Аналитические методы синтеза цифровых следящих систем

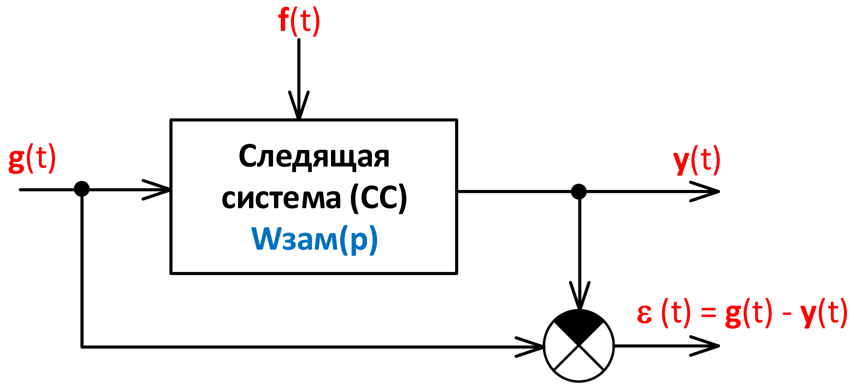
Конспект лекций

Лекция 8.

Постановка задачи синтеза следящих систем (СС) по заданным показателям качества

Передаточные функции следящих систем (СС) с заданным порядком астатизма.

Определение задачи синтеза следящих систем.



В следящей системе выходная величина **y**(t) воспроизводит изменение входной величины **g**(t) причем автоматическое УУ реагирует на рассогласование (отклонение) ε (t) между выходной и входной величиной.

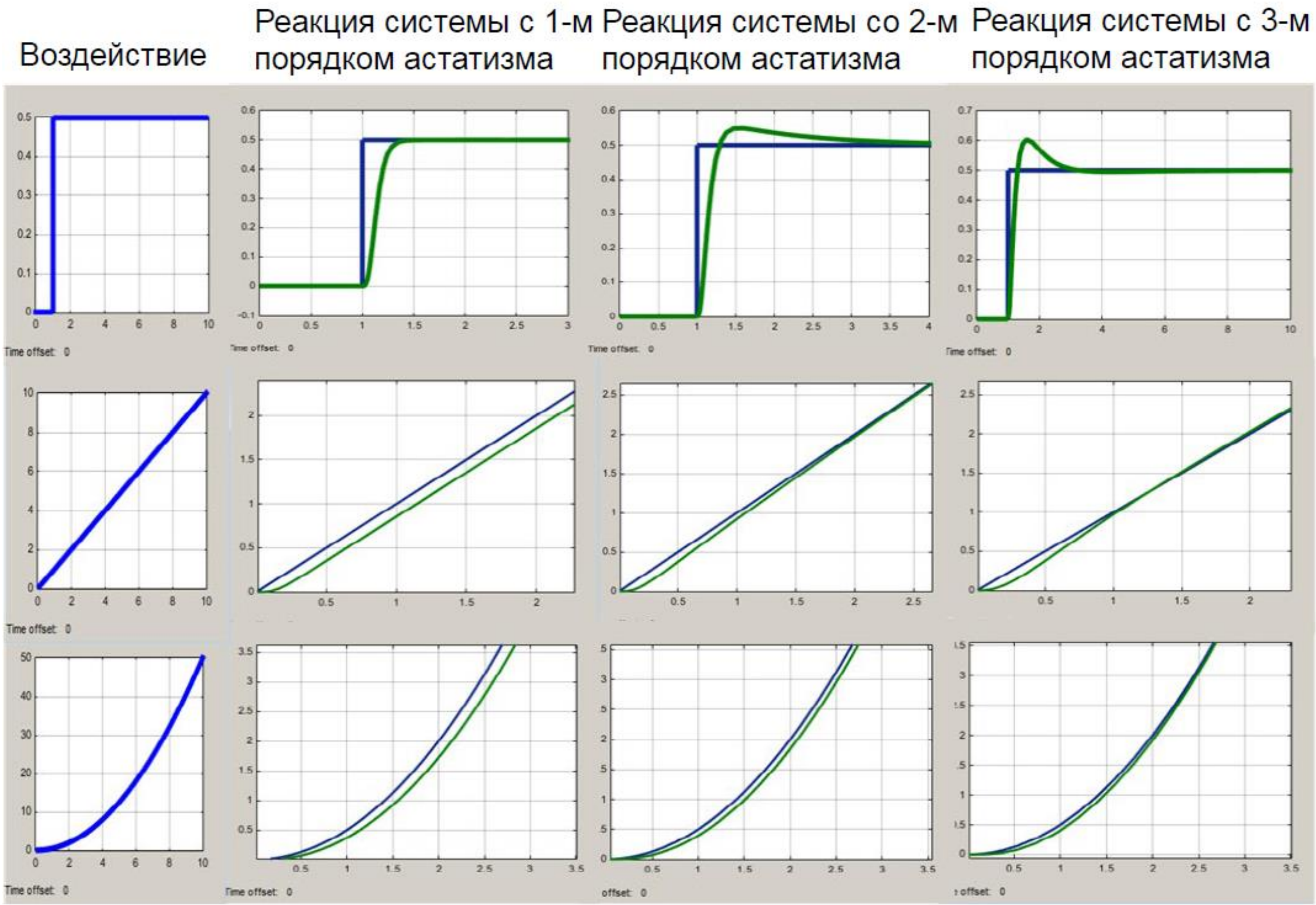
Задача слежения решена, если выполняется условие: ε (t)→0 **при** t → ∞, а значит **y**(t)≡ **g**(t) в установившемся режиме.

