



Instituto Politécnico Nacional

Escuela Superior de Cómputo

Ingeniería en Inteligencia Artificial

Ejercicios lógica booleana

Fundamentos de Inteligencia Artificial

Hernández Jiménez Erick Yael



08 de noviembre de 2024

Semestre 20251

# 1. Escribe las tablas de verdad para las operaciones not, and, or, or exclusivo, implicación y doble implicación

## 1.1. NOT

a	$\bar{a}$
0	1
1	0

Cuadro 1: Tabla de verdad: NOT

## 1.2. AND

a	b	$a \wedge b$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Cuadro 2: Tabla de verdad: AND

## 1.3. OR

a	b	$a \vee b$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Cuadro 3: Tabla de verdad: OR

a	b	$a \oplus b$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Cuadro 4: Tabla de verdad: XOR

#### 1.4. XOR

### 2. Escribe las tablas de verdad de las siguientes expresiones:

#### 2.1. $(a \vee b) \wedge c$

a	b	c	$a \vee b$	$(a \vee b) \wedge c$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

Cuadro 5: Tabla de verdad: Ejercicio 2 - 1

#### 2.2. $a \vee (b \wedge c)$

a	b	c	$b \wedge c$	$a \vee (b \wedge c)$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Cuadro 6: Tabla de verdad: Ejercicio 2 - 2

### 2.3. $(a \wedge b) \vee c$

a	b	c	$a \wedge b$	$(a \wedge b) \vee c$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Cuadro 7: Tabla de verdad: Ejercicio 2 - 3

### 2.4. $\overline{a \vee b}$

a	b	$a \vee b$	$\overline{a \vee b}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

Cuadro 8: Tabla de verdad: Ejercicio 2 - 4

## 2.5. $\bar{a} \wedge \bar{b}$

a	b	$\bar{a}$	$\bar{b}$	$\bar{a} \wedge \bar{b}$
0	0	1	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	0

Cuadro 9: Tabla de verdad: Ejercicio 2 - 5

## 3. Del ejercicio anterior indica cuáles son equivalentes y por que

Para que sea equivalentes, se debe cumplir que sea  $v \in \{0, 1\}^k : v = \{v_1, v_2, \dots, v_k\}$  y  $F, G$  dos funciones tales que  $F(v) \rightarrow 0, 1, G(v) \rightarrow 0, 1$  Se cumple que  $F = G \iff \forall v, F(v) = G(v)$ .

Con esto, se puede decir que:

$$(a \vee v) \wedge c = (a \wedge b) \vee (b \wedge c)$$

$$\overline{(a \vee b)} = \bar{a} \wedge \bar{b}$$

## 4. Usando solo el operador NAND $\bar{\wedge}$ , construye las tablas de verdad del ejercicio 1

### 4.1. Para NOT

a	$a \bar{\wedge} a$
0	1
1	0

Cuadro 10: Tabla de verdad con NAND:NOT

## 4.2. Para OR

a	b	$a\overline{\wedge}a$	$b\overline{\wedge}b$	$(a\overline{\wedge}a)\overline{\wedge}(b\overline{\wedge}b)$
0	0	1	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	1

Cuadro 11: Tabla de verdad con NAND:OR

## 4.3. Para XOR

a	b	$a\overline{\wedge}b$	$a\overline{\wedge}(a\overline{\wedge}b)$	$b\overline{\wedge}(a\overline{\wedge}b)$	$(a\overline{\wedge}(a\overline{\wedge}b))\overline{\wedge}(b\overline{\wedge}(a\overline{\wedge}b))$
0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	0

Cuadro 12: Tabla de verdad con NAND:XOR

## 4.4. Para AND

a	b	$a\overline{\wedge}b$	$(a\overline{\wedge}b)\overline{\wedge}(a\overline{\wedge}b)$
0	0	1	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Cuadro 13: Tabla de verdad con NAND:AND

