

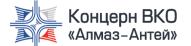




# Аналитические методы синтеза цифровых следящих систем

Конспект лекций







# Лекция 10.

Анализ характера нулей дискретного объекта управления.

Постановка задачи этапа 2 синтеза цифровых следящих систем (ЦСС) по заданным показателям качества — определение цифрового устройства управления.

Структурная схема синтезируемой ЦСС с управлением по выходу и воздействиям.

Понятие двумерного цифрового устройства управления.

Аналитический метод определения дискретных ПФ ЦСС с заданными высоким порядком астатизма и показателями качества.

Базовая вычислительная структура







#### Обобщённый вид передаточной функции объекта управления (ОУ)

#### Непрерывная модель

#### Дискретная модель

Уравнение «вход-выход» ОУ:

$$A(p)y(p) = B(p)u(p) + F(p)f(p)$$

$$A(z)y(z) = B(z)u(z) + F(z)f(z)$$

Передаточные функции ОУ по управлению  $W_{vu}(p$  или z) и по возмущению  $W_{vf}(p$  или z) :

$$W_{yu}(p) = \frac{y(p)}{u(p)} = \frac{B(p)}{A(p)}$$

$$W_{yf}(p) = \frac{y(p)}{f(p)} = \frac{F(p)}{A(p)}$$

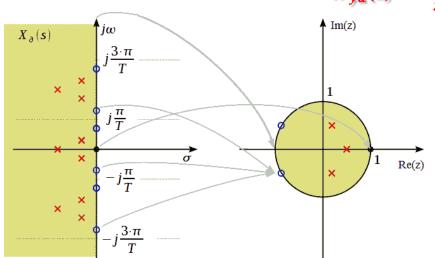
$$W_{yu}(p) = \frac{y(p)}{u(p)} = \frac{B(p)}{A(p)} \qquad W_{yf}(p) = \frac{y(p)}{f(p)} = \frac{F(p)}{A(p)} \qquad W_{yu}(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{z-1}{z} Z_T \left\{ \frac{W_{yu}(p)}{p} \right\} = \frac{B(z)}{A(z)} \qquad W_{yf}(z) = \frac{y(z)}{z} Z_T \left\{ \frac{W_{yf}(p)}{p} \right\} = \frac{F(z)}{A(z)}$$

$$W_{yf}(z) = \frac{y(z)}{f(z)} = \frac{z-1}{z} Z_T \left\{ \frac{W_{yf}(p)}{p} \right\} = \frac{F(z)}{A(z)}$$

Обобщённый вид передаточной функции:

$$W_{yu}(p) = \frac{y(p)}{g(p)} = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{\beta_m p^m + \beta_{m-1} p^{(m-1)} + \dots + \beta_1 p + \beta_0}{\alpha_n p^n + \alpha_{n-1} p^{(n-1)} + \dots + \alpha_1 p + \alpha_0} = \frac{\beta_m \prod_{i=1}^m (p - p_i^B)}{\alpha_n \prod_{j=1}^n (p - p_j^A)}$$

$$W_{yu}(z) = \frac{z-1}{z} * Z_T \left\{ \frac{W_{yu}(p)}{p} \right\} = \frac{y(z)}{g(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{\beta_m z^m + \beta_{m-1} z^{(m-1)} + \dots + \beta_1 z + \beta_0}{\alpha_n z^n + \alpha_{n-1} z^{(n-1)} + \dots + \alpha_1 z + \alpha_0} = \frac{\beta_m \prod_{i=1}^m (z - z_i^B)}{\alpha_n \prod_{j=1}^n (z - z_j^A)}$$



 ${\bf p_i^B}$  – корни (комплексные или действительные) полинома числителя В(р) ПФ непрерывного ОУ

 $\mathbf{p_{j}^{A}}$  – корни (комплексные или действительные) полинома числителя **A(p)** передаточной функции системы

 $\mathbf{z_i^B}$  – корни (нули) полинома числителя  $\mathbf{B}(\mathbf{z})$  ПФ дискретного ОУ

 $\mathbf{z_i^A}$  – корни (полюса) полинома числителя  $\mathbf{A}(\mathbf{z})$  ПФ дискретного ОУ

Т –период дискретизации







#### Выбор периода дискретизации

Период дискретизации Т необходимо выбирать по скорости протекания всех процессов (определяются частотами сигналов), протекающих в ЦСС с учетом известной теоремы В.А. Котельникова:

непрерывный сигнал с ограниченным спектром можно точно восстановить по его дискретным отсчётам, если они были взяты с частотой дискретизации, превышающей максимальную частоту сигнала минимум в два раза.

