



Rapport Projet Traitement du Signal

Rivière Alexandre
Lacroix Yann

Département Sciences du Numérique - Première année
2019-2020

Table des matières

1	Introduction	3
2	Construction du signal MF-TDMA à décoder	3
2.1	Paramètres	3
2.2	Etude théorique	3
2.2.1	Calcul de la densité spectrale de puissance en considérant les signaux $m_1(t)$ et $m_2(t)$ aléatoires, indépendants et centrés	4
2.2.2	Calcul de la densité spectrale de puissance en considérant les signaux $m_1(t)$ et $m_2(t)$ déterministes à énergie finie	4
2.2.3	Expression de la puissance du bruit	5
2.3	Implantation	5
2.3.1	Modulation bande base	5
2.3.2	Construction du signal MF-TDMA	6
3	Mise en place du récepteur MF-TDMA	7
3.1	Démultiplexage des porteuses	8
3.1.1	Synthèse du filtre passe-bas	8
3.1.2	Synthèse du filtre passe-haut	9
3.1.3	Filtrage	10
3.2	Retour en bande de base	11
3.3	Détection du slot utile	12
3.4	Démodulation bande de base	12
4	Conclusion	12

Table des figures

1	Construction du signal MF-TDMA à décoder	3
2	Tracé des signaux $m_1(t)$ et $m_2(t)$	5
3	Tracé des densités spectrales de puissance des signaux $m_1(t)$ et $m_2(t)$	6
4	Tracé des signaux MF-TDMA non bruité et bruité	7
5	Tracé de la densité spectrale de puissance du signal MF-TDMA	7
6	Récepteur MF-TDMA à implanter	8
7	Tracé de la réponse en fréquence du filtre passe-bas	8
8	Tracé de la densité spectrale de puissance du signal MF-TDMA reçu et du module de la réponse en fréquences du filtre passe-bas.	9
9	Tracés de la réponse du filtre passe-haut	9
10	Tracé de la densité spectrale de puissance du signal MF-TDMA reçu et du module de la réponse en fréquences du filtre passe-haut.	10
11	Tracés des signaux après filtrage	10
12	Tracés des signaux après la démodulation	11
13	Tracés des signaux après l'isolation du slot utile	12

1 Introduction

L'objectif de ce projet était de considérer que deux utilisateurs souhaitent accéder à la station d'interconnexion via le standard DVB-RCS (Digital Video Broadcasting - Return Channel via Satellite) comme son nom l'indique, la liaison entre le terminal de l'utilisateur et la station d'interconnexion se fait par satellite. La station d'interconnexion sert ensuite par exemple à se connecter au monde de l'Internet.

On retient pour notre projet un accès à la station d'interconnexion avec une trame MF-TDMA (Multiple Frequency - Time Division Multiple Access). Chacun des deux utilisateurs transmet ses données en les répartissant dans les timeslots et sur les fréquences porteuses qui lui ont été alloués et définies dans le cadre de notre projet ci-dessous. Nous allons d'abord construire le signal à envoyer à partir des messages des deux utilisateurs dans la partie 2.3, puis nous receiverons le signal et nous le traiterons afin d'y extraire le message de base envoyé par les utilisateurs dans la partie 3.

2 Construction du signal MF-TDMA à décoder

La figure 1 présente la trame MF-TDMA à étudier, implanter puis décoder.

