Recapitulemos:

Serie de fourier

$\{a_k ; b_k\} \rightarrow f(x)$ que discretizábamos. Asumiendo que $f(x)$ es periódica (T):

$$a_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(x)\cos(w_k x)\,dx$$
$$b_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(x)\sin(w_k x)\,dx \quad ; \quad w_k = \frac{2\pi}{T}k$$

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}\left(a_k\cos(w_k x) + b_k\sin(w_k x)\right)$$

Encontramos que si en el intervalo Tomábamos N particiones para la integral

$$a_k = \frac{2}{N}\sum_{j=0}^{N} f_j \cos\left(\frac{2\pi}{N}kj\right) W_j$$
$$b_k = \frac{2}{N}\sum_{j=0}^{N} f_j \sin\left(\frac{2\pi}{N}kj\right) W_j$$

Con $f_j = f\left(\frac{T}{N}j\right)$

W_j depende del algoritmo de integración.

Trapecio: $W_j = \begin{cases} \frac{1}{2} & j=0,N \\ 1 & \text{o.t.w} \end{cases}$

Simpson: $W_j = \begin{cases} \frac{2}{3} & j \text{ even} \\ \frac{4}{3} & j \text{ odd} \end{cases}$

$\boxed{N \text{ par}}$

① ¡Cuando k es muy grande tenemos un problema de integración!

$\Rightarrow$ Teorema de Muestreo de Nyquist-Shannon.

K_{max} depende de el intervalo entre "tiempos" consecutivos

$\Delta t := \text{"}\frac{T}{N}\text{"}$ es el tiempo entre muestras consecutivas,

$K_{max} = \frac{N}{2} \Rightarrow W_{max} = \pi N$

② Para calcular los coef. de la serie de fourier tenemos 2 acercamientos.

(a) f que conocemos completamente

(b) Una señal que se estudia en un intervalo $T = m(a,b)$

Con esto ya podemos resolver nuestra pregunta:

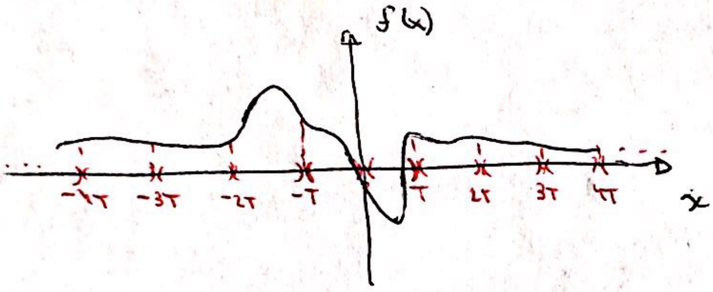
¿Podemos calcular la transformada de fourier?

(a) Conocemos f en todo punto. (Estrategia)

(b) f es una señal en un intervalo.. ¿No tiene mucha utilidad?

Polinomial Regression. Interpolación.

$$\mathcal{F}(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, e^{-ikx}\, dx$$



① Verifico $k=0$: Tiene que ser integrable en $\mathbb{R}$

② Para calcular $k \neq 0$ encuentro $T = \frac{2\pi}{k}$ y ahora

$$S_n(k) = \sum_{j=-n}^{n} \hat{S}_j(k) \quad \text{con} \quad \hat{S}_j(k) = \begin{cases} \int_{(j-1)T}^{jT} f(x) e^{-ikx}\, dx & j > 0 \\ \int_{jT}^{(j+1)T} f(x) e^{-ikx}\, dx & j < 0 \\ 0 & j = 0 \end{cases}$$

luego

$$\mathcal{F}(k) \simeq S_{N(k)}(k) \quad \text{siendo } N \text{ tal que } \frac{|S_{N+1} - S_N|}{|\max(|S_{N+1}|, |S_N|, 1)|} < tol$$

Nuevamente nos enfrentamos a un problema: Sólo podemos calcular $\mathcal{F}(k)$ en un nº finito de puntos en el espacio recíproco i.e. para $\{k_j\}$ finito ⇒ ¡Vamos a tener que interpolar!