Выбор периода дискретизации проведем по ПФ непрерывного ОУ и желаемой ПФ непрерывного прототипа, т.к. эти характеристики следящей системы являются исходными при переходе от непрерывных моделей к дискретным и содержат информацию о скорости протекания всех процессов:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$T \leq \frac{\pi}{\mathbf{k} \cdot 2\omega_{max}} \qquad \mathbf{k} \geq \mathbf{1}$$

из практики можно выбирать и значительно большие значения, ограничение вызвано физическим интерфейсом обмена информацией

где  $\omega_{max}$  — максимальная частота гармонических составляющих переменных объекта управления, системы и внешних воздействий (задающего и возмущающего) и определяется по формуле, [рад/с]:

$$\omega_{max} = max \begin{cases} |Im(p_{i,K}^{A})|; |Im(p_{i,K}^{H})|; \\ \frac{1}{|Re(p_{i,K}^{A})|}; \frac{1}{|Re(p_{i,K}^{H})|}; \frac{1}{|Re(p_{i,K}^{A})|}; \frac{1}{|Re(p_{i,B}^{H})|}; \\ |\omega_{max,g}|; |\omega_{max,f_{i}}| \end{cases}$$

 $p_{i,\kappa}^A$ ;  $p_{i,\kappa}^H$  и  $p_{i,\kappa}^A$ ;  $p_{i,\kappa}^H$  – комплексные и вещественные корни характеристических полиномов непрерывного объекта управления A(p) и непрерывного прототипа H(p);

 $\omega_{max,\mathbf{g}}$ ,  $\omega_{max,f_i}$  – максимальные частоты гармонических составляющих задающего  $\mathbf{g}(t)$  и возмущающих  $f_i(t)$  воздействий, рад/с.

При этом учитываются только те вещественные корни, которые не равны нулю, т.е.  $p_{i,\mathrm{B}}^A \neq 0$ ;  $p_{i,\mathrm{B}}^H \neq 0$ . Если некоторые переменные системы из выражения на момент выбора периода дискретизации T не определены, то они не учитываются при расчете  $\omega_{max}$ .







### Анализ характера нулей дискретного объекта управления (ДОУ)

$$|z_i^B| \le 1 - \varepsilon_\Omega, \qquad i \in [1, degB(z)]$$
 (10.5)

где  $z_i^B$  - корни полинома B(z) ДОУ;

 $\epsilon_{\Omega}$  – малое положительно число, выбираемое из условия  $\varepsilon_{\Omega} \geq \eta_{\Omega}$ ;

 $\eta_{\Omega}$  – желаемый запас устойчивости синтезируемой ЦСС.

Здесь  $\Omega$  – множество полиномов, корни которых располагаются в области допустимого по требованиям к степени устойчивости расположения корней характеристического полинома системы.

Если хотя бы для одного корня полинома B(z) условие (10.5) не выполняется, то ДОУ является объектом с «внешними» нулями.

#### Для ДОУ с «внутренними» нулями:

$$B(z) = \beta_m B_{\Omega}(z),$$

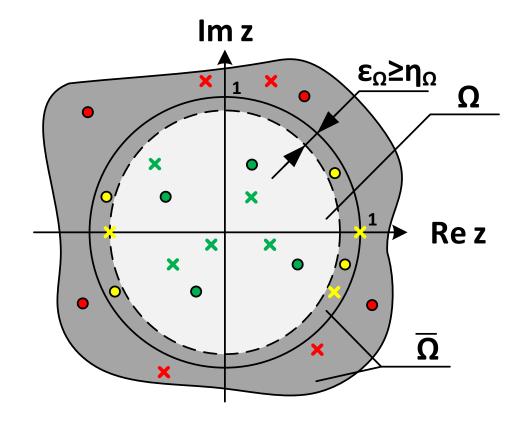
$$B_{\Omega}(z) \in \Omega$$
.