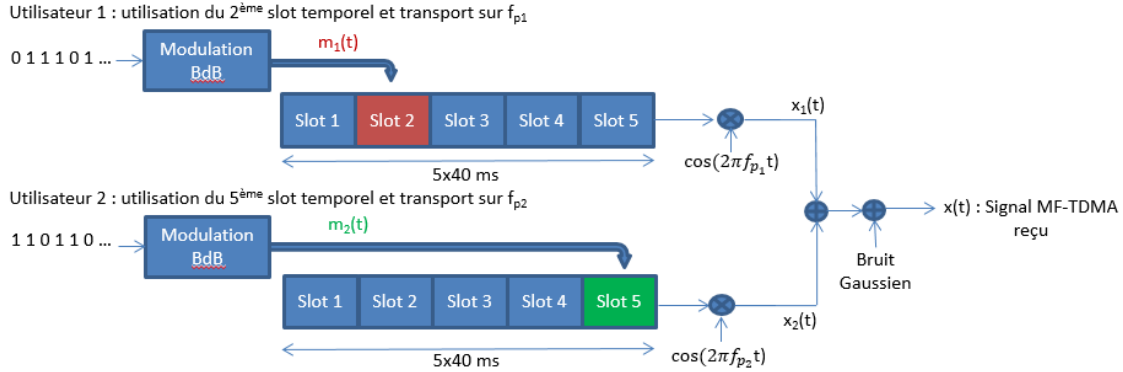


FIGURE 1 – Construction du signal MF-TDMA à décoder

2.1 Paramètres

La trame MF-TDMA est composée de 2 porteuses, $f_{p1} = 0$ kHz et $f_{p2} = 46$ kHz, contenant chacune 5 timeslots de durées $T = 40$ ms. La fréquence d'échantillonnage est fixée à 128 kHz. Les deux utilisateurs vont accéder au système en utilisant la trame de la manière suivante :

- L'utilisateur n° 1 exploite le 2^{ème} timeslot de la porteuse n° 1 (f_{p1}).
- L'utilisateur n° 2 exploite le 5^{ème} timeslot de la porteuse n° 2 (f_{p2}).

Le canal de transmission considéré sera à bruit additif blanc et Gaussien (canal AWGN : Additive White Gaussian Noise). La puissance du bruit à ajouter devra être déduite du rapport signal sur bruit (SNR : Signal to Noise Ratio) souhaité donné en dB.

2.2 Etude théorique

Le signal MF-TDMA non bruité peut s'écrire de la manière suivante :

$$x(t) = m_1(t) + m_2(t) \cos(2\pi f_2 t + \phi)$$

2.2.1 Calcul de la densité spectrale de puissance en considérant les signaux $m_1(t)$ et $m_2(t)$ aléatoires, indépendants et centrés

On considère que les signaux $m_1(t)$ et $m_2(t)$ sont aléatoires, indépendants et centrés. De plus on considère que ϕ est une variable aléatoire indépendante uniformément répartie sur $[0, 2\pi]$ afin de stationnariser le signal MF-TDMA.

On calcule d'abord la fonction d'autocorrélation du signal $x(t)$ en utilisant la formule [2] :

$$R(\tau) = E[x(t)x^*(t - \tau)]$$

On a :

$$\begin{aligned} E[x(t)x^*(t - \tau)] &= \int_0^{2\pi} (m_1(t) + m_2(t) \cos(2\pi f_{p_2} t + \phi)) \times (m_1(t - \tau) + m_2(t - \tau) \cos(2\pi f_{p_2} (t - \tau) + \phi)) \frac{1}{2\pi} d\phi \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^{2\pi} m_1(t)m_1(t - \tau) d\phi + \int_0^{2\pi} m_1(t)m_2(t - \tau) \cos(2\pi f_{p_2} (t - \tau) + \phi) d\phi \right. \\ &\quad + \int_0^{2\pi} m_1(t - \tau)m_2(t) \cos(2\pi f_{p_2} t + \phi) d\phi \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} m_2(t)m_2(t - \tau) \times (\cos(2\pi f_{p_2} (2t - \tau) + 2\phi) + \cos(2\pi f_{p_2} \tau)) d\phi \right] \end{aligned}$$

On sait que l'intégrale de la fonction cosinus sur une période est nulle. On obtient :

$$E[x(t)x^*(t - \tau)] = \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^{2\pi} m_1(t)m_1(t - \tau) d\phi + 0 + 0 + \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} m_2(t)m_2(t - \tau) \cos(2\pi f_{p_2} \tau) d\phi \right]$$

D'où :

$$R(\tau) = R_{m_1}(\tau) + \frac{1}{2} R_{m_2}(\tau) \cos(2\pi f_{p_2} \tau)$$

Finalement la densité spectrale s'écrit :

$$s_x(f) = TF(R(\tau)) = S_{m_1}(f) + \frac{1}{2} S_{m_2}(f) * \left[\frac{1}{2} (\delta(f - f_{p_2}) + \delta(f + f_{p_2})) \right]$$

$$\boxed{s_x(f) = S_{m_1}(f) + \frac{1}{4} [S_{m_2}(f - f_{p_2}) + S_{m_2}(f + f_{p_2})]}$$

2.2.2 Calcul de la densité spectrale de puissance en considérant les signaux $m_1(t)$ et $m_2(t)$ déterministes à énergie finie

On considère dans cette partie que $m_1(t)$ et $m_2(t)$ occupent la même bande de fréquence $[-b, b]$ autour de 0, avec $b \ll f_{p_2}$. Pour simplifier les calculs on prendra $\phi = 0$.