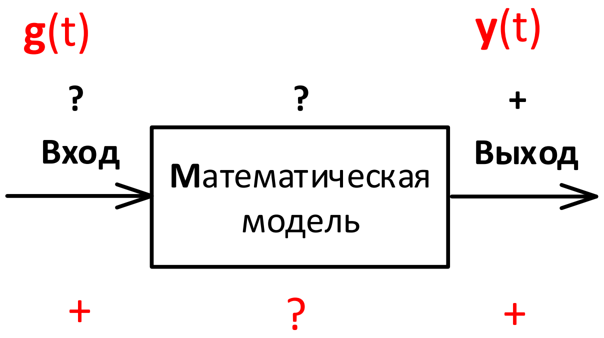
ε (t) →0 **при** t → ∞,
а значит **y**(t)≡ **g**(t) в установившемся режиме

Выбор структуры и параметров создаваемой следящей системы так, чтобы ее качество удовлетворяло заданным требованиям

По желаемому закону изменения управляемой величины найти задающее воздействие и математическую модель системы (уравнения и параметры модели неизвестны – должны быть получены в результате решения задачи синтеза).

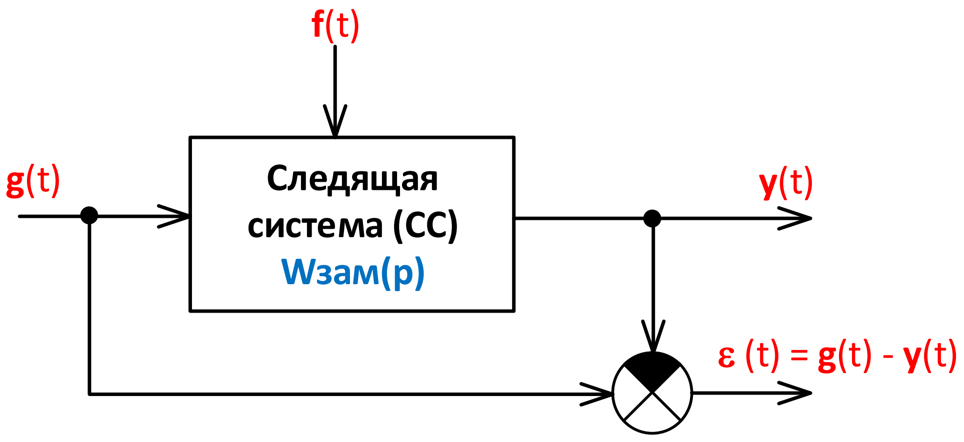
К определению задачи синтеза следящих систем.





ε (t) →0 **при** t → ∞,
а значит **y**(t)≡ **g**(t) в установившемся режиме

Декомпозиция структуры следящих систем. ПФ замкнутой и разомкнутой части СС.



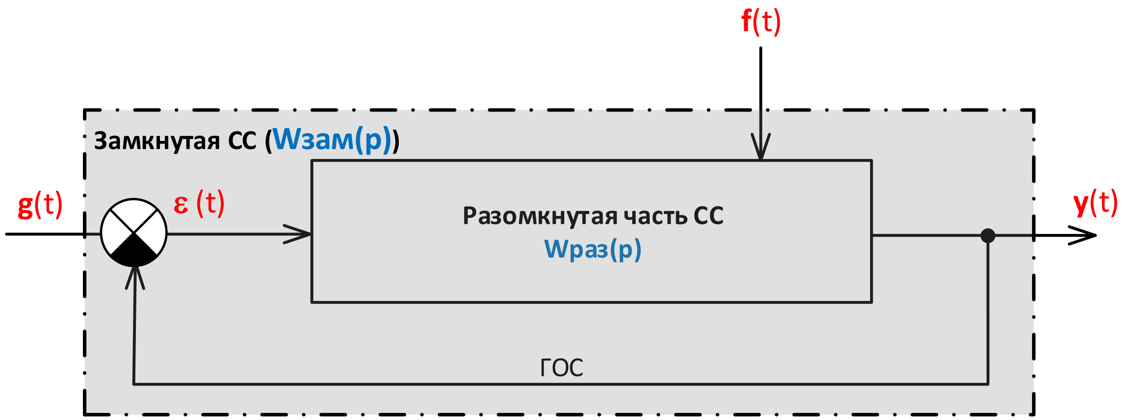
$$W_{\substack{\text{зам} \\ g\to y}}(p) = \frac{y(p)}{g(p)}$$