#### Для ДОУ с «внешними» нулями:

$$B(z) = \beta_m B_{\Omega}(z) B_{\overline{\Omega}}(z), \qquad B_{\Omega}(z) \in \Omega, \quad B_{\overline{\Omega}}(z) \notin \Omega.$$

$$B_{\Omega}(z) \in \Omega$$

$$B_{\overline{\Omega}}(z) \notin \Omega$$



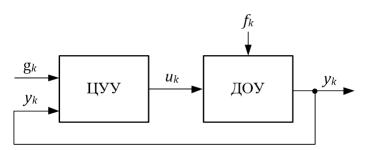
- «внешние» нули (желтые на границе устойчивости)
- «внутренние» нули
- полюса неустойчивой дискретной системы (желтые – на границе устойчивости)
- полюса устойчивой дискретной системы

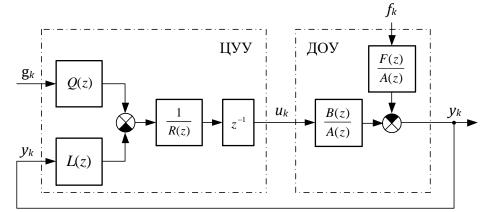






#### Постановка задачи синтеза цифрового устройства управления





Полиномы ДОУ известны:

$$A(z)$$
,  $B(z)$ ,  $F(z)$ 

Полиномы ЦУУ неизвестны:

$$R(z), Q(z), L(z) - ?$$

**µ**<sub>дин.зв.</sub> - относительный порядок динамического звена (ДЗ), т.е. разница степеней полиномов знаменателя и числителя ПФ ДЗ соответственно

ЦУУ – цифровое устройство управления (двумерное);

ДОУ – дискретный объект управления.

gk - задающее воздействие;

кк - рассогласование (отклонение);

ук - выходная переменная;

fk - возмущение.

Уравнение «вход-выход» физически реализуемого двумерного ЦУУ с учетом запаздывания на период:

$$R(z)u(z) = Q(z)z^{-1}g(z) - L(z)z^{-1}y(z), \qquad (10.1)$$

$$\mu_{\text{uyy}} \ge 1, \qquad \deg R(z) \ge \deg L(z), \deg R(z) \ge \deg Q(z) \qquad (10.2)$$

Уравнение «вход-выход» дискретного объекта управления:

$$A(z)y(z) = B(z)u(z) + F(z)f(z);$$

$$degB(z) < degA(z),$$

$$degF(z) < degA(z).$$
(10.3)

Искомый алгоритм работы двумерного ЦУУ:

$$u_k = (g_{k-i}, y_{k-i}, u_{k-i}) \ \forall k > 1, i = 1, 2, ...$$
 (10.4)

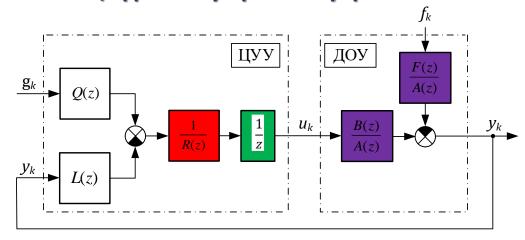
deg-значение степени соответствующего полинома







#### Синтез цифрового устройства управления



$$R(z) = \rho_0 + \rho_1 z + \dots + \rho_r z^r$$
  $r = degR(z)$ 

$$L(z) = \lambda_0 + \lambda_1 z + \dots + \lambda_l z^l \qquad l = degL(z)$$

$$Q(z) = \theta_0 + \theta_1 z + \dots + \theta_q z^q$$
  $q = degQ(z)$ 

$$B(z) = \beta_0 + \beta_1 z + \dots + \beta_m z^m \qquad m_B = degB(z)$$

$$A(z) = \alpha_0 + \alpha_1 z + \dots + \alpha_n z^n$$
  $n = degA(z)$ 

$$B(z) = \beta_m B_{\Omega}(z);$$

$$A(z) = (z-1)^{\nu_A} \bar{A}(z); \quad \bar{n} = deg\bar{A}(z) = n - \nu_A$$

$$F(z) = (z-1)^{\nu_F} \bar{F}(z)$$

 $u_A$  — число единичных нулей полинома A(z), т.е. число чистых интеграторов в непрерывной части, причем  $\nu_A \geq 0$ , а  $\bar{A}(z)$  — такой полином, что  $\bar{A}(1) \neq 0$ ;

