Ejercicio 14

19 Septiembre 2019

La respuesta a este ejercicios debe ser un archivo de python que al ser ejecutado dentro de la terminal de binder resuelva cada uno de los punto planteados. Todas las integrales y derivadas se deben calcular numéricamente.
El archivo que se encuentra en `https://github.com/ComputoCienciasUniandes/FISI2028-201920/blob/master/ejercicios/14/valores.txt` contiene una secuencia de valores x_k. La densidad de probabilidad de cada uno de esos datos x_k está dada por.

$$\text{prob}(x_k|\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\frac{x_k^2}{\sigma^2}\right]. \tag{1}$$

El objetivo de este ejercicio es encontrar el mejor valor de σ (dada la secuencia de valores x_k) y su incertidumbre asociada. Para esto vamos a utilizar estadística bayesiana.

- (20 puntos) Sabiendo que

  $$\text{prob}(\sigma|\{x_k\}) \propto L \times \text{prob}(\sigma), \tag{2}$$

  donde

  $$L = \text{prob}(\{x_k\}|\sigma), \tag{3}$$

  y asumiendo que

  $$\text{prob}(\sigma) = A, \tag{4}$$

  para $1 < \sigma < 10$ y es cero para cualquier otro valor, haga una gráfica de $L \times \text{prob}(\sigma)$ como función de σ. Guarde la gráfica como `like.png`.

El mejor valor de σ dados los $\{x_k\}$ lo vamos a llamar σ_0. y lo vamos a definir como el valor que maximiza L:

$$\left.\frac{dL}{d\sigma}\right|_{\sigma_0} = 0.$$

- (20 puntos) Haga una gráfica de $\frac{dL}{d\sigma}$ vs σ y guárdela como `like_prime.png`
- (20 puntos) Utilizando el método de Newton-Rhapson encuentre el valor de σ_0 e imprímalo en pantalla.

Vamos a llamar $\Delta\sigma_0$ la incertidumbre sobre σ_0. En estadística bayesiana esta cantidad está dada por:

$$-\left.\frac{d^2\mathrm{prob}(\sigma|\{x_k\})}{d\sigma^2}\right|_{\sigma_0}$$

- (20 puntos) Haga una gráfica de $\frac{d^2\mathrm{prob}(\sigma|\{x_k\})}{d\sigma^2}$ vs. σ y guárdela como `like_prime_prime.png`.
- (20 puntos) Imprima en pantalla el valor de $\Delta\sigma_0$.