## 5. Que es una tautología, pon un ejemplo utilizando tablas de verdad

Es una sentencia lógica que para cualquier configuración booleana en la entrada, toda salida es verdadera o 1. Por ejemplo:

a	$\bar{a}$	$a \vee \bar{a}$
0	1	1
1	0	1

Cuadro 14: Ejemplo de tautología

## 6. Que es una contradicción, pon un ejemplo utilizando tablas de verdad

Es una sentencia lógica que para cualquier configuración booleana en la entrada, toda salida es falsa o 0. Por ejemplo:

a	$\bar{a}$	$a \wedge \bar{a}$
0	1	0
1	0	0

Cuadro 15: Ejemplo de contradicción

**7. Supon una maquina expendedora de botan-  
nas que acepta monedas de 1, 2 y 5 pesos.  
Esta configurada de tal forma que maximo  
permite una moneda de cada valor, por lo  
que el monto ingresado solo puede ir de 0  
a 8 pesos. Asignando las variables boolea-  
nas:**

- $a \rightarrow$  ingreso moneda de \$1.
- $b \rightarrow$  ingreso moneda de \$2.
- $c \rightarrow$  ingreso moneda de \$5.

**7.1. Haz la tabla de de verdad e indica a que monto  
monetario corresponde**

Monto	c	b	a
0	0	0	0
1	0	0	1
2	0	1	0
3	0	1	1
4	1	0	0
5	1	0	1
6	1	1	0
7	1	1	1

Cuadro 16: Tabla de configuraciones de montos

**7.2. Indica las combinaciones posibles para ingresar  
más de 5 pesos**

Para  $\text{Monto} > \$5 \rightarrow \{110, 111\}$



- 7.3. Si se pide ingresar por lo menos 5 pesos, ¿cuál es la probabilidad de cada una de las variables de ser 1?**

Sabemos que para  $\text{Monto} \geq \$5 \rightarrow \{101, 110, 111\}$

$$P(c = 1) = \frac{3}{3} = 1 = \%100$$

$$P(b = 1) = \frac{2}{3} = 0.\bar{6} = \%66.\bar{6}$$

$$P(a = 1) = \frac{2}{3} = 0.\bar{6} = \%66.\bar{6}$$

- 7.4. Utilizando tablas de verdad indica si es cierta o falsa la siguiente afirmación: si quiero ingresar 5 pesos o mas, entonces debo de insertar una moneda de 5 pesos**

Si asignamos a  $d$  como la sentencia: El monto es mayor o igual que 5 ( $\text{Monto} \geq 5$ ), desarrollamos su tabla de verdad:

c	d	$d \rightarrow c$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Cuadro 17: Tabla de verdad de implicación ‘d’ entonces ‘c’

Por las tablas de verdad del primer inciso y el conjunto de soluciones del tercer inciso sabemos que, cuando  $d = 1$ ,  $c = 1$ . Por lo tanto, **la sentencia es verdadera.**

**7.5. Utilizando tablas de verdad indica si es cierta o falsa la siguiente afirmación: si quiero ingresar 5 pesos o mas, entonces debo de insertar una moneda de 1 peso**

Si asignamos a  $d$  como la sentencia: El monto es mayor o igual que 5 ( $Monto \geq 5$ ), desarrollamos su tabla de verdad:

a	d	$d \rightarrow a$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Cuadro 18: Tabla de verdad de implicación 'd' entonces 'a'

Por las tablas de verdad del primer inciso y el conjunto de soluciones del tercer inciso sabemos que, cuando  $d = 1$ , se sigue la siguiente tabla de verdad.

a	d	$d \rightarrow a$
1	0	1
0	1	0
1	0	1

Cuadro 19: Tabla de verdad de implicación 'd' entonces 'c' para Monto = \$5

En este caso, la **sentencia es inconsistente**.

**8. Una máquina de producción tiene sensores que indican la existencia de:**

- Tornillos
- Tuercas
- Rondana

- Remaches

**8.1. Modo A:operación normal. Cuando existen tornillos, tuercas y rondanas, sin importar si hay remaches.**

a	b	c	d	Modo A
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Cuadro 20: Tabla de verdad para modo A

**8.2. Modo B. Operación con remaches. Cuando faltan ya sea tornillos, tuercas o rondanas y hay remaches**

a	b	c	d	Modo B
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Cuadro 21: Tabla de verdad para modo B

**8.3. Modo C:alto total, cuando no existe ninguno de los 4**

a	b	c	d	Modo C
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Cuadro 22: Tabla de verdad para modo C

**9. Genera la tabla de verdad que muestre la salida para un sistema que reciba 3 bit: dos son entradas para una operación logica y un tercer bit es de de control, el cual determina si realiza un and o un or con las otras dos**

