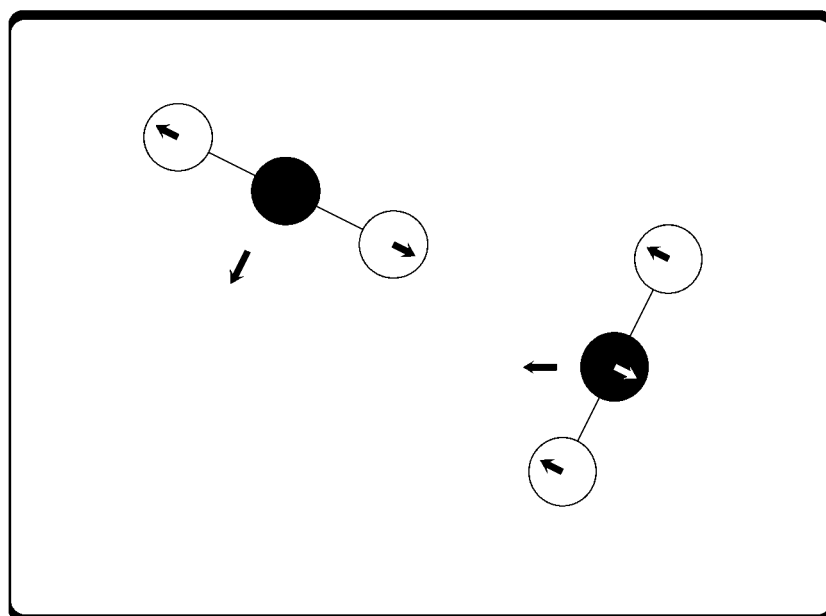


**В.Ф. КОЗЛОВ**

**СБОРНИК  
ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ  
ПО МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКЕ  
И ТЕРМОДИНАМИКЕ**



Министерство образования Российской Федерации

Московский физико-технический институт  
(государственный университет)

**В.Ф. Козлов**

**СБОРНИК  
ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ  
ПО МОЛЕКУЛЯРНОЙ ФИЗИКЕ  
И ТЕРМОДИНАМИКЕ**

**Москва 2001**

УДК 53(075.8)

Содержит описания 4-х лабораторных работ по молекулярной физике и термодинамике лабораторного практикума 1-го курса факультета аэромеханики и летательной техники Московского физико-технического института.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....		5
Работа 121.	Исследование турбулентного течения жидкости в круглой трубе.....	8
Работа 122.	Определение отношения $C_p/C_v$ для идеального газа.....	16
Приложение 1	Программа на Си для записи в текстовый файл "DATA122.DAT" результатов измерений.....	37
Приложение 2	Программа на Си для автоматической обработки с помощью ПК результатов измерений, записанных предварительно в текстовый файл «DATA_122.DAT».....	40
Работа 123.	Исследование зависимости теплопроводности газа от температуры при атмосферном давлении.....	48
Приложение 1	Связь температуры $t_1$ и сопротивления проволочки $R_{пр}$ с показаниями магазина сопротивлений.....	62
Приложение 2	Программа на ФОРТРАНе для записи результатов измерений в текстовый файл «DATA_123.DAT».....	63
Приложение 3	Программа на ФОРТРАНе для автоматической обработки с помощью ПК результатов измерений, записанных предварительно в текстовый файл «DATA_123.DAT».....	65

Работа 124.	Определение коэффициента аккомодации энергии молекул газа на поверхности металлической проволочки.....	69
Приложение 1	Вывод формулы (3) методами элементарной кинетической теории газов.....	80
Приложение 2	Программа на ФОРТРАНе для записи результатов измерений в текстовой файл «DATA_124.DAT».....	81
Приложение 3	Программа на ФОРТРАНе для автоматической обработки с помощью ПК результатов измерений, записанных предварительно в текстовой файл «DATA_124.DAT».....	84
	Список литературы.....	89

# ПРЕДИСЛОВИЕ

Открывшийся в 1965 году новый факультет Московского физико-технического института — факультет аэромеханики и летательной техники (ФАЛТ) — из-за удаленности от *alma mater* нуждался в собственной физической лаборатории. В кратчайшие сроки такая лаборатория была создана и оснащена комплексом учебных установок, отвечающих требованиям учебной программы МФТИ по общей физике и задачам физического практикума, реализованным к тому времени в общеинститутской физической лаборатории. С течением времени вследствие износа, а также с учетом накопленного опыта эксплуатации осуществлялась модернизация и замена учебно-экспериментального оборудования с внесением в конструкции необходимых изменений. Существенная помощь факультету в обновлении целого ряда установок физического практикума по молекулярной физике и термодинамике в начале 80-х гг. была оказана конструкторскими и производственными подразделениями одного из базовых НИИ — Центральным аэрогидродинамическим институтом им. проф. Н.Е. Жуковского (ЦАГИ). Автору пособия довелось принять непосредственное участие в этих работах в качестве представителя заказчика. В процессе последующего внедрения нового оборудования в учебный процесс стало ясно, что необходима подготовка новых описаний лабораторных работ, в которых были бы отражены произошедшие изменения в конструкциях установок и методиках измерений. В процессе такой работы у автора возник ряд идей по принципиальному пересмотру постановки некоторых лабораторных работ. Окончательному формированию этих идей существенно способствовали обсуждения с преподавателями кафедры физики ФАЛТ, за что автор выражает им глубокую признательность. Особую благодарность автор хотел бы выразить коллегам по кафедре А.И. Киркинскому, М.М. Кузнецову и Н.В. Сидоренко, чьи советы были чрезвычайно полезны и плодотворны.

С течением времени процесс модернизации и обновления привел к тому, что значительная часть работ лабораторного практикума по молекулярной физике и термодинамике (2-й семестр 1-го курса) стала выполняться по отдельным описаниям, которые хранятся в архиве

лаборатории и при необходимости выдаются студентам под расписку. На практике это вызывает серьезные неудобства. Поэтому было решено часть описаний лабораторных работ, методики которых выдержали проверку практикой, объединить в одно пособие и издать типографским способом.

В сборник вошли описания 4-х лабораторных работ. Эти работы занимают центральное место в факультетском лабораторном практикуме по молекулярной физике и термодинамике. С одной стороны, в них отражена значительная часть принципиально важных вопросов соответствующих разделов физтеховского курса общей физики. С другой стороны, устройства используемых лабораторных установок и принципы их действия достаточно просты и доступны для изучения студентами первого года обучения. В то же время они включают в себя относительно большое для учебной лаборатории количество измерительных устройств и приборов, что создает хорошую основу для ознакомления студентов на практике с методическими проблемами физического эксперимента.

В трех из четырех представленных в пособии описаний в качестве приложений приведены тексты компьютерных программ, позволяющих студенту сэкономить время за счет рутинных вычислений, выполняемых обычно с помощью калькулятора, и повысить качество обработки результатов измерений.

Во все описания лабораторных работ наряду с подробными методиками измерений и обработки их результатов включено изложение элементарной физической теории изучаемых явлений. Сделано это было в основном по двум причинам. Во-первых, для повседневной учебной практики характерна ситуация, когда при подготовке к выполнению и сдаче лабораторной работы студенту приходится просматривать, изучать и обобщать материал сразу из нескольких учебников по физике, а иногда и из дополнительной литературы. Поэтому концентрация всех необходимых сведений в одном месте значительно упрощает для него решение таких вопросов. Кроме того, для понимания сути изучаемых в лаборатории явлений часто требуется более глубокое освещение проблемы, чем это может быть сделано в учебниках по общей физике. Поэтому данное пособие может быть использовано и в качестве дополнительной литературы к курсу по молекулярной физике и термодинамике. Во-вторых, занятия в лаборатории предполагают не только практическое знакомство с

изучаемыми физическими явлениями, но и выработку у студента навыков самостоятельного экспериментирования. Искусство экспериментатора находит свое выражение прежде всего в степени достоверности получаемых им результатов. Практически в любом физическом эксперименте приходится сталкиваться с влиянием на результаты измерений «сопутствующих» процессов. Это могут быть как процессы, которыми в теории изучаемого явления пренебрегается, так и процессы, связанные с работой измерительных приборов или внешними факторами. Для физика-экспериментатора чрезвычайно важно уметь своевременно обнаружить и «отстроиться» от фона таких явлений или сделать их влияние контролируемым. Поэтому вопросам методики и организации эксперимента в описаниях уделено большое внимание. Элементарная физическая теория явления не просто пересказывается, а излагается в увязке с проблемами его изучения на конкретной лабораторной установке. Указаны не только ограничения на используемую теоретическую модель явления, но и ограничения, связанные с функционированием самого экспериментального оборудования. Там, где возможно, приведены рецепты оценок погрешностей, вызываемых не учитываемыми методиками измерений эффектами.

В заключение автор выражает искреннюю признательность и благодарность Союзу Попечителей ФАЛТ МФТИ за оказанную поддержку работ по подготовке рукописи пособия к опубликованию.



## Работа 121. **ИССЛЕДОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В КРУГЛОЙ ТРУБЕ**

**Принадлежности:** установка для исследования турбулентного течения воды, секундомер.

Конструкция экспериментальной установки соответствует схеме, приведенной в описании работы 2.10 в [1]. Течение воды в установке турбулентное. Поэтому методика исследований и обработки результатов измерений должна учитывать этот факт.

Несмотря на то, что турбулентные течения находятся в поле зрения ученых, начиная со второй половины XIX века, т.е. более ста лет, до сих пор не удалось построить их логически безупречную и последовательную теорию. Строгое определение турбулентности как явления также отсутствует. Типичными признаками турбулентных движений являются нестационарные многомасштабные вихревые образования в потоке, а также хаотичные изменения локальной скорости и других параметров жидкости или газа относительно их средних значений при неизменных внешних условиях, определяющих течение. В имеющихся полуэмпирических теориях для описания турбулентных течений используются среднестатистические величины. Обычно такое описание не является замкнутым. На практике для замыкания привлекают различные гипотезы, имеющие ограниченное применение, или эмпирические зависимости.

В результате действия сложных механизмов обмена импульсами, моментами количества движения и кинетической энергией между жидкими частицами механическая энергия турбулентного потока непрерывно диссипирует, т.е. превращается в тепло. Вследствие этого в несжимаемых жидкостях происходит непрерывное вдоль по течению падение давления торможения, а в сжимаемых газах уменьшается полная энтальпия. Уменьшение

величины осредненного по сечению и времени давления торможения  $\Delta p_0$  в стационарном турбулентном течении несжимаемой жидкости в круглой трубе может быть вычислено с помощью следующей формулы:

$$\Delta p_0 = p_{01} - p_{02} = \left( \alpha \frac{\rho \bar{V}^2}{2} + p \right) \Big|_1 - \left( \alpha \frac{\rho \bar{V}^2}{2} + p \right) \Big|_2, \quad (1)$$

где вертикальной чертой с нижним индексом обозначен номер сечения,  $\alpha$  -- коэффициент, устанавливающий связь среднего по сечению квадрата скорости  $\bar{V}^2$  с квадратом средней скорости течения  $\bar{V}^2$  (здесь чертой сверху обозначено среднее по времени и по сечению трубы),  $\rho$  -- плотность жидкости,  $p$  -- среднее по времени статическое давление, которое считается постоянным по сечению трубы.

Основной причиной появления в осредненном уравнении (1) коэффициента  $\alpha$  служит вязкость реальных жидкостей. Благодаря ей относительная скорость жидкости (или газа) на твердых омываемых поверхностях обращается в ноль. Говорят, что жидкость «налипает» на поверхность. Это явление имеет место как в ламинарных, так и в турбулентных течениях. Профиль скорости в круглых трубах постоянного сечения имеет симметричную форму. При этом она достигает максимального значения в центре сечения. Примеры некоторых типичных распределений скоростей в поперечных сечениях различных течений приведены на рис. 1.

Коэффициент  $\alpha$  имеет максимальное значение для ламинарных течений ( $\alpha = 4/3$ ). В развитых турбулентных течениях профили средней скорости более наполненные (сравни графики на рис. 1б и 1в), поэтому для них, как правило, величина  $\alpha$  лишь на несколько сотых превосходит единицу.

Если между двумя какими-либо сечениями можно пренебречь потерями давления торможения  $\Delta p_0$ , то из формулы (1) следует приближенный закон сохранения плотности средней

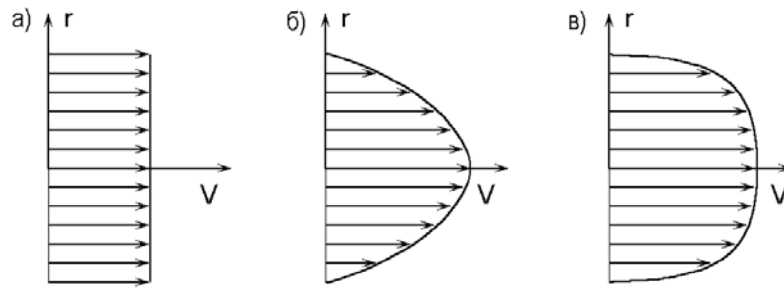


Рис. 1. Типичные профили скоростей в осесимметричных течениях: а) в осесимметричной струйке тока невязкой жидкости; б) в ламинарном течении (в течении Пуазейля); в) в турбулентном течении

энергии жидкости на таком участке канала:

$$\left( \alpha \frac{\rho \bar{V}^2}{2} + p \right) \Big|_1 \approx \left( \alpha \frac{\rho \bar{V}^2}{2} + p \right) \Big|_2. \quad (2)$$

Внешне это соотношение напоминает уравнение Бернулли для ламинарной струйки тока несжимаемой невязкой (идеальной) жидкости (рис. 1а):

$$\left( \frac{\rho V^2}{2} + p \right) \Big|_1 = \left( \frac{\rho V^2}{2} + p \right) \Big|_2. \quad (3)$$

Но в отличие от (2) в этой формуле отсутствует безразмерный коэффициент  $\alpha$  и не используются осредненные величины.

Еще одно соотношение, связывающее средние скорости потока в различных сечениях трубы, следует из закона сохранения вещества:

$$\bar{V}_1 d_1^2 = \bar{V}_2 d_2^2, \quad (4)$$

где  $d_1$  и  $d_2$  -- внутренние диаметры канала в соответствующих сечениях.

Наконец, в гидравлике для определения падения статического давления вдоль каналов постоянного сечения обычно используется закон Дарси:

$$\Delta p = \zeta \frac{l}{d} \frac{\rho \bar{V}^2}{2}, \quad (5)$$

где  $l$  -- длина участка трубы,  $d$  -- ее внутренний диаметр,  $\zeta$  -- коэффициент гидравлического сопротивления.

Как правило, коэффициент  $\zeta$  определяется экспериментальными методами. Он зависит как от параметров потока, так и от внешних условий, включая, в частности, наличие теплообмена с окружающей средой и состояние внутренних поверхностей канала. В отсутствие теплообмена обычно предполагается, что  $\zeta$  является функцией числа Рейнольдса:

$$\text{Re}_d = \rho \bar{V} d / \eta, \quad (6)$$

где  $\eta$  -- коэффициент вязкости жидкости, а также шероховатости внутренних стенок канала. В частности, для ламинарных течений в круглых трубах он равен  $\zeta = 64/\text{Re}_d$ , а для турбулентных течений в технически гладких трубах может быть вычислен с помощью формулы, предложенной Д. Блазиусом [2]:

$$\zeta = 0.3164 / \text{Re}_d^{0.25}, \quad (7)$$

где  $2 \cdot 10^3 < \text{Re}_d < 10^5$ .

В другом предельном случае, когда эффекты шероховатости преобладают над всеми другими механизмами поддержания турбулентного течения, гидравлическое сопротивление трубы не зависит от числа Рейнольдса и определяется только относительной

высотой бугорков шероховатости  $h_s/d$  на ее внутренних поверхностях. Общий вид зависимости коэффициента гидравлического сопротивления от шероховатости для такой ситуации впервые был предложен Т. Карманом. В современных руководствах и учебниках эта зависимость представлена следующей формулой [2]:

$$\zeta = [1.74 + 2 \lg(d/2 h_s)]^{-2}. \quad (8)$$

Установлено, что каждому закону сопротивления соответствует свое распределение средних скоростей по сечению канала. Так, например, в технически гладких трубах профили средних скоростей (за исключением малых окрестностей оси и внутренних поверхностей канала) хорошо аппроксимируются следующей зависимостью:

$$V(r) = V_m (1 - r/r_0)^n, \quad (9)$$

где  $V_m$  -- средняя скорость жидкости на оси трубы,  $r_0$  -- внутренний радиус трубы. Показатель степени  $n$  в (9) зависит от числа Рейнольдса. Он изменяется от  $n = 1/7$  при  $Re_d \approx 12\,800$  (закон "1/7") до  $n = 1/8$  при  $Re_d \approx 102\,800$ . Используя соотношение (9), можно установить связь средней скорости с ее значением в центре сечения:

$$\frac{\bar{V}}{V_m} = \frac{1}{(1+n)(1+0.5n)}, \quad (10)$$

а также выразить коэффициент  $\alpha$  в формуле (2) через показатель степени  $n$ :

$$\alpha = \frac{\bar{V}^2}{V_m^2} = \frac{(1+n)(1+0.5n)^2}{1+2n}. \quad (11)$$

В шероховатых трубах скорости жидкости по сечению распределяются более сложным образом. Чтобы аппроксимировать

соответствующие распределения, используют двух- и трехслойные модели течений. При этом течение жидкости в слое, омывающем твердую поверхность, всегда считается ламинарным. Получаемые в рамках таких моделей соотношения имеют весьма сложный вид. Поэтому в данной работе для качественного анализа наряду с формулами (9)–(11) предлагается использовать менее точную, но более простую зависимость:

$$V(r) = V_m \left[ 1 - (r/r_0)^\nu \right], \quad \nu \geq 2. \quad (12)$$

В этом случае

$$\frac{\bar{V}}{V_m} = \frac{\nu}{\nu + 2}, \quad (13)$$

$$\alpha = \frac{\nu + 2}{\nu + 1}. \quad (14)$$

Использование здесь распределения (12) может быть мотивировано тем, что для ламинарных течений  $\nu = 2$ , и в этом частном случае оно является точным решением уравнений гидродинамики. Кроме того, в отличие от (9) эта зависимость удовлетворяет требованию равенства нулю на оси трубы производной  $(dV/dr)|_{r=0} = 0$ , а на стенках трубы ее производная имеет конечное значение. Наконец, исследуемый случай относится к низкоскоростным течениям ( $Re_d \sim 10^4$ ), у которых типичные свойства турбулентного потока еще не выражены в полной мере, и поэтому использование распределения (12) для качественного (но не количественного) анализа вполне допустимо.

Следует подчеркнуть, что представленные выше аппроксимирующие соотношения (2), (5)–(10) справедливы для установившихся турбулентных течений в длинных круглых трубах постоянного сечения, в которых жидкость всюду движется без ускорений. В учебной лаборатории обеспечить одновременно все указанные условия практически невозможно. Поэтому эти

соотношения следует использовать для сопоставления с результатами конкретных измерений. Такое сопоставление позволяет судить о том, насколько фактические параметры течения отличаются от их предельных значений.

### ЗАДАНИЕ

1. Перед тем, как приступить к измерениям, ознакомьтесь с конструкцией экспериментальной установки. Особое внимание обратите на наличие элементов конструкции, способных влиять на скорость воды на рабочем участке трассы. Запишите в лабораторную тетрадь все геометрические параметры установки, необходимые для обработки результатов измерений, включая длину трассы  $L$  от накопительного резервуара до приемного бачка и от приемного отверстия манометра расходомера Пито до приемного бачка ( $l$ ). Обратите внимание на то, что начало отсчета соответствующих линеек находится на 10-12 см выше оси рабочего участка трубы. Измерьте эти расстояния.

2. Последовательно устанавливая в накопительном резервуаре стационарные уровни воды, соответствующие по линейке водомерной трубочки высотам  $H = 30, 40, 50, 60, 70$  и 80 см, запишите в таблицу показания манометра расходомера Вентури  $\Delta h_v$  и отдельно высоту водяного столба в каждой из трубочек манометра расходомера Пито  $h_c$  и  $h_T$ . С помощью секундомера для каждого значения  $H$  определите время, в течение которого в приемный резервуар установки поступает определенный объем воды, например 4 л. Все измерения для каждого значения  $H$  выполняются дважды: сначала продвигаясь по шкале водомерной трубочки снизу вверх, а затем -- сверху вниз. Это необходимо сделать для того, чтобы скомпенсировать эффекты запаздывания в показаниях расходомера Пито. При обработке результатов измерений следует использовать среднеарифметические значения соответствующих параметров.

