{a}$ poder ser obtido através da força resultante:

$$m \cdot \vec{a} = q \cdot \vec{E}$$

Como $\vec{E} = -10^5\hat{z}\ N/C$ podemos escrever, no formato de tripla ordenada:

$$\vec{E} = (0, 0, -10^5)\ N/C$$

Portanto, resolvendo a equação e substituindo os valores de q e m:

$$\vec{a} = \frac{q}{m}(0, 0, -10^5) = (0, 0, -10^3)\ m/s^2$$

Ou seja:

$$a_x = 0;\ a_y = 0;\ a_z = -10^3\ m/s^2$$

Substituindo $v_{o_x},\ v_{o_y},\ v_{o_z},\ a_x,\ a_y\ e\ a_z$ na expressão de $\vec{v_{res}}$:
$\vec{v_{res}} = (2,\ 3,\ 5 - 10^3 t)$

Veja que, como as componentes x e y da velocidade resultante são constantes, basta minimizar o módulo da componente em z para que se tenha $|v_{res}|$ mínimo (esta simples observação poupa bastante tempo de prova).

Ou seja, t é tal que:

$$5 - 10^3 t = 0 \rightarrow t = 5 \cdot 10^{-3}\ s$$

Para obter o vetor posição da partícula no instante t basta aplicar a equação horária da posição para o MRUV em cada eixo:

$$P = (v_{o_x} t + \frac{a_x}{2}t^2, v_{o_y} t + \frac{a_y}{2}t^2, v_{o_z} t + \frac{a_z}{2}t^2)$$

Uma vez que $s_{o_x} = s_{o_y} = s_{o_z} = 0$ pois a partícula parte da origem, conforme o enunciado.

Sabendo que devemos ter $t = 5 \cdot 10^{-3}$ obtemos a posição substituindo os dados:

$$P = (2 \cdot 5 \cdot 10^{-3},\ 3 \cdot 5 \cdot 10^{-3},\ 5 \cdot 5 \cdot 10^-3 - \frac{10^3}{2}(5 \cdot 10^-3)^2)$$

$$\boxed{P = (1;\ 1,5;\ 1,25)10^{-2}\ m}$$

24ª QUESTÃO

Dois corpos de mesma massa m são conectados na horizontal por uma mola de constante elástica k. Repentinamente é imposta uma velocidade horizontal v direcionada à direita no corpo que se encontra à esquerda. Determine a equação do movimento do corpo que se encontra à direita em relação à sua posição inicial.

A ( ) $\frac{v}{2}t - \frac{v}{2}\sqrt{\frac{m}{2k}} sen\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}t\right)$

B ( ) $vt - v\sqrt{\frac{m}{2k}} sen\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$

C ( ) $\frac{v}{2}t - v\sqrt{\frac{m}{2k}} sen\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}t\right)$

D ( ) $\frac{v}{2}t + v\sqrt{\frac{m}{2k}} sen\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$

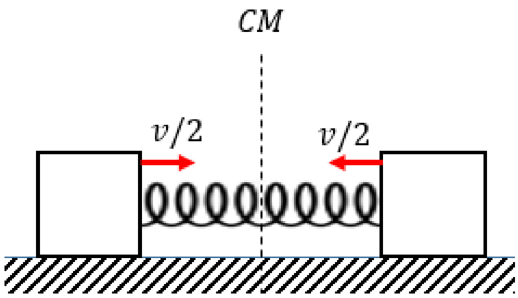
E ( ) $\frac{v}{2}t + \frac{v}{2}\sqrt{\frac{m}{2k}} sen\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}t\right)$

Gabarito: A

Movimento do centro de massa:

$$mv + m \cdot 0 = m_{cm}v_{cm} \Rightarrow mv = 2m \cdot v_{cm} \Rightarrow v_{cm} = \frac{v}{2}$$

No referencial do CM, podemos conservar a energia:



$$\frac{k(2A)^2}{2} = \frac{2m(\frac{v}{2})^2}{2}$$

Logo:

$$A = \frac{v}{2}\sqrt{\frac{m}{2k}}$$

Além disso, podemos perceber ao analisar apenas um bloco que:

$$k_{MHS}\frac{x}{2} = k_{mola}x$$

$$k_{MHS} = 2k_{mola} = 2k$$

Logo,

$$\omega = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

Sendo assim, conseguimos o necessário para equacionar o movimento:

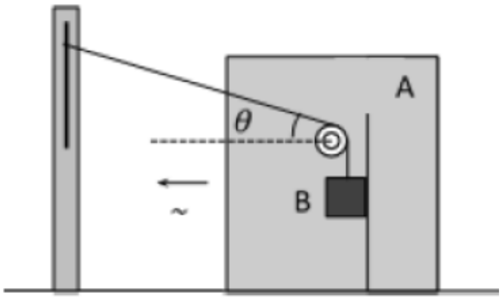
$$x = \frac{v}{2}t - Asen(\omega t + \phi_0)$$

Substituindo:

$$\boxed{x = \frac{v}{2}t - \frac{v}{2}\sqrt{\frac{m}{2k}}sen\left(\sqrt{\frac{2k}{m}}t\right)}$$

25ª QUESTÃO

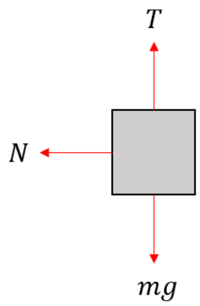
A figura mostra um sistema formado por dois blocos, A e B cada um com massa $m = 2\ kg$. O bloco A pode deslocar-se sobre a superfície plana e horizontal onde se encontra. O bloco B está conectado a um fio inextensível fixado à parede, e que passa por uma polia ideal com eixo preso ao bloco A. Um suporte vertical sem atrito mantém o bloco B descendo sempre paralelo a ele, conforme mostra a figura. Sendo $\mu = \sqrt{3}$ o coeficiente de atrito cinético entre o bloco A e a superfície, $g = 10\ m/s^2$ a aceleração da gravidade, e $\theta = 30°$ mantido constante, determine a tração no fio após o sistema ser abandonado do repouso em newtons.