$$W_{\text{зам}}(p) = \frac{W_{\text{раз}}(p)}{1 + W_{\text{раз}}(p)}$$

$$W_{\text{зам}}(p)\left(1 + W_{\text{раз}}(p)\right) = W_{\text{раз}}(p)$$

$$W_{\text{зам}}(p) + W_{\text{зам}}(p)\,W_{\text{раз}}(p) = W_{\text{раз}}(p)$$

$$W_{\text{зам}}(p) = W_{\text{раз}}(p)(1 - W_{\text{зам}}(p))$$

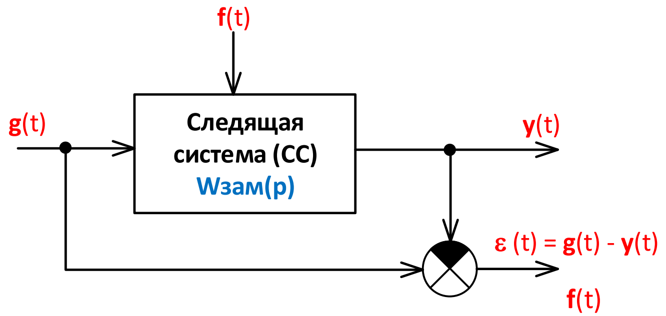


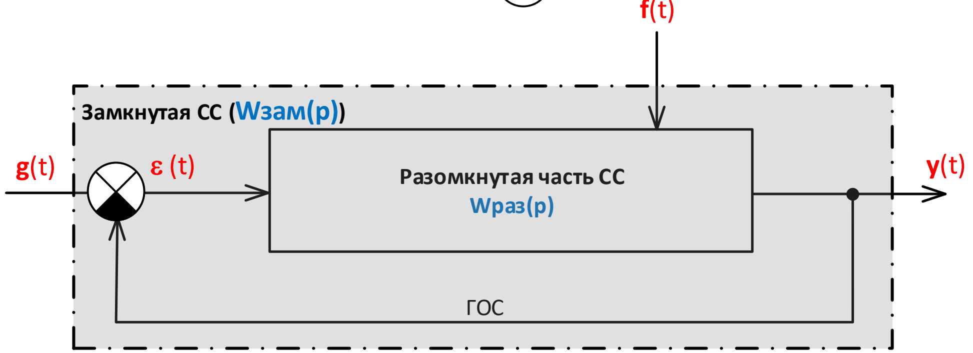
$$W_{\substack{\text{раз} \\ \varepsilon\to y}}(p) = \frac{y(p)}{\varepsilon(p)}$$

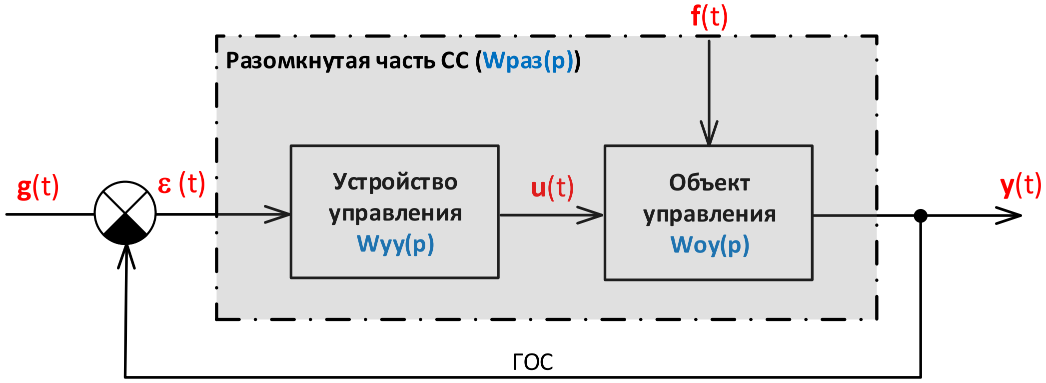
$$W_{\text{раз}}(p) = \frac{W_{\text{зам}}(p)}{1 - W_{\text{зам}}(p)}$$

$$W_{\substack{\text{ош} \\ g\to \varepsilon}}(p) = \frac{\varepsilon(p)}{g(p)} = 1 - W_{\text{зам}}(p) = \frac{1}{1 + W_{\text{раз}}(p)}$$

Постановка задачи синтеза следящей системы по заданным показателям качества.