On sait d'après le cours [2] que pour un signal déterministe à énergie finie on a :

$$R(\tau) = \int_{\mathbb{R}} x(t)x^*(t - \tau) dt$$

Donc en remplaçant on trouve :

$$\begin{aligned} R(\tau) &= \int_{\mathbb{R}} m_1(t)m_1(t - \tau) dt + \int_{\mathbb{R}} m_1(t)m_2(t - \tau) \cos(2\pi f_{p_2} (t - \tau)) dt + \int_{\mathbb{R}} m_2(t)m_1(t - \tau) \cos(2\pi f_{p_2} t) dt \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}} m_2(t)m_2(t - \tau) [\cos(2\pi f_{p_2} (2t - \tau)) + \cos(2\pi f_{p_2} \tau)] dt \\ &= \int_{\mathbb{R}} m_1(t)m_1(t - \tau) dt + 0 + 0 + \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}} m_2(t)m_2(t - \tau) [0 + \cos(2\pi f_{p_2} \tau)] dt \\ &= R_{m_1}(\tau) + \frac{1}{2} R_{m_2}(\tau) \cos(2\pi f_{p_2} \tau) \end{aligned}$$

Ce qui donne pour la densité spectrale de puissance (on retrouve bien le même résultat qu'avec la première méthode) :

$$s_x(f) = TF(R(\tau)) = S_{m_1} + \frac{1}{4}[S_{m_2}(f - f_{p_2}) + S_{m_2}(f + f_{p_2})]$$

2.2.3 Expression de la puissance du bruit

On a la formule [2] :

$$RSB_{dB} = 10 \log_{10}\left(\frac{P_s}{P_b}\right)$$

D'où la puissance du bruit :