A ( ) 40 **B** ( ) 35 **C** ( ) 30 **D** ( ) 25 **E** ( ) 20

Gabarito: E

Primeiro, vamos começar realizando o diagrama de corpo livre do bloco B:

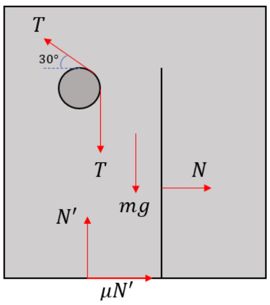


Analisando cada eixo:

$$N = ma_x \tag{I}$$

$$mg - T = ma_y \tag{II}$$

Realizando o diagrama de corpo livre no bloco A:

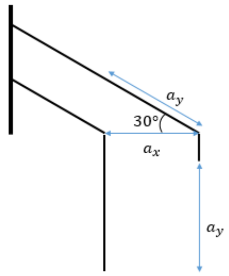


Analisando cada eixo:

$$N' = mg + \frac{T}{2} \tag{III}$$

$$\frac{T\sqrt{3}}{2} - N - \mu N' = ma_x \tag{IV}$$

Pelo vínculo, temos que:



$$a_x = a_y \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \tag{V}$$

Substituindo os dados e dividindo as equações (I) e (II), encontramos:

$$\frac{20 - T}{N} = \frac{a_y}{a_x} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

Logo,

$$N = 10\sqrt{3} - \frac{T\sqrt{3}}{2}$$

Substituindo na equação (IV):

$$\frac{T\sqrt{3}}{2} - N - \mu mg - \frac{\mu T}{2} = ma_x = N$$

Logo,

$$\frac{T\sqrt{3}}{2} - 20\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}T}{2} = 2N = 20\sqrt{3} - T\sqrt{3}$$

$$T\sqrt{3} = 40\sqrt{3}$$

Sendo assim, encontramos:

$$T = 40\ N$$

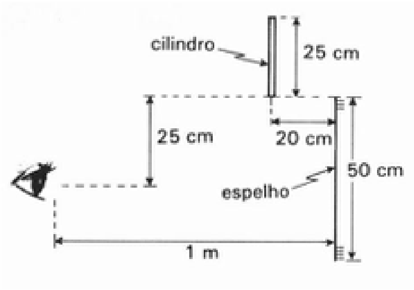
Porém, ao analisar a equação (II), percebemos que este valor da tração não é possível. O motivo que impossibilita o caso é o valor resultante das forças atuando no bloco A em x ser nula (as forças em x não superaram o valor da força de atrito máxima).

Sendo assim, sabemos que o sistema está em repouso, logo, pela equação (II), temos:

$$\boxed{T = 20\ N}$$

26ª QUESTÃO

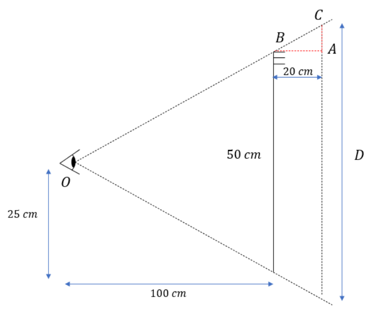
Um cilindro de altura $25\ cm$ e diâmetro desprezível foi abandonado de uma posição tal, que sua base inferior estava alinhada com a extremidade superior de um espelho plano de $50\ cm$ de altura e a $20\ cm$ deste. Durante sua queda, ele é visto, assim como a sua imagem, por um observador, que se encontra a $1\ m$ do espelho e a meia altura deste. Calcule por quanto tempo o observador vê a imagem do cilindro, que permanece vertical durante a queda. Considere $g = 10\ m/s^2$.



A ( ) 0,13 s **B** ( ) 0,20 s **C** ( ) 0,33 s **D** ( ) 0,40 s **E** ( ) 0,53 s

Gabarito: D

Para que o observador enxergue o cilindro, este deve estar dentro do seu campo de visão, para isso vamos pensar nos momentos em que os raios de luz tangenciam o espelho:



Portanto, o cilindro já inicia no campo de visão do observador, pois ao longo de toda a distância D conseguimos ver a imagem do cilindro.

