

Аналитические методы синтеза цифровых следящих систем

Конспект лекций

Лекция 7.

Показатели качества САУ.

Понятие астатизма САУ.

Обобщенные виды передаточных функций САУ.

Показатели качества САУ. Понятие качества САУ

В теории управления обычно рассматриваются, в основном, характеристики системы управления, связанные с ее динамикой и точностью. Эти характеристики обусловлены ее структурой, параметрами и внешними воздействиями. Указанные характеристики являются качественными, но в процессе проектирования систем часто возникает необходимость проводить сравнение различных вариантов. Поэтому вводятся специальные количественные эквиваленты качественных характеристик САУ. Эти численные характеристики называются **показателями качества САУ**. Они делятся на показатели качества в установившемся режиме и показатели качества в переходном режиме.

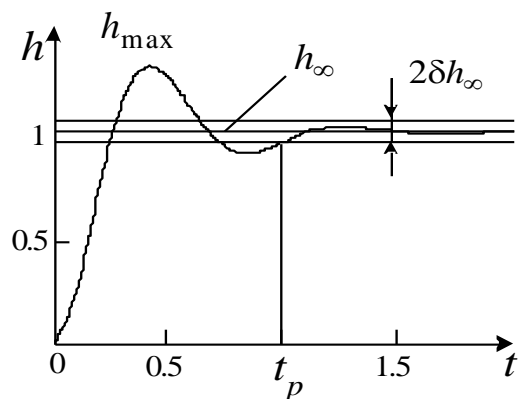
Показатели качества в переходном режиме характеризуют динамику системы, т.е. характер движений этой системы при переходе из одного установившегося состояния в другое, т.е. характеризуют:

- длительность переходных процессов системы, т.е. её быстродействие;
- колебательность;
- установившееся значение управляемой величины.

Показатели качества в переходном режиме определяются по переходной характеристике системы.

Показатели качества в установившемся режиме характеризуют точность системы, т.е. качество поддержания ею требуемых законов изменения переменных управляемого процесса.

Показатели качества САУ. Показатели качества в переходном режиме

Переходная
характеристика системы

1. Установившееся значение переходной функции

$$h_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t)$$

2. Время регулирования

$$t_p = \min \{ t \mid |h(t) - h_{\infty}| \leq \delta h_{\infty} \}$$

t_p — это минимальное значение времени, при котором выполняется указанное в фигурных скобках условие;

δ — число, которое обычно берут равным 0,05 (иногда 0,01 или 0,02; или 0,03)

Фактически, время регулирования — это такой момент времени после начала переходного процесса, начиная с которого переходная функция системы не выходит из «трубки» $2\delta h_{\infty}$. Этот показатель характеризует быстродействие системы — важнейшую динамическую характеристику САУ.

3. **Перерегулирование**, величина выражается в процентах и определяется по формуле:

$$\sigma = \frac{h_{\max} - h_{\infty}}{h_{\infty}} \cdot 100\% \quad (\text{при } h_{\max} \geq h_{\infty})$$

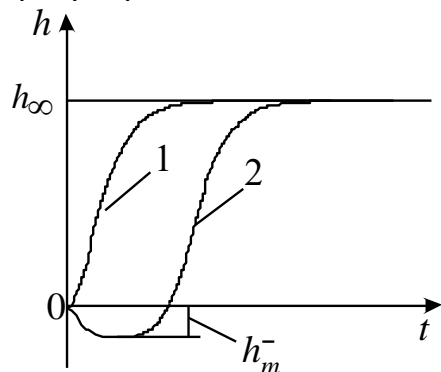
h_{\max} — максимальное значение переходной функции

Перерегулирование может быть, а может и не быть.

4. **Число (полных) колебаний** переходной функции за время переходного процесса

$$N_k = t_p / T_k \quad T_k - \text{период колебаний}$$

Перерегулирование и число колебаний характеризует **колебательность системы**.



1 — переходный процесс монотонный (отсутствуют перерегулирование и колебательность)

2 — переходный процесс с отрицательным перерегулированием

5. К дополнительным показателям качества относится и **отрицательное перерегулирование**:

$$\sigma^- = \frac{h_m^-}{h_{\infty}} \cdot 100\%$$

Показатели качества САУ. Показатели качества в установившемся режиме



Установившийся режим работы системы начинается с момента окончания переходного режима t_p и продолжается до бесконечности.

