

Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro

Matemática Discreta 2024/2025

Folha 0 - Revisão de Lógica Proposicional

- Determine valores de verdade para as variáveis proposicionais p , q e r , para os quais o valor de verdade da fórmula bem formada $((p \vee q) \rightarrow r) \wedge (p \rightarrow (r \rightarrow q))$ seja falso.
- Prove que as fórmulas $\neg((\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q))$ e $(\neg p \wedge \neg q) \vee (p \wedge q)$ são logicamente equivalentes:
 - usando uma tabela de verdade;
 - usando equivalências lógicas conhecidas.
- Prove as seguintes equivalências lógicas (conhecidas por leis da absorção):
 - $p \vee (p \wedge q) \leftrightarrow p$;
 - $p \wedge (p \vee q) \leftrightarrow p$.
- Sem usar tabelas de verdade mostre que:
 - $((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$ é uma tautologia;
 - $(\neg(p \rightarrow q)) \wedge (q \wedge \neg r)$ é uma contradição;
 - $((p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow \neg r)$ é uma contingência.
- Usando tautologias apropriadas, transforme as seguintes fórmulas na forma normal conjuntiva.
 - $p \vee (q \wedge (\neg p))$;
 - $\neg((\neg p) \wedge (\neg q))$;
 - $(p \wedge q) \vee (p \wedge (\neg q))$.
 - $(q \wedge \neg p \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q)$.
- Escreva cada uma das seguintes afirmações na forma “se p então q ”:
 - Chove sempre que o vento sopra de Sul.
 - É necessário caminhar 20 quilómetros para chegar ao topo do Everest.
 - As rosas florirão se estiver calor durante uma semana.
 - A garantia está ativa só se tiveres comprado o computador há menos de um ano.
 - Para ser aprovado na disciplina, é suficiente obter 10 valores na nota final.

7. Sejam p, q, r variáveis que representam as proposições

p : *Sou responsável*;

q : *Passo a Matemática Discreta*;

r : *Vou de férias para as Bermudas*.

Traduza as afirmações seguintes por meio de fórmulas proposicionais.

- a) Se passar a Matemática Discreta, vou de férias para as Bermudas.
- b) Para ir de férias para as Bermudas é suficiente que eu seja responsável.
- c) Passo a Matemática Discreta só se for responsável.
- d) Para passar a Matemática Discreta é necessário que eu seja responsável.
- e) Se passar a Matemática Discreta então vou de férias para as Bermudas caso seja responsável.

8. Escreva a negação das afirmações das alíneas a) e e) do exercício anterior.

9. Utilizando o método de resolução, justifique que

- a) $p, p \rightarrow q \models q$ (regra de inferência “Modus ponens”);
- b) $p \rightarrow q, \neg q \models \neg p$ (“Modus tollens”);
- c) $p \vee q, p \rightarrow r, q \rightarrow r \models r$.

10. Utilizando o método de resolução, verifique a correção de cada uma das seguintes deduções:

- a) Chove se e só se levo guarda-chuva. Hoje não levo guarda-chuva. Logo, hoje não chove.
- b) Chove se levo guarda-chuva. Hoje não levo guarda-chuva. Logo, hoje não chove.
- c) Se o mordomo cometeu o crime, então ele vai estar nervoso quando interrogado. O mordomo estava nervoso quando interrogado. Logo, o mordomo cometeu o crime.
- d) r é uma condição suficiente para q . Além disso, verifica-se r ou a negação de p . Logo, se q não for verdadeiro, não se verifica p .
- e) De $\neg(p \vee q)$ deduz-se $\neg p$.

Algumas soluções

5 a) $p \vee q$; b) $p \vee q$; c) p ; d) $\neg p \wedge (\neg q \vee r)$.

7 a) $q \rightarrow r$; b) $p \rightarrow r$; c) $q \rightarrow p$; d) $q \rightarrow p$; e) $q \rightarrow (p \rightarrow r)$.