Para sair do campo de visão, o cilindro precisa percorrer uma distância $(D - AC) + L_{cilindro}$, pois ele parte do ponto A e depois precisa sair por inteiro do campo de visão (percorrer seu comprimento), ou seja:

$$\Delta S_{cilindro} = D - AC + 25$$

Achando o comprimento AC por semelhança:

$$\frac{AC}{20} = \frac{25}{100}$$

$$AC = 5cm$$

Achando o comprimento D por semelhança também:

$$\frac{50}{100} = \frac{D}{120}$$

$$D = 60cm$$

Substituindo na distância percorrida pelo cilindro:

$$\Delta S_{cilindro} = 60 - 5 + 25 = 80cm$$

Vamos encontrar o tempo que leva para que ele percorra essa distância:

$$\frac{gt^2}{2} = 0,8$$

$$\boxed{t = 0,4s}$$

27ª QUESTÃO

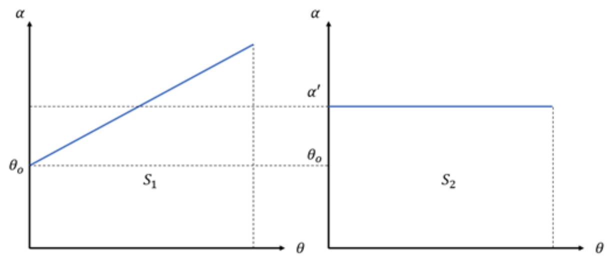
Seja um material cujo coeficiente de dilatação linear varia com a temperatura da seguinte forma: $\alpha(\theta) = \theta_0 + k\theta$ onde θ_0 e k são constantes da ordem de 10^5 e θ é a temperatura em °. Sabe-se que a $0°$ o material possuía um comprimento igual a L_0 e após elevar-se a temperatura até $T(°C)$ o comprimento passou a ser L. Encontre o valor de L em função de T, k, L_0, θ_0.

A ( ) $L_0[1 + T(\theta_0 + \frac{kT}{2})]$ **B** ( ) $L_0[1 + T(\theta_0 + kT)]$ **C** ( ) $L_0T(\theta_0 + \frac{kT}{2})$

D ( ) $L_0T(\theta_0 + kT)$ **E** ( ) $L_0(1 + \frac{kT^2}{2})$

Gabarito: A

Veja que o coeficiente de dilatação linear varia com a temperatura, portanto não podemos usar direto a fórmula para dilatação. Uma ideia é pensar em um coeficiente constante tal que a dilatação seja análoga. Veja o gráfico α por θ a seguir:



Podemos interpretar a partir deste que um coeficiente $\alpha = \alpha'$ é tal que a área do gráfico seja a mesma, portanto:

$$\alpha\Delta T = \alpha'\Delta T \Rightarrow L(1 + \alpha\Delta T) = L(1 + \alpha'\Delta T)$$

Finalmente, para que a área do gráfico se mantenha:

$$\alpha' T = T\theta + \frac{kT^2}{2} \Rightarrow \alpha' = \theta_o + \frac{kT}{2}$$

Portanto escrevemos a dilatação como:

$$\boxed{L = L_o\left[1 + T\left(\theta_o + \frac{kT}{2}\right)\right]}$$

28ª QUESTÃO

Considere que a trajetória de um raio de luz em um meio não homogêneo varia, em função da ordenada y de acordo com a seguinte equação:

$$y = \begin{cases} \frac{x^3}{4} & , x \geq 0 \\ \frac{-x^3}{4} & , x < 0 \end{cases}$$

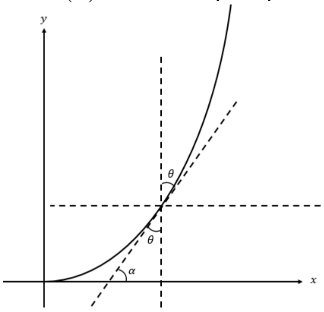
Sabendo que o índice de refração varia em função da coordenada x, determine o valor do índice de refração quando $x = 1$. Dados: $n(0) = 1$

A ( ) 1 **B** ( ) 3/2 **C** ( ) 5/4 **D** ( ) 5/3 **E** ( ) 2

Gabarito: A

Questão Anulada O enunciado diz que varia com a coordenada x mas deveria ser com a coordenada y, pois só assim é possível definir o indíce de refração. Segue a solução considerando isso:

Para um meio não homogêneo, em que o índice de refração varia com a coordenada x, sabe-se que $n(x) \cdot sen(\theta) = cte$ e que, para um dado x, θ é tal que:



$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{tg\theta}$$

Uma vez que, da definição de derivada, temos:

$$\frac{dy}{dx} = tg\alpha \;\; e \;\; \alpha = \frac{\pi}{2} - \theta \Rightarrow tg\alpha = \frac{1}{tg\theta} \qquad \text{(I)}$$

Para $x > 0$ temos:

$$y = \frac{x^3}{4} \rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{3x^2}{4}$$

Para $x = 1 > 0$:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3 \cdot 1^2}{4} = \frac{3}{4} = tg(\alpha_{(1)})$$

Portanto, pela equação (I), temos:

$$tg(\theta_{(1)}) = \frac{4}{3}$$

Veja que θ é um ângulo conhecido e $sen(\theta_{(1)}) = \frac{4}{5}$
Para $x = 0$ temos que $tg(\theta_{(0)}) \rightarrow \infty$, ou seja, $\theta_{(0)} = \frac{\pi}{2}$
Então, para $x = 0$:

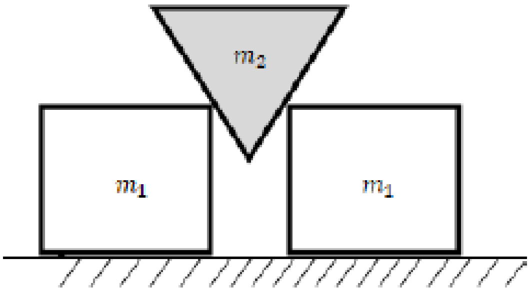
$$n(0) \cdot sen(\theta_{(0)}) = 1 \cdot 1 = 1$$

Portanto, para $x = 1$ devemos ter:

$$\boxed{n_{(1)} \cdot sen(\theta_{(1)}) = 1 \Rightarrow n_{(1)} = \frac{1}{sen(\theta_{(1)})} = \frac{5}{4}}$$

29ª QUESTÃO

Considere dois cubos idênticos de mesma massa $m_1 = 3,0\ kg$ e uma cunha de massa $m_2 = 2,0\ kg$ e seção triangular equilátera simetricamente posicionada entre eles. Desprezando-se todos os atritos, determine a aceleração vertical adquirida pela cunha, quando o sistema for abandonado a partir do repouso.