$$P_b = P_s 10^{-\frac{RSB_{dB}}{10}}$$

2.3 Implantation

2.3.1 Modulation bande base

1. Calcul de N_s

$$N_s = \frac{T}{T_e N_{b_{bits}}} = \frac{f_e T}{N_{b_{bits}}}$$

$$N_s = \frac{128000 * 0.04}{512} = 10$$

2. Voir figure 2.

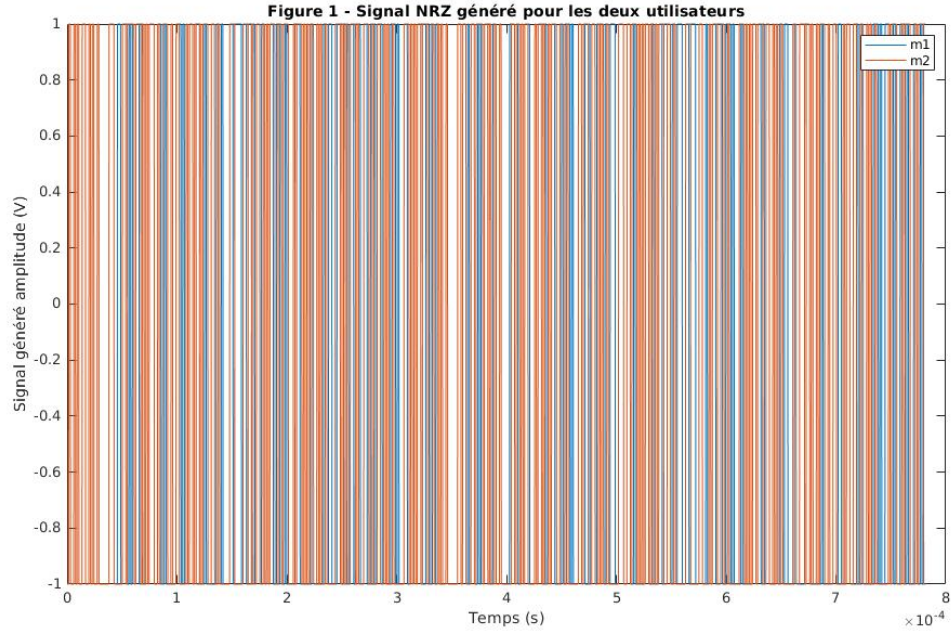


FIGURE 2 – Tracé des signaux $m_1(t)$ et $m_2(t)$

3. Voir figure 3.

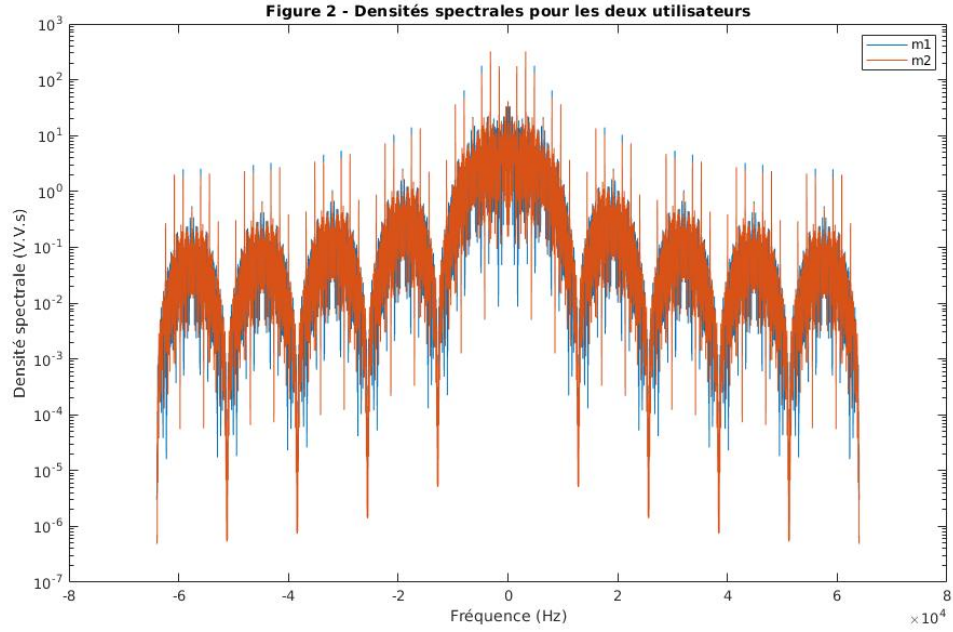


FIGURE 3 – Tracé des densités spectrales de puissance des signaux $m_1(t)$ et $m_2(t)$

2.3.2 Construction du signal MF-TDMA

1. Voir figure 4.
2. Voir figure 4. Le résultat observé est cohérent puisqu'on retrouve le signal x_1 sur le slot 2 et le signal x_2 sur le slot 5.

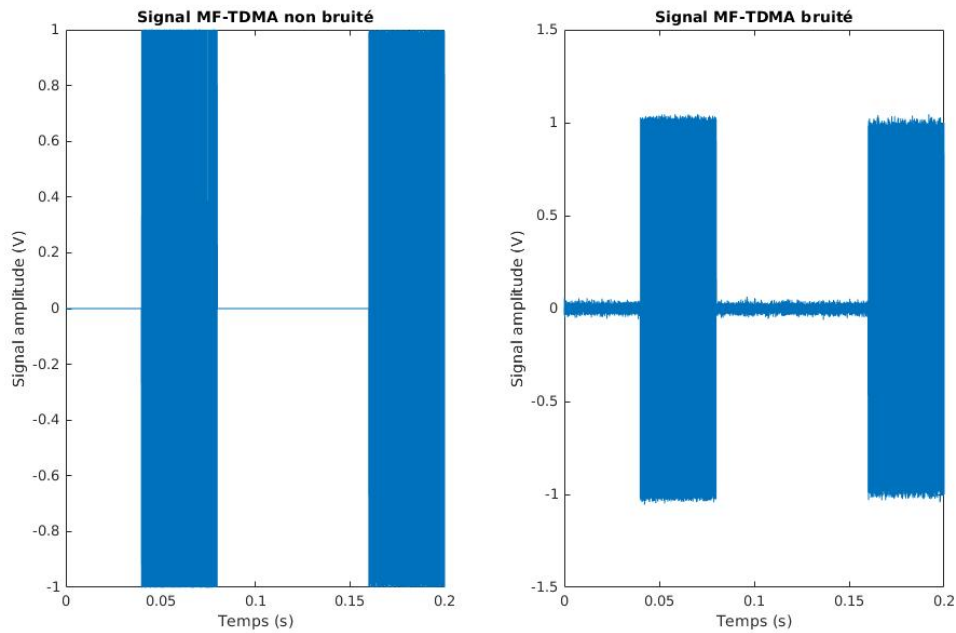


FIGURE 4 – Tracé des signaux MF-TDMA non bruité et bruité

3. Le tracé de la figure 5 est bien conforme à l'étude théorique (paragraphe 2.2.1) puisqu'on a de la puissance centrée autour de $0Hz$ et de la puissance en $f_{p2} = 46Hz$ et $-f_{p2}$.