Asignamos

a entrada 1

b entrada 2

c entrada de operación 'AND' (0) y 'OR' (1)

d salida tras operación

a	b	c	d
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Cuadro 23: Tabla de verdad para AND y OR controlado

**10. Un subsistema de navegacion de un robot contiene un conjunto de 9 sensores infrarojos (cada uno regresa un 1 si detecta la presencia de algo justo enfrente) colocados a modo de matriz de 3 x 3. se requiere que dicho subsistema regrese la deteccion de obstaculos en alguna direccion de acuerdo a lo siguiente:**

**10.1. Arriba obstaculo total: cuando los 3 sensores de la parte superior detectan algo.**

Definimos la matriz y las celdas como se presenta a continuación: Con esto, para registrar que hay un obstáculo total en la parte superior, se considera que las entradas de interés son la *a*, *b*, y *c*. El resto de entradas no

a	b	c
d	e	f
g	h	i

Cuadro 24: Matriz de sensores

influyen en la detección de obstáculos total en la parte de arriba. La tabla de verdad es:

a	b	c	Arriba <sub>TOTAL</sub>
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Cuadro 25: Tabla de verdad para los obstáculos totales en la parte de arriba

La expresión de salida es:

$$a \wedge b \wedge c$$

## 10.2. Arriba obstaculo parcial: cuando alguno de los 3 sensores de la parte superior detecta algo

Por otro lado, para los parciales, solo es necesario que alguno de los 3 se active, por lo que su tabla de verdad es:

La expresión de salida es:

$$a \vee b \vee c$$

a	b	c	Arriba <sub>parcial</sub>
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Cuadro 26: Tabla de verdad para los obstáculos parciales en la parte de arriba

### 10.3. De forma similar con los sensores correspondientes para las direcciones de abajo, izquierda y derecha.

Dado que se tratan de forma similar, a continuación se presentarán las expresiones lógicas con las entradas correspondientes para cada señal de obstáculos:

Entrada <sub>1</sub>	Entrada <sub>2</sub>	Entrada <sub>3</sub>	Expresión	Obstáculo
a	b	c	$a \wedge b \wedge c$	Arriba <sub>TOTAL</sub>
a	b	c	$a \vee b \vee c$	Arriba <sub>parcial</sub>
g	h	i	$g \wedge h \wedge i$	Abajo <sub>TOTAL</sub>
g	h	i	$g \vee h \vee i$	Abajo <sub>parcial</sub>
a	d	g	$a \wedge d \wedge g$	Izquierda <sub>TOTAL</sub>
a	d	g	$a \vee d \vee g$	Izquierda <sub>parcial</sub>
c	f	i	$c \wedge f \wedge i$	Derecha <sub>TOTAL</sub>
c	f	i	$c \vee f \vee i$	Derecha <sub>parcial</sub>

**Un caso particular es determinar la dirección frontal, esto se determina de la siguiente forma:**



#### 10.4. Frontal obstáculo parcial: cuando existe algun obstáculo parcial en alguna direccion y ademas el sensor de enmedio detecta algo

Para esto, traducimos la sentencia a lógica proposicional:

$$\text{Frontal}_{\text{parcial}} = e \wedge (\text{Arriba}_{\text{parcial}} \vee \text{Abajo}_{\text{parcial}} \vee \text{Izquierda}_{\text{parcial}} \vee \text{Derecha}_{\text{parcial}})$$

Si desarrollamos y simplificamos las variables que se repiten, es equivalente a:

$$e \wedge (a \vee b \vee c \vee d \vee f \vee g \vee h \vee i)$$

#### 10.5. Frontal obstaculo total: cuando existe un obstaculo total en todas las direcciones y ademas el sensor de enmedio detecta algo

Para esto, traducimos la sentencia a lógica proposicional:

$$\text{Frontal}_{\text{TOTAL}} = e \wedge (\text{Arriba}_{\text{TOTAL}} \wedge \text{Abajo}_{\text{TOTAL}} \wedge \text{Izquierda}_{\text{TOTAL}} \wedge \text{Derecha}_{\text{TOTAL}})$$

Si desarrollamos y simplificamos las variables que se repiten, es equivalente a:

$$\begin{aligned} e \wedge (a \wedge b \wedge c \wedge d \wedge f \wedge g \wedge h \wedge i) \\ e \wedge a \wedge b \wedge c \wedge d \wedge f \wedge g \wedge h \wedge i \end{aligned}$$