



Rapport Projet Télécommunications

Partie II

Rivière Alexandre
Lacroix Yann

Département Sciences du Numérique - Première année
2019-2020

Contents

1	Introduction	3
2	Utilisation de la chaîne passe-bas équivalente pour le calcul et l'estimation du taux d'erreur binaire	3
2.1	Etude théorique	3
2.2	Implantation sous Matlab	5
2.2.1	Implantation de la chaîne sur fréquence porteuse	5
2.2.2	Implantation de la chaîne passe-bas équivalente	7
3	Comparaison de modulation sur fréquence porteuse	11
3.1	Etude théorique	11
3.2	Implantation sous Matlab	12
3.2.1	Etude de chaque chaîne de transmission	12
3.2.2	Comparaison des chaînes de transmission	14
4	Conclusion	16

List of Figures

1	Réponse en fréquence de la chaîne de transmission	3
2	Signal générés sur les voies en phase (à gauche) et en quadrature (à droite)	5
3	Signal transmis sur fréquence porteuse	6
4	Densité spectrale de puissance du signal modulé sur fréquence porteuse	6
5	Comparaison du TEB simulé avec le TEB théorique	7
6	Signal générés sur les voies en phase (à gauche) et en quadrature (à droite)	8
7	Densité spectrale de puissance de l'enveloppe complexe associé au signal modulé sur fréquence porteuse	9
8	TEB de la chaîne passe-bas équivalente	9
9	Constellations en sortie du mapping et en sortie de l'échantillonneur	10
10	Comparaison des deux TEB obtenus avec la chaîne simulée sur fréquence porteuse et avec la chaîne passe-bas équivalente	10
11	Différentes constellations	11
12	Constellations pour différentes modulations	13
13	Comparaison du TEB simulé avec le TEB théorique pour différentes modulations	14
14	Comparaison des TEB pour différentes modulations	15
15	Comparaison des DSP pour différentes modulations	15

1 Introduction

Objectifs

L'objectif de ce projet est triple :

- ★ Etre capable d'implanter une chaîne de transmission sur fréquence porteuse de type PSK ou QAM et d'explicitier le rôle des différents éléments la composant.
- ★ Etre capable de déterminer puis d'implanter la chaîne de transmission passe-bas équivalente à une chaîne de transmission sur fréquence porteuse de type PSK ou QAM.
- ★ Etre capable de comparer, en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance, plusieurs chaînes de transmission sur fréquence porteuse en utilisant une implantation de type chaîne passe-bas équivalente.

2 Utilisation de la chaîne passe-bas équivalente pour le calcul et l'estimation du taux d'erreur binaire

L'objectif de cette partie est de montrer que le taux d'erreur binaire obtenu pour une transmission est identique que l'on plante la chaîne de transmission sur fréquence porteuse ou bien la chaîne passe-bas équivalente. L'étude sera réalisée pour une transmission QPSK.

2.1 Etude théorique

On considère la chaîne de transmission passe-bas équivalente à une chaîne de transmission QPSK (symboles $d_k \in \{\pm 1 \pm j\}$), avec un filtre de mise en forme et filtre de réception en racine de cosinus surélevé de même roll off et un canal à bruit additif blanc et Gaussien. La figure 1 donne le tracé de la réponse en fréquence globale de la chaîne de transmission $G(f) = H(f)H_r(f)$, où $H(f)$ représente la réponse en fréquence du filtre de mise en forme et $H_r(f)$ la réponse en fréquence du filtre de réception.

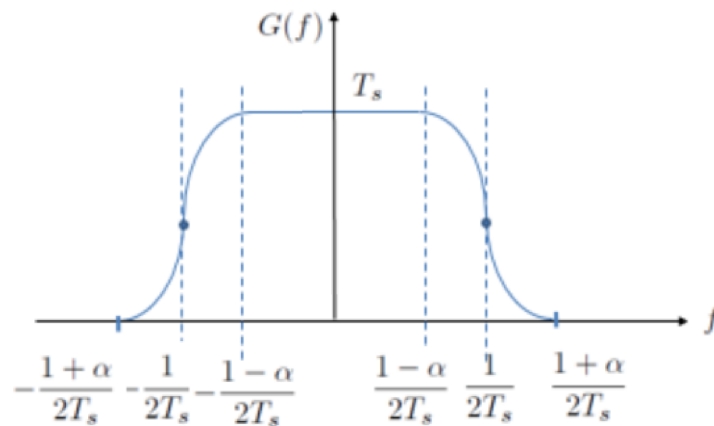


Figure 1: Réponse en fréquence de la chaîne de transmission

1. En entrée du filtre de réception on a l'énergie symbole qui vaut: $E_s = P_r T_s$ avec P_r la puissance du signal transmis et T_s la durée symbole.

Calculons P_{r_e} , sachant que l'on souhaite connaître P_r et que $P_r = P_{r_e}/2$. On a :

$$P_{r_e} = P_{x_e} = \int_{\mathbb{R}} S_{x_e}(f) df = \int_{\mathbb{R}} \frac{2}{T_s} |H(f)|^2 df = \frac{2}{T_s} \int_{\mathbb{R}} G(f) e^{2j\pi f t_0} df = \frac{2}{T_s} g(t_0)$$

Puisque cette dernière intégrale est l'aire sous la courbe de la figure 1 donc il vient $P_r = \frac{1}{T_s} g(t_0)$ d'où

$$\boxed{E_s = g(t_0)}$$

2. Calculons la puissance du bruit sur chaque voie (I et Q) en sortie du filtre de réception.

On a :

$$\sigma_I^2 = \sigma_Q^2 = N_0 \int_{\mathbb{R}} |H_r(f)|^2 df = N_0 \int_{\mathbb{R}} G(f) e^{2j\pi f t_0} df = N_0 g(t_0)$$

$$\text{Donc } \boxed{\sigma_I^2 = \sigma_Q^2 = N_0 g(t_0)}$$

3. On note P la probabilité d'erreur.

On a $P(\Omega) = P(I \cup Q) = P(I) + P(Q) - P(I \cap Q)$.

