CICLO DIAGNÓSTICO - FÍSICA

TURMA IME-ITA

2022

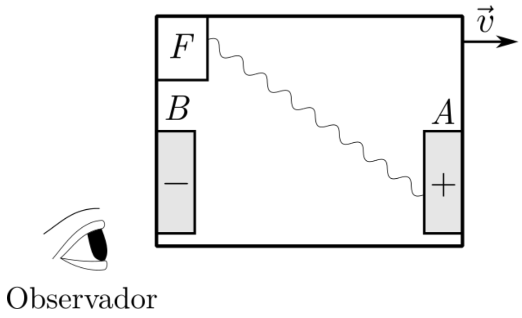
DADOS

Constantes

- Carga elementar $e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$
- Constante de Planck $h = 6{,}6 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$
- Massa do elétron $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
- Pressão atmosférica $1\,\mathrm{atm} = 1{,}013\,25 \times 10^{5}\,\mathrm{Pa}$
- Velocidade da luz no vácuo $c = 3 \times 10^{8}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$

1ª QUESTÃO

A figura ilustra um experimento numa plataforma que, no referencial de um observador externo, se move com velocidade $\vec{v}$ constante de módulo $1{,}8 \times 10^{8}\,\mathrm{m/s}$. No instante inicial, uma fonte F emite um pulso de comprimento de onda $\lambda = 500\,\mathrm{nm}$ que incide sobre a placa metálica A, sendo por ela absorvido e, consequentemente, emitindo elétrons. De acordo com o observador externo, o tempo em que um elétron leva para chegar de A até B, que dista $1\,\mathrm{cm}$ de A, vale $18{,}75\,\mathrm{ns}$.



Determine o potencial de corte e a função trabalho da placa A, sabendo que o capacitor estava inicialmente descarregado.

Gabarito

a) $\phi = 1{,}25\,\mathrm{eV}$

Lembrando do efeito fotoelétrico, temos que após o fóton ser absorvido pela placa, parte de sua energia é utilizada para liberar o elétron da placa, sendo a energia restante convertida em energia cinética para o elétron. Desta forma, temos a fórmula:

$$hf - \phi = \frac{hc}{\lambda} - \phi = K$$

Onde $hc = \frac{hc}{\lambda}$ é a energia do fóton absorvido, ϕ é a função trabalho, sendo a energia gasta para 'liberar' o elétron da placa e K é a energia cinética do elétron emitido. Obtido o valor de K, poderemos obter o valor da função trabalho, tendo em vista que os demais dados foram fornecidos.

Tendo em vista que para um observador externo o elétron leva $18{,}8\,\mathrm{ns}$ para chegar de uma placa à outra, podemos determinar o tempo que o mesmo gasta para tal, quando medido no referencial da plataforma e do elétron:

Vemos que o elétron será nosso referencial próprio, uma vez que os eventos: saída de A e chegada em B são percebidos na mesma posição para tal. Dessa forma:

$$\gamma \Delta t_{e-} = \Delta t_O$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{1{,}8\times10^8}{3\times10^8}\right)^2}} \cdot \Delta t_{e^-} = 18{,}8\,\mathrm{ns}$$

$$\Delta t_{e^-} = \frac{4}{5}\cdot 18{,}8 \approx 15\,\mathrm{ns}$$

Obtido o tempo de travessia no referencial do elétron, podemos determinar sua velocidade em relação à plataforma:

$$v = \frac{0{,}01}{15{,}04\times10^{-9}} = 0{,}066\times10^7 = 6{,}6\times10^5\,\mathrm{m/s}$$

Com isso, a energia cinética do elétron será:

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{9{,}11\times10^{-31}\cdot 6{,}6^2\cdot 10^{10}}{2} = 1{,}984\times10^{-19}\,\mathrm{J}$$

Passando para elétron-Volt:

$$K = \frac{1{,}984\times10^{-19}}{1{,}6\times10^{-19}} \approx 1{,}24\,\mathrm{eV}$$

Em seguida, determinamos a energia do fóton incidente:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}63\times10^{-34}\cdot 3\times10^8}{500\times10^{-9}} = 3{,}978\times10^{-19}\,\mathrm{J}$$

Que corresponde, em elétron-Volt:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{3{,}978\times10^{-19}}{1{,}6\times10^{-19}} \approx 2{,}49\,\mathrm{eV}$$

