

## ДЗ №2.2. Найти классическим методом и проверить с помощью Matlab решение дифференциального уравнения (ДУ).

Однородное уравнение

Программа

```
%Однородное уравнение
ySol1 = dsolve('3*D2y + 24*Dy + 35*y = 0', 'y(0) = 1', 'Dy(0)=2');

disp('Решение дифференциального уравнения:');
disp(ySol1);

%Переводим решение в символьный вид
yFunc1 = matlabFunction(ySol1);

t1 = linspace(0, 10, 100);

%Создаем массив значений функции решения
yValues1 = yFunc1(t1);

figure();
plot(t1, yValues1, 'b', 'Linewidth', 2);
hold on;

%Рисуем аналитическое решение, полученное "вручную"
t = linspace(0, 10, 100);
yAnSolv = -exp(-6*t) + 2*exp(-2*t);

plot(t, yAnSolv, 'r', 'Linewidth', 2);

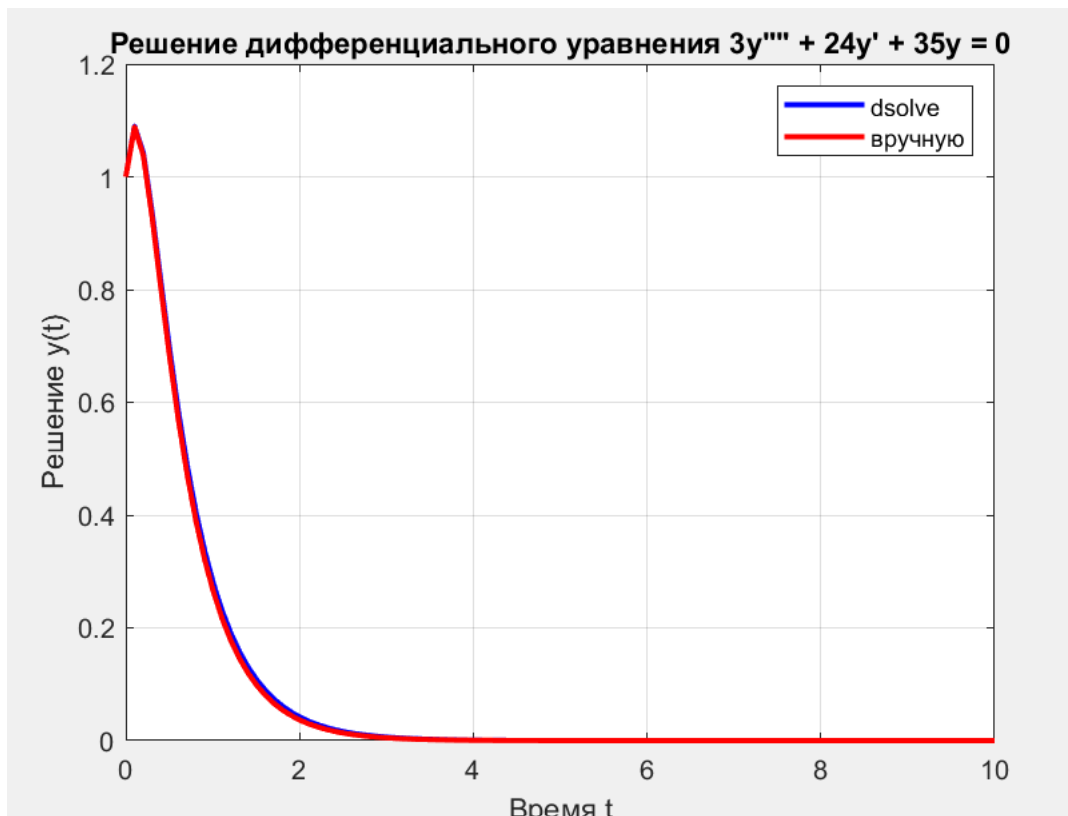
grid on;
xlabel('Время t');
ylabel('Решение y(t)');
title('Решение дифференциального уравнения 3y''' + 24y'' + 35y = 0');
legend('dsolve', 'вручную');
hold off;
```