Or les voies I et Q sont indépendantes. Donc on a $P(\Omega) = P(I) + P(Q) - P(I)P(Q)$

$$\text{Il vient } \boxed{TES = TES_I + TES_Q - TES_I \times TES_Q}$$

4. Puisque $TES_I \times TES_Q \sim 0$ et que $TES_I = TES_Q$ on a $\boxed{TES = 2TES_I}$

On peut aussi le voir avec les deux calculs suivants :

$$TES_I = TES_Q = Q\left(\frac{g(t_0)}{\sigma_I}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{g(t_0)}{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right)$$

D'après le cours [1] page 26 on a le taux d'erreur symbole qui vaut :

$$TES \approx 2Q\left(\sqrt{2\frac{E_b}{N_0}}\right) = 2Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right)$$

$$\text{Et donc il vient également } \boxed{TES = 2TES_I}$$

5. Dans le cas où on suppose le critère de Nyquist respecté, on a d'après la question 4.

$$\boxed{TES_I = Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right)}$$

6. On a d'après [2] page 24 $TEB \approx \frac{TES}{\log_2(M)}$ donc pour la chaîne de transmission QPSK le taux d'erreur binaire est:

$$\boxed{TEB \approx Q\left(\sqrt{2\frac{E_b}{N_0}}\right)}$$

2.2 Implantation sous Matlab

2.2.1 Implantation de la chaîne sur fréquence porteuse

On implantera dans un premier temps, la chaîne de transmission QPSK sur fréquence porteuse, avec mapping de Gray, facteur de suréchantillonnage permettant de respecter le critère de Shannon, mise en forme en racine de cosinus surélevé, canal AWGN et récepteur optimal (critère de Nyquist respecté, filtrage adapté, instants optimaux d'échantillonnage, détecteur à seuil avec seuils optimaux).

Remarque: On peut réaliser ici le mapping/demapping et les prises de décision "à la main", pour les modulations d'ordre plus élevés on utilisera les fonctions Matlab.

Le roll-off du filtre de mise en forme devra être égal à 0.35, la fréquence porteuse $f_p = 2\text{kHz}$, la fréquence d'échantillonnage $F_e = 10\text{kHz}$ et le débit symbole $R_s = \frac{1}{T_s} = 1\text{kbauds}$.

Le canal de transmission (AWGN) ne fait qu'ajouter un bruit blanc (densité spectrale de puissance $\frac{N_0}{2} \forall f$) et gaussien au signal en sortie du modulateur. Ce bruit sera ici réel et généré sur la bande F_e (fréquence d'échantillonnage), grâce à la fonction `randn` de Matlab, avec plusieurs puissances différentes, notées σ_n^2 , que l'on calculera, en fonction des rapports signal sur bruit par bit souhaités à l'entrée du récepteur $\frac{E_b}{N_0}$, de la manière suivante :

$$\sigma_n^2 = \frac{P_r N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}}$$

où M représente l'ordre de la modulation, N_s le facteur de suréchantillonnage et P_r la puissance du signal.

1. Voir code Matlab.

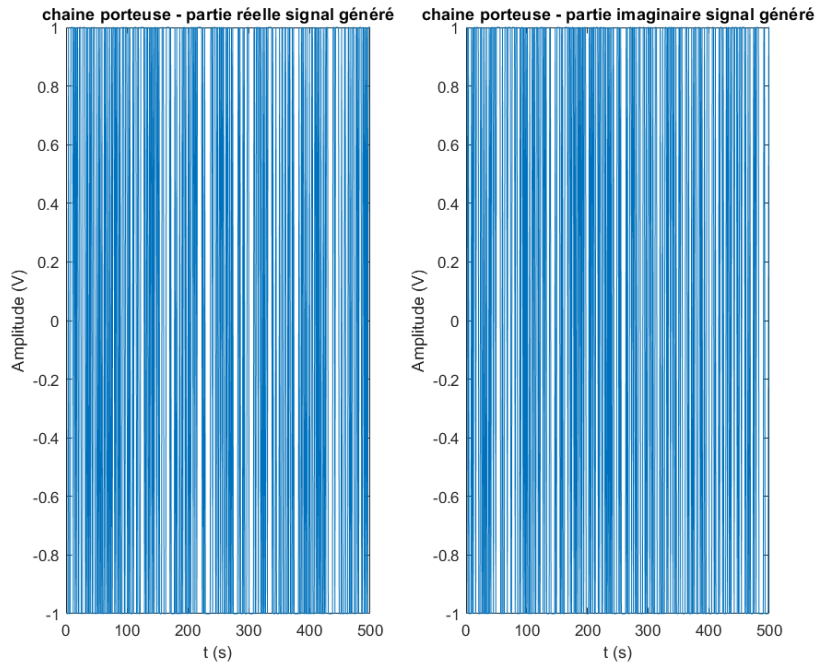


Figure 2: Signal générés sur les voies en phase (à gauche) et en quadrature (à droite)

