

Аналитические методы синтеза цифровых следящих систем

Конспект лекций

Лекция 9.

Математические модели дискретных систем.

Z_T -преобразование.

Постановка задачи синтеза цифровых следящих систем (СС) по заданным показателям качества.

Теорема об алгебраических условиях астатизма цифровых следящих систем.

Аналитический метод определения дискретных ПФ ЦСС с заданными высоким порядком астатизма и показателями качества.

Понятие дискретной системы.

Наряду с обычными непрерывными системами, движения которых описываются непрерывными функциями времени, на практике широко применяются импульсные или дискретные системы. Информация о состоянии таких систем представляется импульсными или дискретными переменными.

Дискретная переменная получается из непрерывной, в результате подачи её на вход импульсного элемента, который формирует очень короткие по длительности импульсы. Такой элемент обычно изображают в виде *ключа*, который схематически показан на рис. 5.1,а. Замыкаясь на очень короткое время, ключ формирует с периодом T функцию $g^*(t)$, которая представляет собой последовательность δ -импульсов, определенных в моменты времени $t_k = kT$, $k = 0, 1, 2, \dots$. Площадь каждого из этих импульсов равна значению переменной $g(t)$ в соответствующие моменты времени, как показано на рис. 5.1,б.

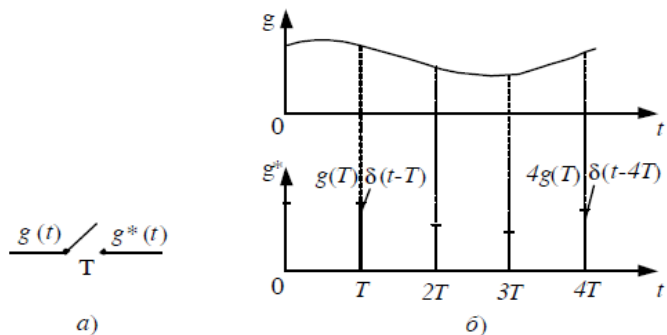


Рис. 5.1

Определение решетчатой функции. Математически работу ключа можно описать выражением

$$g^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} g(kT)\delta(t-kT). \quad (5.1)$$

Решетчатые функции (5.1) часто обозначают как функции дискретного аргумента $k = 0, 1, 2, \dots$, т.е. вместо $g^*(t)$ пишут: $g(kT)$, $g[k]$ или g_k , причем $g[k] = g_k = g(kT)$.

ДИСКРЕТИЗАТОР – устройство, обеспечивающее дискретизацию сигнала по теореме Котельникова во времени

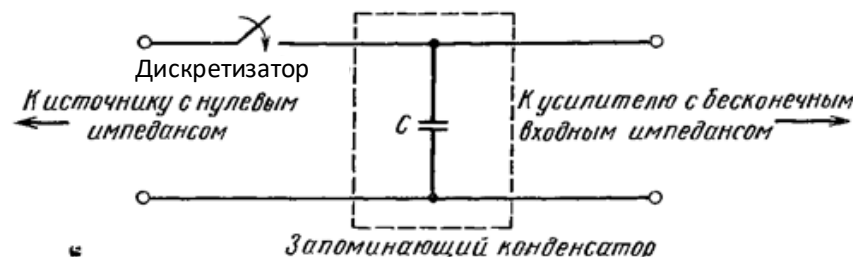


Рис. Упрощенная схема дискретизатора и фиксатора нулевого порядка

Рис. 2.46. Временные процессы в фиксаторе нулевого порядка:

а – входной $f(t)$ и квантованный $f^*(t)$ сигналы; *б* – выходной сигнал

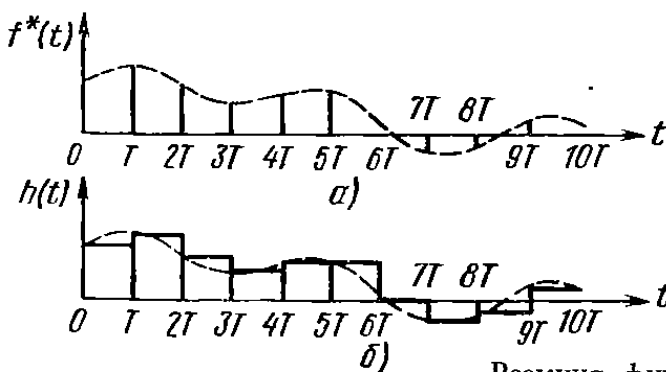
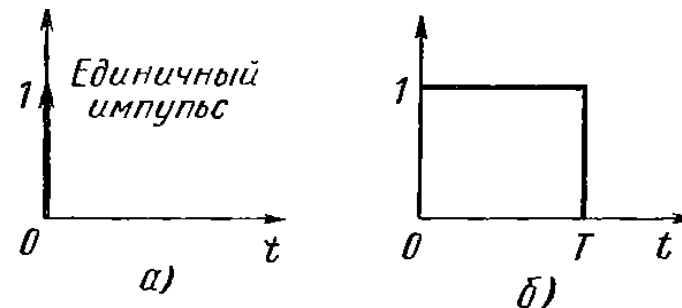


Рис. 2.44. Единичный импульс на входе фиксатора нулевого порядка (а) и реакция фиксатора нулевого порядка на импульсное воздействие (б)