Finalmente, determinamos a função trabalho:

$$\phi = \frac{hc}{\lambda} - K \Rightarrow \boxed{\phi = 1{,}25\,\mathrm{eV}}$$

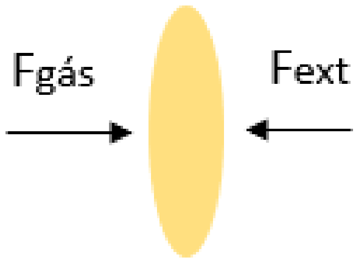
2ª QUESTÃO

Um recipiente cilíndrico, isolado, localizado a nível do mar possui uma certa quantidade de um gás diatômico ocupando um volume de $0{,}7\,\mathrm{m}^3$. Inicialmente o cilindro se encontra deitado em equilíbrio estático, com seu êmbolo livre para se deslocar horizontalmente. O êmbolo, de massa $m = 5\,\mathrm{kg}$ e raio $r = 10\,\mathrm{cm}$, é então levemente deslocado levemente, passando a realizar um movimento oscilatório.

Determine o período de oscilação deste movimento.

Gabarito

a) $T_{MHS} = 1\ s$

Equilíbrio inicial do êmbolo: 

Logo:

$$F_{o\ gas} = F_{ext} \Rightarrow P_{o\ gas} \cdot A_{embolo} = P_{atm} \cdot A_{embolo} \Rightarrow \ P_{o\ gas} = P_{atm} \qquad \text{(I)}$$

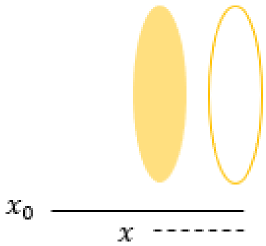
Assim:

$$V_o = A_{embolo} \cdot x_o = 0,700\ m^3$$

$$A_{embolo} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 0{,}1^2$$

$$x_o = \frac{0,7}{\pi \cdot 0,1^2}$$

Deslocando o êmbolo:



Logo:

$$F_{gas} - F_{atm} = F_{res} = (P_{gas} - P_{atm}) \cdot A_{embolo} \qquad \text{(II)}$$

Usando a relação da transformação adiabática e usando I.

$$P_{o\ gas} \cdot V_o^{\gamma} = P_{gas} \cdot V_f^{\gamma} \Rightarrow P_{atm} \cdot A_{embolo}^{\frac{7}{5}} \cdot x_o^{\frac{7}{5}} = P_{gas} \cdot A_{embolo}^{\frac{7}{5}} \left(x_o - x\right)^{\frac{7}{5}}$$

$$P_{gas} = \frac{P_{atm} \cdot x_0^{\frac{7}{5}}}{(x_o - x)^{\frac{7}{5}}}$$

Como foi realizado um pequeno deslocamento, utilizaremos a aproximação de Bernoulli:

$$P_{gas} = \frac{P_{atm} . x_0^{\frac{7}{5}}}{x_o^{\frac{7}{5}} \left(1 - \frac{x}{x_0}\right)^{\frac{7}{5}}} \approx P_{atm} \left(1 + \frac{7}{5} \cdot \frac{x}{x_0}\right)$$

Substituindo em II:

$$F_{res} = \left(P_{atm} \left(1 + \frac{7}{5} \cdot \frac{x}{x_0}\right) - P_{atm}\right) \cdot A_{embolo}$$

$$F_{res} = P_{atm} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{x}{x_0} \cdot \pi \cdot 0{,}1^2 = k \cdot x$$

Substituindo os valores (e usando $P_{atm} = 10^5$):

$$k = \frac{1,4 \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot 0,1^2}{\frac{0,7}{\pi \cdot 0,1^2}} = 20\pi^2$$

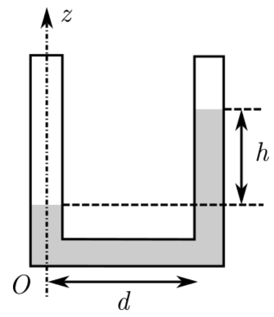
Observe que a F_{res} é diretamente proporcional ao deslocamento e o êmbolo tende a retornar a sua posição inicial. Logo, o movimento se configura um MHS e podemos usar a relação:

$$T_{MHS} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{5}{20\pi^2}}$$

$$\therefore \boxed{T_{MHS} = 1\ s}$$

3ª QUESTÃO

Um tubo em U contendo um líquido gira em torno do eixo z, indicado na figura, com velocidade angular de $10\,\mathrm{rad/s}$. A distância d entre os dois ramos do tubo é de $12\,\mathrm{cm}$, e ambos são abertos na parte superior.



