Modellen

Door: Joris Heemskerk

Opdracht:

De taal L over {a, b} wordt als volgt inductief gedefinieerd:

i. a ∈ L, b ∈ L;

ii. als x ∈ L, dan aax ∈ L en xb ∈ L;

iii. L bevat geen andere woorden.

Onderdeel 1

Laat zien dat de volgende woorden element zijn van L:

aaa, bb, aab, aabb, aaab, aaaab.

Onderdeel 2

Beargumenteer dat de volgende woorden geen element van L zijn: ba, aa, aaaa.

Welke eigenschap van L gebruikt u hierbij? Beargumenteer die eigenschap.

Onderdeel 1

aaa is een element van L:

Volgens regel iia is de vorm aax geldig als x een element is van L.

Volgens regel ia is a een element van L.

Dit betekent dat aaa ook een element is van L.

bb is een element van L:

Volgens regel iib is xb een element van L, als x een element van L is.

Volgens regel ib is b een element van L.

Dit betekent dat bb ook een element is van L.

aab is een element van L:

Volgens regel iia is de vorm aax geldig als x een element is van L.

Volgens regel ib is b een element van L.

Dit betekent dat aab ook een element is van L.

aabb is een element van L:

Volgens regel iia is de vorm aax geldig als x een element is van L.

Volgens regel iib is xb een element van L als x een element is van L.

Volgens regel ib is b een element van L.

De x in regel iia kan dus vervangen worden door xb, wat ook een element is van L.

Dit betekent dat aabb ook een element is van L.

aaab is een element van L:

Zoals in mijn eerste bewijs te zien is is aaa een element van L.

Volgens regel iib is xb een element van L als x een element is van L.

Dit betekent dat aaab ook een element is van L.

Aaaab is een element van L:

Volgens regel iia is aax een element van L, als x ook een element is van L.

Volgens regel ib is b een element van L.

Dit betekent dat aab een element is van L.

Volgens regel iib is aax een element van L, als ook x een element is van L.

Als we aab voor x nemen komen we tot de conclusie dat aaaab ook een element is van L.

Onderdeel 2.

ba is géén element van L:

De enige mogelijkheid om 2 letterig element in L te hebben is in de vorm xb volgens regel iib. Dit betekent dat alle 2 letterige elementen in L eindigen op een b. ba eindigt niet op een b en is dus géén element van L.

aa is géén element van L:

Hier geld hetzelfde als bij ba, het is niet mogelijk om een 2 letterig element te hebben in L waarvan de laatste letter geen b is.

aa is dus géén element van L

aaaa is géén element van L:

Hier geld dat het niet mogelijk is een 4 letterig element te maken, waarvan de laatste letter geen b is. Er wordt gebruik gemaakt van een combinatie tussen regel iia en iib bij het creëren van een 4 letterig element. Het einde van dit woord moet eindigen op een b, ander is het niet mogelijk een 4 letterig woord te maken.

Dit komt doordat je regel iib altijd op het einde toepast bij een woord van een even aantal letters, regel iia zorgt namelijk voor een oneven aantal letters.

Aaaa is dus géén element van L.

De eigenschap die ik heb gevonden in dit onderdeel is dat alle woorden die element zijn van L met een even aantal letters eindigen altijd op b. Dit is het geval, omdat je altijd gebruik moet maken van regel iib om een even aantal letters te krijgen. Regel iia zorgt namelijk voor een oneven aantal letters. ba, aa en aaa zijn dus geen elementen van L, omdat ze een even aantal letters bevatten en niet eindigen op een b.