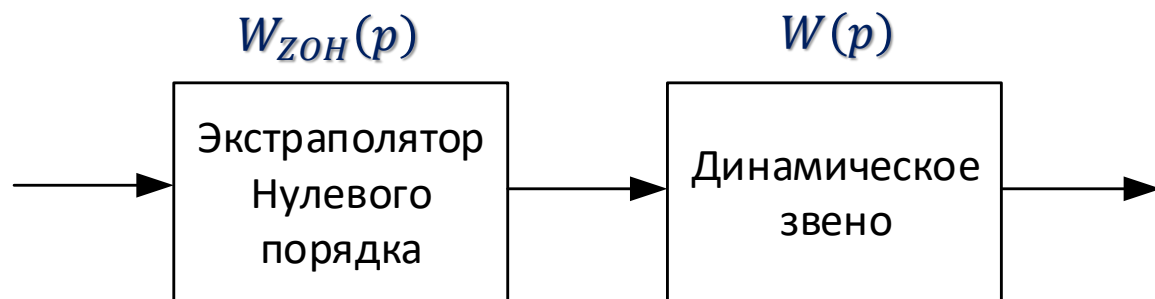
Реакция фиксатора нулевого порядка на импульсное воздействие, что следует из рис. 2.44, может быть записана в виде

$$h_{h0}(t) = u_s(t) - u_s(t - T) \quad (2-113)$$

где $u_s(t)$ – единичная ступенчатая функция. Тогда передаточная функция фиксатора нулевого порядка

$$W_{zon}(p) = L\{h(t) - h(t - T)\} = L\{h(t)\} - L\{h(t - T)\}$$

Передаточная функция дискретной системы (дискретного динамического звена).



$$W_{ZOH}(p) = L\{h(t) - h(t - T)\} = L\{h(t)\} - L\{h(t - T)\}$$

$$W_{ZOH}(p) = \frac{1}{p} - \frac{e^{-Tp}}{p} = \frac{1 - e^{-Tp}}{p}$$

$$W_{ZOH-Дин.Звено}(p) = W_{ZOH}(p) * W(p)$$

$$W_{ZOH-Дин.Звено}(z) = W_{ZOH}(z) * W(z)$$

$$\begin{aligned} W_{ZOH-Дин.Звено}(z) &= Z_T \left\{ \frac{1 - e^{-Tp}}{p} * W(p) \right\} = Z_T \{1 - e^{-Tp}\} * Z_T \left\{ \frac{W(p)}{p} \right\} \\ &= [Z_T \{1\} - Z_T \{e^{-Tp}\}] * Z_T \left\{ \frac{W(p)}{p} \right\} = \left[1 - \frac{1}{z} \right] * Z_T \left\{ \frac{W(p)}{p} \right\} = \frac{z - 1}{z} * Z_T \left\{ \frac{W(p)}{p} \right\} \end{aligned}$$

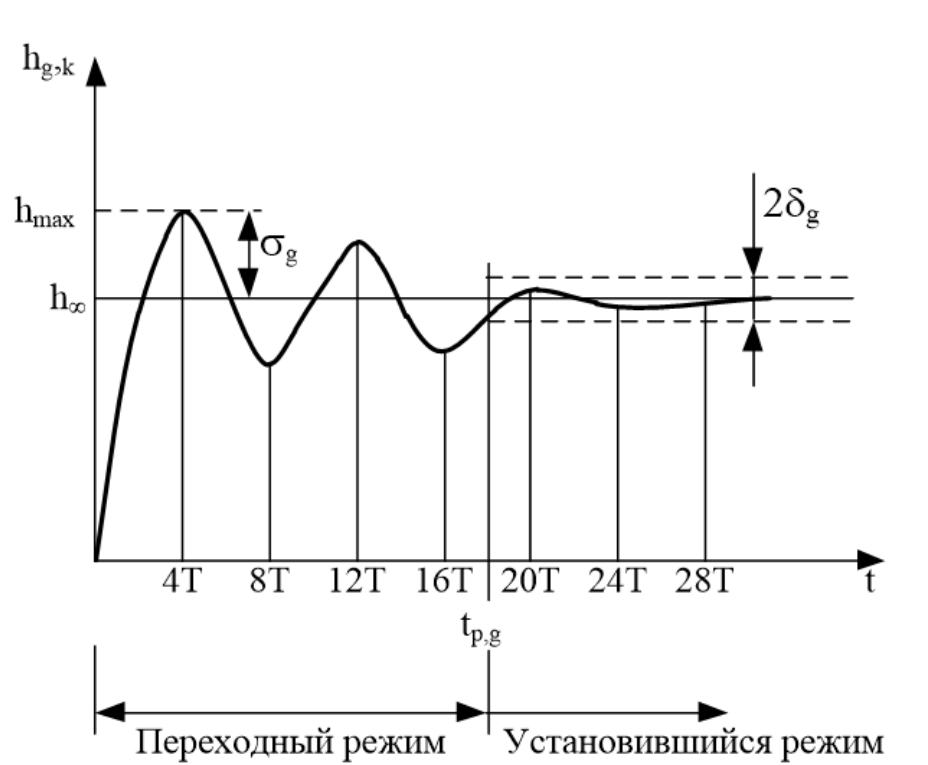
Изображения по Лапласу непрерывных и дискретных функций