3. Используя результаты выполненных измерений, для каждого уровня воды  $H$  в накопительном бачке по формуле  $\bar{V} = \Omega/t S$ , где  $\Omega$  -- контрольный объем жидкости, поступающий в приемный резервуар за время  $t$ ,  $S$  -- площадь поперечного сечения трубки, рассчитайте

фактическую среднюю скорость движения воды на измерительном участке трассы и соответствующее число Рейнольдса  $Re_d$ . С помощью формул (3) и (4) рассчитайте скорость воды по показаниям расходомера Вентури  $V_B$ . Определите величину коэффициента  $\alpha$  в уравнении (2) как квадрат отношения скоростей:  $\alpha_B = (V_B/\bar{V})^2$ . По формуле  $V_{\Pi} \approx V_m = \sqrt{2g(h_T - h_C)}$ , где  $g$  -- ускорение свободного падения, рассчитайте скорость по показаниям расходомера Пито. С помощью приведенных выше соотношений (10)-(11), (13)-(14) определите соответствующие показатели степеней  $n$  и  $\nu$  в распределениях (9) и (12), а также коэффициент  $\alpha$  в уравнении (2). Оцените погрешности определения коэффициента  $\alpha$ , а также показателей степеней  $n$  и  $\nu$ . Все результаты запишите в таблицу в лабораторной тетради.

4. На одном и том же графике постройте зависимости  $2g\tilde{H}/\bar{V}^2 = f_1(Re_d)$  и  $2g\tilde{h}_C/\bar{V}^2 = f_2(Re_d)$ , где тильдой отмечены высоты соответствующих водяных столбов, отсчитываемые от оси рабочего участка трубки. С целью сравнения результатов измерений с предсказаниями теории для каждого уровня воды  $H$  в накопительном резервуаре вычислите функцию  $f_3(Re_d) = (l/d)\zeta$ , где  $\zeta$  рассчитывается по формуле Блазиуса (7). Проанализируйте полученные результаты и определите, к какому из двух описанных выше типов турбулентных течений в трубах они наиболее близки? Попытайтесь объяснить причины расхождения результатов измерений с предсказаниями эмпирических формул.



## Работа 122. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ $C_p/C_v$ ДЛЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

**Принадлежности:** установка для определения скорости звука в газе, звуковой генератор, осциллограф, потенциометр или цифровой милливольтметр, баллон со сжатым углекислым газом, газгольдер для хранения углекислого газа при постоянном давлении.

Через отношение теплоемкостей  $C_p/C_v$  определяется теоретическая величина адиабатической скорости звука  $c$  в идеальном газе:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}, \quad (1)$$

где  $\gamma = C_p/C_v$ ,  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $\mu$  — молекулярный вес,  $T$  — абсолютная температура газа. Эта формула положена в основу метода определения отношения  $C_p/C_v$ . Из нее следует, что для нахождения величины  $C_p/C_v$  необходимо одновременно измерить температуру газа  $T$  и, вообще говоря, скорость звука  $c$ . Однако для достижения поставленной цели величину последней определять не обязательно, если найдется способ выразить ее через какие-либо другие непосредственно измеряемые параметры.

Измерение температуры  $T$  в рассматриваемом случае не вызывает затруднений. Если температура исследуемого газа равна температуре воздуха в лаборатории, то ее можно определить по показаниям лабораторного термометра. Если же она иная, то можно воспользоваться термопарой, о чем подробнее будет сказано ниже.

Для того, чтобы не заниматься непосредственным определением скорости звука, в данной работе используется явление *акустического резонанса*. Оно возникает в полостях, заполненных газом или

жидкостью, и сопровождается при определенной частоте малых возмущений давления в среде значительным накоплением энергии звуковых колебаний подобно тому, как амплитуда вынужденных колебаний гармонического осциллятора на резонансной частоте достигает максимального значения. В научно-технической литературе такие системы, имеющие естественное или искусственное происхождение, называются *акустическими резонаторами*. В отличие от гармонического осциллятора акустический резонатор имеет, как правило, целый набор (спектр) резонансных (собственных) частот. Каждое такое колебательное движение газа или жидкости в полости с определенной частотой называется *акустической модой* резонатора. Эти частоты зависят от физических и термодинамических свойств заполняющей его среды, а также от упругости стенок, формы и размеров полости. Зная такие зависимости, можем выразить скорость звука  $c$  в исследуемом газе через измеренные в эксперименте резонансные частоты  $f_m$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ) соответствующей установки и ее линейные размеры. Сами же зависимости, в принципе, можно найти, решив соответствующую задачу линейной акустики. Такова суть идеи, лежащей в основе экспериментального метода определения отношения теплоемкостей  $C_p/C_v$ .

Поскольку искомое отношение теплоемкостей в используемом методе непосредственно не определяется, а вычисляется с помощью теоретических зависимостей через другие измеряемые параметры, то выбор рабочей математической модели может существенно сказаться на величине погрешностей получаемых в эксперименте результатов. Однако решение акустической задачи для конкретной установки с учетом всех ее конструктивных особенностей на практике вызывает большие затруднения. Поэтому неизбежно использование различных упрощающих предположений как относительно физических свойств исследуемого газа, так и относительно акустико-механических свойств экспериментальной установки. При нарушении пределов их применимости такие упрощения могут стать причиной значительных расхождений результатов измерений с предсказаниями теории. Поэтому необходимо критически подходить к выбору математических моделей, закладываемых в основу экспериментального метода.

Рассмотрим сначала саму математическую модель, а затем проанализируем ее недостатки. В данной работе для построения рабочих формул используются наиболее простые и наглядные физические образы, заимствованные из линейной акустики. Исследуемые газы считаются не проводящими тепло и невязкими. Такие газы не поглощают звук. Для них *дисперсионное уравнение*, связывающее циклическую частоту  $\omega = 2\pi f$  бегущей звуковой гармонической волны<sup>1</sup> с ее волновым вектором  $\mathbf{k}$  (или модулем волнового вектора — волновым числом<sup>2</sup>:  $k = |\mathbf{k}|$ ), имеет наиболее простой вид:

$$\omega(\mathbf{k}) = c \cdot k. \quad (2)$$

В свою очередь оно является следствием акустического уравнения

$$\frac{\partial^2 \Delta p}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2}, \quad (3)$$

описывающего процессы распространения малых возмущений давления  $\Delta p$  в виде плоских волн в упругой не поглощающей звук среде.

Присутствующее в (2) волновое число  $k$  в используемом в работе методе непосредственно не измеряется. Поэтому необходимо иметь, по крайней мере, еще одно соотношение, связывающее между собой  $\omega$  и вектор  $\mathbf{k}$ . Недостающие формулы получают, используя граничные условия, которым должно удовлетворять решение акустического уравнения (3). В наиболее общей форме его решение описывает суперпозицию двух бегущих во взаимно противоположных направлениях плоских гармонических волн:

$$\Delta p(x, t) = A \sin(\omega t - kx) + B \sin(\omega t + kx + \Delta\varphi),$$

---

<sup>1</sup> Бегущая в положительном направлении оси  $x$  плоская гармоническая волна описывается формулой:  $\Delta p(x, t) = A \sin(\omega t - kx + \varphi_0)$ , где  $A$  — амплитуда,  $\varphi_0$  — начальная фаза волны.

<sup>2</sup> Волновое число  $k$  связано с длиной волны  $\lambda$  формулой:  $k = 2\pi/\lambda$ .

где  $A$  и  $B$  — произвольные константы (амплитуды),  $\Delta \varphi$  — разность начальных фаз,  $t$  — время,  $x$  — координата. При этом в соответствии с уравнениями газовой динамики и известными

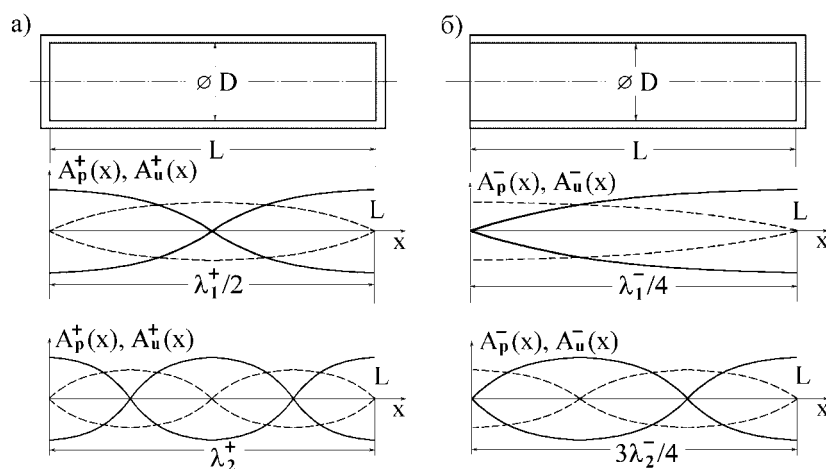


Рис. 1. Схемы идеальных акустических резонаторов и распределения амплитуд колебаний давления (сплошные линии) и скорости (штрихованные линии) газа в первой (основной) и второй модах: а) в длинной замкнутой осесимметричной полости; б) в длинном отрезке трубы, один конец которого закрыт жесткой крышкой

термодинамическими соотношениями возмущения любого другого газодинамического параметра в волне (плотности  $\Delta \rho$ , температуры  $\Delta T$  или скорости  $u$ ) выражаются через те же константы  $A$  и  $B$ , а также через соответствующие невозмущенные параметры состояния и другие характеристики среды. Например, решение для скорости поступательно-колебательного движения газа  $u$  будет иметь следующий вид:

$$u(x, t) = (1/\rho c) [A \sin(\omega t - kx) - B \sin(\omega t + kx + \Delta \varphi)].$$

Используем эти соотношения для того, чтобы установить принципиально важные для понимания особенности физических процессов, происходящих внутри экспериментальной установки. Вместо реальных устройств рассмотрим осесимметричные резонаторы, изображенные схематично на рис. 1а и 1б. Для упрощения будем считать, что стенки резонаторов являются абсолютно жесткими, т. е. не подвержены никаким деформациям. Скорость газа на таких поверхностях, очевидно, должна обращаться в ноль. Для осесимметричной замкнутой полости, показанной на рис. 1а, это условие следует использовать в сечениях  $x=0$  и  $x=L$ . В результате получим

$$\Delta p(x, t) = 2 A \cos(k x) \cdot \sin(\omega t) = A_p^+(x) \cdot \sin(\omega t), \quad (4a)$$

$$u(x, t) = -(2 A / \rho c) \sin(k x) \cdot \cos(\omega t) = A_u^+(x) \cdot \cos(\omega t), \quad (4б)$$

где коэффициенты  $A_p^+(x) = 2 A \cos(k x)$  и  $A_u^+(x) = -(2 A / \rho c) \times \sin(k x)$  определяют, очевидно, локальную амплитуду и начальную фазу колебательного процесса в произвольном сечении  $x = \text{const}$ , а волновые числа  $k$  удовлетворяют следующему тригонометрическому уравнению:

$$\sin(k L) = 0.$$

Физический смысл имеют только положительные корни этого уравнения, которые образуют бесконечное счетное множество действительных чисел, кратных  $\pi$ :

$$k L = m \pi,$$

где  $m$  — натуральное число. С их помощью и с помощью дисперсионного уравнения (2) можно легко установить, как связана скорость звука  $c$  с  $m$ -й собственной (резонансной) частотой  $f_m$ , ее номером  $m$  и длиной резонатора  $L$ :

$$c \approx 2 f_m L / m . \quad (5)$$

Так же, как и в решении для свободного гармонического осциллятора константа  $A$  остается неопределенной.

Требуя отсутствия возмущений давления на открытом и равенства нулю скорости газа на закрытом конце для полукрытого резонатора, изображенного на рис. 1б, приходим к следующим результатам:

$$\Delta p(x, t) = -2 A \sin(k x) \cdot \cos(\omega t) = A_p^-(x) \cdot \cos(\omega t) , \quad (6a)$$

$$u(x, t) = (2 A / \rho c) \cos(k x) \cdot \sin(\omega t) = A_u^-(x) \cdot \sin(\omega t) , \quad (6б)$$

$$c \approx 2 f_m L / (m + 0.5) , \quad (7)$$

где  $m$  — целое положительное число или 0. Графики распределений  $A_p^+(x) = 2 A \cos(k x)$ ,  $A_u^+(x) = -(2 A / \rho c) \times \sin(k x)$ ,  $A_p^-(x) = -2 A \sin(k x)$  и  $A_u^-(x) = (2 A / \rho c) \cos(k x)$  для первых двух нижних собственных частот показаны в нижней части рис. 1 под схемами соответствующих резонаторов.

Соотношения (4) и (6) описывают стоячие волны, которые возникают в результате сложения (интерференции) бегущих встречных волн одинаковой амплитуды и частоты. В экспериментальной установке такие волны образуются вследствие многократных отражений от торцов трубы и усиления возмущений, создаваемых телефоном. Причем для того, чтобы такое усиление происходило, должны выполняться определенные условия. В закрытых резонаторах, как это следует из приведенных выше результатов, фазы встречных волн должны отличаться на число, кратное  $2\pi$ , а в полукрытых резонаторах типа показанного на рис. 1б — на нечетное число  $\pi$ . Равенства (5) и (7) показывают, что такие фазовые соотношения реализуются в зависимости от условий на торцах и от длин резонаторов только при строго определенных значениях частоты волн.

Стоячие волны в отличие от бегущих волн не переносят импульс и энергию. В них происходит периодический процесс преобразования одного вида энергии в другой. Например, запасаемая при адиабатическом сжатии газа энергия преобразуется в кинетическую энергию его поступательного движения и наоборот. Это можно легко установить с помощью выражений для  $\Delta p$  и  $u$  в (4) и (6). Видно, что в каждом сечении  $x = \text{const}$  колебания скорости отстают или опережают по времени колебания давления на четверть периода, а по фазе соответственно на  $\pi/2$ . Абсолютная величина возмущений давления в каждом сечении достигает своего максимального значения в тот момент времени, когда поступательная скорость газа  $u = 0$  и наоборот. Амплитуды колебаний давления и скорости распределены вдоль оси резонатора по гармоническому закону, причем эти распределения смещены относительно друг друга на четверть длины волны: узлу стоячей волны давления соответствует пучность волны скорости и наоборот (см. графики на рис. 1).

Построенная выше теоретическая картина физических процессов внутри резонаторов лишь фрагментарно воспроизводит реальную, т. к. не учитывает влияние многих важных факторов. Поэтому в дальнейшем для упрощения изложения заполненные газом осесимметричные полости, собственные частоты которых удовлетворяют уравнениям (5) или (7), будут именоваться *идеальными акустическими резонаторами*, а соответствующие математические результаты — *теорией идеального акустического резонатора*. Наиболее существенные отличия в поведении акустических мод реальных и идеальных резонаторов обычно бывают связаны с потерями энергии звуковых волн и с технологическими причинами. Здесь нет возможности перечислить и проанализировать их все. Такой анализ увел бы далеко в сторону от решения основной задачи. Поэтому рассмотрим кратко только некоторые из них.

Как известно, любой газ в нормальных или близких к ним условиях, вопреки использованному в теории идеального акустического резонатора предположению, обладает вязкостью и теплопроводностью. В теории показано, что такой газ поглощает звук, причем величина коэффициента поглощения звука в неограниченном пространстве пропорциональна квадрату частоты волны. Кроме того, вязкое вещество обладает свойством «налипать»

на поверхность твердого тела. Это означает, что относительная скорость газа или жидкости на твердом теле должна обращаться в ноль. По этой причине вблизи твердых границ всегда образуются слои, в которых амплитуда колебательной скорости газа или жидкости по мере приближения к стенке уменьшается до нуля. Внутри их вследствие вязкого трения происходит диссипация энергии звуковых волн. Толщина  $\delta$  этих слоев зависит от частоты звука и физических параметров среды и может быть оценена по формуле

$$\delta(\omega) = \sqrt{\eta/2\rho\omega},$$

где  $\eta$  — коэффициент вязкости газа. Следовательно, всякое колебательное движение среды в замкнутой полости, строго говоря, не может быть одномерным, и соответственно бегущая акустическая волна не может быть плоской. Колебательное движение может лишь приближенно рассматриваться как одномерное при условии, что толщина таких слоев относительно мала. При этом, как показывается в учебниках по акустике, осредненная по площади поперечного сечения трубы скорость звука  $c'$  зависит от его частоты и в главном приближении может быть вычислена с использованием следующей формулы:

$$c'(\omega) \approx c(1 - 2\delta/D),$$

где  $\delta$  определяется приведенным выше выражением. Из двух последних формул непосредственно видно, что чем меньше внутренний диаметр трубы  $D$  и ниже частота звука, тем значительнее влияние эффектов вязкости газа. Поэтому, казалось бы, выгоднее использовать высокие частоты. Однако при больших частотах ( $f > 10^2$  кГц), как указывалось выше, становится существенным поглощение звука во всем объеме газа. Но на много раньше теряют свою эффективность используемые в установке средства возбуждения и регистрации звуковых колебаний.

Потери энергии звуковых колебаний в установках происходят также и по другим причинам. Но независимо от вызывающих их



причин они отражаются прежде всего на поведении спектров собственных частот резонаторов (см. рис. 2).

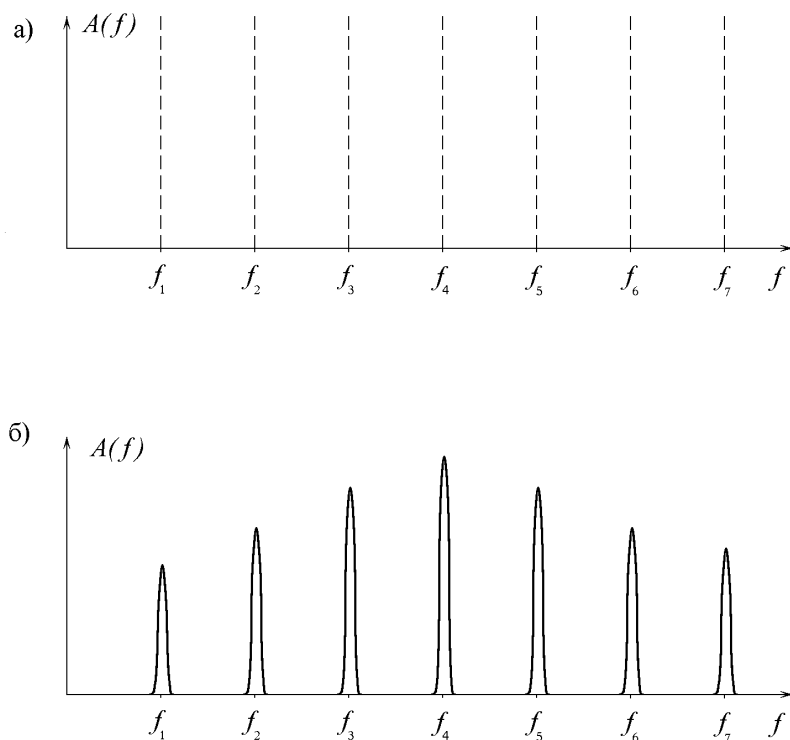


Рис. 2. Зависимость амплитуды вынужденных звуковых колебаний от частоты источника возмущений: а) в идеальном резонаторе ( $A(f_n) \rightarrow \infty$ ); б) в реальном резонаторе

Подобно гармоническому осциллятору с затуханием реальный резонатор «откликается» на внешние воздействия не на строго определенных частотах, как предсказывает теория идеального акустического резонатора, а в некоторой полосе частот, ширина которой зависит от величины коэффициента поглощения звука. Чем интенсивнее поглощение, тем шире соответствующая полоса и тем труднее в эксперименте определить ее центр. Так же, как и у осциллятора с затуханием, вследствие энергетических потерь амплитуды вынужденных звуковых колебаний в реальном резонаторе

всегда конечны (теория идеального акустического резонатора не накладывает каких-либо ограничений на амплитуду вынужденных звуковых колебаний). Причем на их максимальные значения непосредственно влияет интенсивность потерь акустической энергии.

Еще одна группа причин, вызывающих отклонения экспериментальных результатов от теоретических прогнозов, имеет техническое и/или технологическое происхождение. Используемые выше в теоретических построениях схемы идеальных акустических резонаторов (рис. 1) обеспечивают наиболее простой вид математических решений. Однако такие резонаторы не пригодны для непосредственного использования в конструкции экспериментальной установки. Прежде всего, в них отсутствуют средства возбуждения и регистрации звуковых колебаний. Для установки последних внутри рабочей полости резонатора необходимо предусмотреть специальные гнезда или ниши, а для подвода к ним электрических проводов в стенках конструкции должны быть просверлены соответствующие каналы. Более того, в состав описываемой ниже установки входят труба с подогревом и труба переменной длины. В первой, очевидно, необходимо поместить средства контроля температуры исследуемого газа (термопару), а также предусмотреть меры по защите возбуждающих и принимающих звук устройств от больших тепловых потоков. В другой рабочая полость в принципе не может иметь постоянного сечения, т. к. одна секция трубы вставляется в другую, а для продувки ее исследуемыми газами обе секции снабжены штуцерами. Из сказанного вытекает, что по техническим причинам весьма сложно создать экспериментальные установки с такой простой геометрией рабочих полостей, как показано на рис. 1. Все дополнительные объемы и каналы, связанные с необходимостью размещения соответствующего оборудования, в той или иной степени искажают картину звуковых колебаний внутри установки. Они действуют так же, как паразитные омические сопротивления, индуктивности и емкости влияют на характеристики электрических колебательных контуров: изменяют резонансные частоты и увеличивают потери энергии. Поэтому при проектировании подобных установок одной из важнейших является задача уменьшения за счет конструктивных мер нежелательного влияния таких каналов и ниш. Наконец, существуют определенные связи между акустико-механическими свойствами передающих и

принимающих сигналы устройств и картиной звуковых колебаний в резонаторе. По техническим причинам не всегда возможна оптимизация таких связей.