$$\underset{\varepsilon\to u}{W_{\text{уу}}}(p) = \frac{u(p)}{\varepsilon(p)} \qquad \underset{u\to y}{W_{\text{оу}}}(p) = \frac{y(p)}{u(p)}$$

$$W_{\text{раз}}(p) = W_{\text{уу}}(p)\,W_{\text{оу}}(p)$$

$$W_{\text{зам}}(p) = \frac{W_{\text{раз}}(p)}{1 + W_{\text{раз}}(p)} = \frac{W_{\text{уу}}(p)\,W_{\text{оу}}(p)}{1 + W_{\text{уу}}(p)\,W_{\text{оу}}(p)} = W_{\text{жел}}(p)$$

Постановка задачи синтеза следящей системы по заданным показателям качества.

Задача синтеза систем управления

В системах автоматического управления всегда можно выделить две группы элементов. К первой группе относятся функционально необходимые элементы системы. Это некоторый объект, в котором протекает управляемый процесс, регулирующий орган объекта и его привод (исполнительный механизм и усилитель мощности). К этой же группе относятся измерительные и преобразующие элементы (датчики, нормирующие и согласующие преобразователи и т.п.). Они предназначены для сбора и преобразования информации о ходе управляемого процесса и возмущениях, приложенных к объекту. Выбор этих элементов чаще всего осуществляется, исходя из энергетических, точностных, конструктивных и других соображений.

В ряде случаев система управления, состоящая только из функционально необходимых элементов (нескорректированная система), может функционировать, выполняя свое назначение. Однако чаще всего эта система является неустойчивой или она имеет низкое качество процесса управления. Для придания проектируемой системе управления требуемых свойств чаще всего необходимо ввести в систему дополнительные элементы, которые и образуют вторую группу элементов систем автоматического управления. Это усилители-формирователи, интеграторы, корректирующие RC-цепочки, элементы дополнительных обратных связей, компенсаторы и т.п.

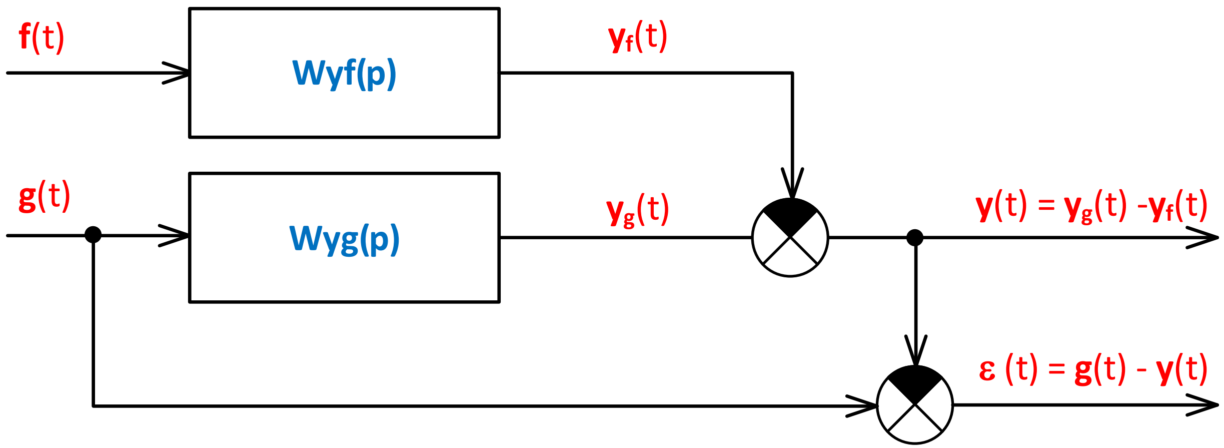
Совокупность элементов, вводимых в систему для придания ей требуемых динамических свойств в переходном и установившемся режиме, образует *устройство управления* (корректирующее устройство). Выходным сигналом этого устройства управления является управляющее воздействие (управление), поступающее на вход усилителя мощности привода регулирующего органа.

Задача определения структуры и параметров устройства управления называется *задачей синтеза* (задачей коррекции) системы управления.

Так как к моменту решения задачи синтеза функционально необходимые элементы системы уже выбраны, то их совокупность называют неизменяемой частью, заданной частью или объектом управления. Таким образом, далее под *объектом управления* будет подразумеваться совокупность указанных выше функционально необходимых элементов, связанных с управляемым процессом. На вход этого объекта управления поступает управление u, сформированное в устройстве управления, а его выходной величиной является управляемая переменная y. При этом будем предполагать, что математическая модель объекта управления известна и представлена уравнениями в переменных состояния.

Гайдук А.Р. Основы теории систем автоматического управления. – Москва: УмиИЦ «Учебная литература», 2005. – 408 с.