 $\nu_F$  — число единичных нулей полинома F(z), причем  $\nu_F \geq 0$ , а  $\bar{F}(z)$  — такой полином, что  $\bar{F}(1) \neq 0$ 

Необходимые показатели качества, в том числе и заданный порядок астатизма, синтезируемой ЦСС учитывается с помощью желаемой дискретной ПФ вида:

$$W_{yg}^*(\mathbf{z}) = \frac{H_0(\mathbf{z})}{H(\mathbf{z}) \, \mathbf{z}^w} \qquad h0 = degH_0(\mathbf{z}) \qquad h = degH(\mathbf{z}) \qquad h + w - h_0 \ge n + 1 - m_B$$

Полиномы R, Q и L из полиномиального уравнения ЦУУ определяются путем приравнивания ПФ синтезируемой замкнутой системы <u>с частично заданной структурой</u> (схема которой приведена) и желаемой ПФ дискретной системы с учетом условий физической реализуемости, условий астатизма (порядок синтезируемой системы  $n_{\rm cuc} = n + r + 1$ ):

$$W_{yg}^{\text{3aM}}(z) = \frac{W_{\text{Hyy}}(z) W_{\text{Aoy}}(z)}{1 + W_{\text{Hyy}}(z) W_{\text{Aoy}}(z)} = \frac{B(z)Q(z)}{zA(z)R(z) + B(z)L(z)} = \frac{H_0(z)B_{\Omega}(z)z^{\mu}}{H(z)B_{\Omega}(z)z^{\mu+w}} = W_{yg}^*(z)$$

Необходимое число сумматоров  $\nu_R$ , которые дополнительно необходимо ввести в ЦУУ для обеспечения заданных  $\nu_R = max \Big\{ 0, \nu_g^* - \nu_A, \nu_f^* - \nu_F \Big\}$  порядков астатизма  $\nu_g^*$  и  $\nu_f^*$  системы

$$R(z) = (z-1)^{\nu_R} B_{\Omega}(z) \tilde{R}(z); \quad L(z) = z\tilde{L}(z); \quad \tilde{r} = deg\tilde{R}(z) = r - \nu_R - m_B; \quad \tilde{l} = deg\tilde{L}(z) = l - 1$$

$$\frac{\beta_m B_{\Omega}(z) Q(z)}{z(z-1)^{\nu_A} \overline{A}(z)(z-1)^{\nu_R} B_{\Omega}(z) \widetilde{R}(z) + \beta_m B_{\Omega}(z) z \widetilde{L}(z)} = \frac{H_0(z) B_{\Omega}(z) z^{\mu}}{H(z) B_{\Omega}(z) z^{\mu+w}}$$

$$\tilde{A}(z) = (z-1)^{\nu_R} A(z) = (z-1)^{\nu_R} (z-1)^{\nu_A} \bar{A}(z)$$
  $D(z) = H(z) z^{\mu+w-1}$ 

$$\frac{\beta_m Q(z)}{\widetilde{A}(z)\widetilde{R}(z) + \beta_m \widetilde{L}(z)} = \frac{H_0(z)z^{\mu}}{H(z)z^{\mu+w-1}} \qquad \frac{\beta_m Q(z)}{\widetilde{A}(z)\widetilde{R}(z) + \beta_m \widetilde{L}(z)} = \frac{H_0(z)z^{\mu}}{D(z)} \qquad \widetilde{n} = deg\widetilde{A}(z)$$

$$d = degD(z)$$

Приравниваем числители и знаменатели левой и правой части соответственно, получаем полиномиальные уравнения относительно искомых полиномов R, L и Q и ЦУУ:

$$\widetilde{A}(z)\widetilde{R}(z) + \beta_m\widetilde{L}(z) = D(z)$$
 
$$Q(z) = \beta_m^{-1}H_0(z)z^{\mu}$$

© Конспект лекций «Аналитические методы синтеза цифровых следящих систем». © А.В. Семенов, к.т.н., доцент МФТИ