Приведенный неполный перечень факторов, способных оказать заметное влияние на параметры звуковых колебаний в экспериментальной установке, показывает, насколько сложна реальная картина происходящих в ней физических процессов. По разным причинам не все из них удастся описать математическими методами. Поэтому заведомая неточность используемых в работе соотношений может быть частично компенсирована только максимальной тщательностью измерений. Специально выполненные в лаборатории исследования показали, что используемая в работе экспериментальная методика, несмотря на техническое несовершенство конструкций установок и приближенный характер рабочих формул, при надлежащей аккуратности измерений позволяет определять отношение теплоемкостей с относительной погрешностью, не превышающей 3...5% табличного значения величины.

**Некоторые особенности спектров вращательно-колебательной энергии молекул  $\text{CO}_2$ .** Одной из основных задач данной работы является определение отношения  $C_p/C_v$  для углекислого газа. Она имеет целью продемонстрировать ограниченность известной в классической термодинамике теоремы о равномерном распределении кинетической энергии по степеням свободы. Углекислый газ в силу его доступности и наличия у него необходимых для такой цели качеств позволяет это сделать без использования специального и дорогого экспериментального оборудования.

Молекула углекислого газа состоит из трех атомов: двух атомов кислорода и одного атома углерода. Все атомы располагаются вдоль одной прямой, причем атом углерода находится в центре молекулы. С такой конфигурацией молекулы  $\text{CO}_2$  связаны некоторые уникальные термодинамические и спектроскопические свойства газа, нашедшие практическое применение, прежде всего в лазерной технике. Здесь будут кратко описаны лишь те, что имеют непосредственное отношение к целям работы.

Поскольку молекула  $\text{CO}_2$  линейная, то у нее имеются три поступательные и две вращательные степени свободы, т. е. столько

же, сколько и у молекул основных компонентов воздуха: у азота ( $N_2$ ) и кислорода ( $O_2$ ). В полном соответствии с выводами классической теории теплоемкостей табличное значение отношения  $C_p/C_v$  для воздуха в лаборатории приблизительно равно 1.4. Однако для углекислого газа при тех же условиях оно примерно на 0.1 меньше. Классическая термодинамика не может удовлетворительно объяснить этот факт. Решение проблемы возможно только с учетом законов квантовой механики, которые справедливы в микромире и которым, в частности, подчиняется колебательное движение атомов в молекуле.

Экспериментальными и теоретическими исследованиями установлено, что в отличие от классического осциллятора энергия колебательного движения в атомно-молекулярных системах принимает строго определенные значения, или, как говорят, квантуется. У некоторых многоатомных газов величина кванта колебательной энергии настолько велика, что вклад колебательных степеней свободы молекул в величину теплоемкости при нормальных температурах экспериментальными методами не обнаруживается. При невысоких по сравнению с энергией кванта колебательной энергии температурах движение атомов в молекуле может быть описано с достаточной для прикладных целей точностью в рамках модели гармонического осциллятора. Собственные значения энергии квантового невырожденного осциллятора могут быть определены с помощью следующей формулы:

$$E_n = h\nu \left( n + \frac{1}{2} \right),$$

где  $\nu$  — частота осциллятора,  $h$  — постоянная Планка,  $n$  — квантовое колебательное число:  $n = 0, 1, 2, \dots$ . У многоатомных газов количество колебательных степеней свободы определяется количеством атомов в молекуле. Причем в приближении гармонического осциллятора каждое колебательное движение рассматривается независимо от других. Если какая-либо колебательная степень свободы молекулы оказывается  $r$  раз вырожденной (обычно вырождение связано с наличием каких-либо симметрий в структуре молекулы — в более совершенных математических моделях оно снимается), то каждый энергетический

уровень такого осциллятора с квантовым колебательным числом  $n$  имеет статистический вес  $g_n$ , равный

$$g_n = \frac{(n+r-1)!}{(r-1)!n!}, \quad (8)$$

а его энергия определяется по формуле

$$E_n = h\nu \left( n + \frac{r}{2} \right). \quad (9)$$

В соответствии с количеством атомов и их взаимным расположением в молекулах  $\text{CO}_2$  могут возбуждаться три типа (моды) колебательных движений ее составляющих. К первому относят симметричные колебания крайних атомов кислорода вдоль межъядерной оси молекулы (рис. 3). Эти колебания называются симметричной растягивающей модой. Их частота  $\nu_1 \approx 4.1649 \cdot 10^{13}$  Гц, а соответствующая характеристическая колебательная температура равна  $\theta_1 = h\nu_1/k \approx 2000$  К. Ко второй колебательной моде относят изгибные или деформационные колебания. Их основная частота  $\nu_2 \approx 2.0019 \cdot 10^{13}$  Гц ( $\theta_2 \approx 960$  К). В этом типе колебаний атомы движутся в одной и той же плоскости, проходящей через межъядерную ось молекулы, причем атомы кислорода — в одну сторону, а атом углерода — в противоположную. Поскольку такое

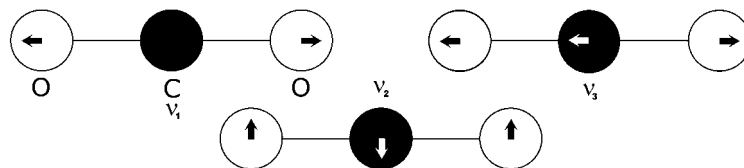


Рис. 3. Колебательные степени свободы молекулы  $\text{CO}_2$

движение может происходить одновременно в двух взаимно ортогональных плоскостях, то эта колебательная степень свободы молекулы в приближении гармонического осциллятора оказывается дважды вырожденной ( $r = 2$ ). Третьей колебательной степени свободы молекулы соответствует самая большая основная частота в ее колебательном спектре  $\nu_3 \approx 7.0479 \cdot 10^{13}$  Гц ( $\theta_3 \approx 3380$  К). Такие колебания называются асимметричной модой. Как и в первой моде, в ней атомы движутся вдоль межъядерной оси. Но в отличие от симметричной моды в этом процессе все атомы молекулы одновременно участвуют в движении относительно ее центра масс: причем если один атом кислорода и атом углерода смещаются в одну сторону, то второй атом кислорода — в противоположную (см. рис. 3).

В силу независимости в принятой модели каждого вида атомно-молекулярного движения: поступательного, вращательного и колебаний атомов в молекуле, равновесная функция распределения по энергиям для углекислого газа может быть представлена в виде произведения пяти сомножителей:

$$f(E) = f_M(v) \cdot f_{\text{вр}}(J) \cdot f_1(n_1) \cdot f_2(n_2) \cdot f_3(n_3),$$

где каждый отвечает за определенный тип движения:  $f_M(v)$  — функция распределения Максвелла по скоростям поступательного движения центров масс молекул,  $f_{\text{вр}}(J)$  — функция распределения Больцмана по вращательным энергиям молекулы,  $f_i(n_i)$  ( $i = 1, 2, 3$ ) — функция распределения Больцмана по энергиям соответствующей колебательной моды,

$$E \approx \frac{mv^2}{2} + B_{\text{вр}} J(J+1) + h\nu_1 \left( n_1 + \frac{1}{2} \right) + h\nu_2 (n_2 + 1) + h\nu_3 \left( n_3 + \frac{1}{2} \right)$$

— полная энергия молекулы,  $B_{\text{вр}}$  — вращательная константа,  $J$  — вращательное квантовое число. Как видно из приведенных выше спектроскопических данных, кванты колебательной энергии симметричной и асимметричной моды у  $\text{CO}_2$  относительно велики. Поэтому при комнатных температурах вкладом этих колебательных степеней свободы в теплоемкость газа можно пренебречь.

Проанализируем вклад деформационных колебаний в величину некоторых термодинамических параметров углекислого газа. С этой целью запишем в явном виде нормированную на единицу функцию распределения Больцмана по энергиям деформационной моды:

$$f_2(n_2) = (n_2 + 1) \cdot (1 - q_2)^2 \cdot q_2^{n_2},$$

где для упрощения записи было введено обозначение  $q_2 = \exp(-h\nu_2/kT)$ , а множитель  $n_2 + 1$  учитывает кратность вырождения (статистический вес) соответствующего уровня колебательной энергии. С помощью этой функции распределения обычной процедурой определим среднюю колебательную энергию одного моля молекул  $\text{CO}_2$ :

$$E_2 = N_A \cdot h\nu_2 \sum_{n_2=0}^{\infty} (n_2 + 1) f_2(n_2) = R\theta_2 (1 - q_2)^2 \times \\ \times \frac{d}{dq_2} \left[ q_2 \frac{d}{dq_2} \left( \sum_{n_2=0}^{\infty} q_2^{n_2+1} \right) \right] = R\theta_2 \cdot \text{cth} \left( \frac{\theta_2}{2T} \right),$$

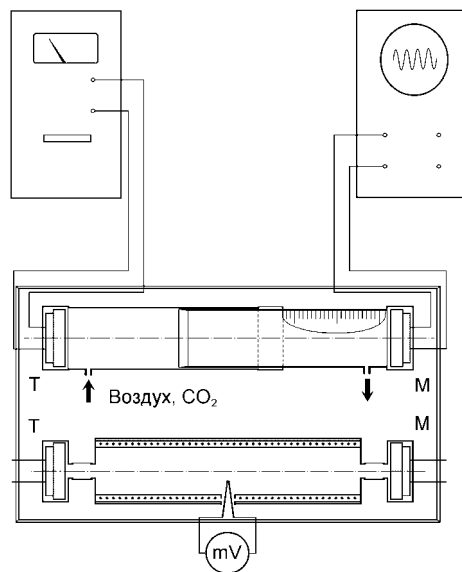
где для вычисления соответствующей суммы был применен метод дифференцирования по параметру,  $N_A$  — число Авогадро. Дифференцируя полученный результат по температуре, найдем вклад деформационных колебаний в величину молярной теплоемкости газа:

$$(C_{\text{vib}})_2 = \frac{dE_2}{dT} = 2R \left( \frac{\theta_2}{2T \text{sh}(\theta_2/2T)} \right)^2.$$

Из полученного выражения непосредственно видно, что только при очень высоких температурах ( $2T/\theta_2 \rightarrow \infty$ ) этот вклад в теплоемкость стремится к «классическому» пределу  $2R$ . Вычислениями находим, что при температуре газа  $T \approx 293 \text{ K}$   $(C_{\text{vib}})_2 \approx 0.876 R$ . Следовательно, предсказываемое теорией значение

отношения  $C_p/C_v$  для углекислого газа при этой температуре приблизительно равно  $C_p/C_v \approx (3.5 R + 0.876 R) / (2.5 R + 0.876 R) \approx 1.296$ . Найденная теоретическая величина отношения хорошо согласуется с ее табличным значением. Столь значительное влияние изгибных колебаний молекул  $\text{CO}_2$  на теплоемкость углекислого газа при комнатных температурах объясняется двумя причинами: во-первых, относительно низкой характеристической температурой и, во-вторых, вырождением этой колебательной степени свободы.

**Экспериментальная установка.** Экспериментальная установка



состоит из двух металлических труб — акустических резонаторов, установленных для удобства на общей платформе из текстолита (рис. 4). Звуковые колебания в обеих трубах возбуждаются телефонами, присоединяемыми с помощью проводов к генератору звуковых частот. Колебания газа внутри рабочей полости регистрируются микрофоном, сигнал от которого поступает на осциллограф. Раздвижная труба используется для определения отношения  $C_p/C_v$  для воздуха и углекислого газа при

комнатных температурах. Для этого обе части трубы, стационарная и подвижная, имеют штуцеры, через которые производится промывка рабочей полости исследуемым газом. Снаружи на подвижной части трубы нанесена миллиметровая шкала, позволяющая определять длину рабочей полости. Она может изменяться примерно от 75 до 105 см. Телефон и микрофон располагаются непосредственно в торцах рабочей полости, что необходимо учитывать при определении



акустических свойств резонатора. В процессе эксплуатации было установлено, что они удовлетворительно описываются приближенной формулой (7).

Необходимый для работы с раздвижной трубой воздух поступает непосредственно из атмосферы, а углекислый газ — по резиновому шлангу из емкости постоянного давления. Буферная емкость (газгольдер) по специальной магистрали наполняется перед началом работы от баллона, в котором углекислый газ хранится под высоким давлением. Постоянство давления газа в емкости обеспечивается перемещающимся по высоте внутри ее поршнем. Давление газа в таком газгольдере не превышает атмосферное более чем на 15–20%. Емкость снабжена счетчиком, показывающим объем находящегося в ней газа в литрах. Максимальное количество газа в емкости не должно превышать 55–60 л. Скорость течения газа во время проведения измерений регулируется имеющимся на емкости краном.

Труба с подогревом используется для определения отношения  $C_p/C_v$  для атмосферного воздуха в зависимости от его температуры. Подогрев производится с помощью нагреваемой переменным током спирали из тугоплавкой проволоки с большим удельным сопротивлением. Спираль уложена в пространстве между трубой и наружным теплоизолированным кожухом. Температура воздуха внутри рабочей полости трубы определяется с помощью хромель-алюмелевой термопары, которая вводится внутрь через специальный канал в стенке трубы и закрепляется снаружи на ее кожухе с помощью накидной гайки. Для регистрации показаний термопары используется потенциометр или цифровой милливольтметр. Формулы для перевода их показаний на соответствующую шкалу температур приведены на каждой установке. Для защиты от тепловых потоков телефон и микрофон помещены в отдельные стальные корпуса, на крышках которых имеются короткие узкие каналы, через которые телефон и микрофон с помощью трубочек из вакуумной резины сообщаются с рабочей полостью трубы. Каждый такой корпус с помощью цапф удерживается в специальной вилке. Вилки с корпусами устанавливаются вертикально в специальные основания и могут с помощью прижимных винтов регулироваться по высоте и направлению. Основания для вилок закреплены на платформе

установки около торцов трубы с подогревом (рис. 4). Резонансные частоты такой трубы удовлетворяют приближенной формуле (5).

### ЗАДАНИЕ

1. Первая серия измерений производится на раздвижной трубе сначала с воздухом, а затем с углекислым газом. Чтобы избавиться от углекислого газа, остающегося внутри от предыдущих занятий в лаборатории, трубу следует несколько раз прокачать и установить подвижную часть на нулевую отметку. Затем собирается электрическая схема установки. Раздвижная труба с помощью имеющихся у нее выводов присоединяется с одной стороны к звуковому генератору, а с другой — к осциллографу. Установку необходимо также заземлить на клемму лабораторного щитка, помеченную «0». Собранный схему покажите для проверки дежурному лаборанту или ведущему занятию преподавателю. Получив разрешение на продолжение работы, включите звуковой генератор и осциллограф. После того как приборы прогреются, на звуковом генераторе установите шкалу напряжения на 1 или 3 В. Проверьте, правильно ли установлен нуль шкалы частот звукового генератора. Если необходимо, используя лимбы «Частота» и «Расстройка» и с помощью ручки «Установка нуля» установите нуль шкалы частот генератора. На осциллографе установите максимальный коэффициент усиления сигнала и, используя развертку по оси «х», настройте его на нужный диапазон частот. При этом на экране осциллографа должна наблюдаться неискаженная синусоида. Изменяя частоту звукового генератора, убедитесь в том, что регистрируемый сигнал не искажается во всем рабочем диапазоне частот (до 2 кГц), или отметьте для себя участки, на которых в дальнейшем потребуются перенастройка осциллографа. После чего развертку по «х» выключите. Для фиксированных удлинений трубы  $\Delta l = 0, 10, 20$  и 30 см в диапазоне до 2 кГц определите резонансные частоты для каждого исследуемого газа. При этом измерения с воздухом следует производить, увеличивая длину трубы, а с углекислым газом — только уменьшая. Результаты запишите в таблицу. Определите и запишите в лабораторную тетрадь температуру воздуха в лаборатории. По окончании работы кран на газгольдере с углекислым газом следует закрыть, а все приборы

обесточить. Затем вместо раздвижной трубы к звуковому генератору и осциллографу подсоедините трубу с подогревом и снова проверьте настройку осциллографа во всем диапазоне рабочих частот (до 2 кГц).

2. Измерения на трубе с подогревом производятся при комнатной температуре и температурах воздуха в трубе, равных  $50^{\circ}\text{C}$ ,  $80^{\circ}\text{C}$  и  $95^{\circ}\text{C}$  (что приблизительно соответствует выходным напряжениям на термопаре 2, 4 и 5 мВ). Измерения выполняются как при нагревании (на время измерений подогрев отключается), так и при остывании трубы. Так как установка обладает тепловой инерцией, то и при нагревании, и при остывании процесс измерений следует начинать, не доходя 0.25 мВ до нужного значения разности потенциалов на спаях термопары (например, с 1.75 мВ для  $T = 50^{\circ}\text{C}$ , если труба нагревается). При обработке результатов необходимо использовать среднеарифметические значения соответствующих резонансных частот. Измерения проводятся в диапазоне до 2 кГц. Длина внутренней полости трубы равна приблизительно 0.7 м.

**Обработка результатов измерений.** Обработка результатов измерений производится практически по одинаковой схеме для обеих труб установки. Отличие состоит лишь в том, что для раздвижной трубы за основу берется рабочая формула (7), а для трубы с подогревом — (5). Сначала для каждой измеренной резонансной частоты  $f_m$  рассчитывается безразмерная величина:

$$z_m = \frac{2 f_m L}{c},$$

где скорость звука в воздухе может быть вычислена с помощью приближенной формулы:

$$c \approx 20.05\sqrt{T}, \text{ м/с.}$$

Для определения теоретического значения скорости звука в углекислом газе следует использовать формулу (1). Теоретическая величина отношения теплоемкостей  $\gamma_T$  рассчитывается с учетом

вклада деформационных колебаний в молекулах  $\text{CO}_2$ . Для этой цели следует использовать приведенные выше формулы и молекулярный вес газа  $\mu \approx 0.044$  кг/моль.

Найденные таким образом значения  $z_m$  округляются по обычным правилам до целого значения  $y_m = m$  в случае трубы с подогревом и до ближайшего полуцелого значения  $y_m = m + 0.5$  – для раздвижной трубы. При этом если модуль разности  $|z_m - y_m| > 0.15$ , то соответствующие результаты исключаются из дальнейшего анализа. Например, пусть для раздвижной трубы по неизвестным причинам было получено  $z_m \approx 2.78\dots$ . Следовательно,  $y_m = 2.5$  и  $|z_m - y_m| \approx 0.28 > 0.15$ . Поэтому этот результат следует исключить. Отобранные указанным способом результаты используются затем для построения методом наименьших квадратов линейных безразмерных зависимостей  $y_m = a \cdot z_m + b$  для каждой длины раздвижной трубы и каждой температуры воздуха в трубе с подогревом отдельно. После чего результаты, полученные на раздвижной трубе для каждого газа отдельно, а на трубе с подогревом — для всех температур воздуха, объединяются, и строятся три обобщающие линейные зависимости  $y_m = a \cdot z_m + b$ : для раздвижной трубы, заполненной воздухом, для раздвижной трубы, заполненной углекислым газом и для трубы с подогревом. Измеренное отношение теплоемкостей  $\gamma$  во всех случаях определяется как частное от деления теоретического значения  $\gamma_T$  на квадрат соответствующего углового коэффициента  $a$ :  $\gamma \approx \gamma_T / a^2$ . Для вычисления абсолютной величины случайной погрешности  $\sigma_\gamma$  используется соответствующая погрешность определения коэффициента  $a$ :  $\sigma_\gamma \approx 2\gamma \sigma_a$ . Формулу для определения  $\sigma_a$  можно найти, например, в [1].

Примечание. Обработку результатов данной работы можно произвести с помощью имеющегося в лаборатории персонального компьютера (ПК). Тексты соответствующих программ на Си приведены ниже в приложениях 1 и 2. Для того чтобы обработать результаты на ПК, необходимо войти в соответствующую директорию на жестком диске и клавишей “ENTER” запустить файл “ZP\_122.EXE”. После этого в

соответствии с появляющимися на экране ПК указаниями последовательно введите с клавиатуры соответствующие данные. По окончании работы программа сформирует в той же директории текстовый файл **"DATA122.DAT"**, в который можно войти (клавиша **F4**) и, если необходимо, произвести исправления, не нарушая при этом расположения и форматов записанных в него чисел (выход из файла с сохранением исправлений — клавиши **F2** и **F10**). Убедившись, что все данные записаны правильно, запустите файл **"RSL\_122.EXE"**. Эта программа выполняет обработку записанных в файл **"DATA122.DAT"** результатов измерений, а результаты обработки записывает в текстовый файл **"RSLT\_122.DAT"**. Данные из этого файла можно переписать в заранее заготовленные таблицы в лабораторной тетради или скопировать сам файл на дискету для последующей обработки.

