

# 模式识别与机器学习作业

BraveY

2020 年 1 月 17 日

## 1 第一章

本章无作业

## 2 第二章统计与判别

### 2.1 题目1

设以下模式类别具有正态概率密度函数：

$$\omega_1: (0 \ 0)^T, (2 \ 0)^T, (2 \ 2)^T, (0 \ 2)^T$$

$$\omega_2: (4 \ 4)^T, (6 \ 4)^T, (6 \ 6)^T, (4 \ 6)^T$$

1. 设 $P(\omega_1) = P(\omega_2) = 1/2$ ，求这两类模式之间的贝叶斯判别界面的方程式。
2. 绘出判别界面。

#### 2.1.1 解

依题意有 $\omega_1$ 和 $\omega_2$ 的矩阵为：

$$\omega_1 = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}, \omega_2 = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 6 & 4 \\ 4 & 4 & 6 & 6 \end{bmatrix}$$

根据公式估计 $\omega_1$ 和 $\omega_2$ 的均值向量为：

$$m_1 = \frac{1}{4} \times \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, m_2 = \frac{1}{4} \times \begin{bmatrix} 20 \\ 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$\omega_1$ 和 $\omega_2$ 的协方差矩阵为:

$$C_1 = C_2 = \frac{1}{4} \times \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \times \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

因为 $C_1 = C_2 = C = C^{-1} = I$ 而且 $P(\omega_1) = P(\omega_2) = \frac{1}{2}$ ,所以判别界面为:

$$\begin{aligned} d_1(x) - d_2(x) &= (m_1 - m_2)^T C^{-1} x - \frac{1}{2} m_1^T C^{-1} m_1 + \frac{1}{2} m_2^T C^{-1} m_2 \\ &= \begin{bmatrix} -4 & -4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times x - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 5 & 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix} \\ &= -4x_1 - 4x_2 + 24 = 0 \end{aligned}$$

### 2.1.2 解

判别界面如图Figure 1所示,其中红色圆点为 $\omega_1$ 类, 绿色+号为 $\omega_2$ 类。

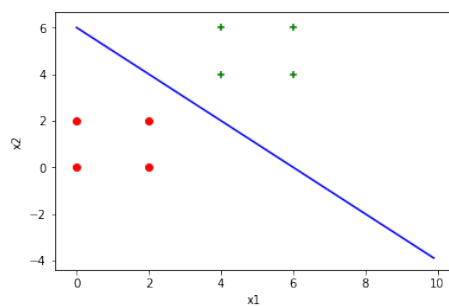


图 1: 判别界面