$g(t)$	$g(p)$	$g[kT]$	$g(z)$
$\delta(t)$	1	$\delta[kT]$	$z^0 = 1$
$1(t)$	$\frac{1}{p}$	$1[kT]$	$\frac{z}{z - 1}$
$1(t - \tau)$	$\frac{e^{-\tau p}}{p}$	$1[kT - \tau]$	$\frac{1}{z^{\mu-1}(z - 1)}$
$\delta(t - \tau)$	$e^{-\tau p}$	$\delta[kT - m\tau]$	$z^{-m}, \quad m = \frac{\tau}{T}$

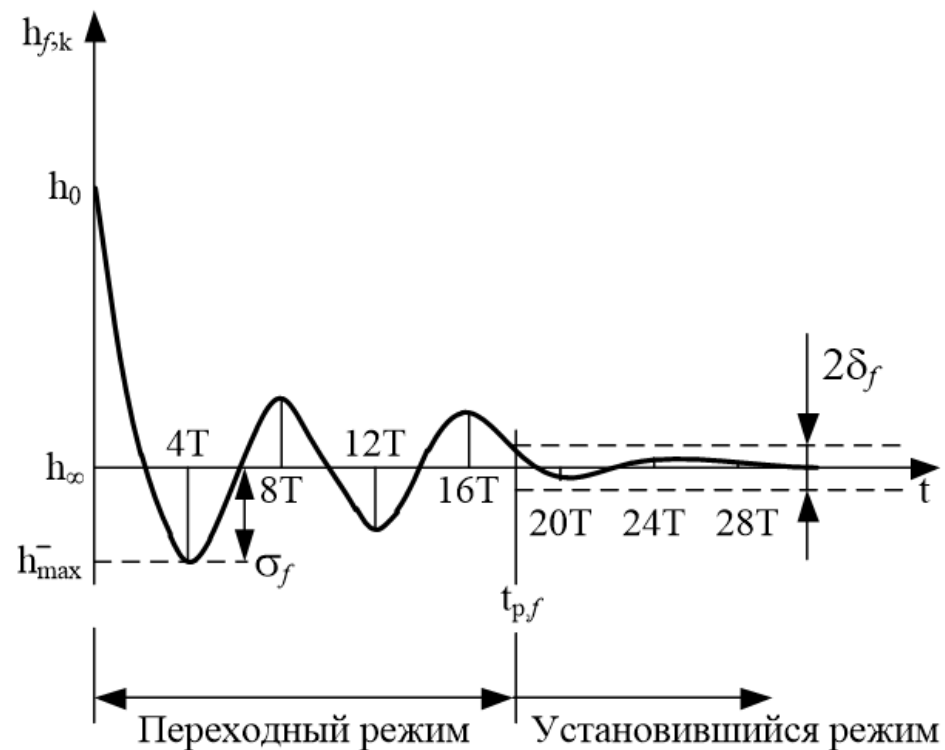
Значение μ подбирается пользователем таким, чтобы при заданном τ выполнялось условие $(\mu - 1)T < \tau \leq \mu T$.

$$\mu = 1, \quad 0 < \tau \leq T, \tau = T$$

Показатели качества дискретных систем.



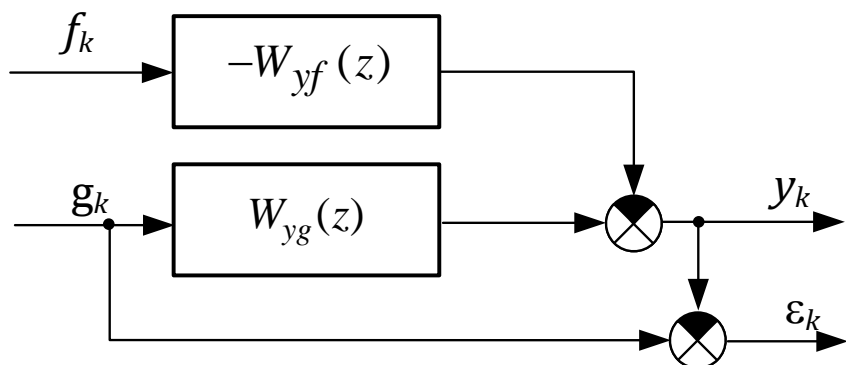
Показатели качества, определяемые по переходной функции
по задающему воздействию



Показатели качества, определяемые по переходной функции
по возмущению

Постановка задачи синтеза цифровых следящих систем.

Структура синтезируемой цифровой следящей системы (ЦСС)



g_k - задающее воздействие;

ϵ_k - рассогласование (отклонение);

y_k - выходная переменная;

f_k - возмущение.

Задача синтеза делится на два этапа, предложенных ещё В.С. Кулебакиным:

1 этап - выбор желаемой передаточной функции (ПФ) системы, удовлетворяющей поставленным требованиям к качеству (v_g^* , v_f^* , t_p^* , σ_g^*) управления и условиям физической реализуемости:

$$W_{yg}(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{\eta_0 + \eta_1 z + \dots + \eta_{m-1} z^{m-1} + \eta_m z^m}{\delta_0 + \delta_1 z + \dots + \delta_{n-1} z^{n-1} + \delta_n z^n},$$

$$m < n$$

(1)

$$W_{yf}(z) = \frac{y(z)}{f(z)} = - \frac{\varphi_0 + \varphi_1 z + \dots + \varphi_{m_f-1} z^{m_f-1} + \varphi_{m_f} z^{m_f}}{\delta_0 + \delta_1 z + \dots + \delta_{n-1} z^{n-1} + \delta_n z^n},$$

$$m_f < n$$

(2)

2 этап – определение параметров цифрового устройства управления.