**Приложение 1. Программа на Си<sup>3</sup> для записи в текстовый файл "DATA122.DAT" результатов измерений.**

```
#include <fstream.h>
#include <conio.h>
#include <string.h>
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
/*-----*/
void vordnl(int k, char st[ ]);
main(){
int Nmb_L, Nmb_T, i, j, k, l, N[15], freq[7][15];
float T_r, T[7], D_L[7];
char str[80], st1[80];
strcpy(st1, "begin");
printf(" INPUT OF EXPERIMENTAL DATA FOR THE EXTENSION-TUBE
FILLED WITH AIR:\n");
printf("\n Enter the room temperature (in K), T_r = ");
scanf("%f",&T_r);
printf("\n You have entered the room temperature: T_r = %5.1f K\n",T_r);
printf("\n Enter the number of the tube lengthenings: Nmb_L = ");
scanf("%d",&Nmb_L);
printf("\n You have entered: Nmb_L = %d", Nmb_L);
for(k=0;k<Nmb_L;k++){l=k+1;
```

---

<sup>3</sup> Для увеличения плотности заполнения страниц представленные ниже тексты программ были подвергнуты значительному сжатию. В результате чего во многих строках оказалось по несколько операторов, что обычно не характерно для синтаксиса программ на Си.

```

strcpy(str, " tube lengthening (in m): D_L =");vordnl(k, st1);
printf("\n\n Enter %d%s%s", l, st1, str);
scanf("%f",&D_L[k]);strcpy(str, " tube lengthening: D_L =");
printf("\n You have entered %d%s%s%4.2f m\n",l, st1, str, D_L[k]);
strcpy(str, " lengthening: N =");
printf("\n Enter the number of mesuared frequencies N for %d%s%s",l, st1, str);
scanf("%d",&N[k]);
printf("\n\n You have entered for %d%s%s %d\n",l, st1, str, N[k]);
strcpy(str, " frequency: freq[");
for(i=0;i<N[k];i++){j=i+1;vordnl(i, st1);
printf("\n Enter the %d%s%s%d][%d] = ", j, st1, str, k, i);
scanf("%d",&freq[k][i]);
printf("\n You have entered %d%s%s%d][%d] = %d\n", j, st1, str, k,
i,freq[k][i]);};}
/*=====*/
FILE *fp;if((fp = fopen("data122.dat","w")) == NULL)
{printf(" Unable to open file \"data122.dat\". Press any key to exit.\n");
getch(); exit(0); }
printf("\n The file \"data122.dat\" was successfully open.\n");
/*=====*/
strcpy(str, " EXPERIMENTAL_DATA_FOR_THE_EXTENSION-
TUBE_FILLED_WITH_AIR:");
fprintf(fp,"%s\n",str);strcpy(str, " The_room_temperature:_T_r=");
fprintf(fp,"%s %5.1f",str,T_r);
strcpy(str, " The_number_of_mesuared_tube_lengtheniges:_Nmb_L=");
fprintf(fp,"%s %d",str,Nmb_L);strcpy(str, " tube_lengthening:_D_L=");
for(k=0;k<Nmb_L;k++){l=k+1;vordnl(k, st1);
fprintf(fp,"%s\n %d%s%s %4.2f", l, st1, str, D_L[k]);
strcpy(st1, " The_number_of_mesuared_frequencies:_N=");
fprintf(fp,"%s %d", st1, N[k]);
for(i=0;i<N[k];i++){ j=i+1; fprintf(fp, "%3d%5d", j, freq[k][i]);} }
printf("\n INPUT OF EXPERIMENTAL DATA FOR THE EXTENSION-TUBE
FILLED WITH AIR\n");
printf("\n
IS COMPLETED!\n");
printf("\n
Press any key to continue.\n"); getch();
/*=====*/
printf("\n INPUT OF EXPERIMENTAL DATA FOR THE EXTENSION-TUBE
FILLED WITH CARBONIC GAS:\n");
printf("\n Enter the number of the tube lengtheniges: Nmb_L = ");
scanf("%d",&Nmb_L); printf("\n You have entered: Nmb_L = %d", Nmb_L);
for(k=0;k<Nmb_L;k++){l=k+1;
strcpy(str, " tube lengthening (in m): D_L =");vordnl(k, st1);

```

```

printf("\n\n Enter %d%s%s", l, st1, str);scanf("%f",&D_L[k]);
strcpy(str," tube have have entered %d%s%s%4.2f m\n",l, st1, str, D_L[k]);
strcpy(str," lengthening: N =");
printf("\n Enter the number of mesured frequencies N for %d%s%s",l, st1, str);
scanf("%d",&N[k]);
strcpy(str," tube lengthening: N =");
printf("\n\n You have entered for %d%s%s %d\n",l, st1, str, N[k]);
strcpy(str," frequency: freq[");
for(i=0;i<N[k];i++){j=i+1; vordnl(i, st1);
printf("\n Enter the %d%s%s%d][%d] = ", j, st1, str, k, i);
scanf("%d",&freq[k][i]);
printf("\n You have entered %d%s%s%d][%d] = %d\n", j, st1, str, k,
i,freq[k][i]);}; }
/*-----*/
strcpy(str," EXPERIMENTAL DATA FOR THE EXTENSION-
TUBE FILLED WITH CARBONIC GAS:");
fprintf(fp, "\n\n%s\n",str);
strcpy(str," The_room_temperature:_T_r=");
fprintf(fp, "\n%s %5.1f",str,T_r);
strcpy(str," The_number_of_mesured_tube_lengthenings:_Nmb_L=");
fprintf(fp, "\n%s %d",str,Nmb_L);
strcpy(str," _tube_lengthening:_D_L=");
for(k=0;k<Nmb_L;k++){l=k+1; vordnl(k, st1);
fprintf(fp, "\n\n %d%s%s %4.2f", l, st1, str, D_L[k]);
strcpy(st1," The_number_of_mesured_frequencies:_N=");
fprintf(fp, "\n%s %d", st1, N[k]);
for(i=0;i<N[k];i++){ j=i+1; fprintf(fp, "\n%3d%5d", j, freq[k][i]);} }
printf("\n INPUT OF EXPERIMENTAL DATA FOR THE EXTENSION-TUBE
FILLED WITH CARBONIC GAS\n");
printf("\n
IS COMPLETED!\n");
printf("\n
Press any key to continue.\n"); getch();
/*=====*/
printf("\n INPUT OF EXPERIMENTAL DATA FOR THE TUBE WITH
HEATING\n");
printf("\n Enter the number of mesured temperatures: Nmb_T = ");
scanf("%d",&Nmb_T);
printf("\n You have entered: Nmb_T = %d", Nmb_T);
for(k=0;k<Nmb_T;k++){l=k+1;strcpy(str," temperature (in K): T = ");
vordnl(k, st1); printf("\n\n Enter %d%s%s", l, st1, str);
scanf("%f",&T[k]); strcpy(str," temperature: T = ");
printf("\n You have entered %d%s%s%5.1f K\n",l, st1, str, T[k]);
strcpy(str," temperature: N = ");

```

```

printf("\n Enter the number of mesuared frequencies N for %d%s%s",l, st1, str);
scanf("%d",&N[k]);
printf("\n\n You have entered for %d%s%s %d\n",l, st1, str, N[k]);
strcpy(str, " frequency: freq[");
for(i=0;i<N[k];i++){j=i+1;vordnl(i, st1);
printf("\n Enter the %d%s%s%d][%d] = ", j, st1, str, k, i);
scanf("%d",&freq[k][i]);
printf("\n You have entered %d%s%s%d][%d] = %d\n", j, st1, str, k,
i,freq[k][i]);}; }
/*-----*/
strcpy(str, " EXPERIMENTAL_DATA_FOR_THE_TUBE_WITH_HEATING");
fprintf(fp, "\n\n%s\n",str);
strcpy(str, " The_number_of_mesuared_temperatures: _Nmb_T=");
fprintf(fp, "\n%s %d",str,Nmb_T); strcpy(str, "_temperature: _T=");
for(k=0;k<Nmb_L;k++){l=k+1;vordnl(k, st1);
fprintf(fp, "\n\n %d%s%s %5.1f", l, st1, str, T[k]);
strcpy(st1, " The_number_of_mesuared_frequencies: _N=");
fprintf(fp, "\n%s %d", st1, N[k]);
for(i=0;i<N[k];i++){ j=i+1; fprintf(fp, "\n%3d%5d", j, freq[k][i]);} }
fclose(fp);
printf("\n INPUT is completed. Press any key to exit."); getch();
return 0; }
void vordnl(int k, char st[]){
switch(k){
case 0:
strcpy(st,"st");
break;
case 1:
strcpy(st,"nd");
break;
case 2:
strcpy(st,"rd");
break;
default:
strcpy(st,"th"); }; }

```

**Приложение 2. Программа на Си для автоматической обработки с помощью ПК результатов измерений, записанных предварительно в текстовый файл «DATA\_122.DAT». Результаты обработки записываются в текстовый файл "RSLT\_122.DAT".**



```

#include <fstream.h>
#include <conio.h>
#include <string.h>
#include <math.h>
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
void vordnl(int k, char st[]);
double approx(double x[],double y[],int *N, double *b, double *d_a, double
*d_b); double approx_L(double x[], double y[],int *N, double *b, double *d_a,
double *d_b);double approx_H(double x[], double y[], int *N,double *b,
double *d_a, double *d_b);
/*=====*/
main(){
int Nmb_L[2], Nmb_T, i, j, k, l, m, N[3][15], freq[3][10][15], N_t, N_i;
float D_L[2][10], Tmp[10], T_r;
char str[80], stl[80];
double mn_0,mn,rel,gam0,gam,d_gam,C_vib,z[15],y[15],Z_t[60],y_t[60];
double a,b,t,d_a,d_b;
FILE *fp, *fp1;
if((fp = fopen("data122.dat","r")) == NULL)
{printf("\n Unable to open file \"data.dat\". Press any key to exit.\n");
getch(); exit(1); }
printf("\n File \"data122.dat\" was successfully open\n");
for(m=0;m<3;m++){
switch(m){
case 0:
fscanf(fp, "%s\n", &str);
fscanf(fp, "\n %s %f", &str, &T_r);
fscanf(fp, "\n %s %d", &str, &Nmb_L[m]);
if(Nmb_L[m]>7){fclose(fp);goto ext;}
for(k=0;k<Nmb_L[m];k++){
fscanf(fp, "\n\n %d%s %f", &l, &str, &D_L[m][k]);
fscanf(fp, "\n%s %d", &str, &N[m][k]);
if(N[m][k]>15){fclose(fp);goto ext;}
for(i=0;i<N[m][k];i++){
fscanf(fp, "\n %d %d", &j, &freq[m][k][i]); } }
break;
case 1:
fscanf(fp, "\n\n %s\n", &str);
fscanf(fp, "\n %s %f", &str, &T_r);
fscanf(fp, "\n %s %d", &str, &Nmb_L[m]);
if(Nmb_L[m]>7){fclose(fp);goto ext;}

```

```

for(k=0;k<Nmb_L[m];k++){
fscanf(fp,"\\n\\n %d%s %f", &l, &str, &D_L[m][k]);
fscanf(fp,"\\n%s %d", &str, &N[m][k]);
if(N[m][k]>15){fclose(fp);goto ext;}
    for(i=0;i<N[m][k];i++){
        fscanf(fp, "\\n %d %d", &j, &freq[m][k][i]);    } }
break;
case 2:
fscanf(fp,"\\n\\n%s\\n", &str);
fscanf(fp,"%s %d", &str, &Nmb_T);
if(Nmb_T>10){fclose(fp);goto ext;}
for(k=0;k<Nmb_T;k++){
fscanf(fp,"\\n\\n %d%s %f", &l, &str, &Tmp[k]);
fscanf(fp,"\\n%s %d", &str, &N[m][k]);
if(N[m][k]>15){fclose(fp);goto ext;}
    for(i=0;i<N[m][k];i++){
        fscanf(fp, "\\n %d %d", &j, &freq[m][k][i]);    } } } }
fclose(fp);
printf("\\n\\n Reading of file \\\"data122.dat\\\" is completed.\\n    Press any key to
continue."); getch();
/*=====*/
if((fp1 = fopen("rslt_122.dat","w")) == NULL)
{printf("\\n Unable to open the file \\\"rslt_122.dat\\\". Press any key to exit.\\n");
getch(); exit(1); }
printf("\\n File \\\"rslt_122.dat\\\" was succesfully open.\\n");
/*=====*/
b=0.;d_a=0.;d_b=0.;strcpy(st1, "first");
for(m=0;m<3;m++){N_t=0;
switch(m){
case 0:
/*----- A I R -----*/
strcpy(str, " DATA AND RESULTS FOR THE EXTENSION-TUBE FILLED
WITH AIR.");
fprintf(fp1,"%s\\n",str);
strcpy(str, " The room temperature: T_r=");
fprintf(fp1,"\\n%s %5.1f",str,T_r);
strcpy(str, " The number of measured tube lengthenings: Nmb_L=");
fprintf(fp1,"\\n%s %d",str,Nmb_L[m]);
mn_0=2.0/20.0/sqrt(T_r);
for(k=0;k<Nmb_L[m];k++){l=k+1;mn=(0.76+D_L[m][k])*mn_0;
vordnl(k, st1);strcpy(str, " tube lengthening: D_L=");strcat(st1, str);
fprintf(fp1,"\\n\\n %d%s %5.2f m", l, st1, D_L[m][k]);

```

```

strcpy(str," The number of measured frequencies: N =");
fprintf(fp1,"\n%s %d", str, N[m][k]);
/*=====*/
    for(i=0;i<N[m][k];i++){z[i]=mn*freq[m][k][i];}
/*=====*/
strcpy(str," i f,Hz      z      y"); fprintf(fp1,"\n\n%s\n", str);
/*=====*/
    N_i=N[m][k]; a=approx_L(z, y, &N[m][k], &b ,&d_a, &d_b); j=0;
    for(i=0;i<N[m][k];i++){
        while(fabs(mn*freq[m][k][i+j]-z[i])>1.0e-6){
            strcpy(str," is omitted");
            fprintf(fp1,"\n%3d%5d%11.6f%s",i+j+1,freq[m][k][i+j],
mn*freq[m][k][i+j], str); j++; }
            Z_t[N_t+i]=z[i]; y_t[N_t+i]=y[i];
            fprintf(fp1,"\n%3d%5d%11.6f%11.6f",i+j+1,freq[m][k][i+j],z[i],y[i]); }
        for(i=(N[m][k]+j);i<N_i;i++){
            strcpy(str," is omitted");
            fprintf(fp1,"\n%3d%5d%11.6f%s",i+1,freq[m][k][i], mn*freq[m][k][i],str);}
/*=====*/
if(a!=0.0)gam=1.4/a/a; d_gam=2.8*d_a;fprintf(fp1, "\n a = %f b = %f", a, b);
fprintf(fp1, "\n d_a = %f d_b = %f", d_a, d_b);
fprintf(fp1, "\n gam = %f d_gam = %f", gam, d_gam);
N_t+=N[m][k];}
a=approx(Z_t, y_t, &N_t, &b ,&d_a, &d_b);
if(a!=0.0)gam=1.4/a/a;d_gam=2.8*d_a;
strcpy(str," Total results for air:");
fprintf(fp1,"\n\n%s\n", str);strcpy(str," i      z      y");
fprintf(fp1,"\n\n%s\n", str);
for(i=0;i<N_t;i++){ j=i+1;
    fprintf(fp1,"\n%3d%11.6f%11.6f",j,Z_t[i],y_t[i]); }
fprintf(fp1, "\n a = %f b = %f", a, b);
fprintf(fp1, "\n d_a = %f d_b = %f", d_a, d_b);
fprintf(fp1, "\n gam = %f d_gam = %f", gam, d_gam);
break;
case 1:
/*===== C O 2 =====*/
strcpy(str," DATA AND RESULTS FOR THE EXTENSION-TUBE FILLED
WITH CARBONIC GAS:");
fprintf(fp1,"\n\n%s\n",str);
strcpy(str," The number of measured tube lengthenings: Nmb_L =");
fprintf(fp1,"\n%s %d",str,Nmb_L[m]);rel=480.0/T_r;
t=rel/sinh(rel);C_vib=2.*t*t;gam0=(3.5+C_vib)/(2.5+C_vib);

```

```

mn_0=2.0/sqrt(gam0*188.9*T_r);
fprintf(fp1, "\n a = %f gam = %f C_vib = %f R", sqrt(gam0*188.9*T_r), gam0,
C_vib);
for(k=0;k<Nmb_L[m];k++){l=k+1;mn=(0.75+D_L[m][k])*mn_0;
vordnl(k, st1);strcpy(str, " tube lengthening: D_L =");
strcat(st1, str);fprintf(fp1, "\n\n %d%s %5.2f m", l, st1, D_L[m][k]);
strcpy(str, " The number of measured frequencies: N =");
fprintf(fp1, "\n%s %d", str, N[m][k]);
/*=====*/
for(i=0;i<N[m][k];i++){ j=i+1; z[i]=mn*freq[m][k][i]; }
/*=====*/
strcpy(str, " i f,Hz z y");fprintf(fp1, "\n\n%s\n", str);
/*=====*/
N_i=N[m][k]; a=approx_L(z, y, &N[m][k], &b, &d_a, &d_b); j=0;
for(i=0;i<N[m][k];i++){ while(fabs(mn*freq[m][k][i+j]-z[i])>1.0e-6){
strcpy(str, " is omitted");
fprintf(fp1, "\n%3d%5d%11.6f%s", i+j+1, freq[m][k][i+j], mn*freq[m][k][i+j],
str); j++; }
Z_t[N_t+i]=z[i]; y_t[N_t+i]=y[i];
fprintf(fp1, "\n%3d%5d%11.6f%11.6f", i+j+1, freq[m][k][i+j], z[i], y[i]); }
for(i=(N[m][k]+j);i<N_i;i++){strcpy(str, " is omitted");
fprintf(fp1, "\n%3d%5d%11.6f%s", i+1, freq[m][k][i], mn*freq[m][k][i], str); }
/*=====*/
if(a!=0.0)gam=gam0/a/a;d_gam=2*gam0*d_a;
fprintf(fp1, "\n a = %f b = %f", a, b);
fprintf(fp1, "\n d_a = %f d_b = %f", d_a, d_b);
fprintf(fp1, "\n gam = %f d_gam = %f", gam, d_gam);
N_t+=N[m][k]; }a=approx(Z_t, y_t, &N_t, &b, &d_a, &d_b);
if(a!=0.0)gam=gam0/a/a;d_gam=2*gam0*d_a;
strcpy(str, " Total results for carbonic gas:");
fprintf(fp1, "\n\n%s\n", str);strcpy(str, " i z y");
fprintf(fp1, "\n\n%s\n", str);
for(i=0;i<N_t;i++){j=i+1;
fprintf(fp1, "\n%3d%11.6f%11.6f", j, Z_t[i], y_t[i]); }
fprintf(fp1, "\n a = %f b = %f", a, b);
fprintf(fp1, "\n d_a = %f d_b = %f", d_a, d_b);
fprintf(fp1, "\n gam = %f d_gam = %f", gam, d_gam);
break;
case 2:
/*===== TUBE WITH HEATING =====*/
strcpy(str, " DATA AND RESULTS FOR THE TUBE WITH HEATING");
fprintf(fp1, "\n\n%s\n", str);

```

```

strcpy(str, " The number of measured temperatures: Nmb_T =");
fprintf(fp1, "\n%s %d", str, Nmb_T);
for(k=0; k<Nmb_T; k++){l=k+1; vordnl(k, st1);
strcpy(str, " temperature: T ="); strcat(st1, str);
fprintf(fp1, "\n\n %d%s %5.1f", l, st1, Tmp[k]);
strcpy(str, " The number of measured frequencies: N =");
fprintf(fp1, "\n%s %d", str, N[m][k]); mn=1.4/20.045/sqrt(Tmp[k]);
    for(i=0; i<N[m][k]; i++){j=i+1; z[i]=mn*freq[m][k][i]; }
/*=====*/
strcpy(str, " i f,Hz      z      y"); fprintf(fp1, "\n\n%s\n", str);
/*=====*/
    N_i=N[m][k]; a=approx_H(z, y, &N[m][k], &b, &d_a, &d_b); j=0;
    for(i=0; i<N[m][k]; i++){while(fabs(mn*freq[m][k][i+j]-z[i])>1.0e-6){
        strcpy(str, " is omitted");
        fprintf(fp1, "\n%3d%5d%11.6f%s", i+j+1, freq[m][k][i+j], mn*freq[m][k][i+j],
str);
        j++; } Z_t[N_t+i]=z[i]; y_t[N_t+i]=y[i];
        fprintf(fp1, "\n%3d%5d%11.6f%11.6f", i+j+1, freq[m][k][i+j], z[i], y[i]); }
    for(i=(N[m][k]+j); i<N_i; i++){strcpy(str, " is omitted");
        fprintf(fp1, "\n%3d%5d%11.6f%s", i+1, freq[m][k][i], mn*freq[m][k][i], str); }
/*=====*/
if(a!=0.0)gam=1.4/a/a; d_gam=2.8*d_a; fprintf(fp1, "\n a = %f b = %f", a, b);
fprintf(fp1, "\n d_a = %f d_b = %f", d_a, d_b);
fprintf(fp1, "\n gam = %f d_gam = %f", gam, d_gam);
N_t+=N[m][k]; } a=approx(Z_t, y_t, &N_t, &b, &d_a, &d_b);
if(a!=0.0)gam=1.4/a/a; d_gam=2.8*d_a;
strcpy(str, " Total results for tube with heating:");
fprintf(fp1, "\n\n%s\n", str); strcpy(str, " i      z      y");
fprintf(fp1, "\n\n%s\n", str);
for(i=0; i<N_t; i++){j=i+1; fprintf(fp1, "\n%3d%11.6f%11.6f", j, Z_t[i], y_t[i]); }
fprintf(fp1, "\n a = %f b = %f", a, b);
fprintf(fp1, "\n d_a = %f d_b = %f", d_a, d_b);
fprintf(fp1, "\n gam = %f d_gam = %f", gam, d_gam); } } ; fclose(fp1);
ext::; printf("\n Program terminated. Press any key to exit.");
getch(); exit(0); }
void vordnl(int k, char st[]){
switch(k){
case 0: strcpy(st, "st");
break;
case 1: strcpy(st, "nd");
break;
case 2: strcpy(st, "rd");