Calcule a diferença de altura h entre os níveis atingidos pelo líquido nos dois ramos do tubo

Gabarito

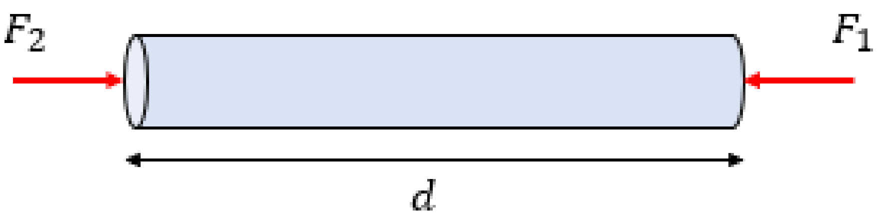
a) $h = 7{,}2\,\mathrm{cm}$

Solução 1: força resultante centrípeta
Primeiro, vamos calcular a diferença de pressão nos extremos do tubo horizontal:

$$\Delta p = \rho g h$$

Porém, a diferença de pressão gera uma força resultante. Como o tubo que possui a maior altura gera maior pressão, temos uma força resultante apontando para o centro de rotação em O.

Logo, sendo A a área do tubo:



$$F_{res} = F_1 - F_2 = \Delta p.A = F_{cp} \Rightarrow \rho g h A = m\omega^2 R$$

Nesse caso, o corpo em rotação é o líquido no tubo horizontal, e o centro de massa está localizado na metade do tubo. Assim, temos:

$$\rho g h A = m\omega^2 \frac{d}{2}$$

Onde a massa vale:

$$m = \rho V = \rho A d$$

Portanto,

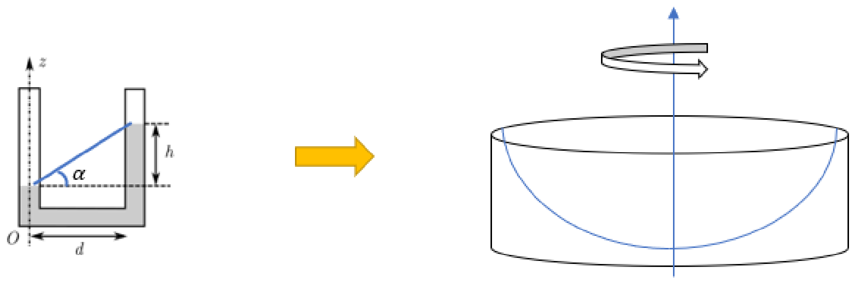
$$\rho g h A = \rho A d \omega^2 \frac{d}{2}$$

$$gh = \frac{(\omega d)^2}{2} \therefore h = \frac{(\omega d)^2}{2g}$$

Substituindo os valores no S.I.:

$$h = \frac{10^2 \cdot 0{,}12^2}{2 \cdot 10} = 0{,}072\,\mathrm{m} \Rightarrow h = 7{,}2\,\mathrm{cm}$$

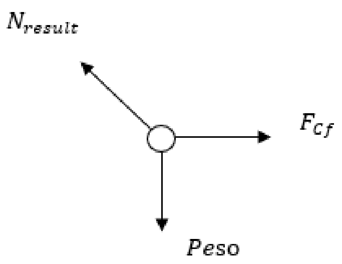
Solução 2: parábola de Newton



Primeiro, vamos fazer o diagrama de corpo livre para uma pequena partícula do fluido, sendo a normal resultante perpendicular à superfície do líquido.

Lembrando que a força centrípeta é dada por:

$$F_{cp} = m\omega^2 R$$



Relacionando as forças com as medidas usando a tangente do ângulo teta:

$$\tan\alpha = \frac{F_{cf}}{P} = \frac{h}{x}$$

Sendo x a distância da partícula até o centro de rotação

Multiplicando cruzado e substituindo Peso e Força centrifuga.

$$\frac{m\omega^2 \,\mathrm{d}x}{mg} = \frac{h}{x}$$

Sendo dx o raio de curvatura da pequena partícula, ω a velocidade angular e x a medida do raio do balde.

Pequena revisão de integral

$$\int x \,\mathrm{d}x = \frac{x^2}{2}$$

$$\int \mathrm{d}x = x$$

Seguindo na questão:

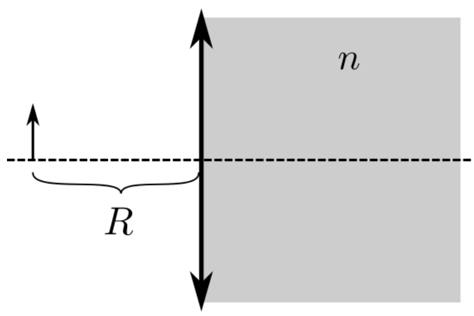
$$h = \int \frac{\omega^2}{g} \cdot x \,\mathrm{d}x = \frac{\omega^2}{g} \cdot \frac{d^2}{2}$$

Substituindo os dados fornecidos:

$$h = \frac{10^2 \cdot (12 \cdot 10^{-2})^2}{2 \cdot 10} \Rightarrow \boxed{h = 7{,}2\,\mathrm{cm}}$$

4ª QUESTÃO

Uma lente biconvexa de raios iguais a R é posicionada na transição entre o vácuo e um meio de índice $n = 2$.