Алгебраические условия астатизма дискретных систем.

Теорема 1. (Об условиях астатизма к задающему воздействию)

Дискретная следящая система с передаточной функцией по задающему воздействию $W_{yg}(z)$ имеет астатизм v_g -го порядка по отношению к этому воздействию, если коэффициенты ее передаточной функции удовлетворяют следующим условиям:

$$\sum_{i=v-1}^m \binom{i}{v-1} \eta_i = \sum_{i=v-1}^n \binom{i}{v-1} \delta_i, v = \overline{1, v_g}; \quad \sum_{i=v_g}^m \binom{i}{v_g} \eta_i \neq \sum_{i=v_g}^n \binom{i}{v_g} \delta_i. \quad (3)$$

Теорема 2. (Об условиях астатизма к возмущающему воздействию)

$$\sum_{i=v-1}^{m_F} \binom{i}{v-1} \varphi_i = 0, v = \overline{1, v_f}; \quad \sum_{i=v_f}^{m_F} \binom{i}{v_f} \varphi_i \neq 0. \quad (4)$$

Здесь $\binom{k}{i} = \frac{i!}{k! (i-k)!}$ - биномиальные коэффициенты.

Алгебраические условия астатизма дискретных систем по задающему воздействию.

Приведем примеры алгебраических условий (3) при которых система с

ПФ (1) имеет конкретный порядок астатизма.

Если $\nu_g = 1$, то условия (3) принимают вид

$$\sum_{i=0}^m \binom{i}{0} \eta_i = \sum_{i=0}^n \binom{i}{0} \delta_i; \quad \sum_{i=1}^m \binom{i}{1} \eta_i \neq \sum_{i=1}^n \binom{i}{1} \delta_i, \quad (2.24)$$

или, учитывая, что $\binom{i}{0} = 1$ и $\binom{i}{1} = i$ при любом значении i , в явной форме

$$\sum_{i=0}^m \eta_i = \sum_{i=0}^n \delta_i; \quad \sum_{i=1}^m i \eta_i \neq \sum_{i=1}^n i \delta_i. \quad (2.25)$$

Если $\nu_g = 2$, условия (3) соответствуют трем условиям

$$\sum_{i=0}^m \eta_i = \sum_{i=0}^n \delta_i; \quad \sum_{i=1}^m i \eta_i = \sum_{i=1}^n i \delta_i; \quad \sum_{i=2}^m \binom{i}{2} \eta_i \neq \sum_{i=2}^n \binom{i}{2} \delta_i. \quad (2.26)$$

Если $\nu_g = 3$, условия (2.7) и (2.8) соответствуют четырем условиям □

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^m \eta_i = \sum_{i=0}^n \delta_i; \quad \sum_{i=1}^m i \eta_i = \sum_{i=1}^n i \delta_i; \quad \sum_{i=2}^m \binom{i}{2} \eta_i = \sum_{i=2}^n \binom{i}{2} \delta_i; \\ \sum_{i=3}^m \binom{i}{3} \eta_i \neq \sum_{i=3}^n \binom{i}{3} \delta_i. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Таким образом, используя соотношения (3) можно получить алгебраические условия любого порядка астатизма по задающему воздействию ЦСС управления с ПФ вида (1).

Пример записи условия астатизма на основе треугольника Паскаля.

Таким образом, алгоритм формирования условий астатизма произвольного порядка по треугольнику Паскаля состоит в следующем.

Шаг 1. На треугольнике нанести: маркеры m, n – на «левом ребре» треугольника и v_g – на «правом ребре»; жирной линией нижнюю и правую «границы» области треугольника, внутри которой содержатся биномиальные коэффициенты искомым условий астатизма. Нижняя «граница» – строка с маркером n . Правая «граница» – «левая диагональ» с номером $(v_g + 1)$.

Шаг 2. Записать v_g равенств условий (3), используя «левые диагонали» с номерами v от 1 до маркера v_g . Для этого, слева от знака равенства записать сумму коэффициентов числителя η_i ПФ (1), справа от знака равенства – сумму коэффициентов знаменателя δ_i с индексом i по возрастанию. Индекс i принимает значения от $(v - 1)$ до I , указанные вдоль «левого ребра» треугольника. Весовые множители (биномиальные коэффициенты) v -го условия последовательно записать как сомножитель коэффициентов η_i и δ_i из v -ой «левой диагонали», начиная с биномиального коэффициента, равного 1. При этом индекс коэффициентов ПФ η_i , δ_i и индекс i биномиального коэффициента должен совпадать.

Шаг 3. Записать условие неравенства (3), используя порядок действий, описанный на предыдущем шаге, но при $v = (v_g + 1)$ и используя знак « \neq ». Используется «левая диагональ» с номером, следующим за маркером v_g .

Отметим, что треугольник Паскаля удобно использовать для систем с высоким порядком астатизма, т.е. $v_g \geq 3, 4 \dots$. Приведем пример эффективности формирования алгебраических условий астатизма (3) на основе треугольника Паскаля в таком случае.