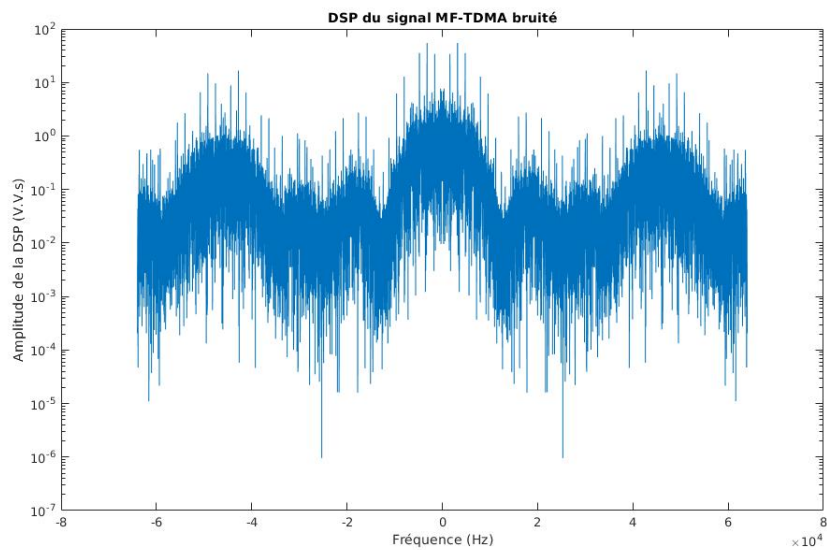


FIGURE 5 – Tracé de la densité spectrale de puissance du signal MF-TDMA

3 Mise en place du récepteur MF-TDMA

La figure 6 présente le récepteur à implanter pour retrouver, à partir du signal MF-TDMA bruité, les messages binaires envoyés par les deux utilisateurs.

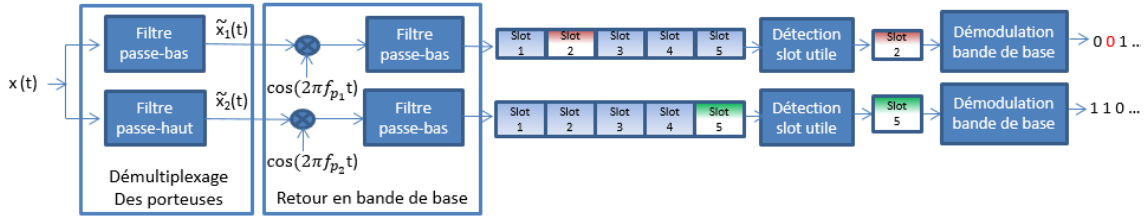


FIGURE 6 – Récepteur MF-TDMA à implanter

3.1 Démultiplexage des porteuses

Le démultiplexage des porteuses se fait par filtrage : à partir du signal MF-TDMA reçu, un filtre passe-bas permet de récupérer le signal porté par le cosinus à la fréquence f_{p1} (provenant de l'utilisateur 1), tandis qu'un filtre passe-haut permet de récupérer le signal porté par le cosinus à la fréquence f_{p2} (provenant de l'utilisateur 2).

3.1.1 Synthèse du filtre passe-bas

1. La réponse impulsionnelle idéale du filtre passe-bas à implanter est un sinus cardinal. Pour fabriquer un filtre passe-bas capable d'isoler le signal x_1 , nous devons générer un sinus cardinal de fréquence de coupure $f_{c1} = 20kHz$.
2. Voir figure 7.