Постановка задачи синтеза по заданным показателям качества



g(t) - задающее воздействие;
ε (t) - рассогласование (отклонение, ошибка);
y(t) - выходная переменная;
f(t) - возмущение.

Качество СС принято оценивать по определенным показателям качества систем автоматического управления, в частности по показателям, введенным В.В. Солодовниковым. При синтезе СС, обычно, задаются такими показателями качества, как требуемый порядок астатизма $\nu_{\mathbf{g}}^{*}$ по задающему воздействию и порядок астатизма ν_{f}^{*} по возмущающему воздействию, допустимое время переходного процесса t_{p}^{*} и перерегулирование $\sigma_{\mathbf{g}}^{*}$ по задающему воздействию. Задачей синтеза СС является определение желаемых ПФ по задающему воздействию $W_{y\mathbf{g}}(\mathrm{p})$ и возмущению $W_{yf},\ (\mathrm{p})$ при которых переходный процесс будет иметь показатели качества не хуже заданных.

Задача синтеза СС по заданным показателям качества делится на два этапа, предложенных ещё В. С. Кулебакиным.
Первый этап – выбор желаемой передаточной функции системы, удовлетворяющей поставленным требованиям к качеству управления.
Второй этап – определение параметров УУ по условиям равенства желаемой и реальной передаточных функций замкнутой системы с учетом уравнений заданного ОУ. При таком подходе синтезируемая система имеет частично заданную структуру: известен ОУ, неизвестно УУ.

Передаточная функция астатических следящих систем с заданными показателями качества.

Наличие вытекающей из приведенных выше соотношений жесткой связи между коэффициентами передаточной функции системы и показателями её качества позволяет построить так называемые нормированные (стандартные) передаточные функции. Эти функции строятся таким образом, чтобы система управления с некоторым порядком астатизма по задающему воздействию, описывающаяся стандартной передаточной функцией, имела бы небольшие значения прямых показателей качества $\sigma\%$ и N_k.

В общем случае передаточную функцию астатической по задающему воздействию системы можно записать следующим образом:

$$W(p,\omega_0)=\frac{\Delta_{\nu_g-1}\omega_0^{n-\nu_g+1}p^{\nu_g-1}+\ldots+\Delta_1\omega_0^{n-1}p+\Delta_0\omega_0^n}{\Delta_n p^n+\Delta_{n-1}\omega_0 p^{n-1}+\ldots+\Delta_1\omega_0^{n-1}p+\Delta_0\omega_0^n}. \qquad (6.13)$$

Здесь ν_g – порядок астатизма системы по задающему воздействию, Δ_i – стандартные коэффициенты (берутся из таблиц), ω_0 – временной масштабный коэффициент.

При $\omega_0=1$ выражение (6.13) описывает стандартные передаточные функции. Коэффициенты Δ_i, $i=\overline{0,n}$ этих функций для различных значений n и ν_g табулированы и приводятся во многих книгах по автоматическому управлению.

Смысл коэффициента ω_0 поясняется на рис. 6.7, где приведены переходные характеристики $h(t)$ систем с передаточными функциями (6.13) при различных значениях этого коэффициента (его значениями помечены соответствующие графики).

Доказано, что время регулирования t_p таких систем удовлетворяет равенству

$$t_p=\frac{t_{pm}}{\omega_0}, \qquad (6.14)$$

где t_{pm} – длительность переходного процесса в системе с передаточной функцией (6.13) при $\omega_0=1$. Поэтому при $\omega_0<1$, переходной процесс указанных систем является более продолжительным, а при $\omega_0>1$ – более коротким, чем при $\omega_0=1$.

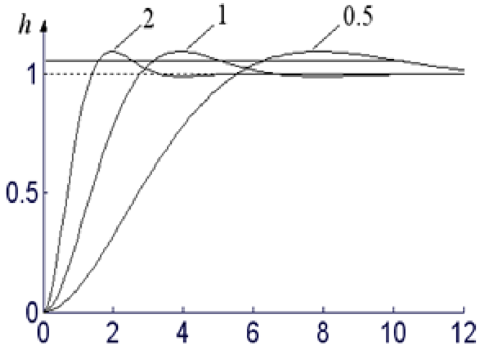


Рис. 6.7

Одним из основных свойств стандартных передаточных функций является следующее.

Порядок астатизма, перерегулирование и колебательность системы с изменением коэффициента ω_0 *не изменяются*, т.е. остаются такими же, как и при $\omega_0=1$. Это позволяет сначала выбрать стандартную передаточную функцию системы по требуемым значениям порядка астатизма, перерегулирования и колебательности, а затем – значение коэффициента ω_0 по требуемому времени регулирования.

Гайдук А.Р. Основы теории систем автоматического управления. – Москва: УмиИЦ «Учебная литература», 2005. – 408 с.

Передаточная функция астатических следящих систем с заданными показателями качества.