Классическое решение вручную:

$$\begin{aligned}
 3y'' + 24y' + 36y &= 0 \quad | : 3 & y(0) &= 1 \\
 y'' + 8y' + 12y &= 0 & y'(0) &= 2 \\
 \lambda^2 + 8\lambda + 12 &= 0 \\
 \lambda_1 &= -6 \\
 \lambda_2 &= -2 \\
 y &= C_1 e^{-6t} + C_2 e^{-2t} & y(0) &= C_1 + C_2 = 1 \quad | \cdot 2 \\
 y' &= -6C_1 e^{-6t} - 2C_2 e^{-2t} & y'(0) &= -6C_1 - 2C_2 = 2 \\
 & & & + \quad -4C_1 = 4 \Rightarrow C_1 = -1 \\
 & & & C_2 = 2 \\
 \text{с учётом нач. условий: } & \boxed{y(t) = -e^{-6t} + 2e^{-2t}} & \text{— «ручное» решение}
 \end{aligned}$$

Решение с помощью MATLAB:  $y(t) = 1,06 e^{-1,918 t} - 0,94 e^{-6,082 t}$

Сравнение графиков решения:



## Неоднородное уравнение

Программа:

```
%Неоднородное уравнение
ySol2 = dsolve('2*D2y + 24*Dy + 72*y = exp(-2*t)', 'y(0) = 2', 'Dy(0)=3');

disp('Решение дифференциального уравнения:');
disp(ySol2);

%Переводим решение в символьный вид
yFunc2 = matlabFunction(ySol2);

t2 = linspace(0, 10, 100);

%Создаем массив значений функции решения
yValues2 = yFunc2(t2);

figure();
plot(t2, yValues2, 'b', 'LineWidth', 2);
hold on;

%Рисуем аналитическое решение, полученное "вручную"
t = linspace(0, 10, 100);
yAnSolv = ((63/32) - (237/80).*t) .* exp(-6*t) + (1/32)*exp(-2*t);

plot(t, yAnSolv, 'r', 'LineWidth', 2);

grid on;
xlabel('Время t');
ylabel('Решение y(t)');
title('Решение дифференциального уравнения  $2y'' + 24y' + 72y = e^{-2t}$ ');
legend('dsolve', 'вручную');
hold off;
```

Классическое решение вручную:

$$2y'' + 24y' + 72y = e^{-2t} \quad \begin{aligned} y(0) &= 2 \\ y'(0) &= 3 \end{aligned}$$

$$2y'' + 24y' + 72y = 0 \quad |:2$$

$$y'' + 12y' + 36y = 0$$

$$\lambda^2 + 12\lambda + 36 = 0$$

$$(\lambda + 6)^2 = 0 \Rightarrow \lambda = -6 \text{ (кратность 2)}$$

$$y_0 = (C_1 + C_2 t) e^{-6t} \text{ - общ. решение однородного}$$

$$\text{Решаем неоднородное: } 2y'' + 24y' + 72y = e^{-2t}$$

$$\gamma = -2 \text{ не является корнем хар. ур-ия} \quad \gamma = \alpha + i\beta = -2$$

$$\text{Ищем в виде } y_1 = a e^{-2t} \\ y_1' = -2a e^{-2t} \quad y_1'' = 4a e^{-2t}$$

$$8a e^{-2t} - 48a e^{-2t} + 72a e^{-2t} = e^{-2t}$$

$$32a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{32} \quad y_1 = \frac{1}{32} e^{-2t} \text{ - частное решение неоднородного}$$

$$y(t) = (C_1 + C_2 t) e^{-6t} + \frac{1}{32} e^{-2t}$$

$$y'(t) = C_2 e^{-6t} - 6(C_1 + C_2 t) e^{-6t} - \frac{1}{16} e^{-2t} = -5C_2 e^{-6t} - 6C_1 e^{-6t} - \frac{1}{16} e^{-2t}$$