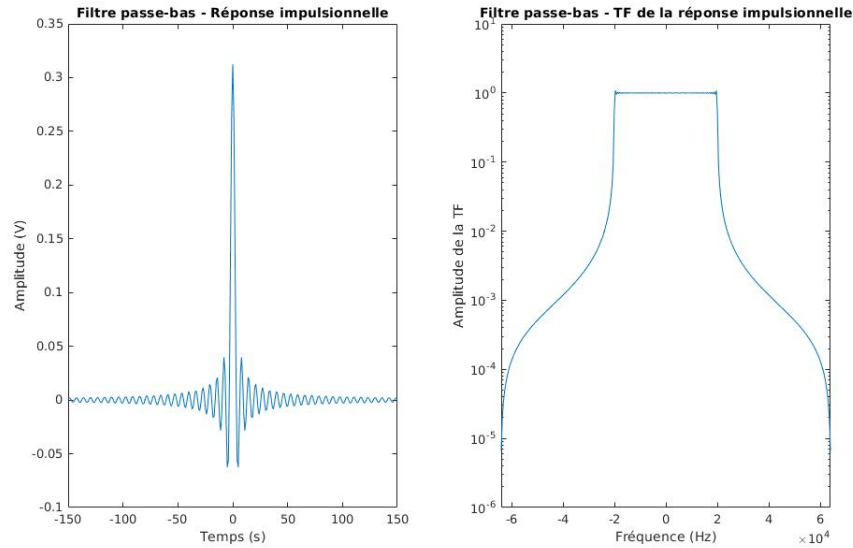


FIGURE 7 – Tracé de la réponse en fréquence du filtre passe-bas

3. Voir figure 8.

Ce filtre réalise la fonction souhaitée. En effet, les plus grands pics du deuxième signal sont filtrés et les plus grands pics du premier signal passent. En sortie de ce filtre, il ne reste quasiment que le signal basse fréquence.

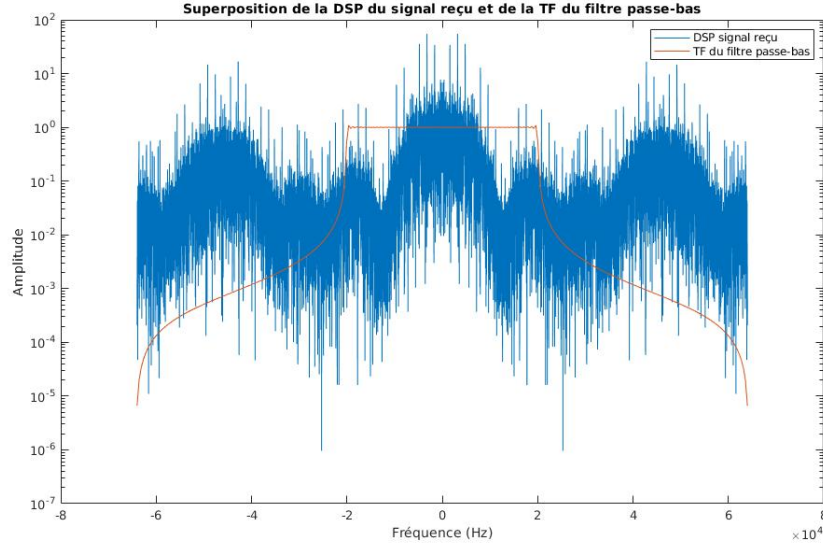


FIGURE 8 – Tracé de la densité spectrale de puissance du signal MF-TDMA reçu et du module de la réponse en fréquences du filtre passe-bas.

3.1.2 Synthèse du filtre passe-haut

1. On peut créer un filtre passe-haut à partir d'un filtre passe-bas. Pour cela on peut soustraire la réponse impulsionnelle idéale d'un filtre passe-bas à un dirac numérique avec $h_{IPH} = \delta - h_{IPB}$.
2. Voir figure 9.

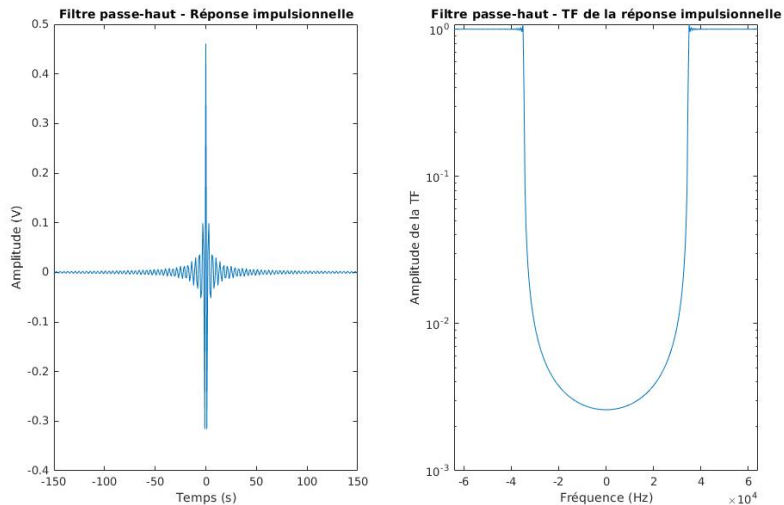


FIGURE 9 – Tracés de la réponse du filtre passe-haut

3. Voir figure 10.

Le filtre implanté réalise la fonction souhaitée pour une fréquence de coupure $f_{c2} = 34500Hz$. En effet, ce filtre nous permet bien d'éliminer les 3 plus grands pics de puissance du signal x_1 tout en conservant le pic principal de x_2 .