Коэффициенты Δ_i, $i = 0, n$ некоторых стандартных передаточных функций (6.13) при $\omega_0 = 1$ с различным порядком астатизма ν_g и с различной степенью знаменателя n, а также соответствующие значения перерегулирования $\sigma\%$ и времени регулирования $t_{рт}$ приведены в таблицах 6.1 и 6.2.

В табл. 6.1 указывается также характер распределения корней знаменателя стандартной передаточной функции на комплексной плоскости (см. рис. 6.6). Подчеркнем, что в таблице 6.1 приведены значения времени регулирования $t_{рт}$, найденные по соответствующим переходным функциям при $\delta = 0{,}05$ (см. рис. 5.2), [15. С. 255 – 258],

$$W_{yg.жел.}(p,\omega_0) = \frac{\Delta_{\nu_g-1}\omega_0^{n-\nu_g+1}p^{\nu_g-1} + \dots + \Delta_1\omega_0^{n-1}p + \Delta_0\omega_0^n}{\Delta_n p^n + \Delta_{n-1}\omega_0 p^{n-1} + \dots + \Delta_1\omega_0^{n-1}p + \Delta_0\omega_0^n}$$

Условие физической реализуемости:

$$m = \nu_g - 1 \le n$$

Таблица 6.1

Порядок астатизма	Степень знаменателя, n	Коэффициенты Δ_0	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5	Перерегулирование, $\sigma\%$	Время регулирования, $t_{рт}$, с	Примечание
1	1	1	1					нет		Кратные корни
	2	1	2	1				нет	4,75	
	3	1	3	3	1			нет	6,31	
	4	1	4	6	4	1		нет	7,7	
	5	1	5	10	10	5	1	нет	9,2	
1	1	1	1					нет	3	Минимальное время регулирования
	2	1	1,38	1				5	2,86	
	3	1	2,39	2,05	1			нет	4,34	
	4	1	2,8	3,8	2,6	1		5	4,6	
	5	1	3,64	5,46	5,3	2,6	1	нет	5,7	
1	1	1	1					нет	3	Распределение Баттерворса
	2	1	1,41	1				4	2,92	
	3	1	2	2	1			8	5,89	
	4	1	2,613	3,414	2,613	1		11	6,86	
	5	1	3,236	5,236	5,236	3,236	1	13	7,70	
2	1									Арифметическая прогрессия
	2	1	2,5	1				10	3,6	
	3	1	6,35	5,1	1			10	7,0	
	4	1	11,8	16,3	7,2	1		10	12	
	5	1	18	38	29	9	1	10	18	
3	1									Геометрическая прогрессия
	2									
	3	1	6,7	6,7	1			10	1,52	
	4	1	7,9	15	7,9	1		20	4,4	
	5	1	18	69	69	18	1	20	8,6	

Гайдук А.Р. Основы теории систем автоматического управления. – Москва: УмиИЦ «Учебная литература», 2005. – 408 с.

Передаточная функция астатических следящих систем с заданными показателями качества.

В табл. 6.2 приведены параметры стандартных передаточных функций систем с астатизмом первого порядка и с особо малым перерегулированием [12]. В связи с этим здесь, при определении времени регулирования t_{pm}, значение δ (см. рис. 5.2), в отличие от табл. 6.1, принято равным 0,02.

Таблица 6.2

ν_g	n	Δ_0	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5	Δ_6	σ %	t_{pm}	δ %
1	2	1	1,82	1					0,10	4,82	2
	3	1	2,20	1,90	1				1,65	4,04	
	4	1	2,80	3,50	2,20	1			0,89	4,81	
	5	1	3,40	5,40	4,90	2,70	1		1,29	5,43	
	6	1	4,05	7,55	8,70	6,50	3,15	1	1,63	6,04	

Стандартные передаточные функции являются очень удобным средством выбора желаемых передаточных функций при синтезе систем автоматического управления. В частности, они позволяют синтезировать системы с заданными первичными показателями качества, такими как порядок астатизма ν_g, перерегулирование σ%, колебательность N_k и время регулирования t_p. Однако для реализации соответствующих передаточных функций систем управления обычно требуются устройства управления повышенной сложности, реализующие комбинированное управления по выходу и воздействиям.

Гайдук А.Р. Основы теории систем автоматического управления. – Москва: УмиИЦ «Учебная литература», 2005. – 408 с.

