



TURMA DOS 15 - CICLO 1

2023



MATEMÁTICA

Convenções

- Considere o sistema de coordenadas cartesiano, a menos que haja indicação contrária.
 - $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ denota o conjunto dos números naturais.
 - \mathbb{R} denota o conjunto dos números reais.
 - \mathbb{C} denota o conjunto dos números complexos.
 - i denota a unidade imaginária, $i^2 = -1$.
-

Questão 1. Determine o valor de K para que as raízes da equação do segundo grau:

$$(K - 5)x^2 - 4Kx + K - 2 = 0$$

sejam o seno e o cosseno de um mesmo arco.

Questão 2. Determine o conjunto-solução da inequação:

$$x + \sqrt{x^2 - 10x + 9} > \sqrt{x + 2\sqrt{x^2 - 10x + 9}}$$

Questão 3. Em um triângulo ABC , acutângulo, a bissetriz interna do ângulo \hat{B} intercepta AC no ponto D . Uma reta paralela ao lado AB , que passa pelo ponto D , intercepta o lado BC no ponto E . Pelo ponto E traça-se uma paralela ao segmento BD que corta AC no ponto F . Sendo $AB = 20$ cm, $BC = 30$ cm e $DF = 6$ cm, determine o comprimento do segmento BD .

Questão 4. Sejam f e g funções reais definidas por

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 3, & \text{se } x \geq 0 \\ x^2 - 3x + 2, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

e

$$g(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{se } x > 2 \\ 1 - x^2, & \text{se } x \leq 2 \end{cases}$$

Sendo assim, determine a expressão de $f \circ g(x)$.

Questão 5. Seja S o conjunto de todos os números complexos z satisfazendo

$$|z - 2 + i| \geq \sqrt{5}$$

Se o número complexo z_0 é tal que $\frac{1}{|z_0-1|}$ é o máximo do conjunto $\left\{\frac{1}{|z-1|} : z \in S\right\}$, determine os possíveis argumentos de:

$$\frac{4 - z_0 - \overline{z_0}}{z_0 - \overline{z_0} + 2i}$$

Questão 6. Seja a_k o termo de ordem k de uma progressão geométrica infinita tal que $a_n = 1/6$. A razão entre a soma dos termos que precedem (ou seja, $\sum_{k=1}^{n-1} a_k$) e a soma dos termos que o sucedem (ou $\sum_{k=n+1}^{+\infty} a_k$) é 30. Se a soma dos termos da progressão é $16/3$. qual é o valor de n ?

Questão 7. São dados três pontos no plano cartesiano: $P(5, 2)$, $Q(2, -1)$ e $R(2, 0)$. Sabe-se que a figura geométrica formada pelos pontos que distam k da reta PQ e $2k$ do ponto R é um triângulo. Determine o valor de k , sendo k um número real positivo.

Questão 8. Considere 10 pontos em um plano, entre os quais não há 3 pontos colineares.

- Quantas são as retas que contém dois desses pontos?
- Qual é o número máximo de pontos de interseção dessas retas?

Questão 9. Analise para quais valores de λ a equação:

$$\sec(x) + \csc(x) = \lambda$$

Apresenta solução para algum x tal que $0 < x < \frac{\pi}{2}$.

Questão 10. Uma pirâmide triangular tem como base um triângulo de lados 13cm, 14cm, 15cm; as outras arestas medem l . Sabendo que o volume da pirâmide é igual a $105\sqrt{22}$, qual é o valor de l , em cm?