Такое предположение позволяет находить показатели качества системы в установившемся режиме на основе вынужденного движения системы, которое описывается частными решениями систем дифференциальных уравнений САУ.

Основным показателем качества системы в установившемся режиме является ее ошибка, которая в общем случае определяется выражением:

$$\delta = \max |y_{\text{эм}}(t) - y_{\text{вын}}(t)|$$

$y_{\text{вын}}(t)$ – вынужденная составляющая управляемой переменной системы (т.е. частное решение дифференциального уравнения САУ, обусловленное некоторым воздействием);

$y_{\text{эм}}(t)$ – желаемый закон изменения управляемой переменной системы под влиянием данного воздействия.

В случае следящих систем и задающего воздействия эталонная переменная $y_{\text{эм}}(t) = g(t)$. Тогда ошибка определяется:

$$\delta_g = \max |g(t) - y_{\text{вын},g}(t)| = \max_{t > t_p} |\varepsilon_g(t)|$$

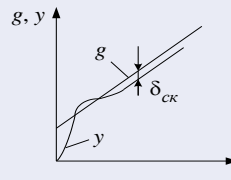
Так как $y_{\text{вын}}(t)$ существенно зависит от вида входного воздействия, то ошибки САУ классифицируются в зависимости от вида воздействий.

Определение ошибки по возмущающему воздействию $f(t)$ отличается тем, что $y_{\text{эм}}(t) = 0$ (т.е. задаемся тем, что эталонный вклад возмущающего воздействия будет равен нулю)

$$\delta_f = \max |y_{\text{вын},f}(t)| = \max_{t > t_p} |\varepsilon_f(t)|$$

Показатели качества САУ. Ошибки системы

Описанные выше **ошибки** называются **структурными**, так как в первую очередь определяются именно структурой системы. Если воздействие имеет определенный тип, то, выбором структуры системы эту ошибку практически всегда можно сделать равной нулю. Поэтому формально можно считать, что если структурная ошибка системы, вызванная некоторым воздействием определенной формы (полиномиальной, гармонической, случайной), не равна нулю, то структура системы является неудачной по отношению к данному воздействию.

Вид структурной ошибки	Вид входного воздействия	Формула ошибки	Описание краткое
Статическая ошибка	Воздействие типа «скачок» $g(t) = g_0 1(t)$	$\delta_{ст, g} = 1 - h_\infty g_0$	В зависимости от значения статической ошибки системы управления делятся на: <ul style="list-style-type: none"> - статические системы ($\delta_{ст} \neq 0$); - астатические системы ($\delta_{ст} = 0$). Эти понятия, как и ошибка системы, относятся к каждому отдельному воздействию, приложенному к системе. Другими словами, система может быть статической по одному воздействию и астатической по другому. <i>(астатическая система $v=1$-го порядка, степень полинома $r=0$)</i>
Скоростная ошибка	Линейно-нарастающее $g(t) = g_0 + g_1 t$	$\delta_{ск g} = \max g_0 + g_1 t - y_{вын, g}(t) $	<i>(астатическая система $v=2$-го порядка, степень полинома $r=1$)</i> 
Динамическая ошибка	Полиномиальное $g(t) = g_0 + g_1 t + \dots + g_r t^r$ $r \geq 2$	Определяются методом коэффициентов ошибок	Система , способная отработать с нулевой ошибкой произвольное полиномиальное воздействие степени r , является астатической $v=r+1$-го порядка ; т.е. астатическая система v-го порядка способна отработать без ошибок полиномиальное воздействие степени $r=v-1$.

Обобщенные виды передаточных функций САУ. Нули и полюса передаточной функции.