#### Синтез цифрового устройства управления. Расчет параметров синтеза с учетом ограничений

$$\tilde{A}(z)\tilde{R}(z) + \beta_m \tilde{L}(z) = D(z) \tag{3.21}$$

При решении полиномиального уравнения (3.21) необходимо сначала определить степени  $\tilde{r}=\deg \tilde{R}(z)$  и  $\tilde{l}=\deg \tilde{L}(z)$  искомых полиномов  $\tilde{R}(z)$  и  $\tilde{L}(z)$ , а также параметры  $\mu$  и w. При этом необходимо учесть следующие ограничения [132, 56]:

- степени полиномов L(z) и Q(z) должны быть не больше степени полинома R(z);
- относительный порядок желаемой  $\Pi\Phi$  замкнутой системы должен быть не меньше относительного порядка заданной части с учетом запаздывания на такт в ЦУУ, т.е.

$$h + w - h_0 \ge n + 1 - m_B;$$
 (3.24)

- число коэффициентов полиномов  $\tilde{R}(z)$ ,  $\tilde{L}(z)$  должно быть не меньше числа уравнений в алгебраической системе, эквивалентной полиномиальному уравнению (3.21), т.е.

$$r - \nu_R - m_B + 1 + l \ge n + \nu_R + r - \nu_R - m_B + 1;$$
 (3.25)

- степень полинома в левой части (3.21) должна быть равна степени  $_{\boxplus}$ полинома в его правой части, т.е.

$$n + \nu_R + r - m_B - \nu_R = h + \mu + w - 1. \tag{3.26}$$

Учет всех ограничений (3.24)-(3.26) при условиях [132, 56] h=n и  $l=r \tag{3.27}$ 

приводит к следующим соотношениям, которые определяют искомые параметры и степени полиномов

$w = h_0 - m_B + 1;$	(3.28)
$\mu = n + \nu_R - h_0,$	(3.29)
$ ilde{r}=n-m_B;\  ilde{l}=n+ u_R-1.$	(3.30)

При этом с учетом обозначений  $d=\mathrm{deg}D(\mathsf{z}),\, \tilde{n}=\mathrm{deg}\tilde{A}(\mathsf{z}),$  получим

$$d = h + \mu + w - 1; \ \tilde{n} = n + \nu_R; \tag{3.31}$$

$$r = n + \nu_R. \tag{3.32}$$







# Синтез цифрового устройства управления. Расчет полиномов R(z) и L(z)

$$\widetilde{A}(z)\widetilde{R}(z) + \beta_m \widetilde{L}(z) = D(z)$$
(3.21)

$$\tilde{A}(z) = (z - 1)^{\gamma_R} A(z), \qquad (3.22)$$

$$D(z) = H(z) z^{\mu + w - 1}. \qquad (3.23)$$

$$\tilde{R}(z) = \tilde{\rho}_0 + \tilde{\rho}_1 z + \dots + \tilde{\rho}_{\tilde{r}} z^{\tilde{r}}; \quad \tilde{L}(z) = \tilde{\lambda}_0 + \tilde{\lambda}_1 z + \dots + \tilde{\lambda}_{\tilde{l}} z^{\tilde{l}}; \qquad (3.33)$$

$$\tilde{A}(z) = \tilde{\alpha}_0 + \tilde{\alpha}_1 z + \dots + \tilde{\alpha}_{\tilde{n}} z^{\tilde{n}}; \quad D(z) = \gamma_0 + \gamma_1 z + \dots + \gamma_d z^d. \qquad (3.34)$$