```

```

break;
default: strcpy(st,"th"); };}

```

```

double approx(double x[], double y[], int *N, double *b, double *d_a, double
*d_b){
double S1, S2, S3, S4, S5, a, res, D_x, D_y;
int i;
if(*N==0){
printf("\n Array z[i] is empty! N = %2d \n Press any key to continue.\n",*N);
getch();
*d_a=0.0;*d_b=0.0;return(0.0); }
if(*N==1){*b=0.0;*d_a=0.02;*d_b=0.0;return(1.0); }
S1=0.0; S2=0.0; S3=0.0; S4=0.0; S5=0.0;
for(i=0;i<*N;i++){S1+=x[i]; S2+=y[i]; S3+=x[i]*x[i]; S4+=x[i]*y[i];
S5+=y[i]*y[i];} S1/=(double)*N; S2/=(double)*N; S3/=(double)*N;
S4/=(double)*N; S5/=(double)*N; D_x=S3-S1*S1; D_y=S5-S2*S2;
a=(S4-S1*S2)/D_x; res=S2-a*S1;
*d_a=sqrt((D_y/D_x-a*a)/(double)*N); *d_b=(*d_a)*sqrt(D_x);
*b=res; return(a);}

```

```

double approx_L(double x[], double y[], int *N, double *b, double *d_a,
double *d_b){
double check, S1, S2, S3, S4, S5, intpart, frac, a, res, D_x, D_y;
int i, j, cnt;
cnt=*N; j=0; i=0;
while(i<cnt){check=x[i+j]; frac=modf(check,&intpart);
if((frac>=0.35)&&(frac<=0.65)){x[i]=check;
y[i]=intpart+0.5; i++;}
else{j++;cnt--;;} } *N=cnt;
if(cnt==0){
printf("\n Array z[i] is empty! n = %2d \n Press any key to continue.\n",cnt);
getch(); *d_a=0.0;*d_b=0.0;return(0.0);}
if(cnt==1){*b=0.0;*d_a=0.02;*d_b=0.0;return(1.0); }
S1=0.0;S2=0.0;S3=0.0;S4=0.0;S5=0.0;
for(i=0;i<cnt;i++){ S1+=x[i]; S2+=y[i]; S3+=x[i]*x[i]; S4+=x[i]*y[i];
S5+=y[i]*y[i];} S1/=(double)cnt; S2/=(double)cnt; S3/=(double)cnt;
S4/=(double)cnt; S5/=(double)cnt;
D_x=S3-S1*S1; D_y=S5-S2*S2; a=(S4-S1*S2)/D_x;
res=S2-a*S1;
*d_a=sqrt((D_y/D_x-a*a)/(double)cnt); *d_b=(*d_a)*sqrt(D_x);
*b=res;
return(a); }

```

```

double approx_H(double x[], double y[], int *N, double *b, double *d_a,
double *d_b){
double check, S1, S2, S3, S4, S5, intpart, frac, ac, res, D_x, D_y;
int i, j, cnt;
cnt=*N;j=0;i=0;
while(i<cnt){check=x[i+j]; frac=modf(check,&intpart);
if((frac<=0.15)|| (frac>=0.85)){x[i]=check; i++; y[I]=intpart;
if(frac>=0.85)y[I]+=1.;i++;}
else{j++; cnt--; }; } *N=cnt;
if(cnt==0){
printf("\n Array z[i] is empty! n = %2d \n Press any key to continue.\n",cnt);
getch(); *d_a=0.0; *d_b=0.0; return(0.0);}
if(cnt==1){*b=0.0; *d_a=0.02;*d_b=0.0; return(1.0);}
S1=0.0;S2=0.0;S3=0.0;S4=0.0;S5=0.0;
for(i=0; i<cnt; i++){
frac=modf(x[i],&intpart);
if(frac<=0.15)y[i]=intpart;
else
y[i]=intpart+1.;S1+=x[i];S2+=y[i];
S3+=x[i]*x[i];S4+=x[i]*y[i];S5+=y[i]*y[i]; }
S1/=(double)cnt;S2/=(double)cnt;S3/=(double)cnt;
S4/=(double)cnt;S5/=(double)cnt;D_x=S3-S1*S1;
D_y=S5-S2*S2;ac=(S4-S1*S2)/D_x;res=S2-ac*S1;
*d_a=sqrt((D_y/D_x-ac*ac)/(double)cnt);*d_b=(*d_a)*sqrt(D_x);
*b=res;
return(ac);}

```

# Работа 123. ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ГАЗА ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ ПРИ АТМОСФЕРНОМ ДАВЛЕНИИ

**Принадлежности:** экспериментальная установка для исследования теплопроводности газов, термостат, источник питания постоянного тока, магазин сопротивлений, гальванометр

## В в е д е н и е

В неоднородно нагретом газе возникают процессы, стремящиеся выровнять его температуру. Наиболее мощным из них является *свободная* или *естественная* конвекция — перенос энергии спонтанно зарождающимися потоками вещества. Причинами их возникновения служат зависимость удельного веса газа от температуры и выталкивающие силы Архимеда. Однако конвекция возможна не всегда. И если условия для ее возникновения отсутствуют, то выравнивание температуры происходит за счет теплопроводности газа, связанной с тепловым движением его молекул. Как показывает опыт (и предсказывает кинетическая теория разреженных газов), в этом случае вектор потока тепла  $\mathbf{q}$  пропорционален действующему в рассматриваемой точке пространства градиенту температуры  $\vec{\nabla} T$ :

$$\mathbf{q} = -\kappa \vec{\nabla} T, \quad (1)$$

где буквой греческого алфавита  $\kappa$  (каппа) обозначен коэффициент теплопроводности среды (поток тепла в некотором направлении количественно равен энергии, протекающей в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную этому направлению). Соотношение (1) выражает известный закон *теплопроводности Фурье*.



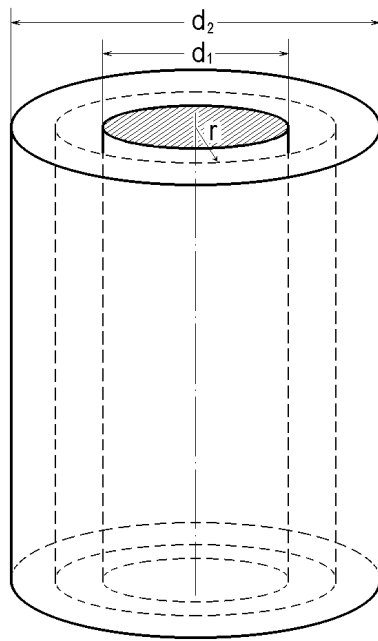


Рис. 1. Схема расположения цилиндрических поверхностей, используемая при интегрировании уравнения (3)

цилиндрами конечной длины, если их длина  $L$  существенно превышает диаметр наружного цилиндра ( $L \gg d_2$ ). Слой газа между цилиндрами в этом случае будет считаться *тонким*. В стационарных условиях  $q$  и  $T$  зависят только от одной пространственной переменной  $r$ , что позволяет найти распределение температуры внутри слоя газа аналитическими методами.

Пусть тепло выделяется на внутреннем цилиндре. (Его роль в описываемой ниже установке выполняет очень тонкая медная проволочка.) Согласно закону сохранения энергии через любую цилиндрическую поверхность радиуса  $r$  (см. рис. 1), погруженную в газ, за единицу времени переносится одно и то же количество тепла  $W$ . С учетом этого равенство (2) может быть сведено к обыкновенному дифференциальному уравнению в разделяющихся переменных:

В пространстве между двумя бесконечными и однородно нагретыми коаксиальными цилиндрами, имеющими диаметры  $d_1$  и  $d_2$  соответственно, тепло может распространяться только в радиальных направлениях (см. рис. 1). В этом частном случае формула (1) приобретает более простой вид:

$$q(r, t) = -\kappa \frac{\partial T(r, t)}{\partial r}, \quad (2)$$

где  $r$  — расстояние до общей оси цилиндров ( $d_1/2 \leq r \leq d_2/2$ ). С помощью этого же соотношения можно приблизительно описать процессы теплопередачи и в пространстве между коаксиальными

$$q = \frac{W}{2\pi r L_{\text{ef}}} = -\kappa \frac{dT}{dr}, \quad (3)$$

которое легко интегрируется:

$$T(r) = T_1 - \frac{W}{2\pi \kappa L_{\text{ef}}} \ln\left(\frac{2r}{d_1}\right), \quad (4)$$

где  $T_1$  — температура проволоочки (внутреннего цилиндра), а  $L_{\text{ef}}$  — ее эффективная длина (длина однородно нагретой части проволоочки, непосредственно участвующей в теплопередаче через газ). Полагая в (4)  $T_2 = T(d_2/2)$  и выражая оттуда  $\kappa$ , получим:

$$\kappa = \frac{W}{2\pi L_{\text{ef}} \Delta T} \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right), \quad (5)$$

где  $\Delta T = T_1 - T_2$ .

*Все параметры, вошедшие в правую часть равенства (5), поддаются непосредственному измерению. Поэтому эта формула может служить основой для экспериментального метода определения коэффициентов теплопроводности газов.*

При выводе соотношений (4) и (5) неявно предполагалось, что  $\kappa = \text{const}$ . Однако элементарная кинетическая теория разреженных газов предсказывает (см., например, [1]), что коэффициент  $\kappa$  зависит от температуры газа как  $\sqrt{T}$ . В эксперименте же, как правило, обнаруживается более сильная зависимость теплопроводности от температуры. Но если определенную по формуле (5) величину  $\kappa$  отнести, как это рекомендуется в [2], к средней температуре ограничивающих поверхностей  $T_{\text{cp}} = (T_1 + T_2)/2$ , то возникающая при этом ошибка во всем рабочем диапазоне изменения параметров будет значительно меньше экспериментальной погрешности. Действительно, для ограниченных диапазонов температур на практике часто используют аппроксимацию вида

$$\kappa(T) = \kappa_0 \left( \frac{T}{T_0} \right)^\beta, \quad (6)$$

где  $T_0$  — некоторое фиксированное значение температуры, а  $\kappa_0$  — значение коэффициента теплопроводности газа при этой температуре,  $\beta = \text{const}$ , ( $\beta \sim 1$ ). В частности, для воздуха в приближенных аэродинамических расчетах используют  $\beta \approx 0.85$ ,  $T_0 = 261 \text{ К}$ ,  $\kappa_0 \approx 2.32 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/(м} \cdot \text{град)}$ . Выполняя соответствующие выкладки, можно получить следующее приближенное соотношение (проверка этого результата предоставляется студенту в качестве самостоятельного упражнения):

$$\kappa(T_{\text{ср}}) \approx \frac{W}{2\pi L_{\text{эф}} \Delta T} \ln \left( \frac{d_2}{d_1} \right) \left\{ 1 - \frac{\beta(\beta-1)}{24} \left( \frac{\Delta T}{T_{\text{ср}}} \right)^2 + \dots \right\}. \quad (7)$$

С формальной точки зрения полученное выражение отличается от формулы (5) только множителем в правой части, выделенным фигурными скобками. Легко устанавливается непосредственными вычислениями, что при  $\Delta T/T_{\text{ср}} < 1/3$  и  $0.5 < \beta < 1.5$  второе слагаемое в фигурных скобках в (7) мало по сравнению с единицей и поэтому может быть опущено. Таким образом, показано, что соотношение (5) может служить основой для экспериментальных методов определения коэффициентов теплопроводности газов.

## Экспериментальная установка

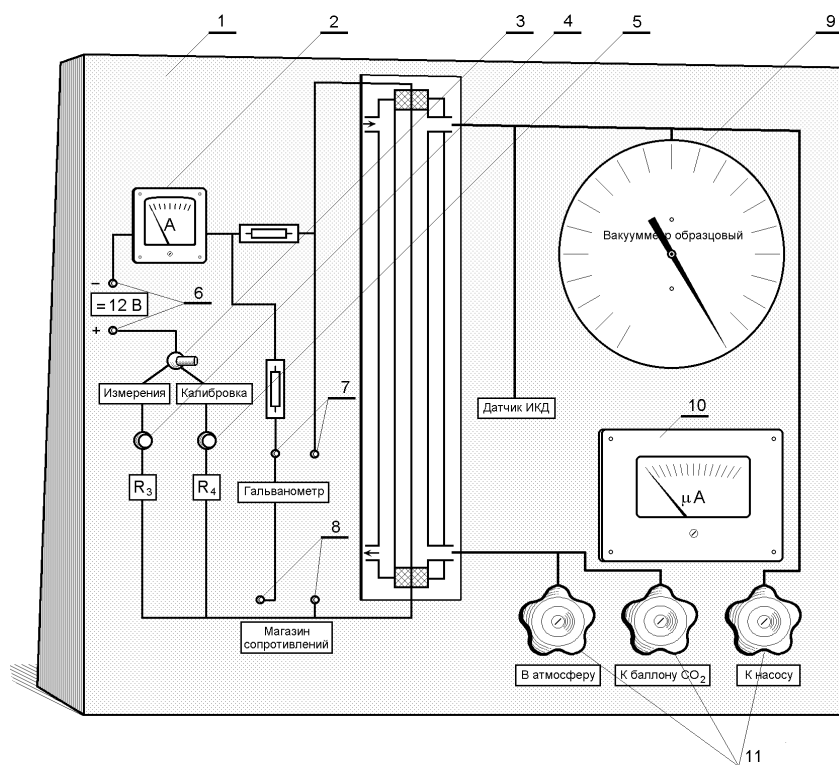


Рис. 2. Внешний вид установки для измерения теплопроводности газов: 1 — корпус; 2 — амперметр; 3 — тумблер; 4 — ручка регулирования переменного резистора  $R_3$ ; 5 — ручка регулирования переменного резистора  $R_4$ ; 6 — клеммы для подключения источника постоянного напряжения; 7 — клеммы для подключения гальванометра; 8 — клеммы для подключения магазина сопротивлений; 9 — вакуумметр; 10 — микроамперметр для определения величины выходного сигнала датчика ИКД; 11 — краны

Экспериментальная установка, описание которой приведено ниже, предназначена для исследования зависимости теплопроводности газов от температуры и давления. Внешний вид установки показан на рис. 2, а ее принципиальная схема изображена на рис. 3. Наиболее важные элементы установки смонтированы внутри металлического корпуса 1 (рис. 2), на передней панели которого с помощью краски и надписей показана схема их

соединения. В левой половине передней панели корпуса расположены элементы контроля, регулирования и настройки электрической части измерительной схемы: амперметр 2, тумблер 3, ручки регулирования переменных сопротивлений  $R_3$  4 и  $R_4$  5, а также клеммы для подключения источника постоянного напряжения 6, гальванометра 7 и магазина сопротивлений 8. Справа на панели установлены приборы для измерения давления в исследуемом газе: вакуумметр 9 и датчик измерительного комплекса давлений (ИКД), сигнал которого регистрируется с помощью микроамперметра 10, а также три крана 11, через которые осуществляется связь установки с атмосферой (надпись "В атмосферу"), баллоном с углекислым газом (надпись "К баллону  $\text{CO}_2$ ") и форвакуумным насосом (надпись "К насосу"). Функционально схема установки в основных чертах соответствует описанию [2]. В отличие от [2] для измерения давлений ниже 20 мм рт. ст. применяется датчик ИКД, стабильность рабочих температур обеспечивается термостатом, а в качестве чувствительного элемента используется более тонкая проволочка из меди. Перечисленные мероприятия улучшают технические характеристики установки. Центральным элементом в установке является цилиндрический баллончик с двойными металлическими стенками (см. рис. 3). Внутренняя полость баллончика образована длинным герметично закрытым с торцов отрезком металлической трубки с внутренним диаметром 10 мм и толщиной стенок 2 мм. По ее оси натянута тонкая медная проволочка. Внутрь полости через штуцер по шлангам поступает атмосферный воздух или углекислый газ  $\text{CO}_2$  из баллона. через второй штуцер, разветвленную систему шлангов из вакуумной резины и кран

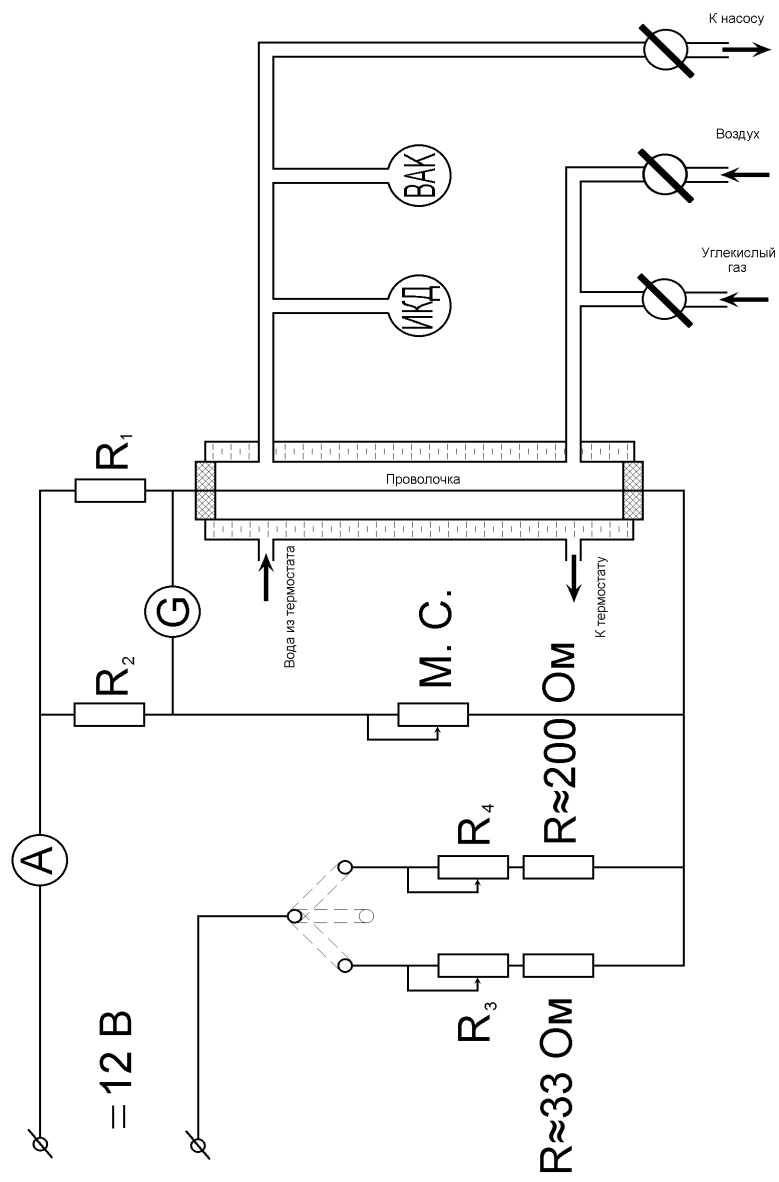


Рис. 3. Принципиальная схема экспериментальной установки

полость соединена с форвакуумным насосом, вакуумметром и датчиком ИКД. Во время работы установки пространство между двойными стенками баллончика непрерывно промывается дистиллированной водой фиксированной температуры, поступающей туда из термостата. Температура воды определяется по показаниям термометра, установленного на термостате. Электрическая часть измерительной системы состоит из моста Уитстона, плечи которого образованы двумя постоянными сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$ , проволочкой и магазином сопротивлений. Последний подключается к клеммам на лицевой стороне передней панели установки (надпись "Магазин сопротивлений"). В диагональ моста для контроля за его балансировкой включен гальванометр  $G$ , который также присоединяется к соответствующим клеммам на передней панели (надпись "Гальванометр"). Проволочка нагревается пропускаемым по ней постоянным электрическим током. В качестве источника постоянного напряжения используется питающийся от сети преобразователь напряжения. Температура проволочки определяется по изменению ее электрического сопротивления, регистрируемому с помощью магазина сопротивлений. При обработке результатов измерений следует иметь в виду, что концы проволочки длиной в несколько сантиметров пропущены через очень узкие, запаиваемые снаружи цилиндрические каналы в торцах баллончика. Поэтому при токе в цепи выше 0.1 А их температуру можно полагать равной температуре корпуса баллончика. Температуру остальной части проволоки следует считать однородной, зависящей от протекающего по ней тока и теплофизических свойств окружающего ее слоя газа. Ток в измерительной цепи регулируется переменными резисторами  $R_3$  (во время измерений) и  $R_4$  (при калибровке). Последовательно с каждым из них включены постоянные сопротивления, ограничивающие предельно возможные токи и предотвращающие выход из строя установки. Величина тока в цепи определяется с помощью амперметра  $A$ , а переключение режимов работы электрической схемы установки производится тумблером на ее панели. Соответствующие положения обозначены надписями: "Измерения" и "Калибровка". При нейтральном положении тумблера электрическая цепь размыкается. Форвакуумный насос находится под лабораторным столом, на котором размещены установка, термостат и

измерительные приборы. Питается от сети переменного напряжения 220 В. Пульт управления насосом находится на стене лаборатории над рабочим столом.