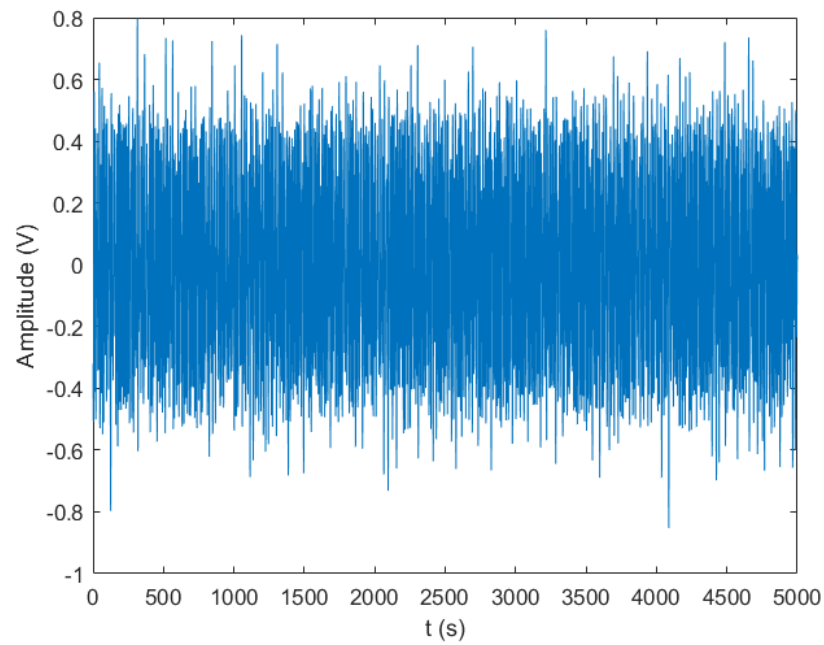


Figure 3: Signal transmis sur fréquence porteuse

2. Voir figure 4. On remarque que la DSP est effectivement cohérente avec l'étude théorique puisque qu'elle est centrée autour de la fréquence porteuse $f_p = 2$ kHz.

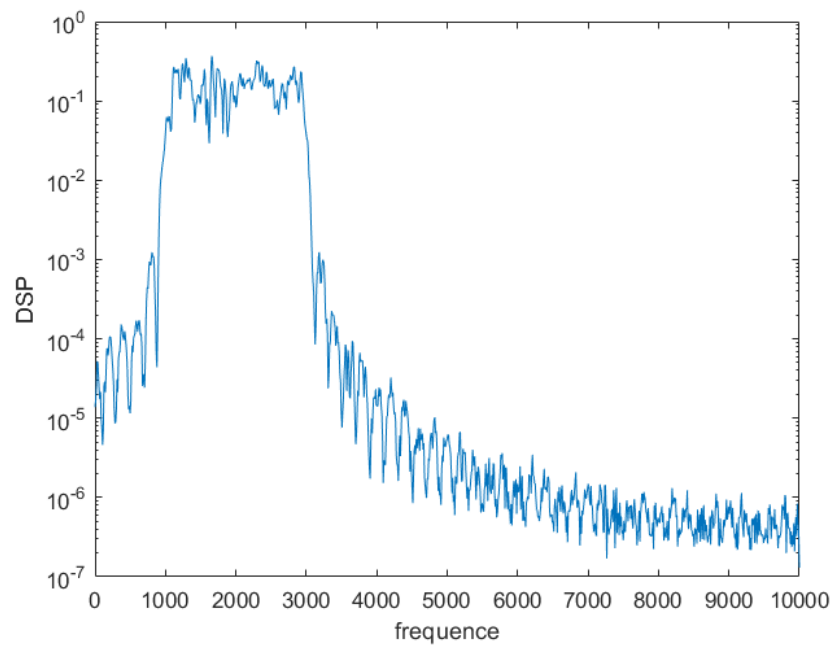


Figure 4: Densité spectrale de puissance du signal modulé sur fréquence porteuse

3. Le TEB est effectivement nul. Voir code Matlab.

4. Voir figure 5.

5. Le TEB suit bien la courbe du TEB théorique donc la chaîne semble être bien implantée. Voir figure 5.

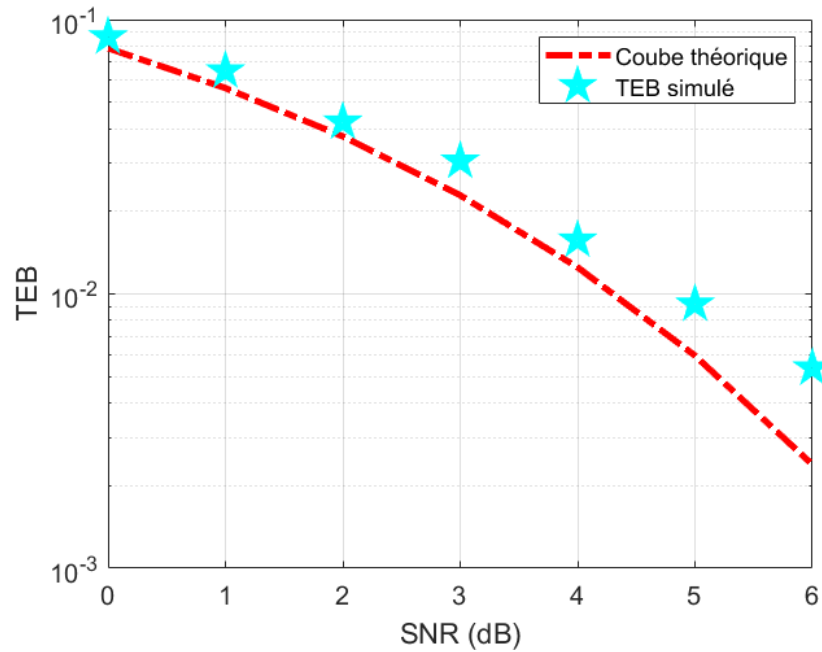


Figure 5: Comparaison du TEB simulé avec le TEB théorique

2.2.2 Implantation de la chaîne passe-bas équivalente

On plantera, dans un deuxième temps, la chaîne de transmission passe-bas équivalente à la chaîne de transmission sur fréquence porteuse réalisée précédemment. Le bruit, introduit par le canal passe-bas équivalent au canal de propagation, est cette fois un bruit complexe $n_e(t) = n_I(t) + jn_Q(t)$. Il viendra s'ajouter sur la bande F_e avec une même puissance sur chaque voie ($\sigma_{n_I}^2 = \sigma_{n_Q}^2$), puissance que l'on calculera en fonction des rapports signal sur bruit par bit à l'entrée du récepteur E_b/N_0 souhaités de la manière suivante:

$$\sigma_{n_I}^2 = \sigma_{n_Q}^2 = \frac{P_{r_e} N_s}{2 \log_2(M) \frac{E_b}{N_0}}$$

où M représente l'ordre de la modulation, N_s le facteur de suréchantillonnage et P_{r_e} la puissance de l'enveloppe complexe associée au signal reçu.