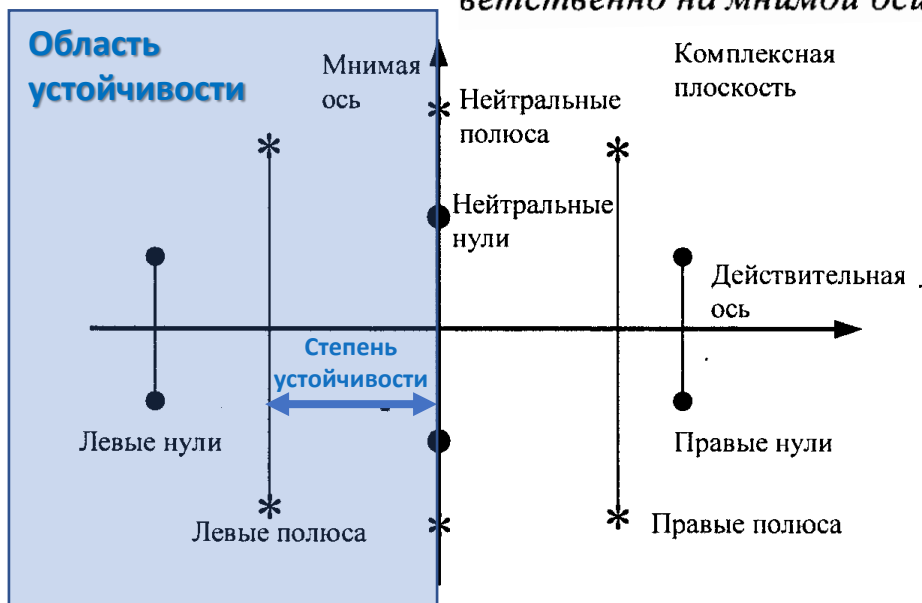
Передаточная функция:

$$W(p) = \frac{y(p)}{g(p)} = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{(m-1)} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{(n-1)} + \dots + a_1 p + a_0} = \frac{b_m \prod_{i=1}^m (p - p_i^B)}{a_n \prod_{j=1}^n (p - p_j^A)}$$

p_i^B – корни (комплексные или действительные) полинома числителя $B(p)$ передаточной функции системы

p_j^A – корни (комплексные или действительные) полинома числителя $A(p)$ передаточной функции системы

Нули и полюса называются левыми (правыми), если они расположены в левой (правой) части s -плоскости, и нейтральными или нулевыми, если они лежат соответственно на мнимой оси или в начале координат.



К показателям ПФ относятся [143]:

- 1) порядок ПФ n , равный степени знаменателя ПФ;
- 2) степень r_c , равная разности степеней знаменателя n и числителя m ПФ;
- 3) индекс аperiodической нейтральности s_a , равный числу нулевых полюсов ПФ;
- 4) индекс колебательной нейтральности s_k , равный числу мнимых полюсов ПФ;
- 5) индекс неустойчивости s_n , равный числу правых полюсов ПФ;
- 6) индекс неминимально-фазовости $s_{нф}$, равный числу правых нулей ПФ.

Рассмотренные показатели содержат ценную информацию о свойствах исследуемой САУ.

Обобщенные виды передаточных функций САУ. Нули и полюса передаточной функции.

Полюсы и нули ПФ могут быть как вещественными, так и комплексными. Поэтому передаточную функцию произвольного вида всегда можно представить множителями с вещественными коэффициентами следующим образом

$$W(p) = \frac{K \prod_{i=1}^{m_1} (T_i p + 1)^{q_i} \prod_{j=1}^{m_2} (T_j^2 p^2 + 2\xi_j T_j p + 1)^{q_j}}{p^v \prod_{\mu=1}^{n_1} (T_\mu p + 1)^{q_\mu} \prod_{k=1}^{n_2} (T_k^2 p^2 + 2\xi_k T_k p + 1)^{q_k}}$$

Если приведенная $W(p)$ - ПФ разомкнутой (прямой цепи) следящей системы с единичной обратной связью, то v - **порядок астатизма**, равный количеству «чистых» интеграторов прямой цепи.

Здесь K – коэффициент передачи (коэффициент усиления, если $K > 1$) рассматриваемого объекта или системы; $\xi_j < 1$, $\xi_k < 1$ – коэффициенты демпфирования; T_i , T_j , T_μ , T_k – постоянные времени; q_i , q_j , q_μ , q_k – постоянные числа.

Множители вида $(Tp + 1)^q$ соответствуют вещественным нулям или полюсам кратности q , причем $T = 1/p_n = 1/p_n$, где p_n и p_n вещественные нули или полюсы.

Множители вида $(T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1)^q$, где $\xi < 1$, соответствуют паре комплексных нулей или полюсов кратности q , а множитель p^v – соответствует тем нулям и полюсам данной передаточной функции, которые равны нулю, причем $p^v = p^{v_A - v_B}$.

Представленный вид ПФ применяется при исследовании различных свойств линейных динамических систем. В частности, он позволяет достаточно быстро построить вручную ЛАЧХ и оценить показатели качества систем. Также этот вид ПФ используется для оценки вклада динамики каждого из звеньев, что необходимо при выборе периода (частоты) дискретизации при переходе от непрерывных систем к дискретным.