### ЗАДАНИЕ

Основной задачей данного исследования является определение зависимости теплопроводности газа (воздуха) от температуры при атмосферном давлении. **При подготовке к работе необходимо** внимательно прочитать данное описание, в лабораторном журнале (тетради) записать название работы, ее цель, перечислить используемое оборудование и измерительные приборы, оставляя место для записи их типа, инвентарного номера, класса точности и т.п. Записать в столбик следующие названия: "Длина проволоочки,  $L =$ ", "Эффективная длина проволоочки,  $L_{\text{ef}} =$ ", "Диаметр проволоочки,  $d_1 =$ ", "Диаметр внутренней полости баллончика,  $d_2 =$ ", "Отношение плеч моста Уитстона,  $R_2/R_1 =$ ". Значения перечисленных параметров указаны в паспорте установки. Нарисовать принципиальную схему установки (рис. 3 в данном описании). Начертить две таблицы. В первую, содержащую две строки, заносятся результаты измерений, полученные при калибровке электрической части измерительной системы установки. В первой строке указывается температура охлаждающей воды, а во второй — показания моста сопротивлений. Вторая таблица состоит из трех одинаковых частей и общего заголовка. В заголовке указывается рабочая величина тока в цепи:  $J = 0.15; 0.20; 0.25; 0.30; 0.35$  А. Каждая часть таблицы начинается с вертикальной колонки, в которую должна заноситься температура охлаждающей воды. В следующую колонку записываются условные обозначения измеряемых и вычисляемых параметров с указанием через запятую единиц измерения: " $R_{\text{MC}}^+$ , Ом"; " $R_{\text{MC}}^-$ , Ом"; " $R_{\text{MC}}$ , Ом"; " $t_1$ , °С"; " $t_{\text{cp}}$ , °С"; " $\kappa$ ,  $\cdot 10^{-2}$  Вт/(м К)". Далее под каждое значение тока выделяется одна колонка из шести пустых строк, в которые во время измерений и при обработке результатов будут записываться значения соответствующих параметров.



В наибольшей степени темп выполнения задания зависит от скорости изменения температуры воды в термостате. Поэтому в целях экономии времени калибровку измерительной системы необходимо совмещать с измерениями теплопроводности газа. Для этого работа выполняется в следующей последовательности.

1. Используя данное описание, убедитесь в том, что Вы правильно понимаете назначение различных элементов установки.

2. Убедитесь в том, что все элементы экспериментальной установки соединены воедино в соответствии с принципиальной схемой, приведенной на рис. 3 в данном описании. Особое внимание обратите на соответствие полярности источника постоянного напряжения условным обозначениям на входных клеммах установки. **Запрещается включать установку без разрешения дежурного лаборанта или преподавателя, если Вы самостоятельно соединяли ее отдельные элементы.** Проверьте надежность кольцевой трассы, связывающей термостат с баллончиком. Полностью откройте один из кранов с надписями "В атмосферу" или "К баллону CO<sub>2</sub>".

3. Первая серия измерений проводится при комнатной температуре. Включите термостат. Переключателем на передней панели переведите его в режим работы при постоянной температуре (соответствующее положение переключателя обозначено на передней панели термостата кружком из стрелочек). Проверьте, нет ли утечки воды из установки. При обнаружении неисправностей выключите установку и вызовите лаборанта или преподавателя.

4. Поставьте тумблер на лицевой стороне передней панели установки в нейтральное положение. Включите источник постоянного напряжения. По показаниям его вольтметра убедитесь в том, что выходное напряжение равно 12 В.

5. Установите на магазине сопротивлений величину 320...350 Ом. Поставьте тумблер в положение "Калибровка". Вращением ручки переменного сопротивления  $R_4$  и с помощью амперметра на передней панели установите в цепи ток, равный приблизительно 0.02 А. С помощью магазина сопротивлений и гальванометра тщательно сбалансируйте мост Уитстона. Выждав 5 минут, убедитесь в том, что балансировка моста не нарушилась. Изменения в его балансировке указывают на то, что стационарный режим теплообмена в установке еще не достигнут, и время ожидания должно быть увеличено.

Запишите показания термометра на термостате и величину сопротивления магазина сопротивлений в первую таблицу.

6. Поверните ручку переменного сопротивления  $R_3$  до упора против часовой стрелки (но не прилагая больших усилий). Переключите тумблер на панели в положение "Измерения". С помощью сопротивления  $R_3$  и амперметра установите в цепи наименьший из указанных выше ток. Сбалансируйте мост Уитстона. Убедившись в стабильности показаний приборов, занесите результаты измерений во вторую таблицу. Выполните такие же измерения для всех указанных выше значений тока в цепи сначала увеличивая, а затем уменьшая его через каждые 0.05 А. **Внимание!** Изменяя ток в цепи, не допускайте сильной разбалансировки моста Уитстона (зашкаливания гальванометра)! Для того чтобы избежать таких ситуаций, процесс установления новой величины тока следует осуществлять поэтапно, производя в конце каждого этапа грубую балансировку схемы с помощью магазина сопротивлений. При этом в промежутках для "упреждения" на магазине сопротивлений рекомендуется устанавливать несколько большую (если ток увеличивается) или несколько меньшую величину (если ток уменьшается), чем это необходимо для балансировки измерительной схемы. *Не забывайте также следить за температурой воды в термостате!*

7. Поставьте тумблер в нейтральное положение. На магазине сопротивлений наберите сопротивление, зафиксированное ранее при калибровке измерительной системы. Переключите тумблер в положение "Калибровка" и сбалансируйте мост Уитстона. Убедитесь в том, что балансировка моста с течением времени не нарушается, а показания приборов совпадают с ранее полученными данными.

8. Включите подогрев воды в термостате (соответствующее положение переключателя режимов работы термостата обозначено волнистыми вертикальными линиями). При температуре воды на 5...8 °С выше комнатной переведите термостат в стационарный режим работы. В условиях стационарного теплообмена внутри баллончика выполните калибровочные измерения. Повышая температуру воды в термостате до промежуточного значения 35...45 °С, через каждые 5 °С повторите перечисленные в этом пункте операции.

9. В той же последовательности, как указано в п. 6, выполните измерения теплопроводности газа для промежуточной температуры охлаждающей воды в термостате. **Внимание! Переключение диапазонов на магазине сопротивлений производить только при нейтральном положении тумблера на передней панели установки!**

10. Поэтапно доведите температуру воды в термостате до максимально возможной величины (около 64...68 °С), производя через каждые 5 °С калибровку измерительной системы. Измерьте теплопроводность газа при наиболее высокой стационарной температуре двойных стенок баллончика.

#### Указания к обработке результатов измерений

а) Используя данные, полученные при калибровке электрической части измерительной системы экспериментальной установки, постройте график зависимости показаний магазина сопротивлений  $R_{MC}$  от температуры проволоки  $t_1$  (температуры воды в термостате, т.к.  $t_1 \approx t_2$ ). По методу наименьших квадратов аппроксимируйте эти данные линейной зависимостью:  $R_{MC} = R_0 + \alpha t_1$ , где  $t_1$  — температура проволоки в градусах Цельсия. Статистическими методами рассчитайте точность определения констант  $R_0$  и  $\alpha$ .

б) Используя результаты обработки данных калибровки, заполните пустые клетки во второй таблице. Расчет температуры проволоки рекомендуется производить по следующей формуле, учитывающей наличие "холодных" концов (вывод см. в приложении 1):

$$t_1 = t_2 + \frac{R_{MC} - R_0 - \alpha t_2}{\alpha} \left( \frac{L}{L_{ef}} \right),$$

где  $t_2$  — температура воды в термостате в градусах по Цельсию °С, а  $R_{MC}$  в данном случае является среднеарифметическим значением показаний магазина сопротивлений, полученных для каждого тока в

цепи при изменении его величины, как указано выше, во взаимно противоположных направлениях. Коэффициент теплопроводности газа рассчитывается по формуле (5). При этом мощность тепловыделения  $W$  на части проволоочки, непосредственно участвующей в теплообмене через слой газа, следует приравнять джоулевым потерям на ее сопротивлении, а вычисления производить с учетом разветвления тока в мостике:

$$W = R_{\text{пр}} [J / (1 + R_1 / R_2)]^2,$$

где

$$R_{\text{пр}} = [R_{\text{МС}} - (1 - L_{\text{эф}} / L)(R_0 + \alpha t_2)](R_1 / R_2).$$

в) По результатам расчетов, используя метод наименьших квадратов, постройте график зависимости  $\kappa(t_{\text{ср}})$ . Экспериментальные точки аппроксимируйте линейной зависимостью от средней температуры  $t_{\text{ср}}$ . При этом необходимо помнить о том, что при больших токах в прилегающих к проволочке слоях газа возможен конвективный перенос тепла. Если это явление имеет место, то регистрируемая теплопроводность газа начинает резко расти. Поэтому такие точки следует исключить из анализа. На этом же графике "квадратиками" или какими-нибудь другими символами нанесите данные из справочника [3], приведенные для удобства в данном описании в таблице 1.

г) Оцените погрешности измерений. Исходя из полученных данных, попытайтесь установить, какие факторы оказали наиболее сильное влияние на погрешности результатов эксперимента.

Примечание. Обработку результатов данной работы можно произвести с помощью имеющегося в лаборатории персонального компьютера (ПК). Тексты соответствующих программ на ФОРТРАНе приведены ниже в приложениях 2 и 3. Для того чтобы обработать результаты на ПК, необходимо из DOS войти в соответствующую директорию и клавишей "ENTER" запустить файл "ZAPIS123.EXE". После этого в соответствии с появляющимися на экране ПК указаниями последовательно введите с клавиатуры соответствующие данные. По окончании работы программа сформирует в той же директории текстовый файл "DATA123.DAT", в который можно войти (клавиша F4) и, если необходимо, произвести исправления, не нарушая при этом расположения и

форматов записанных в него чисел (выход из файла с сохранением исправлений — клавиши **F2** и **F10**). Убедившись, что все данные записаны правильно, запустите файл “**LAB123.EXE**”. Эта программа выполняет обработку записанных в файл “**DATA123.DAT**” результатов измерений, а результаты обработки записывает в текстовой файл “**RSLT\_123.DAT**”. Данные из этого файла можно переписать в заранее заготовленные таблицы в лабораторной тетради или скопировать сам файл на дискету для последующей обработки.

Таблица 1. Теплопроводность воздуха и углекислого газа при атмосферном давлении и различных температурах

$$\left( \kappa, 10^{-2} \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}} \right)$$

Т, К	Воздух	CO <sub>2</sub>
270	2.38	1.436
280	2.46	1.509
290	2.54	1.584
300	2.62	1.660
310	2.69	1.737
320	2.77	1.814
330	2.85	1.890
340	2.92	1.967
350	3.00	2.044
360	3.08	2.119
370	3.15	2.197
380	3.23	2.273

**Приложение 1. Связь температуры  $t_1$  и сопротивления проволочки  $R_{\text{пр}}$  с показаниями магазина сопротивлений**

Если металлические элементы конструкции, расположенные в торцах внутренней полости баллончика, надежно защищены специальными прокладками из резины от непосредственного контакта с находящимся в полости нагретым газом, то хорошую

аппроксимацию результатов измерений дает приведенная в описании экспериментальной установки модель ступенчатого распределения температуры по длине проволоочки. В рамках такой модели в рабочих условиях показания магазина сопротивлений  $R_{MC}$  представляются как сумма вкладов от нагретой центральной части проволоочки длины  $L_{ef}$ :  $(R_0 + \alpha t_1)(L_{ef}/L)$  и ее "холодных" концов длины  $L - L_{ef}$ :  $(R_0 + \alpha t_2)(1 - L_{ef}/L)$ , т.е.

$$R_{MC} = (R_0 + \alpha t_1)(L_{ef}/L) + (R_0 + \alpha t_2)(1 - L_{ef}/L).$$

Откуда находим:  $t_1 = t_2 + \frac{R_{MC} - R_0 - \alpha t_2}{\alpha} \left( \frac{L}{L_{ef}} \right).$

Учитывая, что истинное сопротивление соответствующего участка проволоочки в такой модели приблизительно в  $R_2/R_1$  меньше его вклада в показания магазина сопротивлений, для величины сопротивления центральной части проволоочки получаем следующий результат:

$$R_{np} = \left[ R_{MC} - \left( 1 - \frac{L_{ef}}{L} \right) (R_0 + \alpha t_2) \right] \left( \frac{R_1}{R_2} \right).$$

**Приложение 2. Программа на ФОРТРАНе для записи результатов измерений в текстовый файл «DATA\_123.DAT»**

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION AJ(30),RM(30),T2(30),RK(20),TK(20)
OPEN(FILE='DATA_123.DAT',UNIT=1)
PRINT 1
1 FORMAT(2X,'УКАЖИТЕ N ВАШЕЙ ГРУППЫ:')
READ(5,*) NGR
PRINT 2
2 FORMAT(2X,'УКАЖИТЕ ВАШ НОМЕР В СПИСКЕ ГРУППЫ (В
% ГРАФИКЕ):')
READ(5,*) NINLST

```

```

3 PRINT 4
4 FORMAT(2X,'УКАЖИТЕ No ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ (123):')
  READ(5,*) NL
  IF(NL.NE.123) GO TO 3
  PRINT 5
5 FORMAT(12X,'ВВОД ПАСПОРТНЫХ ДАННЫХ
%УСТАНОВКИ',/,2X,'ИНВ. НОМЕР')
  READ(5,*) NIN
  PRINT 6
6 FORMAT(2X,'ДЛ. ПРОВОЛОЧКИ, см')
  READ(5,*) AL
  PRINT 7
7 FORMAT(2X,'ЭФФЕКТ. ДЛ. ПРОВОЛОЧКИ, см')
  READ(5,*) ALE
  PRINT 8
8 FORMAT(2X,'ДИАМЕТР ПРОВОЛОЧКИ d1, мм')
  READ(5,*) D1
  D2=0.1D1
  PRINT 9
9 FORMAT(2X,'ОТНОШЕН. ПЛЕЧ МОСТА')
  READ(5,*) R21
  PRINT 10
10 FORMAT(2X,'КАЛИБРОВКА, ЗАДАЙ ЧИСЛО ТОЧЕК N1: N1=')
  READ(5,*) N1
  DO 13 I=1,N1
  PRINT 11,I
11 FORMAT(6X,'I=',I3,/,2X,'ЗАДАЙ ТЕМПЕРАТУРУ Tk: Tk=')
  READ(5,*) TK(I)
  PRINT 12
12 FORMAT(2X,'ЗАДАЙ СОПРОТИВЛЕНИЕ Rk: Rk=')
  READ(5,*) RK(I)
13 CONTINUE
  PRINT 14
14 FORMAT(2X,'ВВОД РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ
% ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ:',/,
*2X,'КОЛИЧЕСТВО ТОЧЕК N=')
  READ(5,*) N
  DO 18 J=1,N
  PRINT 15,J
15 FORMAT(20X,'J=',I3,/,2X,'ТОК, А')
  READ(5,*) AJ(J)
  PRINT 16

```

```

16 FORMAT(2X,'СОПРОТИВЛЕНИЕ МАГАЗИНА, Ом')
   READ(5,*) RM(J)
   PRINT 17
17 FORMAT(2X,'ТЕМПЕРАТУРА ВОДЫ, гр. Цельс.')
   READ(5,*) T2(J)
18 CONTINUE
   WRITE(1,30) NGR,NINLST,NL,NIN,AL,ALE,D1,R21,N1
   WRITE(1,31) (I,RK(I),TK(I),I=1,N1)
   WRITE(1,32) N
   WRITE(1,33) (J,AJ(J),RM(J),T2(J),J=1,N)
   CLOSE(1)
30 FORMAT(13X,'___',/,2X,'N ГРУППЫ:',I5,/,17X,'___',/,2X,
  *'N В ГРАФИКЕ:',I5,/,42X,'___',/,19X,'Лабораторная работа No',I4,
  *//,4X,'ИССЛЕДОВАНИЕ',
  *' ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ТОНКОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО
  %СЛОЯ',/,
  *12X,' РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА ПРИ АТМОСФЕРНОМ
  %ДАВЛЕНИИ',/,6X,'___',/,
  *1X,'Nyc',I5,/,4X,'___',11X,'___',/,1X,
  *'L=',F5.1,' см',3X,'Lef=',F5.1,' см',/,25X,'___',/,
  *1X,'ДИАМЕТР ПРОВОЛОЧКИ,d1 =',F7.4,' мм',/,24X,'___',/,
  *1X,'ОТНОШЕНИЕ ПЛЕЧ МОСТА
  %=',F7.2,/,10X,/,12X,'КАЛИБРОВКА',/,17X,
  *'___',/,2X,'ЧИСЛО ТОЧЕК:',I5,/,2X,' N',2X,'Rp, Ом',3X,' Tпр',/,
  *2X,'___',3X,'___',3X,'___')
31 FORMAT(1X,I3,1X,2F7.1)
32 FORMAT(/,2X,'РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ',/,17X,'___',/,2X,
  *'ЧИСЛО ТОЧЕК:',I5,/,3X,'N',3X,'J, A',3X,'Rm,Ом',3X,'Tвод',/,
  *2X,'___',2X,'___',3X,'___',3X,'___')
33 FORMAT(1X,I3,1X,F6.3,1X,2F7.1)
   STOP
   END

```

**Приложение 3. Программа на ФОРТРАНе для автоматической обработки с помощью ПК результатов измерений, записанных предварительно в текстовый файл «DATA\_123.DAT». Результаты обработки записываются в текстовый файл «RSLT\_123.DAT».**

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION AJ(30),RM(30),T2(30),
%DT(30),T(30),CON(30),RK(20),TK(20)

```



```

*,X(30),Y(30)
OPEN(FILE='DATA_123.DAT',UNIT=1)
OPEN(FILE='RSLT_123.DAT',UNIT=2)
READ(1,1) NGR,NINLST,NL,NIN,AL,ALE,D1,R21,N1
1 FORMAT(/,11X,I5,/,14X,I5,/,41X,I4,/,4X,I5,/,3X,F5.1,10X,
*F5.1,/,24X,F7.4,/,23X,F7.2,/,14X,I5,/)
D2=0.1D2
READ(1,2) (J,RK(I),TK(I),I=1,N1)
2 FORMAT(1X,I3,1X,2F7.1)
READ(1,3) N
3 FORMAT(/,14X,I5,/)
READ(1,4) (I,AJ(J),RM(J),T2(J),J=1,N)
4 FORMAT(1X,I3,1X,F6.3,1X,2F7.1)
CALL LINAP(N1,TK,RK,R0,DRDT0,DR0,DDRT)
WRITE(6,12) R0,DRDT0,DR0,DDRT
12 FORMAT(/,23X,'Rmc(t) = Ro + (dRmc/dT)o t, ',/
*23X,'-----',/
*1X,'Ro=',F8.2,',',2X,'(dR/dT)o=',F8.4,',',2X,
*dRo=',F8.4,',',2X,'d(dR/dT)=' ,F9.5)
ALEF=ALE/AL
AM=0.1D3*DLOG(D2/D1)/0.6283185D1/R21/ALE
c Расчет разности температур, средней температуры и коэф. тепл.-ти
DO 18 J=1,N
DT(J)=(RM(J)-R0)/DRDT0-T2(J)/ALEF
T(J)=0.27316D3+T2(J)+0.5D0*DT(J)
18 CON(J)=AM*(RM(J)-(1.-
%ALEF)*(R0+DRDT0*T2(J)))*AJ(J)*AJ(J)/DT(J)
c Аппроксимация коэффициента теплопроводности линейной
c % зависимостью от температуры
DO 19 J=1,N
X(J)=DLOG10(T(J)/0.3D3)
19 Y(J)=DLOG10(CON(J)/0.262D-1)
CALL LINAP(N,X,Y,CON0,AN,DCON0,DAN)
CON0=0.262D-1*0.1D2**CON0
DCON0=CON0*(0.1D2**DCON0-0.1D1/0.1D2**DCON0)/0.2D1
AN=AN*CON0/0.3D3
DAN=DAN*CON0/0.3D3
WRITE(6,32) CON0,AN,DCON0,DAN
WRITE(2,28) NGR,NINLST,NL,NIN,AL,ALE,D1,R21,N1
WRITE(2,29) (I,RK(I),TK(I),I=1,N1)
WRITE(2,30) R0,DRDT0,DR0,DDRT
WRITE(2,31) (J,AJ(J),RM(J),DT(J),T(J),CON(J),J=1,N)

```

```

WRITE(2,32) CON0,AN,DCON0,DAN
CLOSE(1)
CLOSE(2)
28 FORMAT(2X,'N ГРУППЫ:',I5,/,2X,'N В ГРАФИКЕ:',I5,/,
*19X,'Лабораторная работа No',I4,/,4X,'ИССЛЕДОВАНИЕ',
*' ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ТОНКОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО
%СЛОЯ',/,12X,
*' РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА ПРИ АТМОСФЕРНОМ
%ДАВЛЕНИИ',/,1X,'Nyc',I5,/,1X,
*'L=',F5.1,' см',3X,'Lef=',F5.1,' см',/,1X,'ДИАМЕТР ПРОВОЛОЧКИ,
* d1 =',F7.4,' мм',/,1X,'ОТНОШЕНИЕ ПЛЕЧ МОСТА =',F7.2,/,
*10X,/,12X,'КАЛИБРОВКА',/,2X,'ЧИСЛО ТОЧЕК:',I5,/,2X,' N',2X,
*'Rп, Ом',3X,' Tпр',/)
29 FORMAT(1X,I3,1X,2F7.1)
30 FORMAT(/,23X,'Rmc(t) = Ro + (dRmc/dT)o t',/,
*23X,'-----',/,
*1X,'Ro=',F8.2,',',2X,'(dR/dT)o=',F8.4,',',2X,
*'dRo=',F8.4,',',2X,'d(dR/dT)=',F9.5,/,2X,'РЕЗУЛЬТАТЫ
%ИЗМЕРЕНИЙ',
*' ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПРИ АТМОСФЕРНОМ
%ДАВЛЕНИИ',/,3X,'N',3X,'J, A',
*3X,'Rm, Ом',3X,'DT',3X,'Tср, K',4X,' тепл-ть',/,1X)
31 FORMAT(1X,I3,1X,F6.3,1X,3F7.1,E14.4)
32 FORMAT(/,19X,'K(T) = Ko(300) + (dK/dT)o (T - 300)',/,
*19X,'-----',/,
*1X,'Ko=',E11.5,',',2X,'(dK/dT)o =',E11.5,',',2X,'dKo=',
*E11.5,',',2X,'d(dK/dT)o =',E11.5)
STOP
END
SUBROUTINE LINAP(N,X,Y,A,B,DA,DB)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION X(30),Y(30)
SX1=0.D0
SX2=0.D0
SXY=0.D0
SY1=0.D0
SY2=0.D0
DO 1 I=1,N
SX1=SX1+X(I)
SX2=SX2+X(I)*X(I)
SXY=SXY+X(I)*Y(I)
SY1=SY1+Y(I)

```

```
1 SY2=SY2+Y(I)*Y(I)
  SX1=SX1/N
  SX2=SX2/N
  SXY=SXY/N
  SY1=SY1/N
  SY2=SY2/N
  DX=DABS(SX2-SX1*SX1)
  DY=SY2-SY1*SY1
  B=(SXY-SX1*SY1)/DX
  A=SY1-B*SX1
  DB=DSQRT(DABS(DY/DX-B*B)/N)
  DA=DB*DSQRT(DX)
  RETURN
  END
```

## Работа 124. **ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА АККОМОДАЦИИ ЭНЕРГИИ МОЛЕКУЛ ГАЗА НА ПОВЕРХНОСТИ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ПРОВОЛОЧКИ**

**Принадлежности:** экспериментальная установка для определения теплопроводности газов, термостат, источник питания постоянного тока, форвакуумный насос, магазин сопротивлений, гальванометр.