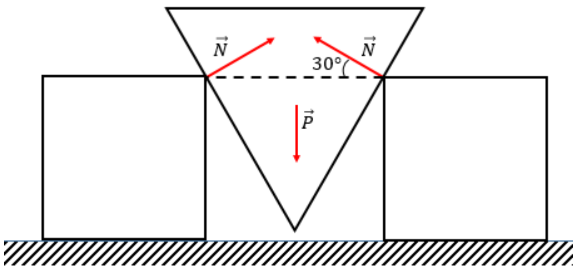


A ( ) $2\ m/s^2$ **B** ( ) $3\ m/s^2$ **C** ( ) $5\ m/s^2$

D ( ) $2\sqrt{3}\ m/s^2$ **E** ( ) $\frac{3\sqrt{3}}{2}\ m/s^2$

Gabarito: C

Vamos começar analisando as forças atuando na cunha:



$$F_{res} = P - 2N \cdot sen(30°) = m_2 g - 2N \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$F_{res} = m_2 g - N = m_2 a_y$$

Substituindo os valores:

$$20 - N = 2a_y \Rightarrow N = 20 - 2a_y \tag{I}$$

Por outro lado, podemos perceber que há uma força resultante horizontal atuando nos blocos:

$$F_{res} = N \cdot cos(30^\circ) = m_1 a_x$$

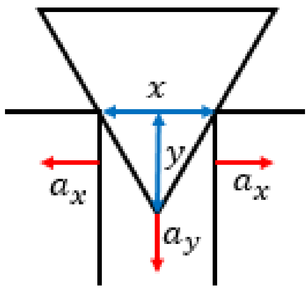
Substituindo os valores:

$$F_{res} = N\frac{\sqrt{3}}{2} = 3a_x \Rightarrow N = 2\sqrt{3}a_x \tag{II}$$

Igualando as expressões em (I) e (II):

$$20 - 2a_y = 2\sqrt{3}a_x \tag{III}$$

Podemos encontrar a equação restante pelo vínculo geométrico:



Em uma situação qualquer, temos que:

$$y = x\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Porém, para um instante qualquer, sabemos que:

$$y = y_0 + \Delta y$$

$$x = x_0 + 2\Delta x$$

Em que Δy é o quanto a cunha desceu e Δx é o quanto cada bloco andou para o lado. Logo:

$$\frac{y_0 + \Delta y}{x_0 + 2\Delta x} = \frac{y_0}{x_0} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Sendo assim:

$$\frac{\Delta y}{2\Delta x} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \Delta y = \sqrt{3}\Delta x$$

Como o deslocamento é proporcional à aceleração, temos:

$$a_x = \frac{a_y}{\sqrt{3}} \tag{IV}$$

Sendo assim, substituindo (IV) em (III), encontramos:

$$20 - 2a_y = 2\sqrt{3} \cdot \frac{a_y}{\sqrt{3}}$$

Portanto,

$$\boxed{a_y = 5\ m/s^2}$$

30ª QUESTÃO

Duas partículas, A e B, se movimentam em relação a um observador estático com velocidades $v_A = 0,9c$ e $v_B = 0,6c$ em sentidos opostos. Neste caso, podemos afirmar que as velocidades relativas da partícula A em relação à B (v_{AB}) e da partícula B em relação à A (v_{BA}) são Dado: c = velocidade da luz no vácuo.

A ( ) $v_{AB} = 0,556c$ e $v_{BA} = 0,556c$.

B ( ) $v_{AB} = 0,652c$ e $v_{BA} = 0,974c$.

C ( ) $v_{AB} = 0,974c$ e $v_{BA} = 0,652c$.

D ( ) $v_{AB} = 0,974c$ e $v_{BA} = 0,974c$.

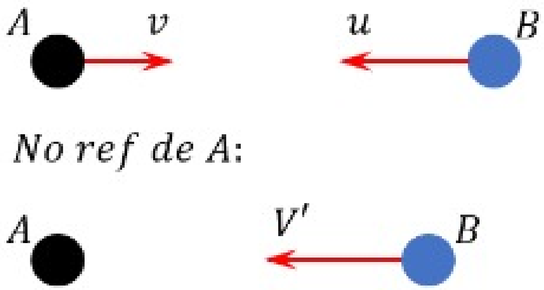
E ( ) $v_{AB} = 0,652c$ e $v_{BA} = 0,652c$.