QUÍMICA

Dados

- Constante de Avogadro, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Carga elementar, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- Constante de Planck, $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg s}^{-1}$
- Constante de autoionização da água, $K_w = 1 \cdot 10^{-14}$
- Constante de Faraday, $F = 96\,500 \text{ C mol}^{-1}$
- Constante dos gases, $R = 8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
- Constante de Rydberg, $\mathcal{R} = 1,1 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$
- Velocidade da luz no vácuo, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

Definições

- Composição do ar atmosférico: 79% N_2 e 21% O_2

Aproximações Numéricas

- $\sqrt{2} = 1,4$
- $\sqrt{3} = 1,7$
- $\sqrt{5} = 2,2$
- $\log 2 = 0,3$
- $\log 3 = 0,5$
- $\ln 10 = 2,3$

Tabela Periódica

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g mol^{-1})	Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar (g mol^{-1})
H	1	1,01	Mg	12	24,31
Li	3	6,94	Al	13	26,98
Be	4	9,01	Si	14	28,09
C	6	12,01	P	15	30,97
N	7	14,01	S	16	32,06
O	8	16,00	Cl	17	35,45
F	9	19,00	Ar	18	39,95
Ne	10	20,18	Ca	20	40,08
Na	11	22,99			

Questão 11. Um hidrocarboneto acíclico possui densidade relativa ao ar menor que 4. Uma mistura de hexano contendo 10,15% em massa de desse hidrocarboneto foi queimada com oxigênio em um recipiente selado. Após o resfriamento dos produtos verificou-se que havia 9,54 g de água e 5 L de uma mistura composta de 20 % monóxido de carbono e 80 % de dióxido de carbono, em volume, em 300 K e 234 kPa.

- Determine** a fórmula empírica do hidrocarboneto desconhecido.
- Apresente** todas as fórmulas estruturais possíveis para o hidrocarboneto.
- Determine** o volume de oxigênio utilizado no experimento.

Questão 12. Os elementos do segundo e terceiro períodos da tabela periódica apresentam desvios da tendência em suas curvas de afinidade eletrônica em função do número atômico.

- Esboce** qualitativamente o gráfico da afinidade eletrônica em função do número atômico para o segundo e terceiro períodos da tabela periódica.
- Explique** a ocorrência dos desvios.

Questão 13. Uma amostra de 1 kg de carbonato de cálcio em 800 K é introduzida em um forno que opera sob 101 kPa o forno é então aquecido para que ocorra a reação de calcinação. A reação é espontânea e o valor absoluto da variação de energia livre é 11 kJ mol^{-1} .

Considere a variação da entalpia e da entropia com a temperatura, e $\ln(1+x) \approx x$.

Dados em 800 K	$\text{CaCO}_3(\text{s})$	$\text{CaO}(\text{s})$	$\text{CO}_2(\text{s})$
Entalpia padrão de formação, $\Delta H_f^\circ / \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$	-1210	-635	-394
Entropia padrão molar, $S_m^\circ / \frac{\text{J}}{\text{K mol}}$	93	40	214
Capacidade calorífica isobárica, $C_{P,m}^\circ / \frac{\text{J}}{\text{K mol}}$	82	43	37

Questão 14. Considere o modelo atômico de Bohr.

- Determine** a razão entre a velocidade do elétron na primeira órbita do átomo de hidrogênio e a velocidade da luz.
- Determine** a partir de qual valor para o número atômico a velocidade do elétron em uma espécie hidrogenoide em seu estado fundamental supera 10% da velocidade da luz.

Questão 15. Gás metano é bombeado para uma câmara de combustão a um taxa de 200 L s^{-1} , em 25°C e 1,5 atm. Ar é adicionado à câmara a 1 atm, na mesma temperatura, e a mistura gasosa é ignitada. Para garantir que todo o metano sofra combustão, a quantidade de oxigênio bombeada é três vezes maior que a quantidade necessária para a combustão completa de todo o metano.