На ранних этапах развития кинетической теории вещества считали, что молекулы газа, попавшие на твердую поверхность, рассеиваются ею в соответствии с законами теплового равновесия. Однако от этой гипотезы пришлось отказаться после открытия во второй половине XIX века (1875 г.) немецкими физиками А. Кундтом и Э. Варбургом явления, названного позже скольжением. Суть его заключалась в том, что с увеличением разреженности на твердой поверхности, омываемой потоком газа, местная скорость течения не обращалась в ноль. При прочих равных условиях эффекты скольжения были тем значительнее, чем ниже было давление в газе. Позже, в 1898 году, М.С. Смолуховский экспериментальными методами доказал существование разрыва (скачка) температур на границе между неоднородно нагретым покоящимся газом и твердым телом. Указанные явления имеют общую физическую природу и могут быть объяснены только с позиций *молекулярно-кинетической теории вещества*. Первое качественное объяснение причин, вызывающих их, было предложено Дж. Максвеллом. Он предположил, что часть молекул, падающих на твердую поверхность, рассеивается упруго, а все остальные сначала адсорбируются ею, а затем десорбируются в тепловом равновесии с твердым телом. При упругом рассеянии не происходит никакого энергетического обмена. Поэтому из гипотезы Максвелла следовало, что только часть падающих на межфазную границу молекул газа участвует в энергетическом обмене с ней. На феноменологическом уровне описания эффективность процессов взаимодействия молекул газа с

поверхностью принято характеризовать с помощью *коэффициентов аккомодации*. В частности, для описания энергетического обмена используется *коэффициент аккомодации энергии*:

$$\alpha = \frac{E_i - E_s}{E_i - E_w},$$

где  $E_i$  — средняя энергия падающих на поверхность молекул,  $E_s$  — энергия рассеянных поверхностью молекул газа,  $E_w$  — значение равновесной энергии рассеянных молекул при температуре стенки.

Если влияние слоев, прилегающих к твердым поверхностям, на процессы переноса тепла во всем газовом объеме относительно мало, то вместо средних энергий в предыдущем выражении можно использовать соответствующие «температуры»:

$$\alpha = \frac{T_i - T_s}{T_i - T_w}. \quad (1)$$

При этом газокинетическая температура газа  $T_e$  будет приблизительно равна среднему арифметическому температур падающих и рассеянных поверхностью молекул:

$$T_e \approx \frac{1}{2}(T_i + T_s). \quad (2)$$

Определенная таким способом температура служит мерой средней энергии молекул газа. В случае термодинамического равновесия она совпадает с термодинамической температурой. Но при его отсутствии определить температуру термодинамическими методами нельзя.

**Вывод рабочих соотношений.** Как следует из сказанного выше, в общем случае газокинетическая температура газа на поверхности твердого тела не совпадает с термодинамической температурой самой поверхности. В используемой экспериментальной установке (см. описание работы № 123 в данном

пособии) этот эффект проявляется только в окрестности проволоочки (см. рис. 1). Такие области в

научно-технической литературе называются *слоями Кнудсена* — в честь датского физика и океанографа Мартина Кнудсена (1871–1949 гг.), внесшего значительный вклад в развитие исследований закономерностей поведения газов при низких давлениях.

Пусть температура исследуемого в установке газа на поверхности проволоочки равна  $T_{e1}$ , а температура самой поверхности —  $T_1$  (рис. 1).

При небольших нарушениях локального термодинамического равновесия разность темпе-

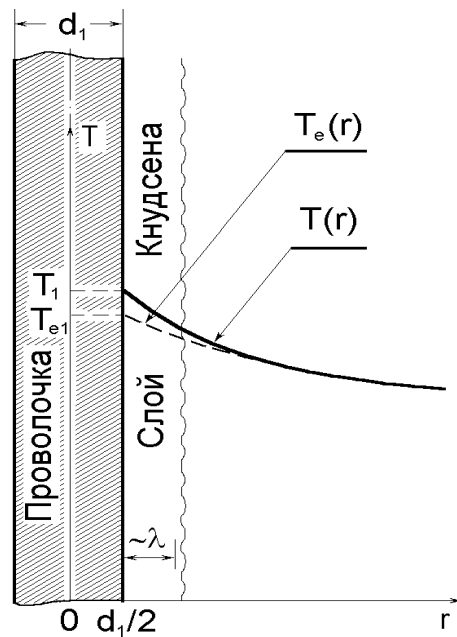


Рис. 1. Слой Кнудсена вокруг проволоочки и скачок температуры на ее поверхности

ратур  $T_{e1} - T_1$  также будет небольшой. Поэтому газокинетическую температуру  $T_{e1}$  можно разложить в ряд по степеням некоторого малого параметра. Поскольку речь идет о явлении, связанном с корпускулярными свойствами газа, то такой параметр должен быть пропорционален длине свободного пробега молекул. Поэтому с точностью до членов первого порядка малости включительно:

$$T_{el} \approx T_1 + \left( \frac{dT_e}{dr} \right)_1 (A_1 \lambda_1) + \dots, \quad (3)$$

где нижним индексом в правой части формулы обозначен номер соответствующей цилиндрической поверхности. Произведение  $A_1 \lambda_1$  определяет некоторое характерное расстояние, называемое *длиной скачка*, т. е. масштаб, на котором происходит восстановление термодинамического равновесия, нарушенного в результате взаимодействия молекул газа с поверхностью проволоочки. Величина безразмерного коэффициента пропорциональности  $A_1$ , как показывают результаты экспериментальных исследований, зависит от физико-химических свойств газа и материала поверхности, от ее состояния и, кроме того, в нормальных условиях, как правило, медленно изменяется с температурой и практически не зависит от давления. До настоящего времени основным источником информации о таких зависимостях остается эксперимент. В рамках элементарной кинетической теории газов можно показать (см. приложение 1), что этот коэффициент связан с введенным выше коэффициентом аккомодации молекулярной энергии  $\alpha$  простым соотношением:

$$A_1 = \frac{2 - \alpha}{2\alpha}$$

или

$$\alpha = \frac{1}{0.5 + A_1}. \quad (4)$$

Из формулы (3) также следует, что если газ покоится, то *скачки температуры могут наблюдаться только в неоднородно нагретом газе*. А т. к. длина свободного пробега молекул обратно пропорциональна давлению  $p$  ( $\lambda \sim 1/p$ ), то *они тем значительнее, чем оно ниже*.

Вычитая из левой и правой частей (3) температуру  $T_2$ , получим

$$T_{e1} - T_2 \approx T_1 - T_2 + \left( \frac{dT_e}{dr} \right)_1 (A_1 \lambda_1). \quad (5)$$

В случае относительно небольших нарушений локального термодинамического равновесия можно использовать зависимости, приведенные в описании работы № 123 из данного пособия. Однако теперь мы должны учитывать, что на межфазных границах температуры газа и поверхности претерпевают разрыв. Чтобы подчеркнуть, что соответствующие параметры газа относятся именно к такой ситуации, в дальнейшем изложении будет использоваться дополнительно нижний индекс "е". В новых обозначениях запишем выражения для производной газокINETической температуры и разностей температур газа на внутренних стенках баллончика:

$$\frac{dT_e}{dr} = - \frac{W}{2\pi r L_{ef} \kappa_e}, \quad (6)$$

$$T_{e1} - T_2 = \frac{W}{2\pi L_{ef} \kappa_e} \ln \left( \frac{d_2}{d_1} \right). \quad (7)$$

Температуру  $T_{e1}$  нельзя измерить непосредственно. В то же время, измерение температур поверхностей  $T_1$  и  $T_2$  не является технически сложной задачей при любом давлении исследуемого в установке газа. Однако вычисленную по формуле (5) из работы № 123 с помощью этих температур величину  $\kappa$  при низких давлениях нельзя отождествлять с коэффициентом теплопроводности газа. Назовем ее «эффективным коэффициентом теплопроводности» и обозначим как  $\kappa_{ef}$ . Следовательно:

$$T_1 - T_2 = \frac{W}{2\pi L_{ef} \kappa_{ef}} \ln \left( \frac{d_2}{d_1} \right). \quad (8)$$



Подставив соотношения (6)–(8) в (5) и произведя сокращение одинаковых множителей, получим

$$\frac{1}{\kappa_{\text{ef}}} \approx \frac{1}{\kappa_{\text{e}}} \left[ 1 + A_1 \left( \frac{2\lambda_1}{d_1} \right) / \ln \left( \frac{d_2}{d_1} \right) \right].$$

Откуда находим

$$\kappa_{\text{ef}}(T_{\text{cp}}) \approx \frac{\kappa_{\text{e}}((T_{\text{e}})_{\text{cp}})}{1 + A_1 \left( \frac{2\lambda_1}{d_1} \right) / \ln \left( \frac{d_2}{d_1} \right)}. \quad (9)$$

Нетрудно заметить, что в знаменателе правой части полученной формулы содержится отношение длины свободного пробега к характерному линейному размеру  $L_{\text{хар}} = (d_1/2) \ln(d_2/d_1)$ . Такое отношение линейных масштабов в научно-технической литературе называется *числом Кнудсена* и обозначается как  $\text{Kn}$  ( $\text{Kn} = \lambda/L_{\text{хар}}$ ). Используя это обозначение и пренебрегая разностью  $\kappa_{\text{e}}((T_{\text{e}})_{\text{cp}}) - \kappa_{\text{e}}(T_{\text{cp}})$  по сравнению с  $\kappa_{\text{e}}(T_{\text{cp}})$ , формулу (9) можем представить в следующем виде:

$$\kappa_{\text{ef}}(T_{\text{cp}}) \approx \frac{\kappa_{\text{e}}(T_{\text{cp}})}{1 + A_1 \cdot \text{Kn}_1}.$$

Полученное соотношение показывает, что при  $A_1 \sim 1$  и  $\text{Kn}_1 \rightarrow 0$  эффективный коэффициент теплопроводности  $\kappa_{\text{ef}}$  совпадает с коэффициентом теплопроводности газа  $\kappa_{\text{e}}$ . В лабораторной установке эти условия с хорошей точностью выполняются при атмосферном давлении. Если же значение числа Кнудсена приближается к единице, то разница в величинах этих параметров становится существенной. Таким образом, *число Кнудсена является критерием, с помощью которого можно*

*определять границы применимости математических моделей физики сплошной среды. Оно является одним из важнейших критериев в кинетической теории газов.*

Внутренний диаметр  $d_2$  в установке приблизительно в 200 раз больше диаметра проволоочки  $d_1$ . Поэтому число Кнудсена, вычисленное с использованием  $d_2$ , при  $A_1 \lambda_1 \sim A_2 \lambda_2$  будет существенно меньше  $\text{Kn}_1$ . Этим и объясняется, почему в приведенных выше соотношениях не учитывался вклад скачка температуры на внешней цилиндрической поверхности (на стенках внутренней полости баллончика).

Формула (9) устанавливает связь эффективного коэффициента теплопроводности  $\kappa_{\text{ef}}$  с коэффициентом теплопроводности газа  $\kappa_e$  в неограниченном объеме пространства. Из нее непосредственно видны принципиальные отличия этих параметров. Коэффициент  $\kappa_e$  является *локальной теплофизической характеристикой газа* и зависит (при не слишком больших давлениях) только от его температуры. Величина эффективного коэффициента теплопроводности  $\kappa_{\text{ef}}$  зависит как от параметров состояния газа в замкнутом объеме, так и от формы и размеров сосуда, в котором содержится газ, а также от характера взаимодействия молекул газа с его внутренними стенками. Следовательно, эффективный коэффициент теплопроводности  $\kappa_{\text{ef}}$  является некоторой *обобщающей теплофизической характеристикой установки (а точнее — ее баллончика), заполненной конкретным исследуемым газом*. Это обстоятельство, как может показаться на первый взгляд, существенно снижает практическую ценность такого параметра, т.к. он не является универсальным. Однако в технике широко используются пористые теплоизоляционные материалы. Некоторые из таких материалов имеют естественное происхождение, другие созданы человеком. Если типичные размеры элементов внутренней структуры (пор, пустот, зерен, волокон и т.п.) таких материалов сравнимы по величине с длиной свободного пробега молекул воздуха, то их эффективная теплопроводность зависит также и от атмосферного давления. Таким образом, *экспериментальная*

установка позволяет воспроизводить наиболее существенные стороны таких явлений и исследовать их.

Если учесть, что в правой части формулы (9) только длина свободного пробега молекул зависит от давления, то ей можно придать более удобную для практического применения форму:

$$\kappa_{\text{ef}}(T_{\text{cp}}) \approx \frac{\kappa_{\text{e}}(T_{\text{cp}})}{1 + A_1 \cdot (\tilde{P}/p)}, \quad (10)$$

$$\text{где} \quad \tilde{P} = 2 \left( \frac{\kappa_{\text{e}}(T_1) \sqrt{2\pi R T_1}}{c'_V d_1} \right) / \ln \left( \frac{d_2}{d_1} \right), \quad c'_V = c_V + R/2 =$$

$= \left( \frac{\gamma + 1}{2} \right) c_V$  — так называемая "потокосвая" теплоемкость (она учитывает, что в потоке средняя кинетическая энергия молекулы на  $kT/2$  больше, чем в покоящемся газе при той же температуре),  $\gamma$  — показатель адиабаты,  $R$  — газовая постоянная исследуемого газа. Длина свободного пробега  $\lambda_1$  в (9) была заменена с помощью соотношения, полученного в рамках элементарной кинетической теории с использованием функций распределения Максвелла-Больцмана (см. приложение 1):

$$\lambda = \frac{4\kappa_{\text{e}}}{m n \bar{v} c'_V} = \frac{\kappa_{\text{e}} \sqrt{2\pi R T_{\text{e}}}}{p c'_V},$$

где  $m$  — масса молекулы;  $\bar{v}$  — средний модуль вектора скорости молекул;  $n$  — их концентрация;  $c'_V$  — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Параметр  $\tilde{P}$  в (10) зависит только от конструктивных параметров баллончика, а также от теплофизических характеристик содержащегося в нем газа и определяет характерную величину давления, при которой взаимодействие молекул газа с внутренними поверхностями рабочей полости оказывает существенное влияние на теплопередачу. Например, для воздуха при температуре  $T = 300$  К,

диаметре проволоочки  $d_1 \approx 5 \cdot 10^{-2}$  мм и отношении диаметров  $d_2/d_1 \approx 200$  его величина приблизительно равна 170 Па или 1.27 мм рт. ст. Для другой температуры в соответствии с приближенным соотношением (6) из работы № 123 его можно рассчитать по формуле:

$$\tilde{P}(T_1) \approx \tilde{P}(300) \left( \frac{T_1}{300} \right)^\sigma, \quad \sigma = 0.5 + \beta \approx 1.38.$$

Принципиально важно, что все величины, за исключением коэффициента  $A_1$ , присутствующие в формуле (10), могут быть измерены. Поэтому она может использоваться в качестве рабочего соотношения при определении экспериментальными методами коэффициента аккомодации молекулярной энергии  $\alpha$ , связанного с  $A_1$  соотношением (4).

Как уже отмечалось выше, при достаточно большом давлении газа внутри измерительного баллончика установки ( $p \gg \tilde{P}$ ) и при  $A_1 \sim O(1)$  разность между величинами  $K_{ef}$  и  $K_e$  становится пренебрежимо малой. Благодаря этому измерение коэффициентов  $K_{ef}$  и  $K_e$  можно производить независимо, варьируя давление газа в измерительной установке. Это свойство используется в описываемом ниже экспериментальном методе.

## ЗАДАНИЕ

Целью данной работы является экспериментальное исследование зависимости теплопроводности тонкого цилиндрического слоя газа от давления и определение коэффициента аккомодации энергии молекул газа на поверхности металлической проволоочки. Она выполняется на той же установке, что и работа № 123, описание которой имеется в данном пособии. Задание предполагает использование опыта, полученного студентом при

выполнении вышеуказанной работы. Поэтому необходимо, чтобы данной работе предшествовало выполнение работы № 123.

Исследования проводятся при двух значениях температуры охлаждающей воды: комнатной и максимально возможной для используемого в работе термостата ( $64 \dots 68 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ). Как и в работе № 123 задание включает калибровку электрической части измерительной системы установки и исследования теплопроводности газа для указанных выше температур, но при различных давлениях газа во внутренней полости баллончика, включая атмосферное. С целью экономии времени рекомендуется следующая последовательность операций: устанавливается температура охлаждающей воды  $\rightarrow$  калибровка  $\rightarrow$  измерения теплопроводности при атмосферном давлении  $\rightarrow$  измерения при различных значениях давления. Промежуточные значения температуры воды в термостате используются только для калибровки установки (через каждые  $5 \text{ }^{\circ}\text{C}$ ). Опыты с давлением осуществляются при одном и той же величине тока в проволочке ( $\approx 0.25 \dots 0.30 \text{ A}$ ) для двух указанных значений температуры охлаждающей баллончик воды.

1. Перед началом таких измерений необходимо закрыть краны с надписями "В атмосферу" и "К баллону  $\text{CO}_2$ " (рукоятки кранов вращаются по часовой стрелке) и открыть кран с надписью "К насосу". Первые показания приборов следует записать в соответствующую таблицу при атмосферном давлении и выключенном насосе.

2. Включить насос. Регулируя давление внутри баллончика кранами "К насосу" и "В атмосферу" (или "К баллону  $\text{CO}_2$ "), выполнить измерения в трех равноотстоящих точках по шкале вакуумметра, а затем для давлений 20, 15, 10, 8, 5, 3, 2 и 1.0–1.6 мм рт. ст., определяемых по показаниям микроамперметра на передней панели установки. Перевод показаний микроамперметра в мм рт. ст. производится с помощью кривой на тарифовочном графике, имеющемся на каждой установке. При работе с вакуумметром необходимо иметь в виду, что он показывает разницу между давлением внутри баллончика и атмосферным. Атмосферное давление определяется по показаниям лабораторного барометра.  
*Внимание!* Избегайте резких изменений давления в баллончике, т.к. это приводит к разбалансировке электрической измерительной схемы

и значительным потерям времени на восстановление теплового режима в установке.

3. Повторить все указанные в предыдущем пункте измерения при постепенном повышении давления в баллончике. Данные записать в соответствующие таблицы в лабораторном журнале.