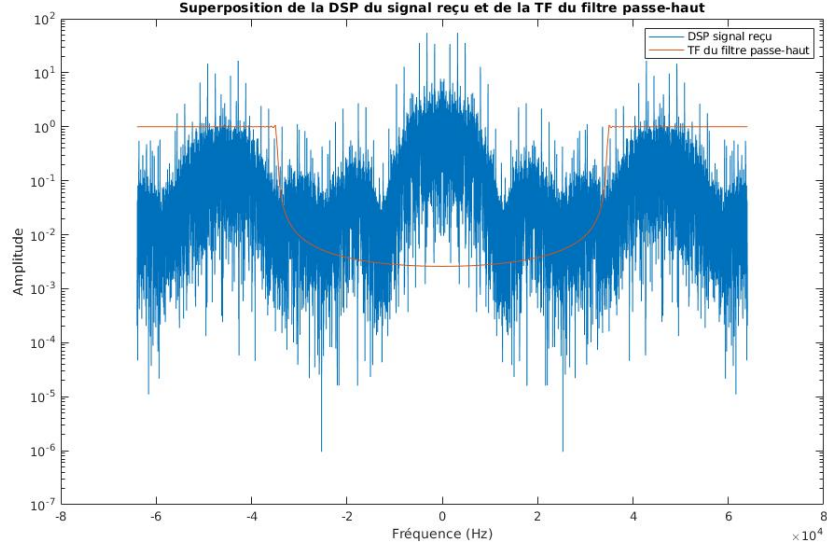


FIGURE 10 – Tracé de la densité spectrale de puissance du signal MF-TDMA reçu et du module de la réponse en fréquences du filtre passe-haut.

3.1.3 Filtrage

On voit bien que le filtre passe-bas atténue le signal x_2 mais n'affecte pas x_1 . De même, le filtre passe-haut atténue fortement x_1 sans affecter x_2 .

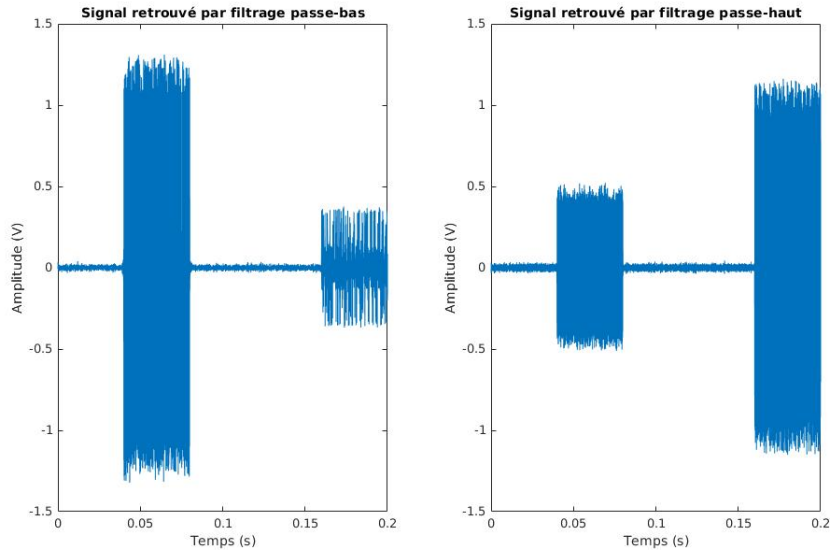


FIGURE 11 – Tracés des signaux après filtrage

3.2 Retour en bande de base

Il est nécessaire de démoduler le signal x_2 . Pour cela, on multiplie le signal filtré à travers le passe-haut par le même cosinus que celui qui a servi à réaliser la transposition sur fréquence porteuse $f_{p2} = 46kHz$ puis on filtre le résultat obtenu par un passe-bas de fréquence de coupure $f_{c3} = 25kHz$.