1. Voir code Matlab et figure 6.

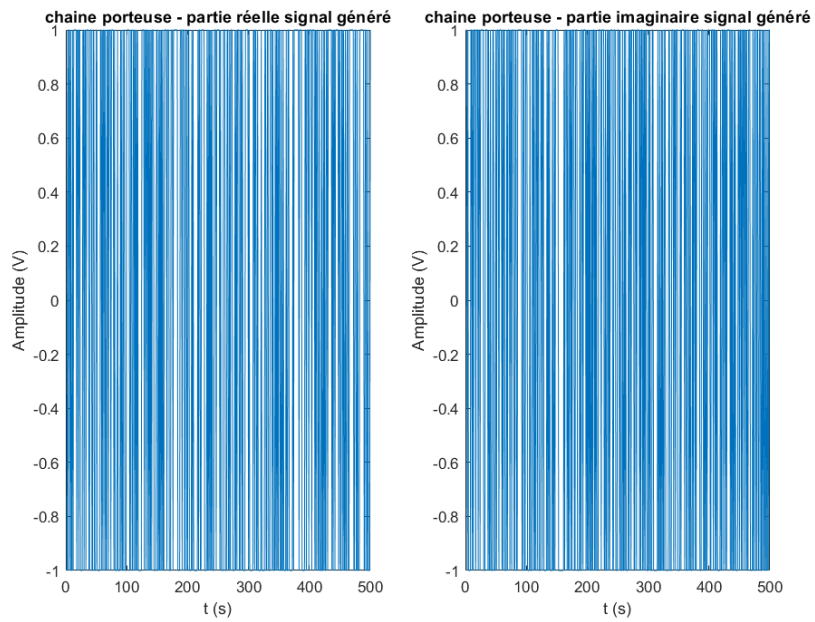


Figure 6: Signal générés sur les voies en phase (à gauche) et en quadrature (à droite)

2. Voir figure 7. On remarque que la DSP est cohérente avec l'étude théorique, elle est centrée autour de 0hz parce qu'on n'effectue plus la transposition de fréquence.

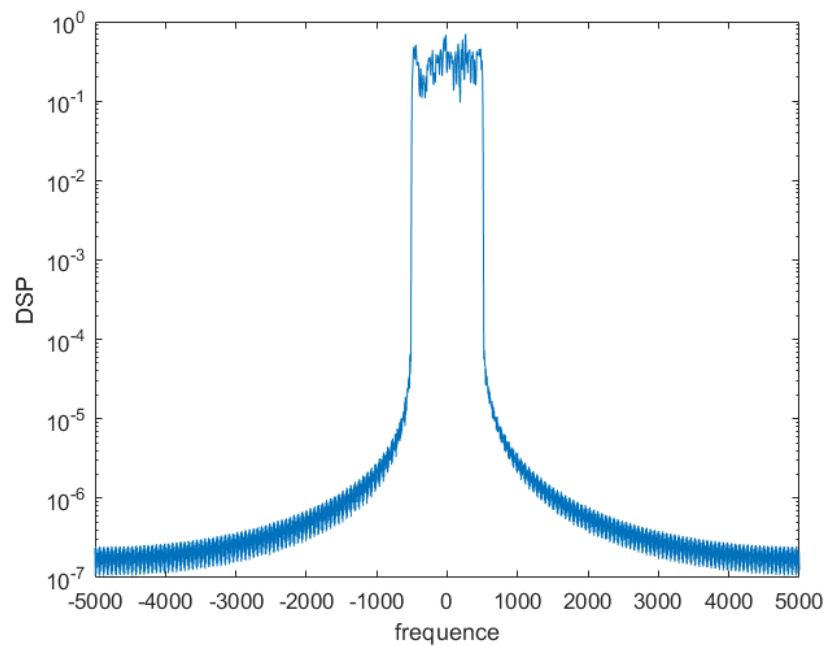


Figure 7: Densité spectrale de puissance de l'enveloppe complexe associé au signal modulé sur fréquence porteuse