*При проведении всех измерений следует уделять особое внимание балансировке моста и обеспечению условий стационарности теплообмена внутри баллончика.*

### **Указания к обработке результатов измерений**

а) Обработка результатов калибровки и расчет эффективного коэффициента теплопроводности выполняются согласно указаниям к работе № 123.

б) Равновесный коэффициент теплопроводности определяется по результатам измерений при атмосферном давлении и аппроксимируется линейной зависимостью также в соответствии с указаниями к работе № 123. Полученное таким образом аппроксимирующее выражение для  $\kappa_e(T)$  используется во всех дальнейших вычислениях.

в) С помощью (7) и соответствующих формул из описания работы № 123 для каждого давления исследуемого газа внутри баллончика и температуры охлаждающей воды рассчитайте величину эффективного коэффициента теплопроводности  $\kappa_{ef}(T_{cp})$ . Вычислите значения функции  $y(x) = (\kappa_e / \kappa_{ef} - 1) / \tilde{P}(T_1)$  и ее аргумента  $x = 1/p$ . Все результаты расчетов запишите в соответствующие таблицы в лабораторном журнале.

г) На графике  $y(x) = A_1 \cdot x$  отложите экспериментальные точки. Используя метод наименьших квадратов, аппроксимируйте их линейной зависимостью. Определите коэффициент  $A_1$ . Выполните статистическую обработку результатов. Используя формулу (4), определите коэффициент аккомодации энергии молекул  $\alpha$  и соответствующую погрешность:  $\sigma_\alpha = \sigma_{A_1} / (0.5 + A_1)^2$ .

Примечание. Обработку результатов данной работы можно произвести с помощью имеющегося в лаборатории персонального компьютера (ПК).

Тексты соответствующих программ на ФОРТРАНе приведены ниже в приложениях 2 и 3. Последовательность операций такая же, как указано в примечании к описанию работы № 123. Отличаются только имена файлов.

### **Приложение 1. Вывод формулы (3) методами элементарной кинетической теории газов**

Используя функцию распределения Максвелла–Больцмана для падающих при температуре  $T_i$  и рассеянных молекул при температуре  $T_s$ , выразим поток энергии, передаваемый частицами твердой поверхности, через молекулярные параметры:

$$q_w = -\frac{1}{4} m n \bar{v} c'_v (T_i - T_s).$$

Воспользовавшись приведенными выше определениями коэффициента аккомодации энергии (1) и средней газокинетической температуры (2), выразим температуры падающих и рассеянных молекул через газокинетическую  $T_e$  и температуру поверхности  $T_w$ :

$$T_i - T_s = \frac{2\alpha}{2-\alpha} (T_e - T_w).$$

Исключая из выражения для  $q_w$  разность  $T_i - T_s$  с помощью полученного соотношения и приравнявая затем  $q_w$  его «классическому» значению  $\left( q_w = -\kappa_e \left( \frac{dT_e}{dr} \right)_w \right)$ , найдем

$$T_e = T_w + \frac{2-\alpha}{2\alpha} \frac{4\kappa_e}{m n \bar{v} c'_v} \left( \frac{dT_e}{dr} \right)_w.$$

Определяя длину свободного пробега как  $\lambda_w = \frac{4\kappa_e}{m n \bar{v} c'_v}$  и

обозначая отношение  $\frac{2-\alpha}{2\alpha}$  прописной буквой  $A$   $\left( A = \frac{2-\alpha}{2\alpha} \right)$ ,

приходим к соотношению, которое с точностью до обозначений совпадает с приближенной формулой (3):

$$T_e = T_w + \left( \frac{dT_e}{dr} \right)_w (A \lambda_w).$$

**Приложение 2. Программа на ФОРТРАНе для записи результатов измерений в текстовый файл «DATA\_124.DAT»**

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION AJ(40),RM(40),T2(40),RK(30),TK(30),
*P(2,40),RMK(2,40),AJP(2),NP(2),TOX(2)
OPEN(FILE='DATA_124.DAT',UNIT=1)
PRINT 1
1 FORMAT(2X,'УКАЖИТЕ N ВАШЕЙ ГРУППЫ:')
  READ(5,*) NGR
  PRINT 2
2 FORMAT(2X,'УКАЖИТЕ ВАШ НОМЕР В СПИСКЕ ГРУППЫ
*(В ГРАФИКЕ):')
  READ(5,*) NINLST
3 PRINT 4
4 FORMAT(2X,'УКАЖИТЕ № ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ
*(124):')
  READ(5,*) NL
  IF(NL.NE.124) GO TO 3
  PRINT 5
5 FORMAT(12X,'ВВОД ПАСПОРТНЫХ ДАННЫХ УСТАНОВКИ',
*/2X,'ИНВ. НОМЕР')
  READ(5,*) NIN
  PRINT 6
6 FORMAT(2X,'ДЛ. ПРОВОЛОЧКИ, см')
  READ(5,*) AL
  PRINT 7
7 FORMAT(2X,'ЭФФЕКТ. ДЛ. ПРОВОЛОЧКИ, см')
```



```

      READ(5,*) ALE
      PRINT 8
8  FORMAT(2X,'ДИАМЕТР ПРОВОЛОЧКИ d1, мм')
      READ(5,*) D1
      D2=0.1D2
      PRINT 9
9  FORMAT(2X,'ОТНОШЕН. ПЛЕЧ МОСТА')
      READ(5,*) R21
      PRINT 10
10 FORMAT(2X,'КАЛИБРОВКА, ЗАДАЙ ЧИСЛО ТОЧЕК N1:
      *N1=')
      READ(5,*) N1
      DO 13 I=1,N1
      PRINT 11,I
11 FORMAT(6X,'I=',I3,/,2X,'ЗАДАЙ ТЕМПЕРАТУРУ Tk:
      *Tk=')
      READ(5,*) TK(I)
      PRINT 12
12 FORMAT(2X,'ЗАДАЙ СОПРОТИВЛЕНИЕ Rk: Rk=')
      READ(5,*) RK(I)
13 CONTINUE
      PRINT 14
14 FORMAT(2X,'ВВОД РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ
      *РАВНОВЕСНОЙ', ' ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ: ',/,
      *2X,'КОЛИЧЕСТВО ТОЧЕК N=')
      READ(5,*) N
      DO 18 J=1,N
      PRINT 15,J
15 FORMAT(20X,'J=',I3,/,2X,'ТОК, A')
      READ(5,*) AJ(J)
      PRINT 16
16 FORMAT(2X,'СОПРОТИВЛЕНИЕ МАГАЗИНА, Ом')
      READ(5,*) RM(J)
      PRINT 17
17 FORMAT(2X,'ТЕМПЕРАТУРА ВОДЫ, гр. Цельс.')
      READ(5,*) T2(J)
18 CONTINUE
      DO 25 K=1,2
      PRINT 20,K
20 FORMAT(2X,'ВВОД РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ
      *ЭФФЕКТИВНОЙ', ' ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ',/,2X, '(для',
      *I2,' -ой температуры воды): ',/,2X,'КОЛИЧЕСТВО

```

```

*ТОЧЕК', ' ДЛЯ ДАННОЙ ТЕМП-РЫ ОХЛ-ЩЕЙ ВОДЫ,
* N_k =')
READ(5,*) NP(K)
PRINT 21
21 FORMAT(2X,'УКАЖИ ТЕМПЕРАТУРУ ОХЛАЖДАЮЩЕЙ ВОДЫ
*"t2" (гр. Цельс.)')
READ(5,*) TOX(K)
PRINT 22
22 FORMAT(2X,'ТОК, A')
READ(5,*) AJP(K)
DO 25 J=1,NP(K)
PRINT 23,J
23 FORMAT(2X,J='I3/,2X,'ЗАДАЙ ВЕЛИЧИНУ
*ДАВЛЕНИЯ "P"', '(в мм рт. ст.)')
READ(5,*) P(K,J)
PRINT 16
READ(5,*) RMK(K,J)
25 CONTINUE
WRITE(1,30) NGR,NINLST,NL,NIN,AL,ALE,D1,R21,N1
WRITE(1,31) (I,RK(I),TK(I),I=1,N1)
WRITE(1,32) N
WRITE(1,33) (J,AJ(J),RM(J),T2(J),J=1,N)
WRITE(1,34)
DO 26 K=1,2
WRITE(1,35)TOX(K),AJP(K),NP(K)
WRITE(1,36)(I,P(K,I),RMK(K,I),I=1,NP(K))
26 CONTINUE
CLOSE(1)
30 FORMAT(13X,'___',/,2X,'N ГРУППЫ:',I5/,17X,
*'___',/,2X,'N В ГРАФИКЕ:',I5/,42X,'___',/,
*19X,'Лабораторная работа No',I4,/,4X,
*‘ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА АККОМОДАЦИИ ЭНЕРГИИ
*МОЛЕКУЛ',/,4X,' ГАЗА НА ПОВЕРХНОСТИ
*МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ПРОВОЛОЧКИ',/,6X,'___',/,
*1X,'Nyc',I5/,4X,'__._',11X,'__._',/,1X,
*'L=',F5.1,' см',3X,'Lef=',F5.1,'
%cm',/,25X,'__._',/,
*1X,'ДИАМЕТР ПРОВОЛОЧКИ,d1 =',F7.4,'
%мм',/,24X,'__._',/,
*1X,'ОТНОШЕНИЕ ПЛЕЧ МОСТА =',F7.2,/,10X,
%//,12X,'КАЛИБРОВКА',/,17X,

```

```

*'_',/2X,'ЧИСЛО ТОЧЕК:',I5,//2X,'
%N',2X,'Rп, Ом',3X,' Тпр',/
*2X,'_',3X,'_____',3X,'_____'
31 FORMAT(1X,I3,1X,2F7.1)
32 FORMAT(/,2X,'РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ'
*ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПРИ АТМОСФЕРНОМ ДАВЛЕНИИ',
*_/17X,'_',/2X,'ЧИСЛО ТОЧЕК:',I5,//3X,'N',3X,'J, A',3X,
*'Rм, Ом',3X,'Твод',/2X,'_',2X,'_____',3X,'_____',3X,'_____'
33 FORMAT(1X,I3,1X,F6.3,1X,2F7.1)
34 FORMAT(/,4X,'ЗАВИСИМОСТЬ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ОТ
*ДАВЛЕНИЯ')
35 FORMAT(/,9X,'_____',/2X,'T2 = ',F7.2,' гр. Ц.',7X,'_____',/2X,'J
* = ',F7.3,1X,'A',/8X,'_____',/2X,'N_k = ',I3,//3X,'N',1X,'P, мм рт. ст.',
* 1X,'Rм, Ом',/2X,'_',4X,'_____',4X,'_____',/)
36 FORMAT(1X,I3,2X,F8.2,2X,F7.1)
STOP
END

```

**Приложение 3. Программа на ФОРТРАНе для автоматической обработки с помощью ПК результатов измерений, записанных предварительно в текстовый файл «DATA\_124.DAT». Результаты обработки записываются в текстовый файл «RSLT\_124.DAT».**

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION RK(30),TK(30),AJ(40),RM(40), T2(40),
*P(2,40),RMK(2,40), DT(40),T(40),CON(40),
*X(40),Y(40),DKAP(40),PTL(40),
*AJP(2),NP(2),TOX(2)
OPEN(FILE='DATA_124.DAT',UNIT=1)
OPEN(FILE='RSLT_124.DAT',UNIT=2)
READ(1,1) NGR,NINLST,NL,NIN,AL,ALE,D1,R21,N1
1 FORMAT(/,11X,I5,//,14X,I5,//,41X,I4,////,
*4X,I5,//,3X,F5.1,10X,
*f5.1,//,24X,F7.4,//,23X,F7.2,////,14X,I5,/)
D2=0.1D2
READ(1,2)(J,RK(I),TK(I),I=1,N1)
2 FORMAT(1X,I3,1X,2F7.1)
READ(1,3) N
3 FORMAT(////,14X,I5,/)
READ(1,4)(I,AJ(J),RM(J),T2(J),J=1,N)
4 FORMAT(1X,I3,1X,F6.3,1X,2F7.1)

```

```

      READ(1,5)
5  FORMAT(//)
      DO 8 K=1,2
        READ(1,6)TOX(K),AJP(K),NP(K)
6  FORMAT(///,7X,F7.2,/,5X,F7.3,/,7X,I3,///)
        READ(1,7)(J,P(K,I),RMK(K,I),I=1,NP(K))
7  FORMAT(1X,I3,2X,F8.2,2X,F7.1)
8  CONTINUE
      CALL LINAP(N1,TK,RK,R0,DRDT0,DR0,DDRT)
      WRITE(6,9) R0,DRDT0,DR0,DDRT
9  FORMAT(//,23X,'Rmc(t) = Ro + (dRmc/dT)o t',/,
*23X,'-----',/,
*1X,'Ro=',F8.2,',',2X,'(dR/dT)o=',F8.4,',',2X,
*'dRo=',F8.4,',',2X,'d(R/dT)=',F9.5)
      ALEF=ALE/AL
      AM=0.1D3*DLOG(D2/D1)/0.6283185D1/R21/ALE
c  Расчет разности температур, средней
*температуры и коэф. тепл.-ти
      DO 10 J=1,N
        DT(J)=((RM(J)-R0)/DRDT0-T2(J))/ALEF
        T(J)=0.27316D3+T2(J)+0.5D0*DT(J)
10  CON(J)=AM*(RM(J)-(1.- ALEF)*(R0+DRDT0*T2(J)))*
    %AJ(J)*AJ(J)/DT(J)
c  Аппроксимация коэффициента теплопроводности
*степенной зависимостью от температуры
      DO 11 J=1,N
        X(J)=DLOG10(T(J)/0.3D3)
11  Y(J)=DLOG10(CON(J)/0.262D-1)
        CALL LINAP(N,X,Y,CON0,AN,DCON0,DAN)
        CON0=0.262D-1*0.1D2**CON0
        DCON0=CON0*(0.1D2**DCON0-0.1D1/0.1D2**DCON0)
        %*0.5D0
        WRITE(6,12) CON0,AN,DCON0,DAN
12  FORMAT(//,24X,'K(T) = Ko (T/300)^(beta)',/,
*24X,'-----',/,
*1X,'Ko=',E11.5,',',2X,'beta=',E11.5,',',2X,
*'dKo=',E11.5,',',2X,'d(beta)=',E11.5)
        WRITE(2,30) NGR,NINLST,NL,NIN,AL,ALE,D1,R21,N1
        WRITE(2,31) (I,RK(I),TK(I),I=1,N1)
        WRITE(2,32) R0,DRDT0,DR0,DDRT
        WRITE(2,33) (J,AJ(J),RM(J),DT(J),T(J),CON(J),
    %J=1,N)

```

```

WRITE(2,34) CON0,AN,DCON0,DAN
SIG=0.5D0+AN
RGAS=0.2871D3
CV=0.8613D3
APT=DSQRT(6.283185D0*RGAS*0.3D3)/CV/D1/
%DLOG(D2/D1)*0.152D2/1.01325D0*CON0
DO 15 K=1,2
S1=0.0D0
S2=0.0D0
S3=0.0D0
DO 14 J=1,NP(K)
с  Расчет разности температур, средней
  %температуры, эффективного и
с  равновесного коэф.-тов тепл.-ти
  DT(J)=(RMK(K,J)-R0)/DRDT0-TOX(K)/ALEF
  T(J)=0.27316D3+TOX(K)+0.5D0*DT(J)
  CON(J)=AM*(RMK(K,J)-(1.D0- ALEF)*(R0+DRDT0*
  %TOX(K)))*AJP(K)*AJP(K)/DT(J)
  CONEQ=CON0*(T(J)/0.3D3)**AN
  PTL(J)=APT*((TOX(K)+0.27316D3+DT(J))/0.3D3)**SIG
  DKAP(J)=CONEQ/CON(J)-1.0D0
  X(J)=0.1D1/P(K,J)
  Y(J)=DKAP(J)/PTL(J)
  S1=S1+X(J)**2
  S2=S2+Y(J)**2
14 S3=S3+Y(J)*X(J)
  A1=S3/S1
  DA1=DSQRT(DABS(S1*S2-S3*S3)/(NP(K)-1))/S1
  ALFA=0.1D1/(0.5D0+A1)
  DALFA=DA1/(0.5D0+A1)**2
  WRITE(6,41)ALFA,DALFA
  WRITE(2,40)TOX(K),AJP(K)
  WRITE(2,42) (J,P(K,J),RMK(K,J),DT(J),T(J),
  *CON(J),Y(J),X(J),J=1,NP(K))
  WRITE(2,41)ALFA,DALFA
15 CONTINUE
30 FORMAT(2X,'N ГРУППЫ:',I5,/,2X,
  *'N В ГРАФИКЕ:',I5,/,19X,'Лабораторная работа
  %№',I4,/,4X,' ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА
  *АККОМОДАЦИИ ЭНЕРГИИ МОЛЕКУЛ',/,4X,
  *' ГАЗА НА ПОВЕРХНОСТИ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ
  * ПРОВОЛОЧКИ',/,1X,'Nyc',I5,/,1X,

```

```

* 'L=' F5.1, ' см', 3X, 'Lef=' F5.1, ' см', /,
* 1X, 'ДИАМЕТР ПРОВОЛОЧКИ, d1 =' F7.4, ' мм', /,
* 1X, 'ОТНОШЕНИЕ ПЛЕЧ МОСТА =' F7.2, /, 10X,
% //, 12X, 'КАЛИБРОВКА', /,
* 2X, 'ЧИСЛО ТОЧЕК:' I5, //, 2X, ' N', 2X, 'Rп, Ом', 3X, ' Тпр', /)
31 FORMAT(1X, I3, 1X, 2F7.1)
32 FORMAT(/, 23X, 'Rmc(t) = Ro + (dRmc/dT)o t', /,
* 23X, '-----', /,
* 1X, 'Ro=' F8.2, ', ', 2X, '(dR/dT)o=' F8.4, ', ', 2X,
* 'dRo=' F8.4, ', ', 2X, 'd(dR/dT)=' F9.5, //, 2X,
% 'РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ',
* ' ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПРИ АТМОСФЕРНОМ ДАВЛЕНИИ',
% //, 3X, 'N', 3X, 'J, A',
* 3X, 'Rм, Ом', 3X, 'DT', 3X, 'Tср, К', 4X, ' тепл-ть', /, 1X)
33 FORMAT(1X, I3, 1X, F6.3, 1X, 3F7.1, E14.4)
34 FORMAT(/, 24X, 'K(T) = Ko (T/300)^(beta)', /,
* 24X, '-----', /,
* 1X, 'Ko=' E11.5, ', ', 2X, 'beta=' E11.5, ', ', 2X,
* 'dKo=' E11.5, ', ', 2X, 'd(beta)=' E11.5, //, 4X,
* 'ЗАВИСИМОСТЬ ', ' ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ОТ ДАВЛЕНИЯ')
40 FORMAT(/, 2X, 'T2 =' F7.2, ' гр. Ц.', /, 2X, 'J
% =' F7.3, 1X, 'A', //, 3X, 'Ом', 3X, 'DT', 'N', 1X,
* 'P, мм рт.ст.', 1X, 'Rм, 3X, 'Tср, К', 4X,
* 'эф.тепл.', 6X, 'Y(X)', 9X, 'X=1/p', /, 1X)
41 FORMAT(/, 2X, 'ALPHA =' E14.5, 2X, 'dALPHA =' E14.5)
42 FORMAT(1X, I3, 2X, F8.2, 2X, 3F7.1, 3E13.5)
CLOSE(1)
CLOSE(2)
STOP
END
SUBROUTINE LINAP(N,X,Y,A,B,DA,DB)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION X(30),Y(30)
SX1=0.0D0
SX2=0.0D0
SXY=0.0D0
SY1=0.0D0
SY2=0.0D0
DO 1 I=1,N
SX1=SX1+X(I)
SX2=SX2+X(I)*X(I)
SXY=SXY+X(I)*Y(I)

```

```
SY1=SY1+Y(I)
1 SY2=SY2+Y(I)*Y(I)
SX1=SX1/N
SX2=SX2/N
SXY=SXY/N
SY1=SY1/N
SY2=SY2/N
DX=DABS(SX2-SX1*SX1)
DY=SY2-SY1*SY1
B=(SXY-SX1*SY1)/DX
A=SY1-B*SX1
DB=DSQRT(DABS(DY/DX-B*B)/N)
DA=DB*SQRT(DX)
RETURN
END
```

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

### К работе 121

1. *Лабораторные занятия по физике* / Под ред. Л.Л. Гольдина, М.: Наука. 1983. С. 160–163.
2. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.

### К работе 122

1. *Лабораторные занятия по физике* / Под ред. Л.Л. Гольдина, М.: Наука. 1983. С. 208–212.

### К работе 123

1. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Термодинамика и молекулярная физика. Т. 2. М.: Наука, 1979, §§ 62, 63, 89.
2. *Руководство к лабораторным занятиям по физике* / Под редакцией Л.Л.Гольдина. М.: Наука, 1973. С. 152 - 158.
3. *Варгафтик Н.Б., Филиппов Л.П, Тарзиманов А.А., Тоцкий Е.Е.* Справочник по теплопроводности жидкостей и газов. М.: Энергоатомиздат, 1990.