Пример 2.1. Требуется записать алгебраические условия астатизма 6-го порядка для системы управления с ПФ вида (1) при $m = 6$, $n = 7$ по треугольнику Паскаля.

Шаг 1. В соответствии с заданием, поставим маркеры $m = 6$, $n = 7$, $v_g = 6$ и отметим на треугольнике Паскаля границы поиска весовых множителей: «левая диагональ» с номером $v = v_g = 6$, строка с номером $i = n = 7$. Поскольку $v_g = 6$, то и условия будут состоять из шести равенств (3) и одного условия в виде неравенства (3).

Шаг 2. Весовые коэффициенты 1-го и 2-го условия (2.7) можно достаточно просто определить и без треугольника Паскаля, как показано в предыдущем примере.

Весовые коэффициенты $\binom{i}{v}$ 3-го равенства определяются 3-ей «левой диагональю» треугольника при $i = \overline{2, I}$: $\binom{2}{3} = 1$; $\binom{3}{3} = 3$; $\binom{4}{3} = 6$; $\binom{5}{3} = 10$; $\binom{6}{3} = 15$; $\binom{7}{3} = 21$. Тогда, весовые множители $v = 3$ -го условия коэффициентов знаменателя δ_i при $i = \overline{2, 7}$ принимают последовательный ряд значения 1, 3, 6, 10, 15, 21 (до $i = 7$). Тогда, у коэффициента δ_2 будет сомножитель 1, у $\delta_3 - 3$, у $\delta_4 - 6$; у $\delta_5 - 10$, у $\delta_6 - 15$; у $\delta_7 - 21$. У коэффициентов η_i при $i = \overline{2, 6}$ сомножители, определяемые «левой диагональю» также с номером $v = 3$, будут иметь ряд 1, 3, 6, 10, 15 (до $i = 6$). Тогда, у коэффициента η_2 будет сомножитель 1, у $\eta_3 - 3$, у $\eta_4 - 6$; у $\eta_5 - 10$, у $\eta_6 - 15$.

Весовые коэффициенты $\binom{i}{v}$ 4-го равенства определяются 4-ой «левой диагональю» треугольника при $i = \overline{3, I}$: $\binom{3}{4} = 1$; $\binom{4}{4} = 4$; $\binom{5}{4} = 10$; $\binom{6}{4} = 20$; $\binom{7}{4} = 35$. Весовые коэффициенты $\binom{i}{v}$ 5-го равенства определяются 5-ой «левой диагональю» треугольника при $i = \overline{4, I}$ (см. пример 2 на рис.1): $\binom{4}{5} = 1$; $\binom{5}{5} = 5$; $\binom{6}{5} = 15$; $\binom{7}{5} = 35$. Тогда, с учетом полученных по треугольнику Паскаля численных значений весовых множителей при $v_g = 6$ получим условия (2.7):

$$\begin{aligned} \delta_0 + \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 + \delta_5 + \delta_6 + \delta_7 &= \eta_0 + \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \eta_4 + \eta_5 + \eta_6; \\ \delta_1 + 2\delta_2 + 3\delta_3 + 4\delta_4 + 5\delta_5 + 6\delta_6 + 7\delta_7 &= \eta_1 + 2\eta_2 + 3\eta_3 + 4\eta_4 + 5\eta_5 + 6\eta_6; \\ \delta_2 + 3\delta_3 + 6\delta_4 + 10\delta_5 + 15\delta_6 + 21\delta_7 &= \eta_2 + 3\eta_3 + 6\eta_4 + 10\eta_5 + 15\eta_6; \\ \delta_3 + 4\delta_4 + 10\delta_5 + 20\delta_6 + 35\delta_7 &= \eta_3 + 4\eta_4 + 10\eta_5 + 20\eta_6; \\ \delta_4 + 5\delta_5 + 15\delta_6 + 35\delta_7 &= \eta_4 + 5\eta_5 + 15\eta_6; \\ \delta_5 + 6\delta_6 + 21\delta_7 &= \eta_5 + 6\eta_6. \end{aligned}$$

Шаг 3. Весовые коэффициенты $\binom{i}{v}$ 6-го равенства из 6-ти условий определяются 6-ой «левой диагональю» треугольника при $i = \overline{5, I}$: $\binom{5}{6} = 1$; $\binom{6}{6} = 6$; $\binom{7}{6} = 21$. Тогда, условие (2.8) при $v_g = 6$ примет вид: $\eta_6 \neq \delta_6 + 7\delta_7$. Это есть седьмое условие астатизма по задающему воздействию.

