

Matemática Discreta 2024/2025

Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro

5 de fevereiro de 2025

1 Carga horária semanal e unidades ECTS (UC 47166)

- **Horas presenciais semanais:** 4h Teórico-Práticas (2h+2h) + 1h Tutorial (OT)
- **Horas de estudo autónomo semanais:** 4 horas
- **Unidades ECTS:** 6

2 Cursos

2.1 Obrigatória

- 8220 LICENCIATURA EM MATEMÁTICA (1º Ciclo), Diretora de Curso Natália da Costa Martins, natalia@ua.pt
- 8316 LICENCIATURA EM ENGENHARIA DE COMPUTADORES E INFORMÁTICA (1º Ciclo), Amaro Fernandes de Sousa, asou@ua.pt
- 8295 LICENCIATURA EM ENGENHARIA INFORMÁTICA (1º Ciclo), Carlos Manuel Azevedo Costa, carlos.costa@ua.pt
- 8240 MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA DE COMPUTADORES E TELE-MÁTICA, Joaquim João Estrela Ribeiro Silvestre Madeira, jmadeira@ua.pt
- 8322 LICENCIATURA EM ENGENHARIA COMPUTACIONAL (1º Ciclo), Carlos Antonio Delgado Sousa Brites, carlos.brites@ua.pt

2.2 Opcional

- 8258 Licenciatura em Física (1º Ciclo), Manuel António dos Santos Barroso, scpip@ua.pt
- 1000 Opção Livre

3 Objetivos e Competências

3.1 Objetivos

Formação em matemática discreta que permita a compreensão de modelos matemáticos de natureza combinatória, muito comuns em computação, telecomunicações, indústria de processadores, desenho de circuitos integrados, criptografia e segurança na transmissão de comunicações, sistemas de tráfego, etc.

3.2 Competências

Capacidade de desenvolvimento de raciocínios lógico-dedutivos e de demonstração de resultados em contextos onde as entidades envolvidas têm natureza discreta; capacidade de desenvolvimento de algoritmos de cálculo combinatório com recurso a paradigmas lógicos, a identidades combinatórias clássicas, a relações de recorrência e a funções geradoras; capacidade de resolução de problemas combinatórios representados por grafos.

4 Docentes

- **António Jorge Monteiro Neves (Coordenador), Gab. 11.3.9, jorgeneves@ua.pt**
- Maria Elisa Carrancho Fernandes, Gab. 11.3.44, maria.elisa@ua.pt
- Paula Cristina Roque da Silva Rama, Gab. 11.3.31, prama@ua.pt
- Rui Filipe Alves Silva Duarte, Gab. 11.3.15, rduarte@ua.pt
- Nelson José Rodrigues Faustino, Gab. 11.2.14, nfaust@ua.pt

5 Turmas

Turmas (Aulas)	Docente	OT
TP1 (29), TP3 (29)	António Jorge Monteiro Neves	OT1
TP2 (28)	Maria Elisa Carrancho Fernandes	OT4/OT5
TP5 (28), TP7(28)	Paula Cristina Roque Da Silva Rama	OT3
TP4 (28), TP6 (28)	Rui Filipe Alves Silva Duarte	OT2
TP8 (28)	Nelson José Rodrigues Faustino	OT4/OT5

6 Orientação Tutorial (OT)

6.1 Aulas OT

As aulas **OT (Orientação Tutorial)** funcionam nos seguintes horários:

- **OT1:** Segundas, 16h-17h, Anf. 11.1.2;
- **OT2:** Segundas, 18h-19h, Sala 11.1.30;
- **OT3:** Terças, 19h-20h, Sala 11.1.30;
- **OT4/OT5:** Quintas, 18h-19h, Sala 11.1.28;

Nota importante:

Os alunos devem **avisar o respetivo docente (por email) se tencionam frequentar a aula OT**, até **às 14h do mesmo dia**.

Os alunos podem frequentar qualquer uma das aulas **OT**.

6.2 Fórum MSTeams

Funciona ainda em permanência um fórum de apoio à aprendizagem dos estudantes e ao seu trabalho autónomo através do qual é dado *feedback* a dúvidas e questões que podem ser colocadas *online* usando os recursos do Microsoft Teams (MSTeams), ao qual podem aceder através de <https://bit.ly/3kgsPeX>

7 Programa Previsto

7.1 Capítulo 1: Lógica de primeira ordem e demonstração automática (1LPO)

Termos, predicados e quantificadores; alcance de um quantificador; ocorrências livres e ligadas de variáveis. Fórmulas bem formadas da lógica de primeira ordem; fórmulas válidas, não válidas, inconsistentes e consistentes. Consequência lógica. Forma normal prenex da lógica de primeira ordem; formas normais disjuntivas e conjuntivas; redução de fórmulas à forma normal prenex; cláusulas da lógica de primeira ordem. Dedução computacional; Eliminação de quantificadores; redução à forma normal de Skolem; princípio da resolução de Robinson; substituição de variáveis e de termos; unificação de conjuntos de expressões; unificador mais geral e algoritmo de unificação de expressões; resolventes de cláusulas e aplicação do princípio da resolução de Robinson à lógica de primeira ordem.

7.2 Capítulo 2: Princípios de enumeração combinatória (2PEC)

Princípio da gaiola dos pombos. Princípio da bijeção; Princípios da adição e da multiplicação; Princípio da inclusão-exclusão.

7.3 Capítulo 3: Agrupamentos e Identidades Combinatórias (3AIC)

Arranjos simples e arranjos com repetição, combinações simples; Combinações com repetição e permutações com repetição, números multinomiais; Identidades combinatórias.