Gabarito: D

A ideia da questão trata-se de usarmos a fórmula de adição de velocidades para acharmos a velocidade de uma partícula ao entrarmos no referencial da outra. A primeira conclusão de que temos que ter é que as velocidades de A em relação a B e de B em relação a A deverão ser iguais (Se vejo alguém andando com velocidade v para a direita, esse alguém me verá andando com velocidade -v para a esquerda). Dessa forma, já podemos eliminar as opções B e C. Outra ideia que devemos ter é como devemos aplicar a fórmula de adição de velocidades:

$$V' = \frac{u \pm v}{1 \pm \frac{uv}{c^2}}$$

A utilização da fórmula consiste em: $1)$ Os sinais do numerador e denominador serão iguais $2)$ Sabemos que para u e v c a fórmula é simplificada para $V = v \acute{s} u$. A ideia é determinarmos o sinal do numerador (e portanto, do denominador) utilizando a intuição da mecânica clássica.



Vemos que a determinação da velocidade de B em relação a A deverá ser pela soma das velocidades já que quando A está andando com velocidade oposta à B, B aparenta se aproximar mais rápido de A (como dois carros em sentidos opostos da pista quando passam um pelo outro). O raciocínio terá a mesma conclusão caso A e B estejam se afastando com velocidades em sentidos opostos. Logo, já sabemos que o sinal do numerador e denominador será positivo, somente restando a conta:

$$V' = \frac{0,9c + 0,6c}{1 + \frac{0,9c.0,6c}{c^2}} = \frac{1,5c}{1 + 0,54} = \frac{1,5c}{1,54}$$

$$\boxed{V' \approx 0,974c}$$

Sendo o gabarito letra D. Veja ainda, que poderíamos ter concluído a resposta sem realizar nenhuma conta, já que, como A e B tem velocidades em sentidos opostos, sabemos que a velocidade com que um se aproximará do outro deverá ser maior que a velocidade de cada um (ou seja, maior que $V_A = 0,9c$), de onde só nos resta o item D.

QUÍMICA

Dados

Constantes

- Aceleração da gravidade $g = 9{,}8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$
- Carga elementar $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$
- Constante de Avogadro $N_\mathrm{A} = 6{,}0 \times 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$
- Constante de Planck $h = 6{,}6 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$
- Constante de Rydberg $\mathcal{R}_\infty = 1{,}1 \times 10^{7}\,\mathrm{m^{-1}}$
- Constante dos Gases $R = 8{,}3\,\mathrm{J\,K^{-1}\,mol^{-1}}$
- Velocidade da luz no vácuo $c = 3 \times 10^{8}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$

Elementos

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar ($\mathrm{g\,mol^{-1}}$)	Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar ($\mathrm{g\,mol^{-1}}$)
H	1	1,01	Cl	17	35,45
He	2	4,00	Ar	18	39,95
C	6	12,01	K	19	39,10
N	7	14,01	Ca	20	40,08
O	8	16,00	Cr	24	52,00
F	9	19,00	Fe	26	55,84
Ne	10	20,18	Cu	29	63,55
Na	11	22,99	Zn	30	65,38
Mg	12	24,31	Br	35	79,90
S	16	32,06	I	53	126,90

31ª QUESTÃO

Considere as proposições a seguir.

1. A molécula ${SiO_4}^{4-}$ é apolar.

2. A hibridização do átomo central na molécula IF_7 é sp^3d^3.

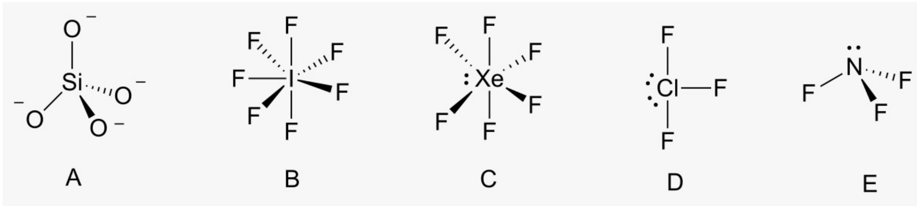
3. A molécula XeF_6 possui geometria octaédrica.

4. O menor ângulo de ligação $F{-}Cl{-}F$ no ClF_3 é menor que o ângulo de ligação $F{-}N{-}F$ no NF_3.

Assinale a alternativa que relaciona as proposições *corretas*.

A ( ) **1** e **2**
B ( ) **1** e **4**
C ( ) **2** e **4**
D ( ) **1**, **2** e **4**
E ( ) **1**, **2**, **3** e **4**

Gabarito: D



1) Na molécula de $SiO_4{}^{4-}$ a geometria é tetraédrica e todos os ligantes são iguais, logo a molécula é apolar.

2) O número de ligantes é 7, assim a hibridização é sp^3d^3

3) O Xe tem hibridização sp^3d^3 e com a presença do par de elétrons, a geometria é na verdade octaédrica distorcida.

4) A geometria do ClF_3 é em T e a geometria do NF_3 é piramidal trigonal. Assim o menor ângulo $F{-}Cl{-}F$ é aproximadamente 90ř e o menor ângulo $F{-}N{-}F$ é aproximadamente 109ř.

Assim, as proposições 1, 2 e 4 estão corretas.

32ª QUESTÃO

Considere dois recipientes perfeitamente isolados em pressão de $1\,\mathrm{atm}$. O recipiente **A** contém um cubo de gelo a $0\,°\mathrm{C}$ e água a $0\,°\mathrm{C}$. O recipiente **B** inicialmente contém um cubo de gelo a $0\,°\mathrm{C}$ e uma solução de água do mar a $0\,°\mathrm{C}$. Considere as seguintes proposições.