Примеры передаточных функций астатических следящих систем с заданными показателями качества.

$$W_{y g.жел.}(p,\omega_0)=\frac{\Delta_{\nu g-1}\omega_0^{n-\nu g+1}p^{\nu g-1}+\dots+\Delta_1\omega_0^{n-1}p+\Delta_0\omega_0^n}{\Delta_n p^n+\Delta_{n-1}\omega_0 p^{n-1}+\dots+\Delta_1\omega_0^{n-1}p+\Delta_0\omega_0^n}$$

$\nu_g^*=1$
$$W_{y g.жел.}(p,\omega_0)=\frac{\Delta_{\nu g-1=1-1=0}\omega_0^{n-\nu g+1=n-1+1=n}p^{\nu g-1=1-1=0}}{\Delta_n p^n+\Delta_{n-1}\omega_0 p^{n-1}+\dots+\Delta_1\omega_0^{n-1}p^{n-n-1}+\Delta_0\omega_0^n p^{n-n}}=\frac{\Delta_0\omega_0^n 1}{\Delta_n p^n+\Delta_{n-1}\omega_0 p^{n-1}+\dots+\Delta_0\omega_0^n}$$

$n=3$
$$W_{y g.жел.}(p,\omega_0)=\frac{\Delta_0\omega_0^{n=3}p^0}{\Delta_{n=3}\omega_0^{n-n=0}p^{n=3}+\Delta_{n-1=2}\omega_0^{n-2=1}p^{n-1=2}+\Delta_{n-2=1}\omega_0^{n-1=2}p^{n-2=1}+\Delta_{n-3=0}\omega_0^{n-0=3}p^{n-3=0}}=$$

$$=\frac{\Delta_0\omega_0^3 1}{\Delta_3 1p^3+\Delta_2\omega_0^1p^2+\Delta_1\omega_0^2p^1+\Delta_0\omega_0^3 1}$$

$\sigma_1^*=0\%$

$t_{p1}^*=3,155\ c$

$\omega_{0(1)}=\frac{6,31}{3,155}=2,0$

$\sigma_2^*\le 8\%$

$t_{p2}^*=23,56\ c$

$\omega_{0(2)}=\frac{5,89}{23,56}=0,25$

Порядок астатизма	Степень знаменателя, n	Коэффициенты Δ_0	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5	Перерегулирование, σ%	Время регулирования, $t_{рп}$, с
1	3	1	3	3	1			нет	6,31
1	3	1	2	2	1			8	5,89

$$W_1(p,\omega_0=2)=\frac{1\cdot 2^3}{1\cdot 1p^3+3\cdot 2^1p^2+3\cdot 2^2p^1+1\cdot 2^3}=\frac{8}{p^3+6p^2+12p+8}$$

$$W_2(p,\omega_0=0,25)=\frac{1\cdot(0,25)^3}{1\cdot 1p^3+2\cdot(0,25)^1p^2+2\cdot(0,25)^2p^1+1\cdot(0,25)^3}=\frac{0,015625}{p^3+0,75p^2+0,1875p+0,015625}$$

Гайдук А.Р. Основы теории систем автоматического управления. – Москва: УмиИЦ «Учебная литература», 2005. – 408 с.

Примеры передаточных функций астатических следящих систем с заданными показателями качества.

$$W_{yg.жел.}(p,\omega_0)=\frac{\Delta_{\nu g-1}\omega_0^{n-\nu g+1}p^{\nu g-1}+\dots+\Delta_1\omega_0^{n-1}p+\Delta_0\omega_0^{n}}{\Delta_n p^n+\Delta_{n-1}\omega_0 p^{n-1}+\dots+\Delta_1\omega_0^{n-1}p+\Delta_0\omega_0^{n}}$$

$\nu_g^*=2$

$$W_{yg.жел.}(p,\omega_0)=\frac{\Delta_{\nu g-1=1}\omega_0^{n-\nu g+1=n-1}p^{\nu g-1=1}+\Delta_{\nu g-1=0}\omega_0^{n-\nu g+1=n}p^{\nu g-1=0}}{\Delta_n p^n+\Delta_{n-1}\omega_0 p^{n-1}+\dots+\Delta_1\omega_0^{n-1}p^{n-n-1}+\Delta_0\omega_0^{n}p^{n-n}}=\frac{\Delta_1\omega_0^{n-1}p^1+\Delta_0\omega_0^{n}1}{\Delta_n p^n+\Delta_{n-1}\omega_0 p^{n-1}+\dots+\Delta_1\omega_0^{n-1}p+\Delta_0\omega_0^{n}}$$

$n=3$

$$W_{yg.жел.}(p,\omega_0)=\frac{\Delta_1\omega_0^{n-1=2}p^1+\Delta_0\omega_0^{n=3}p^0}{\Delta_{n=3}\omega_0^{n-n=0}p^{n=3}+\Delta_{n-1=2}\omega_0^{n-2=1}p^{n-1=2}+\Delta_{n-2=1}\omega_0^{n-1=2}p^{n-2=1}+\Delta_{n-3=0}\omega_0^{n-0=3}p^{n-3=0}}=$$

$$=\frac{\Delta_1\omega_0^{2}p^1+\Delta_0\omega_0^{3}1}{\Delta_3 1p^3+\Delta_2\omega_0^{1}p^2+\Delta_1\omega_0^{2}p^1+\Delta_0\omega_0^{3}1}$$