3. Le TEB est effectivement nul. Voir code Matlab.

4. Voir figure 8.

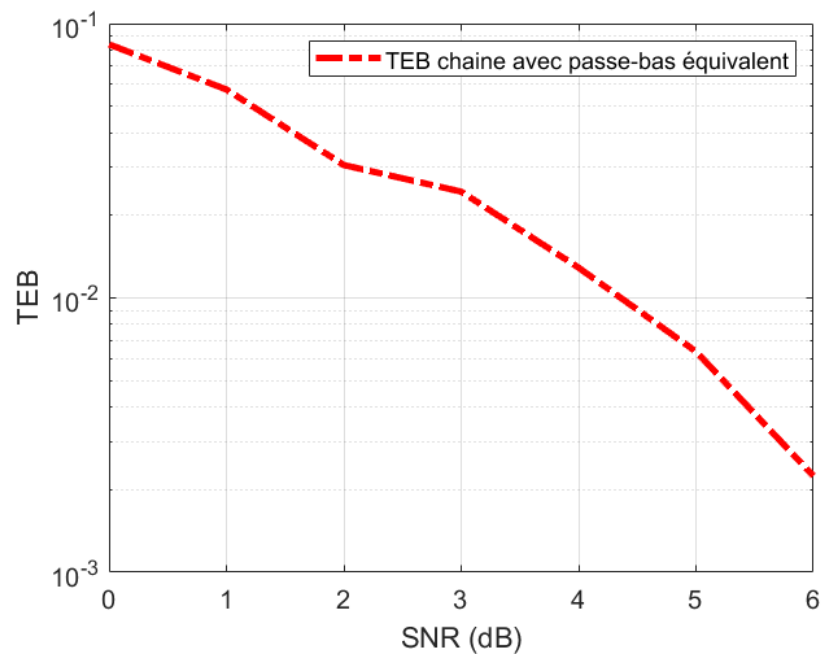


Figure 8: TEB de la chaîne passe-bas équivalente

5. Voir figure 9.

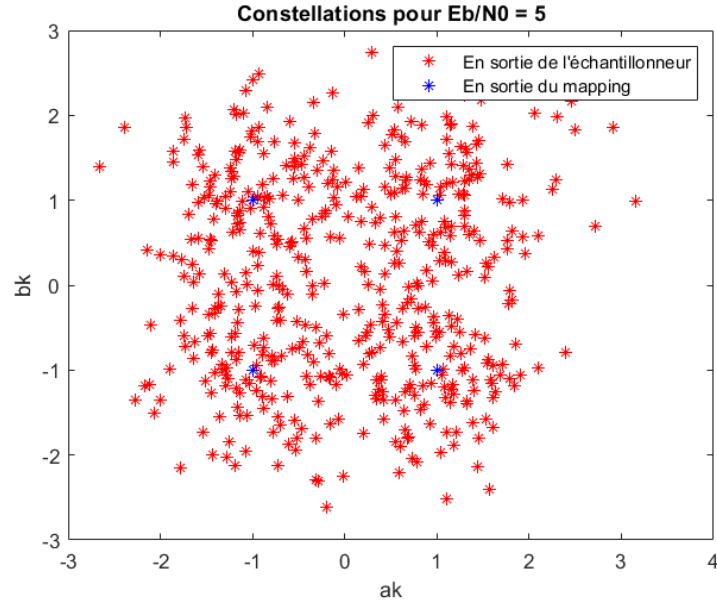


Figure 9: Constellations en sortie du mapping et en sortie de l'échantillonneur

6. Les TEB sont bien égaux donc la chaîne est bien implantée. Voir figure 10.

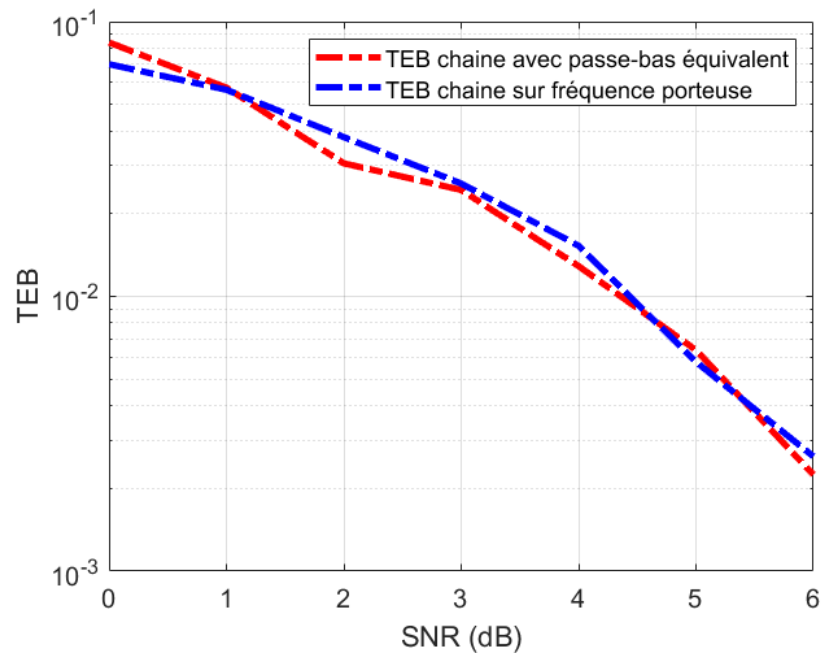


Figure 10: Comparaison des deux TEB obtenus avec la chaîne simulée sur fréquence porteuse et avec la chaîne passe-bas équivalente

3 Comparaison de modulation sur fréquence porteuse

3.1 Etude théorique

On considère les quatres chaînes de transmission définies dans le tableau suivant ("SRRCF" signifie "Square Root Raised Cosine Filter"):

Modulation :	4-ASK	QPSK	8-PSK	16-QAM
Filtre d'émission :	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$
Filtre de reception :	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$	SRRCF, $\alpha = 0,5$
Debit binaire :	48 kbps	48 kbps	48 kbps	48 kbps
TEB :	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}	10^{-2}