С учетом введенных обозначений (3.22) и (3.23), (3.33) и (3.34) систему алгебраических уравнений, эквивалентную полиномиальному уравнению (3.21), можно записать [56] следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \beta_{m} & 0 & 0 & \dots & \tilde{\alpha}_{0} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \beta_{m} & 0 & \dots & \tilde{\alpha}_{1} & \tilde{\alpha}_{0} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \beta_{m} & \dots & \vdots & \tilde{\alpha}_{1} & \tilde{\alpha}_{0} & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & \tilde{\alpha}_{\tilde{n}-1} & \vdots & \tilde{\alpha}_{1} & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \ddots & \tilde{\alpha}_{\tilde{n}} & \tilde{\alpha}_{\tilde{n}-1} & \vdots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \tilde{\alpha}_{\tilde{n}} & \tilde{\alpha}_{\tilde{n}-1} & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \tilde{\alpha}_{\tilde{n}} & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\lambda}_{0} \\ \tilde{\lambda}_{0} \\ \vdots \\ \tilde{\lambda}_{l} \\ \tilde{\rho}_{0} \\ \tilde{\rho}_{1} \\ \vdots \\ \tilde{\rho}_{\tilde{r}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{0} \\ \gamma_{1} \\ \gamma_{2} \\ \vdots \\ \vdots \\ \gamma_{d-1} \\ \gamma_{d} \end{bmatrix}.$$

$$(3.35)$$

Отметим, что матрица системы (3.35) всегда имеет  $\tilde{l}+1$  столбцов с коэффициентами  $\beta_m$  и  $\tilde{r}+1$  столбцов с коэффициентами полинома  $\tilde{A}(z)$ . Коэффициенты  $\beta_m$  располагаются на диагонали матрицы. Коэффициенты полинома  $\tilde{A}(z)$  в каждом столбце располагаются в порядке возрастания индекса, начиная с первой строки. В последующих столбцах коэффициенты полинома  $\tilde{A}(z)$  сдвигаются вниз на одну строку. Таким образом, число строк  $N_y$ , равных количеству уравнений, и число неизвестных  $N_H$ , равных суммарному количеству коэффициентов полиномов  $\tilde{R}(z)$  и  $\tilde{L}(z)$ , определяются следующими выражениями:

$$N_{\rm y} = d + 1; \ N_{\rm H} = \tilde{l} + \tilde{r} + 2.$$
 (3.36)

При этом матрица системы (3.35) всегда квадратная и выполняется условие  $N_{\rm y}=N_{\rm H}.$ 

В результате решения системы (3.35) определяются численные значения коэффициентов  $\tilde{\lambda}_i$  и  $\tilde{\rho}_i$  полиномов  $\tilde{R}(z)$  и  $\tilde{L}(z)$ . Затем по (3.20) находятся искомые полиномы R(z) и L(z).

Тогда, в соответствии с уравнением (3.16) при условии  $\mu+w\geq 1$  полиномы R(z) и L(z) имеют вид¶

$$R(z) = (z-1)^{\nu_R} B_{\Omega}(z) \widetilde{R}(z), \quad L(z) = z \widetilde{L}(z), \qquad (3.20)^{\alpha}$$

$$zA(z)R(z) + \beta_m B_{\Omega}(z)L(z) = H(z)B_{\Omega}(z)z^{\mu+w}.$$
 (3.16)







# Синтез цифрового устройства управления. Расчет полиномов Q(z)

$$\frac{B(z)Q(z)}{zA(z)R(z) + B(z)L(z)} = \frac{H_0(z)B_{\Omega}(z)z^{\mu}}{H(z)B_{\Omega}(z)z^{\mu+w}}$$
(3.15)

$$B(z) = \beta_m B_0(z); \tag{3.5}$$

Из условия равенства числителей в (3.15) с учетом выражения (3.5) вытекает следующее соотношение для определения полинома Q(z) ЦУУ:

$$Q(z) = \beta_m^{-1} H_0(z) z^{\mu} . {(3.37)}$$

Как видно из выражения (3.37), степень  $q=\deg Q(z)=h_0+\mu$ . Тогда с учетом (3.29) и (3.32) для ЦСС объектом с «внутренними» нулями получим

$$q = r. (3.38)$$

Представим полиномы R(z), L(z), Q(z) в виде

$$R(z) = \rho_0 + \rho_1 z + \dots + z^r;$$

$$L(z) = \lambda_0 + \lambda_1 z + \dots + \lambda_l z^l;$$

$$Q(z) = \theta_0 + \theta_1 z + \dots + \theta_q z^q,$$

$$(3.39)$$

где все коэффициенты полиномов R(z), L(z), Q(z), полученные в ходе синтеза, поделены на коэффициент  $\rho_r$  при старшей степени полинома R(z).