1. A variação de entropia da vizinhança é nula para o processo que ocorre no recipiente **A**.

2. A variação de entropia da vizinhança é nula para o processo que ocorre no recipiente **B**.

3. A variação de entropia do sistema é negativa para o processo que ocorre no recipiente **A**.

4. A variação de entropia do sistema é positiva para o processo que ocorre no recipiente **B**.

Assinale a alternativa que relaciona as proposições *corretas*.

A ( ) **1** e **2** **B** ( ) **1** e **4** **C** ( ) **2** e **4**

D ( ) **1**, **2** e **4** **E** ( ) **1**, **2**, **3** e **4**

Gabarito: D

Questão teórica de propriedades coligativas, trabalhando com uma estimativa da variação da entropia na vizinhança e no sistema.

Em primeiro lugar, vamos entender o que está ocorrendo em cada recipiente. No recipiente A, há apenas água com gelo, ambos a 0℃, sendo assim, sua variação de entropia é zero, uma vez que o processo de transformação de gelo para água é reversível, pois sua temperatura de fusão é 0℃. Com isso, a I é verdadeira e a III não.

Já o recipiente B não se encontra em equilíbrio, uma vez que houve o abaixamento da temperatura de fusão por ser uma solução de água e sal, sendo assim, o processo de derretimento do gelo não vai ser reversível, pois não se encontra na temperatura de fusão.

Quanto ao sinal da entropia, basta se ater ao fato que o recipiente é isolado, logo a entropia da vizinhança é zero, e, respeitando a segunda lei da termodinâmica, a entropia do universo deve ser positiva, logo a do sistema também o é, então a II e IV são verdadeiras.

33ª QUESTÃO

A análise elemental de um composto revelou que esse possui 40% de massa em carbono, $6{,}7\%$ de massa em hidrogênio e $53{,}3\%$ de massa de oxigênio. Uma solução de $0{,}65\,\mathrm{g}$ de sólido em $27{,}8\,\mathrm{g}$ de bifenilo, $\mathrm{C_{12}H_{10}}$, levou a um abaixamento de $1{,}56\,°\mathrm{C}$ na temperatura de congelamento.

Assinale a alternativa com a fórmula molecular desse composto.

A ( ) $\mathrm{C_2H_4O_2}$ **B** ( ) $\mathrm{C_2H_6O_2}$ **C** ( ) $\mathrm{C_4H_8O_4}$

D ( ) $\mathrm{C_4H_{10}O_4}$ **E** ( ) $\mathrm{C_4H_8O_8}$

Dados

- Constante crioscópica do bifenilo $K_f(\mathrm{C_{12}H_{10}}) = 8\,°\mathrm{C\,kg\,mol^{-1}}$

Gabarito: C

Começaremos determinando a fórmula mínima a partir das informações do enunciado.

$$C : \frac{40}{12} \;\; H : \frac{6,7}{1} \;\; O : \frac{53,3}{16}$$
$$C : 3,3 \;\; H : 6,7 \;\; O : 3,3$$

Assim a fórmula mínima é $C_xH_{2x}O_x$.

Agora resta calcular a massa molecular do composto em questão, para assim determinar a fórmula molecular.

$$\Delta T = K \cdot W$$

$$1,56 = 8 \cdot \frac{\frac{m}{MM}}{27,8 \cdot 10^{-3}}$$

Como a massa dada é de 0,65g ;

$$MM = \frac{0,65 \cdot 10^3 \cdot 8}{1,56 \cdot 27,8} = 120g \cdot mol^{-1}$$

Calculando o x:

$$x \cdot (12 + 2 + 16) = 120 \implies x = 4$$

Assim a fórmula mínima é $\mathrm{C_4H_8O_4}$

34ª QUESTÃO

Acetileno é submetido a sequencia de reações a seguir.

1. Tratamento com amida de sódio
2. Adição de iodeto de metila
3. Tratamento com amida de sódio
4. Adição de iodeto de etila
5. Hidrogenação catalítica com paládio em sulfato de bário.

Assinale a alternativa que com o produto majoritário final obtido.

A ( ) Pent-2-ino

B ( ) (*Z*)-Pent-2-eno

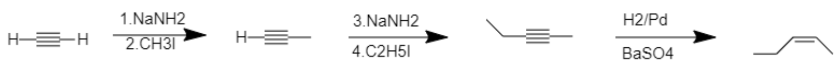
C ( ) (*E*)-Pent-2-eno

D ( ) Pentano

E ( ) Pent-2-ilamina

Gabarito: B

As primeiras quatro etapas convertem o etino a Pent-2-ino. A última etapa é a hidrogenação parcial, convertendo o alcino ao alceno com confiuração *cis*.



35ª QUESTÃO

A decomposição térmica da fosfina segue cinética de primeira ordem.

$$4\,\mathrm{PH_3(g)} \longrightarrow \mathrm{P_4(g)} + 6\,\mathrm{H_2(g)}$$

A meia-vida para essa reação é $35\,\mathrm{s}$ a $680\,°\mathrm{C}$.