1. On retrouve les constallations page 11 tracées sur Géogebra, et qui rendent compte de différentes utilisations.

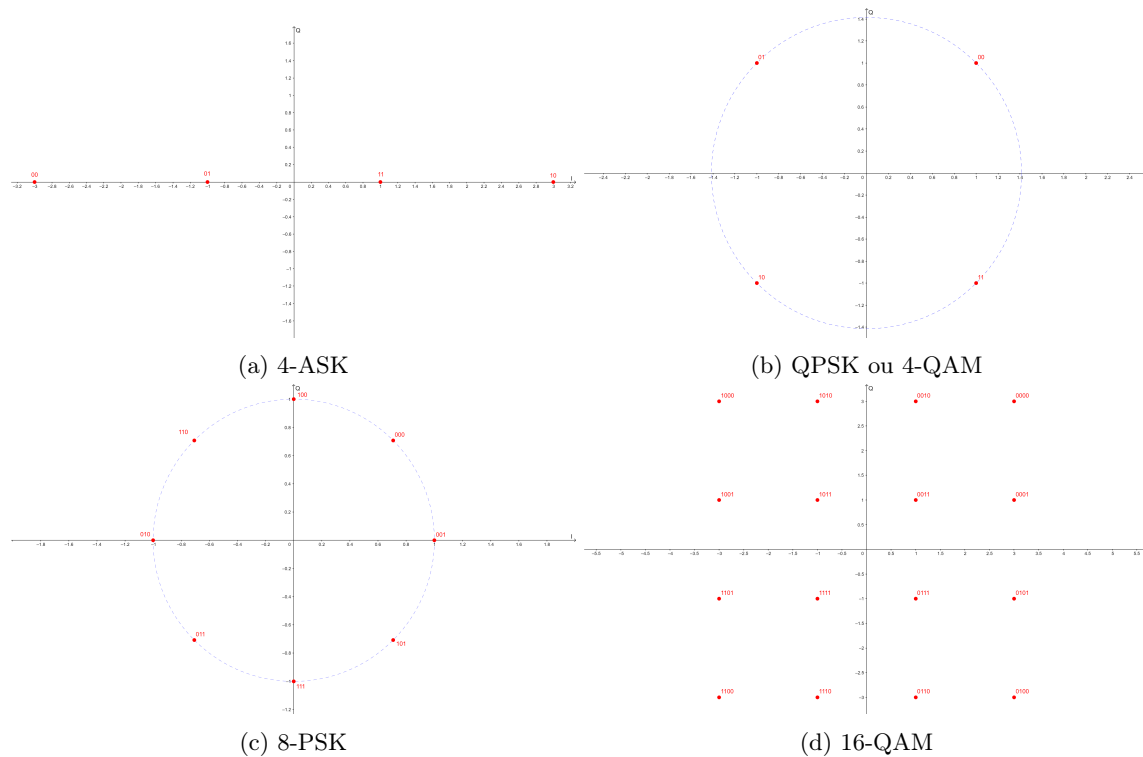


Figure 11: Différentes constellations

2. Pour chaque constellation, on calcule le débit symbole à l'aide de la formule page 38 [2], voir question 3.

3. On rassemble dans le tableau suivant les valeurs utiles.

Pour l'efficacité spectrale on a la formule page 12 [2] : $\eta = \frac{R_b}{B}$ où $B = 2 \times \frac{1+\alpha}{2T_s} = (1+\alpha)R_s = kR_s$ donc $k = 1 + \alpha = 1.5$.

On constate que la transmission 16-QAM est la plus efficace spectralement, cela signifie qu'elle occupe une plus petite largeur de bande, et c'est important puisqu'il y a pénurie des fréquences disponibles !

Modulation :	4-ASK	QPSK	8-PSK	16-QAM
Débit symbole R_s	24.10^3	24.10^3	16.10^3	12.10^3
Efficacité spectrale η	1.3	1.3	2	2.7
E_b/N_0 en dB pour TEB = 10^{-2}	8.3	4.5	7.5	8.3
Largeur de bande	36kHz	36kHz	24kHz	18kHz

4. Voir le tableau ci-dessus pour les valeurs numériques. **La modulation la plus efficace en puissance est QPSK**, puisque pour un même rapport signal sur bruit par bit à l'entrée du récepteur, il offre un taux d'erreur binaire plus faible que les autres modulations. On n'a donc moins besoin d'utiliser de fortes puissances pour envoyer nos signaux avec la modulation QPSK.

On remarque que les deux modulations 4-ASK et 16-QAM présentent le même taux d'erreur binaire. On ne peut donc pas trancher entre ces deux modulations en prenant seulement en compte l'efficacité en puissance. Cependant, on voit que ces deux modulations ne présentent pas la même efficacité spectrale: **16-QAM présente une meilleure efficacité spectrale**. Donc c'est cette dernière qu'on préférera utiliser.

5. Pour transmettre à travers un canal de bande passante 20 kHz sans interférence entre symboles, on doit avec une largeur de bande occupée par le signal **inférieure** à 20 kHz. Les calculs de la largeur de bande sont calculés dans le tableau avec la formule $BW = (1 + \alpha)R_s$ détaillée à la question 3.

On voit que cette condition n'est respectée que pour la modulation 16-QAM.

3.2 Implantation sous Matlab

Il s'agira d'implanter, d'analyser et de comparer les chaînes passe-bas équivalentes associés aux chaînes de transmission proposées dans l'étude théorique.

3.2.1 Etude de chaque chaîne de transmission

1. Le TEB est effectivement nul. Voir code Matlab.

2. Après ajout du bruit on obtient les figures 12 et 13, pages 13 et 14.

On remarque que toutes les constellations en sortie de l'échantillonneur sont globalement centrées autour des points théoriques (cf figure 11). On remarque également que plus le rapport signal sur bruit est élevé, plus les points sont proches et groupés autour des points théoriques. Ceci est normal puisque le bruit introduit une erreur ϵ qui détériore le signal, et le signal que l'on récupère dépend du rapport signal sur bruit (ie $\frac{E_b}{N_0}$).

On constate que les tracés de la figure 13 permettent de valider le bon fonctionnement de toutes les chaînes, bien que pour la modulation QPSK il y a un écart pour les valeurs du rapport signal sur bruit élevées.