Полагая в уравнение «вход-выход» ЦУУ (3.1) полиномы R(z), L(z), Q(z) вида (3.39),получим:

$$(z^{r} + \rho_{r-1}z^{r-1} + \dots + \rho_{0})u(z)$$

$$= (\theta_{q}z^{q-1} + \theta_{q-1}z^{q-2} + \dots + \theta_{0})g(z)$$

$$- (\lambda_{l}z^{l-1} + \lambda_{l-1}z^{l-2} + \dots + \lambda_{0})y(z).$$
(3.40)

Приведенные соотношения (3.2) - (3.5), (3.7) - (3.40) составляют аналитическую основу разработанного в работе метода синтеза ЦСС объектами с «внутренними» нулями.

С получением уравнения ЦУУ вида (3.40) формальная процедура синтеза ЦСС с заданными показателями качества заканчивается. Однако для завершения процесса синтеза необходимо промоделировать полученную систему и убедиться, что полученные полиномы R(z), L(z) и Q(z), обеспечивают заданные показатели качества процесса управления. При этом целесообразно объект управления моделировать по его непрерывной модели, а ЦУУ по его алгоритму функционирования с учетом дискретизации по времени и квантованию по уровню.







#### Алгоритм работы ЦУУ. Базовая вычислительная структура

Искомый алгоритм работы двумерного ЦУУ, ищется в виде разностного уравнения, которое определяет управление  $u_k$  как функцию предыдущих значений задающего воздействия, управляемой переменной и управления, т.е.  $u_k = (g_{k-i}, y_{k-i}, u_{k-i}) \ \forall k > 1, i = 1, 2, ...$ 

Разделим обе части уравнения (3.40) на  $z^r$ , и перейдем к оригиналам, получим:

$$u_k = \sum_{i=0}^r \theta_{r-i} g_{k-i-1} - \sum_{i=0}^r \lambda_{r-i} y_{k-i-1} - \sum_{i=1}^r \rho_{r-i} u_{k-i}.$$
 (3.41)

Выражение (3.41) представляет собой алгоритм работы искомого двумерного ЦУУ.

В том случае, когда измеряются не  $g_k$  и  $y_k$ , а сигналы  $g_k$  и  $\varepsilon_k$  или  $y_k$  и  $\varepsilon_k$ , то алгоритм работы двумерного ЦУУ ищется в виде  $u_k = (\varepsilon_{k-i}, y_{k-i}, u_{k-i})$  или  $u_k = (g_{k-i}, \varepsilon_{k-i}, u_{k-i}) \ \forall k > 1, i = 1,2,...$  соответственно.

Алгоритм вычисления управления  $\mathbf{u}_k$  в БВС определяется следующим звыражением:

$$u_{k} = \sum_{i=0}^{r_{\text{BBC}}} a_{r_{\text{BBC}}-i} \varepsilon_{k-i-1} - \sum_{i=0}^{r_{\text{BBC}}} b_{r_{\text{BBC}}-i} y_{k-i-1} - \sum_{i=1}^{r_{\text{BBC}}} d_{r_{\text{BBC}}-i} u_{k-i}$$
(3.44)

где  $a_i, b_i, d_i$  — программируемые коэффициенты рекурсивного алгоритма БВС, определяемые численными значениями коэффициентов синтезированных полиномов  $R(z), Q(z), L(z); r_{\text{БВС}}$  — порядок БВС, определяющий количество элементов задержек, умножителей и сумматоров для реализации алгоритма (3.44).

#### Структурная схема двумерного ЦУУ