Determine a posição da imagem final em relação à lente de um objeto posicionado a uma distância R desta. O material da lente possui um índice de refração igual a $1{,}5$.

Gabarito

a) A imagem final está formada a uma distância $2R$ à esquerda da lente.

Para encontrar a posição da imagem final, devemos primeiro entender que não se trata de um problema comum de lentes, visto que temos três meios diferentes que o raio de luz percorrerá:

Sendo assim, devemos utilizar a equação de dioptro esférico duas vezes, primeiro para a passagem do meio 1 para o meio 2, depois da passagem do meio 2 para o meio 3.

A equação do dioptro esférico é dada por:

$$\frac{n_2 - n_1}{R} = \frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{p'}$$

Aonde $R > 0$ para partes convexas e $R < 0$ para partes côncavas.

Meio 1 para meio 2:

$$\frac{1{,}5-1}{R}=\frac{1}{R}+\frac{1{,}5}{p'}$$

Logo

$$p'=-3R \qquad \text{(I)}$$

Meio 2 para meio 3:

$$\frac{2-1,5}{-R}=\frac{1,5}{3R}+\frac{2}{p'}$$

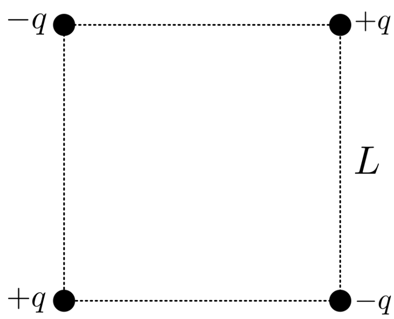
Logo

$$p''=-3R \qquad \text{(II)}$$

Como o valor de p'' é negativo, significa que a imagem final está formada a uma distância $2R$ à esquerda da lente.

5ª QUESTÃO

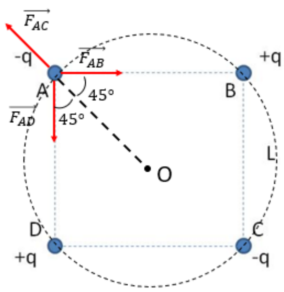
Quatro corpos pontuais de mesma massa m e carregados eletricamente formam um quadrado de lado L. Os corpos giram em torno do centro do quadrado com velocidade angular constante. Sendo k a constante eletrostática do meio, determine o período de rotação.



Gabarito

a) $T=\dfrac{2\pi L}{q}\sqrt{\frac{2mR}{k(2\sqrt{2}-1)}}$

Como as cargas estão dispostas em um quadrado simétricas em relação às diagonais, as únicas forças responsáveis pelo movimento delas em torno do centro são as forças radiais. Considere o quadrado $ABCD$. Analisando as forças atuando sobre a carga $-q$ disposta em A, temos:



$$F_{AB} = F_{AD} = \frac{kq^2}{L^2}; \quad F_{AC} = \frac{kq^2}{\left(L\sqrt{2}\right)^2}$$

Decompondo as forças radialmente, temos que a resultante apontando para o centro do quadrado é a força centrípeta:

$$F_{AB}\cos 45^\circ + F_{AD}\cos 45^\circ - F_{AC} = F_{cp}$$

Assim, ficamos com:

$$\frac{2kq^2}{L^2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{kq^2}{2L^2} = \frac{kq^2\left(2\sqrt{2}-1\right)}{2L^2} = m\omega^2 R$$

Logo:

$$\omega^2 = \frac{kq^2\left(2\sqrt{2}-1\right)}{2mRL^2} \Rightarrow \omega = \frac{q}{L}\sqrt{\frac{k\left(2\sqrt{2}-1\right)}{2mR}}$$

Finalmente:

$$\frac{2\pi}{T} = \frac{q}{L}\sqrt{\frac{k\left(2\sqrt{2}-1\right)}{2mR}} \therefore \boxed{T = \frac{2\pi L}{q}\sqrt{\frac{2mR}{k\left(2\sqrt{2}-1\right)}}}$$