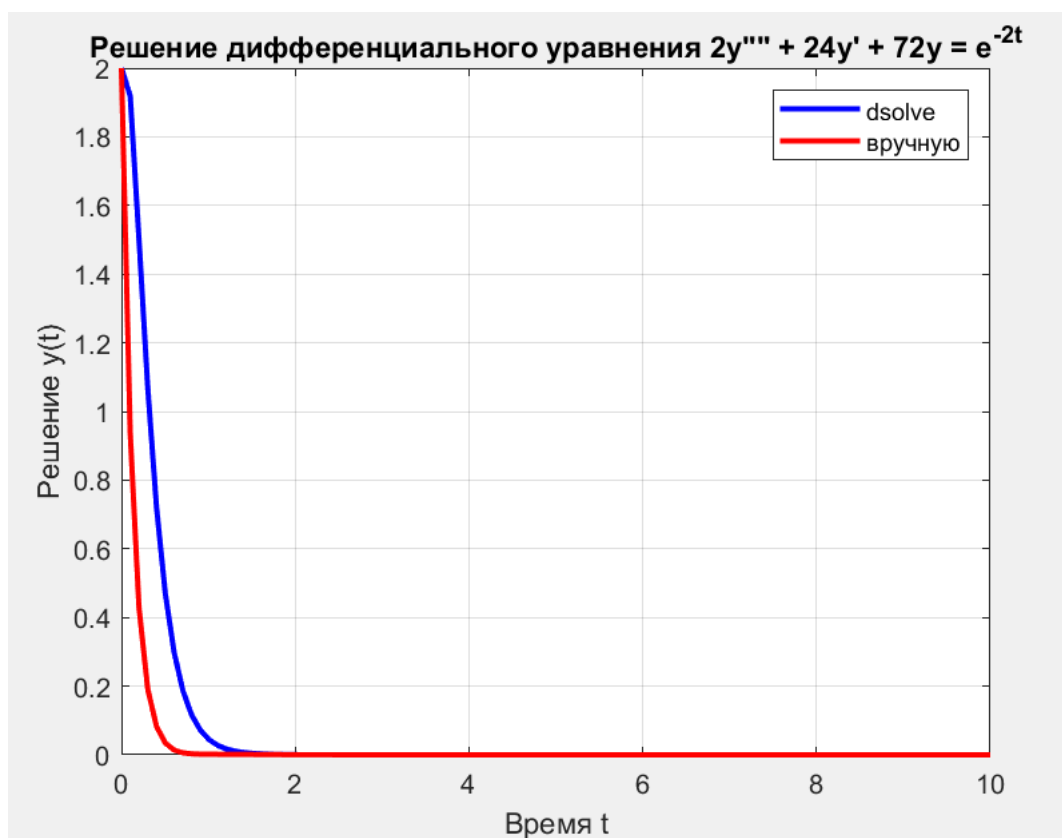
$$y(0) = C_1 + \frac{1}{32} = 2 \quad C_1 = 2 - \frac{1}{32} = \frac{63}{32}$$

$$y'(0) = -5C_2 - \frac{6 \cdot 63}{32} - \frac{1}{16} = 3 \Rightarrow -5C_2 - \frac{189}{16} = 3 \Rightarrow C_2 = -\frac{237}{80}$$

$$y(t) = \left( \frac{63}{32} - \frac{237}{80} t \right) e^{-6t} + \frac{1}{32} e^{-2t} \text{ - общее "ручное" решение}$$

$$\text{Решение с помощью матрицы: } \left( \frac{119}{8} t + \frac{63}{32} \right) e^{-6t} + \frac{1}{32} e^{-2t}$$

Сравнение графиков:



Вывод: графики решения, полученные с помощью matlab функции dsolve и классическими аналитическими методами очень