Метод построения желаемых дискретных ПФ на основе «непрерывных прототипов».**Шаг 1. Выбор «непрерывного прототипа»**

$$\tilde{W}_{yg}(p, \omega_0) = \frac{H_0(p)}{H(p)} = \frac{\Delta_{v_g-1} \omega_0^{n-v_g+1} p^{v_g-1} + \dots + \Delta_1 \omega_0^{n-1} p + \Delta_0 \omega_0^n}{\Delta_n p^n + \Delta_{n-1} \omega_0 p^{n-1} + \dots + \Delta_1 \omega_0^{n-1} p + \Delta_0 \omega_0^n} \quad (5)$$

Шаг 2. Определение «дискретного прототипа»

$$\tilde{W}_{yg}(z) = \frac{H_0(z)}{H(z)} = \frac{z-1}{z} Z_T \left\{ \frac{W_{yu}(p)}{p} \right\} = \frac{\tilde{\eta}_0 + \tilde{\eta}_1 z + \dots + \tilde{\eta}_{m-1} z^{m-1} + \tilde{\eta}_m z^m}{\tilde{\delta}_0 + \tilde{\delta}_1 z + \dots + \tilde{\delta}_{n-1} z^{n-1} + \tilde{\delta}_n z^n} \quad (6)$$

Шаг 3. Расчет неизвестных v_g коэффициентов желаемой дискретной ПФ проводится путем решения системы линейных алгебраических уравнений вида:

$$\mathbb{C} \mathbf{h} = \mathbf{v} \quad (7)$$

\mathbb{C} – матрица, состоящая из биномиальных коэффициентов;

\mathbf{h} – вектор-столбец неизвестных коэффициентов η_k^* ;

\mathbf{v} – вектор-столбец правых частей системы.

Шаг 4. Моделирование системы с желаемой ПФ.

Метод построения желаемых дискретных ПФ на основе «непрерывных прототипов». Шаг 1 и Шаг 2.

ПФ астатической «непрерывной системы-прототипа» можно записать следующим образом [132]:

$$\tilde{W}_{y_g}(p, \omega_0) = \frac{\Delta_{v_g-1} \omega_0^{n-v_g+1} p^{v_g-1} + \dots + \Delta_1 \omega_0^{n-1} p + \Delta_0 \omega_0^n}{\Delta_n p^n + \Delta_{n-1} \omega_0 p^{n-1} + \dots + \Delta_1 \omega_0^{n-1} p + \Delta_0 \omega_0^n}, \quad (2.31)$$

где n – порядок ЦСС с ПФ вида (2.1); $\Delta_i, i = \overline{0, n}$ – стандартные коэффициенты, выбираемые из таблиц для заданных значений n и v_g , $\Delta_n = 1$ (всегда) [14, 44, 132]; ω_0 – временной масштабный коэффициент, рассчитываемый, в общем случае, по формуле

$$\omega_0 = \frac{t_{p, \text{таб}}}{t_{p, \text{нп}}}, \quad (2.32)$$

где $t_{p, \text{таб}}$ – длительность переходного процесса в системе с ПФ (2.31) при $\omega_0 = 1$. Значение $t_{p, \text{таб}}$ также определяется из таблиц стандартных ПФ [132]; $t_{p, \text{нп}} = K_{\text{зап}} t_p^*$ – время регулирования «непрерывного прототипа»; $K_{\text{зап}}$ – коэффициент запаса; t_p^* – заданное время регулирования синтезируемой ЦСС.

При синтезе ЦСС на основе предлагаемого подхода, длительность переходного процесса синтезируемой ЦСС t_p получается больше, чем у «непрерывного прототипа» $t_{p, \text{нп}}$. Поэтому, чтобы обеспечить t_p не более заданного t_p^* , необходимо в (2.32) полагать $0 < K_{\text{зап}} \leq 1$.

Таким образом, желаемая ПФ «непрерывной системы-прототипа» $\tilde{W}_{y_g}(p)$ определяется по (2.31).

Передаточная функция $\tilde{W}_{y_g}^*(z)$ соответствующего «дискретного прототипа» получается из $\tilde{W}_{y_g}(p)$ (2.31) выполнением Z_T -преобразования с учетом экстраполятора нулевого порядка при некотором периоде дискретизации T , т.е.

$$\tilde{W}_{y_g}^*(z) = \frac{z-1}{z} Z_T \left\{ \frac{W_{yu}(p)}{p} \right\} = \frac{\tilde{\eta}_0 + \tilde{\eta}_1 z + \dots + \tilde{\eta}_{m-1} z^{m-1} + \tilde{\eta}_m z^m}{\tilde{\delta}_0 + \tilde{\delta}_1 z + \dots + \tilde{\delta}_{n-1} z^{n-1} + \tilde{\delta}_n z^n}. \quad (2.33)$$

Отметим, что это преобразование выполняется с помощью функции `c2d` из пакета Matlab при выбранном периоде дискретизации T , который либо задан, либо рассчитывается по (1.8).

В работе автора [82] показано, если v_g^* «непрерывного прототипа» равно 1, т.е. $v_{g, \text{нп}} = 1$, то полученная в соответствие с (2.33) ПФ $\tilde{W}_{y_g}^*(z)$, также обеспечивает первый порядок астатизма. В этом случае, желаемая ПФ синтезируемой ЦСС принимается равной $\tilde{W}_{y_g}^*(z)$. Если «непрерывный прототип» имеет порядок астатизма $v_{g, \text{нп}} > 1$, то «дискретный прототип» с ПФ вида (2.33) не имеет астатизма того же порядка $v_{g, \text{нп}}$. Поэтому, для решения задачи синтеза ЦСС с высоким порядком астатизма, необходимо разработать новый метод построения желаемых ПФ ЦСС.

Метод построения желаемых дискретных ПФ на основе «непрерывных прототипов». Шаг 3.