Assinale a alternativa que mais se aproxima do tempo necessário para que 95% da fosfina se decomponha. Dados: $\ln(2) = 0{,}7$, $\ln(5) = 1{,}6$

A ( ) $100\,\mathrm{s}$ **B** ( ) $125\,\mathrm{s}$ **C** ( ) $150\,\mathrm{s}$ **D** ( ) $175\,\mathrm{s}$ **E** ( ) $200\,\mathrm{s}$

Gabarito: C

Para primeira ordem, temos: $ln(\frac{C_0}{C}) = K \cdot t$

Com isso podemos calcular a constante de velocidade.

$$ln(2) = K \cdot 35, K = \frac{0,7}{35}s^{-1}$$

Com decomposição de 95$\%$ da fosfina, resta 0,05 da concentração inicial.

$$\ln(\frac{C_0}{0,05 \cdot C_0}) = \frac{ln2}{35} \cdot t \implies t = \frac{35 \cdot ln20}{ln2}$$

$$t = 150s$$

36ª QUESTÃO

Uma garrafa possui $482\,\mathrm{mL}$ de volume útil e contém $400\,\mathrm{mL}$ de uma bebida gaseificada pesando $853{,}5\,\mathrm{g}$ a $298\,\mathrm{K}$. A tampa da garrafa doi cuidadosamente removida até todo o $\mathrm{CO_2}$ escapar. A tampa foi recolocada e a garrafa pesou $851{,}5\,\mathrm{g}$.

Assinale a alternativa que mais se aproxima da pressão inicial de $\mathrm{CO_2}$ na garrafa.

A ( ) $1{,}7\,\mathrm{atm}$ **B** ( ) $2{,}7\,\mathrm{atm}$ **C** ( ) $3{,}7\,\mathrm{atm}$

D ( ) $4{,}7\,\mathrm{atm}$ **E** ( ) $8{,}7\,\mathrm{atm}$

Dados

- Constante de Henry do $\mathrm{CO_2}$ a $k_{\mathrm{H}}(\mathrm{CO_2}) = 34\,\mathrm{mmol\,L^{-1}\,atm^{-1}}$

Gabarito: B

A massa total de $\mathrm{CO_2}$ será determinada pela soma da massa de $\mathrm{CO_2}$ solubilizada com a massa de $\mathrm{CO_2}$ gasoso.

$$m_{total} = m_{sol} + mgas$$

Calculando a massa de $\mathrm{CO_2}$ na bebida :

$$P_{CO_2} \cdot K = \frac{n_{sol}}{V}$$

observe que K é dado em $mmol \cdot L^{-1} \cdot atm^{-1}$

$$m_{sol} = 0,4 \cdot 34 \cdot 44 \cdot 10^{-3} \cdot P_{CO_2}$$

Calculando a massa de $\mathrm{CO_2}$ gasoso:

$$m_{gas} = \frac{P_{CO_2} \cdot V \cdot MM_{CO_2}}{R \cdot T}$$

$$P_{CO_2} \cdot (0,4 \cdot 34 \cdot 44 \cdot 10^{-3} + \frac{44}{298}) = 2$$

$$P_{CO_2} = \frac{2}{0,75} = \boxed{2,7atm}$$

37ª QUESTÃO

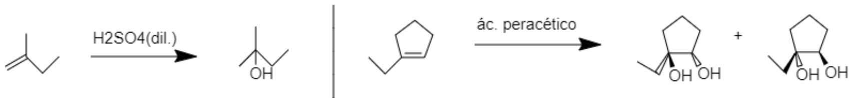
Considere as seguintes proposições:

1. O tratamento de 2-metilbut-1-eno com ácido sulfúrico diluído gera 2-metilbutan-2-ol .
2. O tratamento de etilciclopenteno com ácido peracético gera uma mistura racêmica.
3. A reação de hidroboração-oxidação com o 2-metilbut-2-eno gera o 2-metilbutan-2-ol.
4. Reagir o buteno com HF em peróxido gera o 1-fluorbutano.

A ( ) **1** **B** ( ) **2** **C** ( ) **1** e **2**

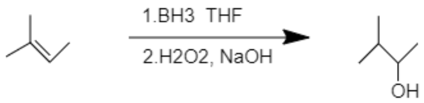
D ( ) **1**, **2** e **3** **E** ( ) **1**, **2** e **4**

Gabarito: C



1.V 2.V

I II



3.F 4.F, reações de adição Anti-Markovnikov ocorrem apenas com HBr.

38ª QUESTÃO

Lítio metálico pode reagir com ácido clorídrico gasoso para formar gás hidrogênio e cloreto de lítio sólido, conforme a reação a seguir.

$$2\,\mathrm{Li\,(s)} + 2\,\mathrm{HCl\,(g)} \longrightarrow 2\,\mathrm{LiCl\,(s)} + \mathrm{H_2(g)}$$

Assinale a alternativa com o valor que mais se aproxima da variação de entalpia para a formação de 22,4L de gás hidrogênio em CNTP.