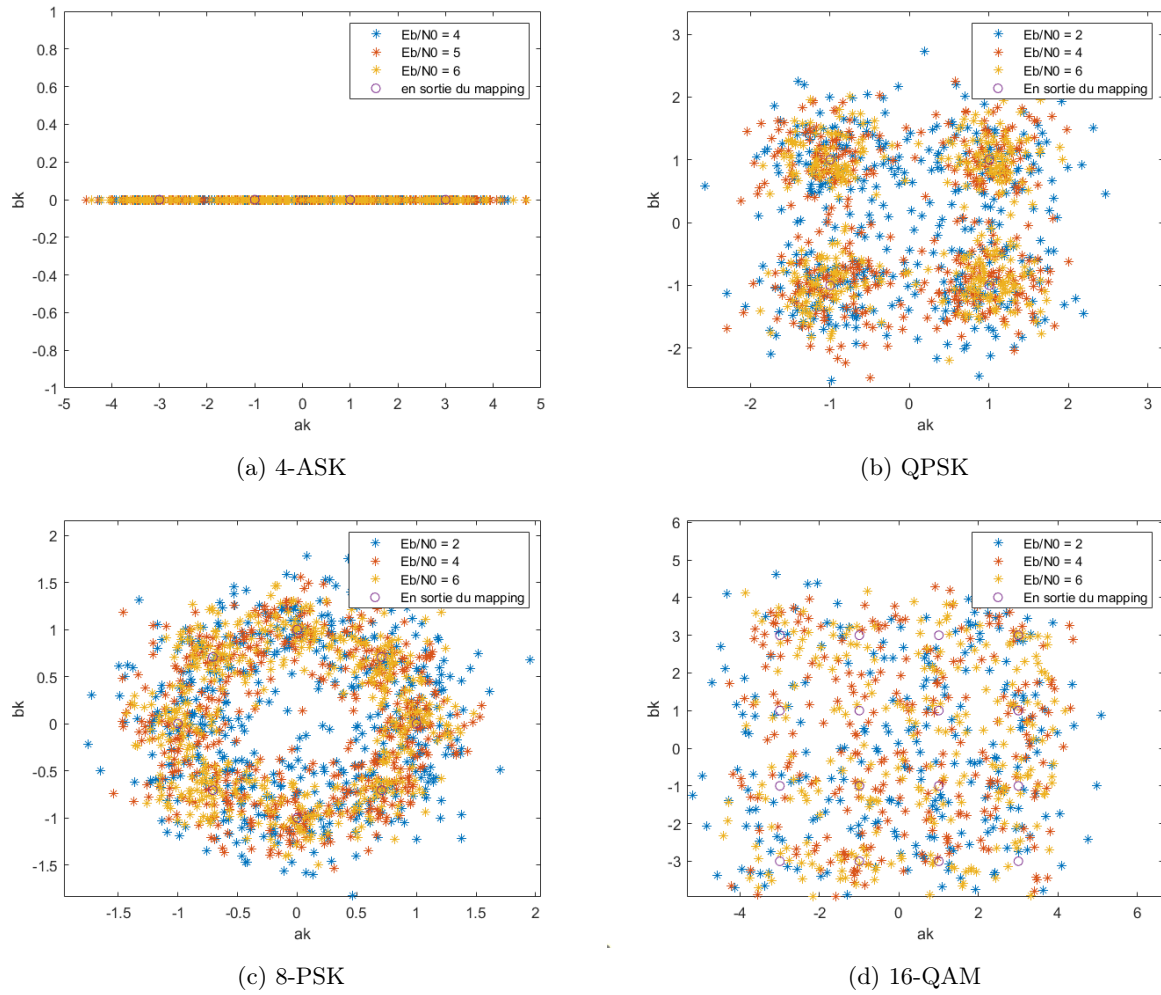


Figure 12: Constellations pour différentes modulations

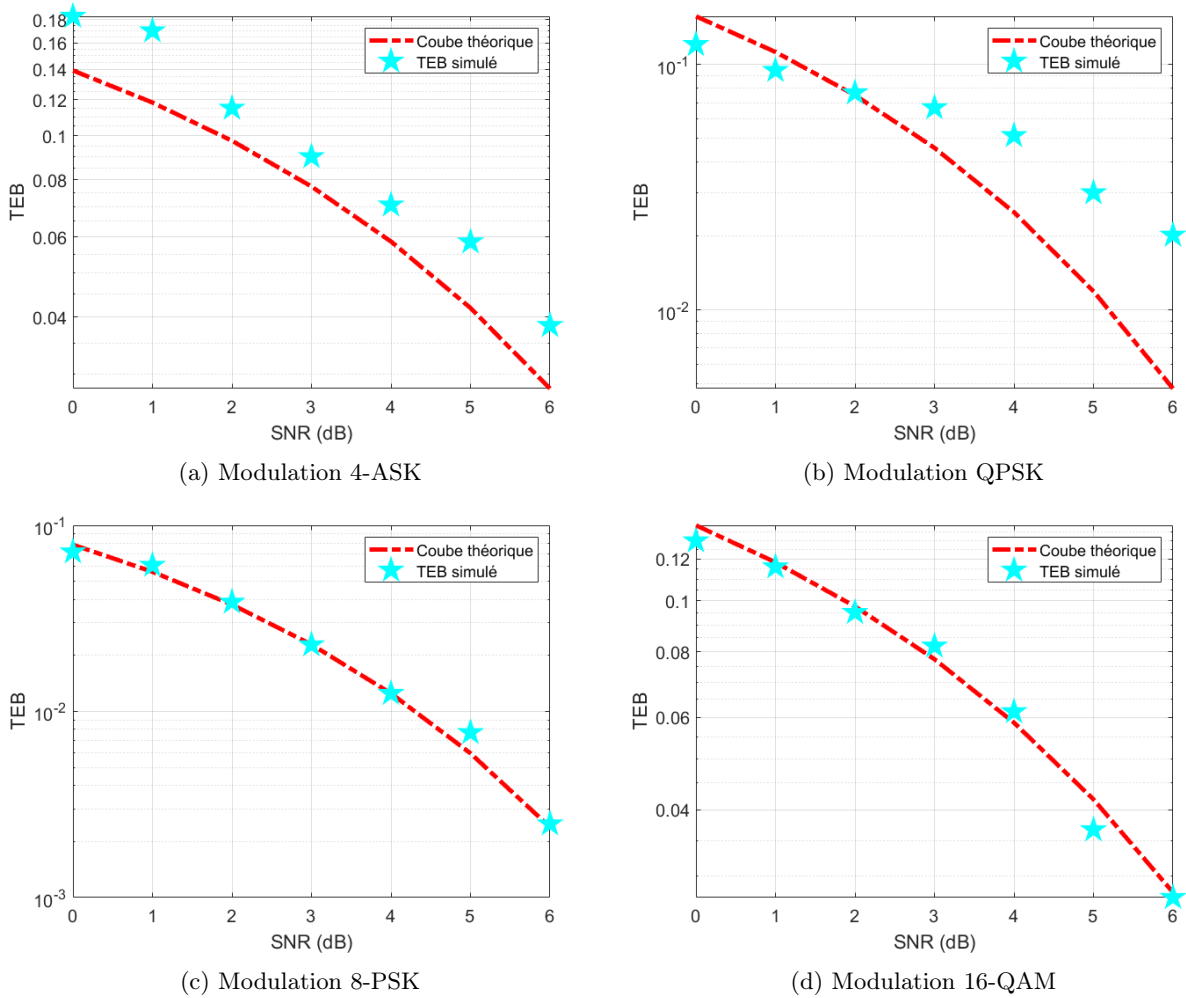


Figure 13: Comparaison du TEB simulé avec le TEB théorique pour différentes modulations

3.2.2 Comparaison des chaînes de transmission

1. Sur la figure 14 page 15 on classe les différentes chaînes de transmission de la façon suivante, en efficacité de puissance décroissante:

- (a) QPSK
- (b) 8-PSK
- (c) 16-QAM
- (d) 4-ASK

On obtient ce classement en regardant pour un même rapport sur bruit le taux d'erreur binaire. Plus ce dernier est faible, meilleure est la chaîne : en effet à puissance émise égale, la chaîne avec le TEB le plus faible est celle qui a la meilleure efficacité en puissance. Ceci est en accord avec l'étude théorique.