2.5 Метод построения желаемых передаточных функций дискретных следящих систем на основе «непрерывных прототипов»

Чтобы проектируемая ЦСС имела заданный порядок астатизма, коэффициенты ПФ $W_{y_g}(z)$ вида (2.1) должны одновременно удовлетворять всем полученным выше соотношениям (2.7), (2.8). При этом, как видно из этих соотношений и равенства (2.1), суммарное количество коэффициентов числителя и знаменателя ПФ $W_{y_g}(z)$ больше числа условий (2.7), (2.8).

Отметим, что коэффициенты знаменателя ПФ вида (2.1) определяют устойчивость, а коэффициенты числителя – показатели качества такие, как время регулирования и перерегулирование ЦСС. Поэтому, в данной работе рекомендуется вначале проводить изменение коэффициентов числителя ПФ (2.33) «дискретного прототипа» [81, 82].

Для получения желаемой ПФ ЦСС с заданными порядком астатизма ν_g^* и показателями качества σ_g^* и t_p^* , в данной работе предлагается следующий метод.

Учитывая, что изменения коэффициентов числителя могут привести к повышению перерегулирования и времени регулирования, необходимо выбрать из таблиц стандартных ПФ коэффициенты $\Delta_i, i = \overline{0, n}$ стандартной ПФ непрерывной системы n -го порядка с астатизмом $\nu_{g\text{нр}} = \nu_g^*$, но с меньшим перерегулированием, и найти ω_0 по формуле (2.32). По (2.31) находится $\tilde{W}_{y_g}(p)$, а затем, с учетом (1.8), по (2.33) найти $\tilde{W}_{y_g}^*(z)$. При $\nu_g^* > 1$, вычисляются коэффициенты числителя желаемой ПФ по условиям заданного порядка астатизма. Путем моделирования на ЭВМ проверяется качество ЦСС с желаемой ПФ. Необходимость проверки вызвана тем, что в результате изменения коэффициентов ПФ показатели качества соответствующей ЦСС могут ухудшиться. Если это произошло, то есть два пути.

Во-первых, если показатели качества ухудшились незначительно, то можно выбрать меньший, чем рассчитанный по (1.8), период дискретизации T . Затем снова по (2.33) найти $\tilde{W}_{y_g}^*(z)$ и т.д.

Во-вторых, можно изменить коэффициенты числителя и знаменателя «дискретного прототипа» так, чтобы желаемая ПФ удовлетворяла всем показателям качества. Это может потребоваться, если произошло значительное ухудшение показателей качества.

Далее рассмотрим решение задачи построения ПФ ЦСС путем изменения коэффициентов её числителя.

В зависимости от того, какие коэффициенты числителя η_i , где $i \in \overline{0, m}$, принимаются неизвестными, необходимые изменения коэффициентов числителя ПФ ЦСС могут быть проведены различными способами. Предлагаются два способа, в которых:

- неизвестными принимаются коэффициенты числителя η_k^* с младшими индексами, т.е. $k \in \overline{0, (\nu_g - 1)}$; тогда известными принимаются коэффициенты числителя η_i с индексами $i \in \overline{\nu_g, m}$;
- неизвестными принимаются коэффициенты числителя η_k^* со старшими индексами, т.е. $k \in \overline{m, m - (\nu_g - 1)}$; тогда известными принимаются коэффициенты числителя η_i с индексами $i \in \overline{(m - \nu_g), 0}$.

Пример построения желаемой дискретной передаточной функции.

Исходные данные примера: $v_g^* = 2$; $n=5$; $\sigma_g^* \leq 15\%$; $t_p^* \leq 3,5$ с.

Шаг 1. «Непрерывный прототип» (система 1), $\sigma_g = 10\% \leq 15\%$:

$$\tilde{W}_{yg}(p) = \frac{23410p + 7810}{p^5 + 54,05p^4 + 1046p^3 + 8230p^2 + 23410p + 7810} \quad (8)$$

Шаг 2. «Дискретный прототип», $T=0,1$ с; (система 2):

$$\tilde{W}_{yg}(z) = \frac{0,03843z^4 + 0,1066z^3 - 0,08805z^2 - 0,04465z - 0,001336}{z^5 - 2,1946z^4 + 1,6868z^3 - 0,5197z^2 + 0,07933z - 0,004495} \quad (9)$$

Шаг 3. Желаемая ПФ ЦСС (система 3) (расчет проведен 1-м способом):

$$\eta_1^* = \sum_{i=1}^5 i\delta_i - \sum_{i=2}^4 i\eta_i = -0,04098; \quad \eta_0^* = \sum_{i=0}^5 \delta_i - \sum_{i=2}^4 \eta_i + 0,04098 = -0,005009$$

$$W_{yg}(z) = \frac{0,03480z^4 + 0,1066z^3 - 0,08805z^2 - 0,04098z - 0,005009}{z^5 - 2,195z^4 + 1,687z^3 - 0,5597z^2 + 0,07933z - 0,004495} \quad (10)$$