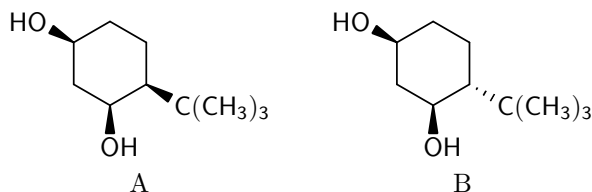
Foi determinado que 5% do carbono na corrente de saída da câmara de combustão estava na forma de monóxido de carbono, e o restante estava na forma de dióxido de carbono. A norma técnica para esse tipo de equipamento preconiza que a fração molar de monóxido de carbono na corrente de saída não seja superior a 0,20%.

- Determine** a vazão de ar necessária para fornecer a quantidade de oxigênio desejada.
- Verifique** se a concentração de monóxido de carbono na corrente de saída esta dentro da faixa permitida.

Questão 16. Um hidrocarboneto é queimado e os gases de exaustão são coletados em um cilindro em 375 K atingindo a pressão de 1,51 atm. A densidade dos gases do cilindro é $1,391 \text{ g L}^{-1}$.

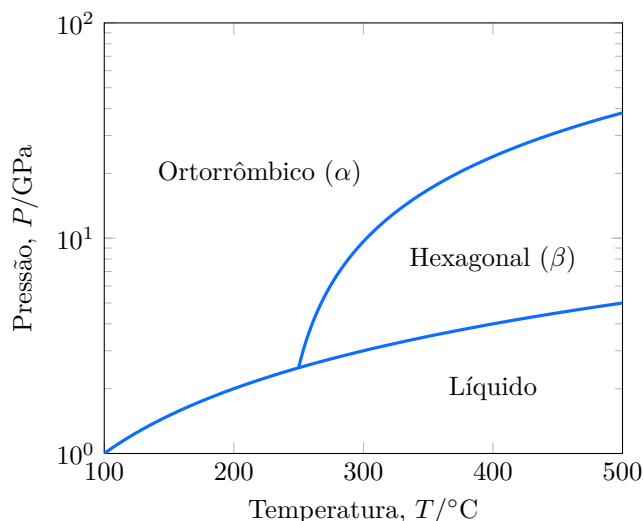
- Determine** a composição dos gases de exaustão.
- Determine** a fórmula molecular do hidrocarboneto.

Questão 17. Considere os compostos A e B.



- Explique** a grande diferença entre os pontos de ebulição destes compostos.
- Classifique** o par quanto à sua relação estereoquímica.
- Nomeie** os compostos conforme as regras da IUPAC.

Questão 18. O polietileno é um polímero largamente utilizado devido às suas características estruturais e às suas propriedades físicas. O diagrama de fases para um polietileno é apresentado a seguir.



Compare as formas alotrópicas do polietileno, α e β , indicando a que possui o maior valor para cada um dos seguintes parâmetros em pressão de 10 GPa.

- Entropia
- Cristalinidade
- Densidade
- Rigidez
- Transparência

Questão 19. Considere desprezível a variação da entropia e da energia interna com a pressão.

- Esboce** o diagrama de fases para o carbono, indicando as fases líquida, gasosa, grafite e diamante.
- Explique** por que não se verifica a conversão de diamante em grafite a 27 °C.
- Explique** por que a conversão do grafite em diamante nunca é espontânea em 1 atm.
- Determine** a pressão necessária para que a conversão de grafite em diamante seja espontânea em 27 °C.

Dados em 300 K	C(grafita)	C(diamante)
Entalpia padrão de formação, $\Delta H_f^\circ / \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$		1,9
Entropia padrão molar, $S_m^\circ / \frac{\text{J}}{\text{K mol}}$	5,7	2,4
Densidade, $d / \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	2,4	4,0

Questão 20. Um hidrocarboneto monocíclico tem densidade 2,67 g L⁻¹ em 100 °C e 101 kPa. Quando uma amostra desse hidrocarboneto é queimada são formados 1,54 g de água e 2,414 L de dióxido de carbono em 292 K e 103 kPa.

- Determine** a fórmula molecular do hidrocarboneto.
- Apresente** todas as estruturas possíveis para o hidrocarboneto.