2. Pour un même débit binaire, on trace les différentes DSP sur la figure 15 page 15. On remarque que les modulations 8-PSK et QPSK ont une DSP semblable, et que le maximum pour les DSP des modulations 4-ASK et 16-QAM sont également similaire. En théorie nous sommes censé trouver dans l'ordre croissant d'efficacité : 4-ASK, QPSK, 8-PSK et 16-QAM. Avec notre simulation nous trouvons : 8-PSK, QPSK, 4-ASK, 16-QAM. Cela vient peut-être d'un défaut d'implantation.

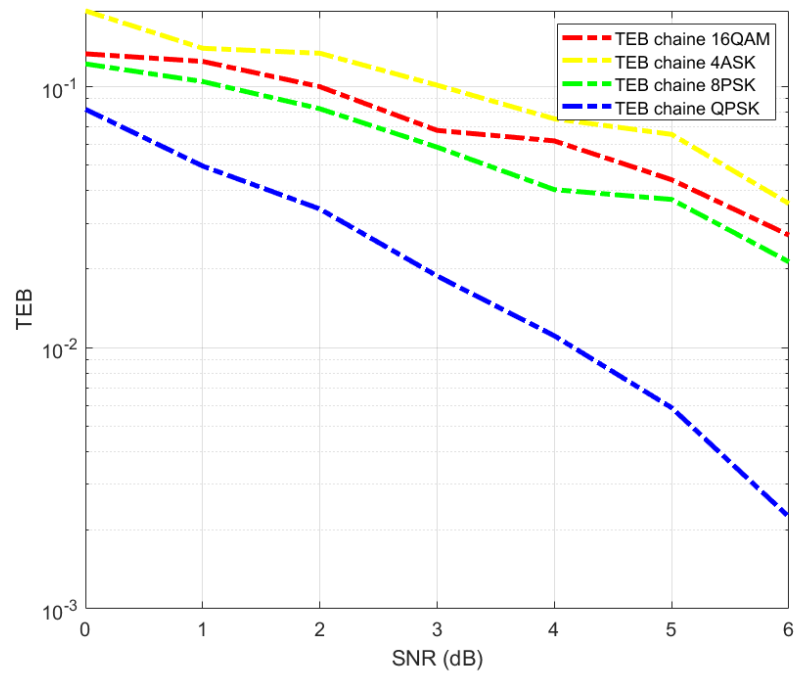


Figure 14: Comparaison des TEB pour différentes modulations

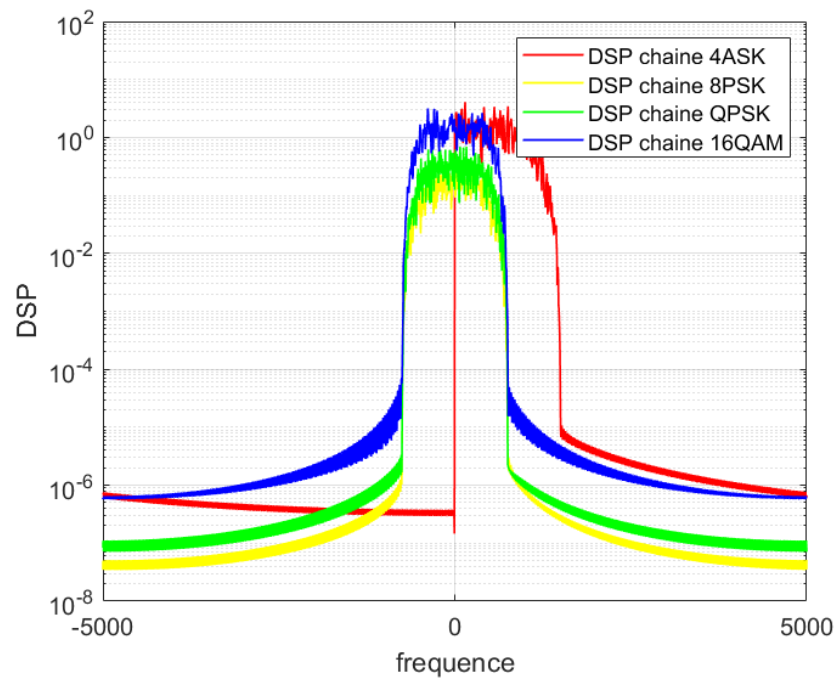


Figure 15: Comparaison des DSP pour différentes modulations

4 Conclusion

Grâce à ce TP, nous avons pu :

- ★ Implanter des chaînes de transmission sur fréquence porteuse de type PSK ou QAM
- ★ Implanter des chaînes de transmission passe-bas équivalente à une chaîne de transmission sur fréquence porteuse de type PSK ou QAM.
- ★ Comparer plusieurs modulations en termes d'efficacité spectrale et d'efficacité en puissance pour des chaînes de transmission passe-bas équivalente aux chaînes de transmission sur fréquence porteuse.

References

- [1] Thomas Nathalie. Modulations linéaires sur fréquence porteuse. http://thomas.perso.enseeiht.fr/Telecom_Frequence_Porteuse_Nathalie_Thomas_2019_2020.pdf.
- [2] Thomas Nathalie. Modulateur/démodulateur bande de base : optimisation conjointe. http://thomas.perso.enseeiht.fr/Telecom_BandeDeBase_Nathalie_Thomas_2019_2020.pdf.