Порядок астатизма	Степень знаменателя, n	Коэффициенты						Перерегулирование, σ%	Время регулирования, $t_{рм}$, с
		Δ_0	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5		
2	3	1	6,35	5,1	1			10	7,0

$\sigma_1^*=8\%\le 10\%$ $t_{p1}^*=7\ c$ $\omega_{0(1)}=\frac{7}{7}=1,0$

$$W(p,\omega_0=1)=\frac{6{,}35\cdot 1^2p^1+1\cdot 1^3}{1\cdot 1p^3+5{,}1\cdot 1^1p^2+6{,}35\cdot 1^2p^1+1\cdot 1^3}=\frac{6{,}35p+1}{p^3+5{,}1p^2+6{,}35p+1}$$

Гайдук А.Р. Основы теории систем автоматического управления. – Москва: УмиИЦ «Учебная литература», 2005. – 408 с.

Примеры передаточных функций астатических следящих систем с заданными показателями качества.

$$W_{y\boldsymbol{g}\,\boldsymbol{жел.}}(p,\omega_0)=\frac{\Delta_{\nu_{\boldsymbol{g}}-1}\omega_0^{\,n-\nu_{\boldsymbol{g}}+1}p^{\nu_{\boldsymbol{g}}-1}+\cdots+\Delta_1\omega_0^{n-1}p+\Delta_0\omega_0^{n}}{\Delta_n p^n+\Delta_{n-1}\omega_0p^{n-1}+\cdots+\Delta_1\omega_0^{n-1}p+\Delta_0\omega_0^{n}}$$

$\nu_{\boldsymbol{g}}^{*}=3$

$$W_{y\boldsymbol{g}\,\boldsymbol{жел.}}(p,\omega_0)=\frac{\Delta_{\nu_{\boldsymbol{g}}-1=2}\omega_0^{\,n-\nu_{\boldsymbol{g}}+1=n-2}p^{\nu_{\boldsymbol{g}}-1=2}+\Delta_1\omega_0^{n-1}p^{1}+\Delta_0\omega_0^{n}\mathbf{1}}{\Delta_n p^n+\Delta_{n-1}\omega_0p^{n-1}+\cdots+\Delta_1\omega_0^{n-1}p+\Delta_0\omega_0^{n}}=\frac{\Delta_2\omega_0^{n-2}p^{2}+\Delta_1\omega_0^{n-1}p^{1}+\Delta_0\omega_0^{n}\mathbf{1}}{\Delta_n p^n+\cdots+\Delta_2\omega_0^{n-2}p^2+\Delta_1\omega_0^{n-1}p+\Delta_0\omega_0^{n}}$$

$n=3$

$$W_{y\boldsymbol{g}\,\boldsymbol{жел.}}(p,\omega_0)=\frac{\Delta_2\omega_0^{n-2=1}p^{2}+\Delta_1\omega_0^{n-1=2}p^{1}+\Delta_0\omega_0^{n=3}p^{0}}{\Delta_{n=3}\omega_0^{n-n=0}p^{n=3}+\Delta_{n-1=2}\omega_0^{n-2=1}p^{n-1=2}+\Delta_{n-2=1}\omega_0^{n-1=2}p^{n-2=1}+\Delta_{n-3=0}\omega_0^{n-0=3}p^{n-3=0}}=$$

$$=\frac{\Delta_2\omega_0^{1}p^{2}+\Delta_1\omega_0^{2}p^{1}+\Delta_0\omega_0^{3}\mathbf{1}}{\Delta_3\mathbf{1}p^{3}+\Delta_2\omega_0^{1}p^{2}+\Delta_1\omega_0^{2}p^{1}+\Delta_0\omega_0^{3}\mathbf{1}}$$

Порядок астатизма	Степень знаменателя, n	Коэффициенты						Перерегулирование, σ%	Время регулирования, $t_{рm}$, с
		Δ_0	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5		
3	3	1	6,7	6,7	1			10	1,52

$\sigma_1^{*}=5\%\le 10\%$ $\quad t_{p1}^{*}=1,52\ c$ $\quad \omega_{0(1)}=\dfrac{1,52}{1,52}=1,0$

$$W(p,\omega_0=1)=\frac{6{,}7\cdot1^{1}p^{2}+6{,}7\cdot1^{2}p^{1}+1\cdot1^{3}}{1\cdot1p^{3}+6{,}7\cdot1^{1}p^{2}+6{,}7\cdot1^{2}p^{1}+1\cdot1^{3}}=\frac{6{,}7p^{2}+6{,}7p+1}{p^{3}+6{,}7p^{2}+6{,}7p+1}$$

Гайдук А.Р. Основы теории систем автоматического управления. – Москва: УмиИЦ «Учебная литература», 2005. – 408 с.