Шаг 4. Моделирование дискретной системы с желаемой ПФ

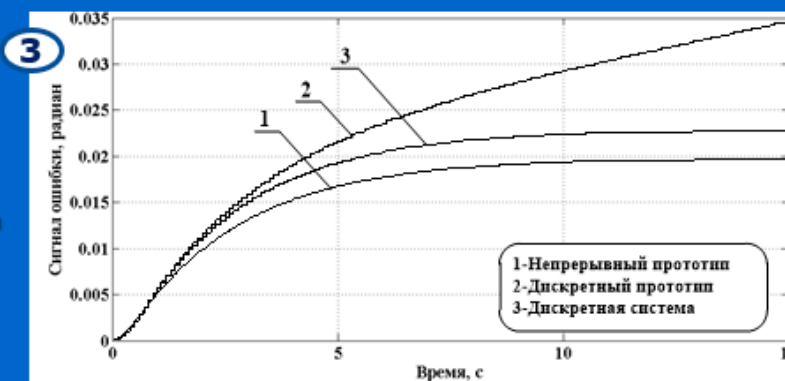
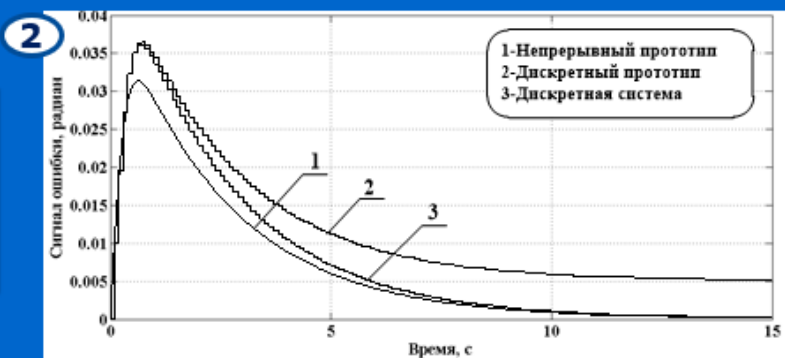
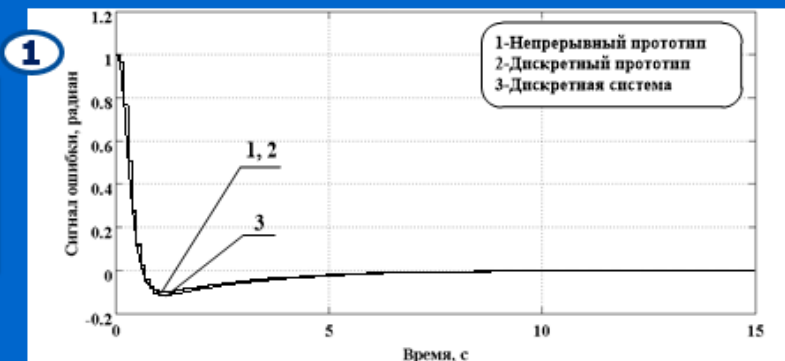
Вид задающего воздействия

«Скачок»

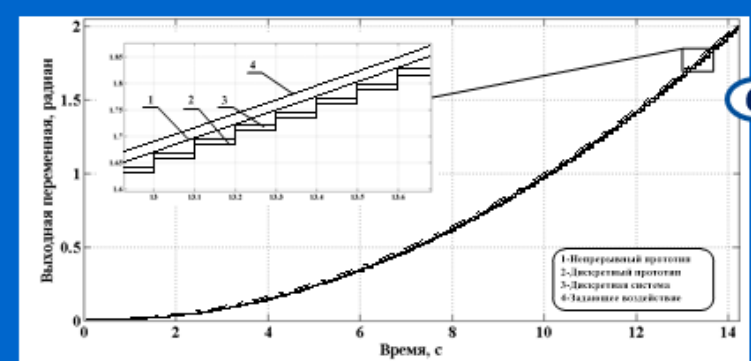
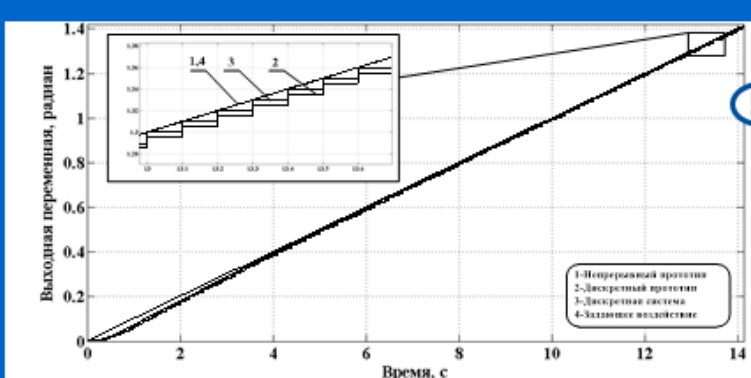
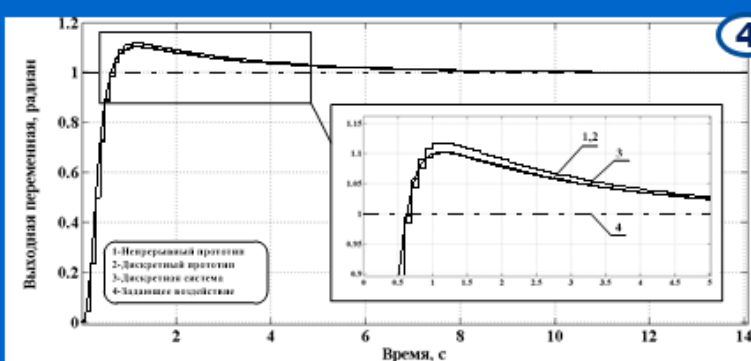
Линейное

Квадратичное

Рассогласование систем



Реакция систем



Шаг 4. Схема моделирования в среде Matlab/Simulink