A ( ) $-560kJ$ **B** ( ) $-900kJ$ **C** ( ) $4140kJ$

D ( ) $820kJ$ **E** ( ) $2760kJ$

Dados

- Afinidade eletrônica do cloro $AE(\mathrm{Cl}) = 3{,}6\,\mathrm{eV}$
- Energia de ionização do lítio $EI(\mathrm{Li}) = 5{,}4\,\mathrm{eV}$
- Energia de ligação H−Cl $EL(\mathrm{H{-}Cl}) = 427\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$
- Energia de ligação H−H $EL(\mathrm{H{-}H}) = 432\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$
- Entalpia de rede do cloreto de lítio $\Delta H_{\mathrm{R}}(\mathrm{LiCl}) = 829\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$
- Entalpia de sublimação do lítio $\Delta H_{\mathrm{sub}}(\mathrm{Li}) = 166\,\mathrm{kJ\,mol^{-1}}$

Gabarito: A

Gabarito temos que:

$$Li(s) \rightarrow Li(g) \qquad \Delta H_{(s)Li} = 166KJ.mol^{-1}(I)$$
$$Cl(g)^{-1} + Li(g)^{+1} \rightarrow LiCl_{(s)} \qquad \Delta H = -829KJ.mol^{-1}(II)$$
$$H_{2(g)} \rightarrow 2H_{(g)}??? \qquad EL = 432KJ.mol^{-1}(III)$$
$$HCl_{(g)} \rightarrow H_{(g)} + Cl_{(g)} \qquad \Delta H = 427KJ.mol^{-1}(IV)$$
$$Li_{(g)} \rightarrow Li^{+}_{(g)} + e \qquad \Delta H = 5,4.1,6.10^{-19}.6.10^{20}KJ.mol^{-1}(V)$$
$$Cl_{(g)} + e \rightarrow Cl^{-}_{(g)} \qquad \Delta H = -3,6.1,6.10^{-19}.6.10^{20}KJ.mol^{-1}(VI)$$

logo, temos que:

$$\Delta H = 2.(I) + 2.(II) - (III) + 2.(IV) + 2.(V) + 2.(VI) = -558,4KJ$$

39ª QUESTÃO

O mecanismo de Lindemann-Hinshelwood para reações unimoleculares é apresentado a seguir.

$$\mathbf{A} + \mathbf{A} \underset{k_{-1}}{\overset{k_1}{\rightleftharpoons}} \mathbf{A} + \mathbf{A}^\star$$

$$\mathbf{A}^\star \xrightarrow{k_2} \mathbf{P}$$

Considere as seguintes proposições.

1. A velocidade de formação do produto P é dada por

$$v = \frac{k_1 k_2 [\mathbf{A}]^2}{k_2 + k_{-1}[\mathbf{A}]}$$

2. Se a primeira etapa é lenta, a reação pode ser descrita como de segunda ordem em **A**.

3. Se a segunda etapa é lenta, a reação pode ser descrita como de primeira ordem em **A**.

4. Se a concentração de A se torna muito baixa, a reação assume uma cinética de segunda ordem em **A**.

Assinale a alternativa que relaciona as proposições *corretas*.

A ( ) **1**, **2** e **3** **B** ( ) **1**, **2** e **4** **C** ( ) **1**, **3** e **4**

D ( ) **2**, **3** e **4** **E** ( ) **1**, **2**, **3** e **4**

Gabarito: E

A velocidade da reação é dada por:

$$v = k_2[\mathbf{A}^\star]$$

Considerando a hipótese do estado estacionário:

$$\frac{\mathrm{d}[\mathbf{A}^\star]}{\mathrm{d}t} = k_1[\mathbf{A}]^2 - k_{-1}[\mathbf{A}^\star][\mathbf{A}] - k_2[\mathbf{A}^\star] = 0$$

Logo:

$$[\mathbf{A}^\star] = \frac{k_1[\mathbf{A}]^2}{k_2 + k_{-1}[\mathbf{A}]}$$

A velocidade da reação, portanto, é dada por:

$$v = \frac{k_1 k_2 [\mathbf{A}]^2}{k_2 + k_{-1}[\mathbf{A}]}$$

Se a primeira etapa é lenta, $k_2 \gg k_1, k{-}1$, O mesmo ocorre se a concentração de **A** é muito baixa, $k_2 \gg k_{-1}[\mathbf{A}]$, logo:

$$v = k_1[\mathbf{A}]^2$$

Reação de segunda ordem em relação a **A**.
Se a segunda etapa é lenta, $k_1, k_{-1} \gg k_2$, logo:

$$v = \frac{k_1 k_2}{k_{-1}}[\mathbf{A}]$$

Reação de primeira ordem em relação a **A**.
Assim, todas as proposições estão corretas.

40ª QUESTÃO

Considere as proposições a seguir.

1. A amônia é mais básica que a fosfina.

2. A acetamida é mais básica que a etilamina.

3. A dietilamina é mais básica que a trietilamina.

4. A dietilamina é mais básica que a metilamina.

Assinale a alternativa que relaciona as proposições *corretas*.

A ( ) **1** e **3** **B** ( ) **1** e **4** **C** ( ) **3** e **4**

D ( ) **1**, **3** e **4** **E** ( ) **1**, **2**, **3** e **4**

Gabarito: D

(I) A ligação entre o hidrogênio e a nitrogênio é mais forte, devido à compatibilidade dos raios do hidrogênio e nitrogênio. Assim, a amônia é mais básica que a fosfina.

(II) Sabemos que as aminas são mais básicas que as amidas devido aos efeitos indutivos, em que a amida possui um efeito puxador de elétrons devido a presença do oxigênio na estrutura. Portanto a afirmativa é falsa.

(III) De fato, apesar da trietilamina possuir mais grupos com efeito indutivo doador de elétrons, o impedimento espacial nas aminas terciárias faz com que sua basicidade seja menor que nas secundárias. POrtando a afirmativa é verdadeira.

(IV) Pelo mesmo raciocínio desenvoldido no item anterior, as aminas secundárias possuem mais grupos com efeito indutivo doador de elétrons, o que favorece a basicidade.