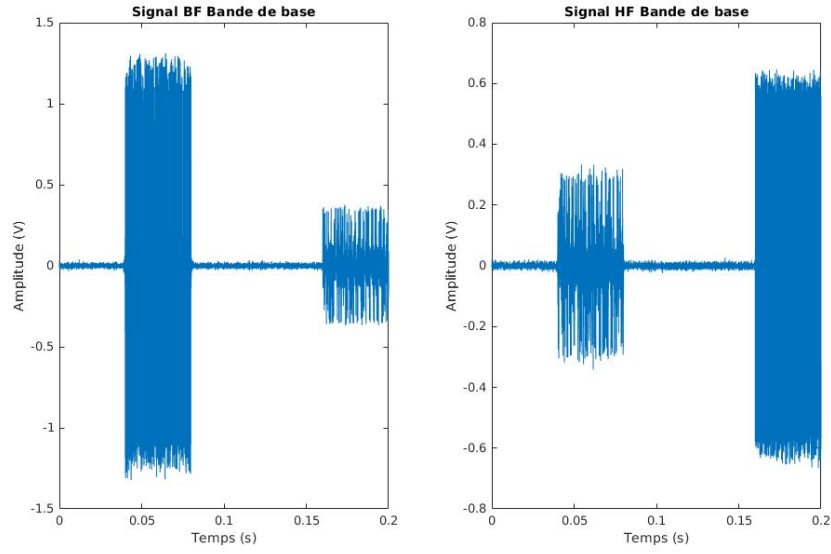


FIGURE 12 – Tracés des signaux après la démodulation

3.3 Détection du slot utile

Pour chaque utilisateur, afin de procéder à la détection du slot utile, on divise la trame après retour en bande de base en tranches de durée $T = 40ms$. Afin de détecter le slot utile, on utilise un détecteur d'énergie. On obtient alors les deux signaux x_1 et x_2 .

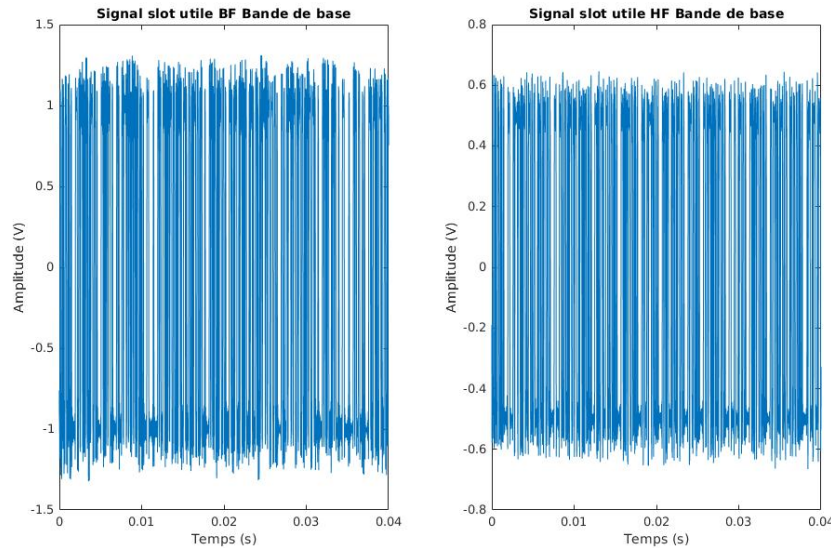


FIGURE 13 – Tracés des signaux après l'isolation du slot utile

3.4 Démodulation bande de base

Pour chaque utilisateur, à partir du message retrouvé dans le slot utile, on réalise une démodulation bande de base qui permet de retrouver les messages binaires envoyés. On utilise ensuite la fonction `bin2str.m` fournie afin de retrouver les messages texte.

4 Conclusion

Nous avons réussi au cours de ce projet à :

- Numériser les messages des deux utilisateurs en message binaire, les moduler en utilisant la modulation en amplitude à deux fréquences de porteuses différentes et attribuer un slot à chacun des messages afin de les envoyer.
- Récupérer et traiter les deux messages (*ie : Synthétiser un passe-bas et un passe-haut afin de filtrer les deux messages, faire un retour en bande de base pour le signal qui a été modulé avec f_{p2} , détecter le slot utile par recherche d'un maximum d'énergie et enfin récupérer le message avec une démodulation en bande de base*)

Outre le fait que ce projet ait rassemblé les différentes facettes du cours sur le traitement du signal, il a aussi permis de récupérer cette énigme !

*Je suis un homme à lunettes, mes équations donnent mal à la tête
Je pourrais presque être une loi mais ne suis pas une girafe ...*

La réponse à cette énigme étant *Martial Coulomb* !

Références

- [1] Vincent LOZANO. *Comment utiliser Latex quand on n'y connaît goutte*. In Libro Veritas, 2008.
- [2] Jean-Yves TOURNERET. *Cours Traitement du Signal*. <http://tourneret.perso.enseeiht.fr/SignalProcessing/slidesTS1SN20192020.pdf>.