7.4 Capítulo 4: Recorrência e Funções Geradoras (4RFG)

Relações de recorrência: dependências recursivas simples; equações de recorrência lineares homogêneas e não homogêneas; equações de recorrência não lineares. Funções geradoras: séries formais de potências; funções geradoras ordinária e exponencial; relações de recorrência e funções geradoras.

7.5 Capítulo 5: Elementos de Teoria dos Grafos (5ETG)

Conceitos e resultados fundamentais: grafos orientados e não orientados; representação de grafos e isomorfismos; grafos e subgrafos particulares; conceitos métricos. Conexidade, caminhos e árvores: grafos conexos e determinação de componentes conexas; problemas de caminho de menor custo e algoritmo de Dijkstra; árvores e florestas, número de árvores abrangentes, árvores abrangentes de custo mínimo, algoritmos de Prim e Kruskal para determinação de árvores abrangentes de custo mínimo, código de Prufer.

8 Bibliografia

Toda a informação está disponível em <https://elearning.ua.pt> no sítio da UC 47166-MD, sendo disponibilizado um **Texto de Apoio**, Folhas de Exercícios e outros materiais.

Além disso:

1. D. M. Cardoso, J. Szymanski e M. Rostami, *Matemática Discreta: combinatória, teoria dos grafos e algoritmos*, Escolar Editora, 2009 (versão revista em 2011, disponível em <https://elearning.ua.pt>).
2. D. M. Cardoso, P. Carvalho, *Noções de Lógica Matemática*, Universidade de Aveiro, 2007 (versão revista em 2015, disponível em <https://elearning.ua.pt>).
3. António Jorge Neves, Maria Paula Carvalho, *Estudo Autónomo: um objeto de aprendizagem ativa*, Matemática Discreta 2016-2017, Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro, Setembro de 2017 (disponível em <https://elearning.ua.pt>).
4. J. S. Pinto, *Tópicos de Matemática Discreta*, Universidade de Aveiro, 1999 (disponível em <https://elearning.ua.pt>).
5. K. Rosen, *Discrete Mathematics and Its Applications*, McGraw-Hill Education, 8th Ed., 2019 (disponível em <https://elearning.ua.pt>).
6. J. M. S. Simões Pereira, *Matemática Discreta: Tópicos de Combinatória*. Editora Luz da Vida, 2006.
7. J. M. S. Simões Pereira, *Matemática Discreta: Grafos, Redes e Aplicações*. Editora Luz da Vida, 2009.
8. R. L. Graham, D. E. Knuth and O. Patashnik, *Concrete mathematics: a foundation for computer science*, Addison-Wesley, 2nd Ed., 1994.

9 Avaliação

9.1 Avaliação Discreta (AD)

Inicialmente, no PACO todos os alunos estão associados à **AD**, a qual inclui quatro elementos de avaliação, **MiniTeste 1 (MT1)**, **Teste 1 (T1)**, **MiniTeste 2 (MT2)**, **Teste 2 (T2)**, tendo como objetivo motivar a aprendizagem dos estudantes de forma faseada por tópicos da matéria, avaliando-a de acordo com a seguinte calendarização:

- **MT1 (10%)**: nas aulas de **10 e 11 de março**, avaliando tópicos de **1LPO**;
- **T1 (40%)**: **11 de abril (sexta-feira, 16h30m)**, sobre **1LPO, 2PEC, 3AIC**;
- **MT2 (10%)**: nas aulas de **14, 15 e 16 de maio**, sobre **4RFG**;
- **T2 (40%)**: na data da época normal de exames (11 a 25 de junho) a fixar pelo Conselho Pedagógico, avaliando tópicos de **4RFG e 5ETG**;

Classificação Final de AD (NAD)

A nota **NAD** será o arredondamento às unidades do valor calculado pela fórmula:

$$\mathbf{NAD} = \max(\mathbf{NCMT}, \mathbf{NSMT}),$$

onde

$$\mathbf{NCMT} = 0.1 \mathbf{MT1} + 0.4 \mathbf{T1} + 0.1 \mathbf{MT2} + 0.4 \mathbf{T2}$$

$$\mathbf{NSMT} = 0.5 \mathbf{T1} + 0.5 \mathbf{T2}$$

9.2 Avaliação Final (AF)

Os alunos que pretendam **optar por AF** devem, até ao dia 10 de março, alterar no PACO a sua avaliação de **AD** para **AF**.

Neste caso, os alunos realizam um **Exame Final (EF)** na época normal de exames, o qual avalia toda a matéria lecionada ao longo do semestre, sendo a classificação final, **NAF**, dada pelo arredondamento às unidades da nota obtida em **EF**.

9.3 Época de Recurso

O **Exame de Recurso (ER)** (ocorre entre 30 de junho e 11 de julho) incide sobre toda a matéria lecionada, estando automaticamente inscritos para este exame todos os alunos que não tenham ainda obtido aprovação. Os estudantes que pretendam efetuar melhoria de nota na Época de Recurso devem efetuar a respetiva inscrição nos prazos legais via PACO.

Classificação final da época de recurso (NER)

será o arredondamento às unidades da nota calculada pela fórmula:

$$\mathbf{NER} = \max(\mathbf{NRCMT}, \mathbf{NRSMT}),$$

onde

$$\mathbf{NRCMT} = 0.1 \mathbf{MT1} + 0.1 \mathbf{MT2} + 0.8 \mathbf{ER}$$

$$\mathbf{NRSMT} = \mathbf{ER}$$

9.4 Prova de Defesa de Nota

Em todo e qualquer caso, se a **classificação final** resultante da aplicação das regras anteriores for **superior a 16 valores**, pode ser exigida uma **prova de avaliação complementar de defesa de nota**.

10 Sobre o Regime de Faltas

Para efeitos de monitorização de assiduidade em cada aula o respetivo docente fará o controlo das presenças e o registo das mesmas no PACO.