Ensigna

PRESENTACIÓN DE PROYECTO

POBLACIÓN

ÍNDICE

- El equipo
- Objetivos
- Introducción
- Descripción del proyecto
- Desarrollo Matematico
- Implementación
- Conclusiones
- Bibliografía

INTEGRANTES

Juan Flores

Bryan Ortiz

Leandro Bravo

Stalin Jitala

GRUPO 6

OBJETIVOS

ETAPA 1

- Determinar la expresión matemática del valor al cual converge la población cuando $1 \leq f \leq 2$.

ETAPA 2

- Determinar el número de bifurcaciones para todos los valores de $f \geq 0$.

ETAPA 3

- Determinar el comportamiento de la población para los valores restantes de f y $P0$.

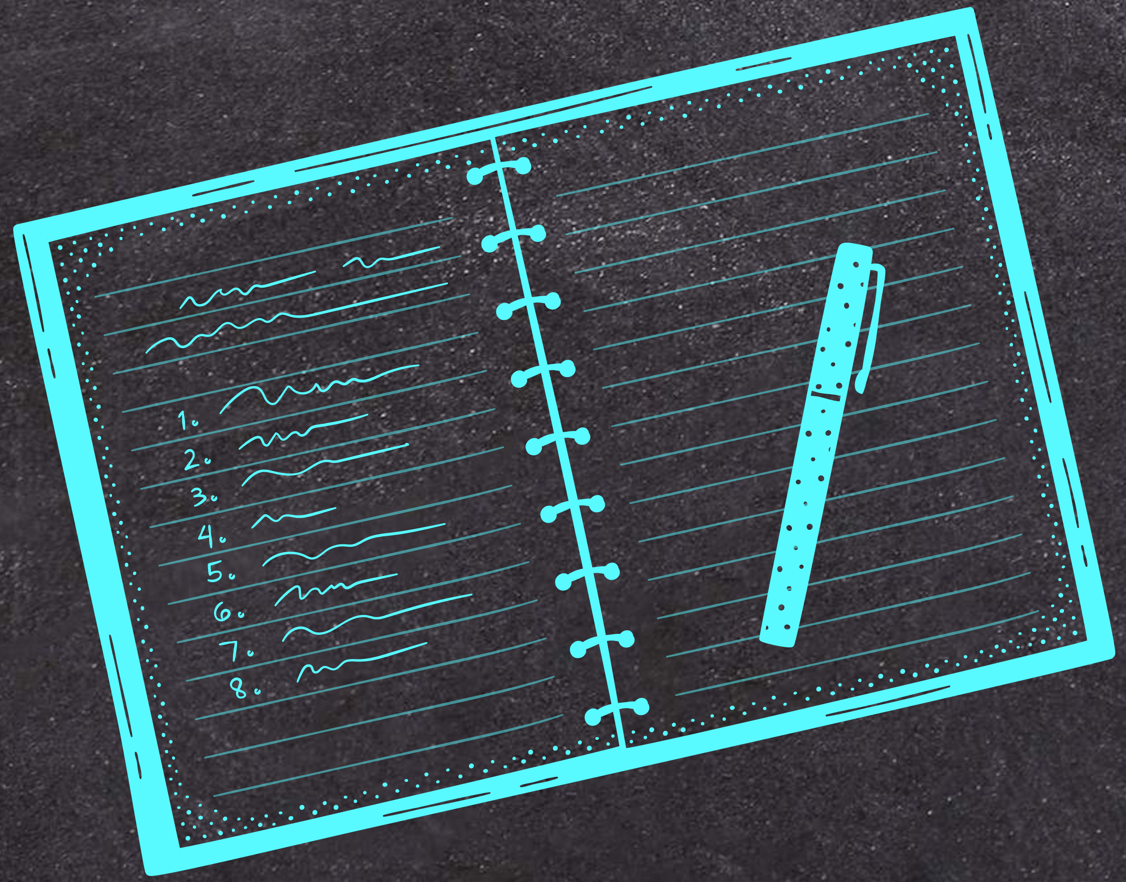
ETAPA 4

Implementar en Python un programa que modele el comportamiento de la población.

INTRODUCCIÓN

Este proyecto modela el crecimiento poblacional usando la ecuación logística discreta $P_{n+1}=f\times P_n\times(1-P_n)$ dependiendo del valor de f, la población puede extinguirse, estabilizarse, o mostrar comportamientos caóticos. Mediante simulaciones en Python, se exploran puntos fijos, bifurcaciones y caos para analizar cómo las variaciones en f y P afectan la dinámica poblacional.

DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO.



Utilizando Python, se modeló la dinámica poblacional con la ecuación logística discreta para analizar cómo diferentes valores de la tasa de crecimiento fff afectan la población a largo plazo. Para $0 \leq f \leq 10$, la población eventualmente muere; para $1 < f < 2$, converge a un valor estable, indicando una bifurcación. A medida que f aumenta, surgen comportamientos más complejos, como bifurcaciones adicionales y caos. Se implementaron controles interactivos y gráficos que permitieron explorar visualmente estos fenómenos y comprender la dinámica del sistema.

FUNDAMENTO MATEMÁTICO

$$P = fP(1 - P)$$
$$P = fP - fP^2$$
$$P - fP = -fP^2$$
$$fP^2 - fP + P = 0$$
$$fP^2 - (f - 1)P = 0$$
$$P(fP - (f - 1) = 0$$
$$p = 0$$
$$fP - f + 1 = 0$$
$$P = \frac{f - 1}{f}$$
$$f = 1 \quad f = 2 \quad f = 1{,}5$$
$$P = 0 \quad P = 0{,}5 \quad P = 0{,}\widehat{33}$$

Partimos de
Pn+1 = fPn(1 – Pn)
Donde
- Pn es una proporción de la población
- F es la constante de fertilidad

Pn+2 = Pn, esto se da por un punto fijo donde la población
Tal que:

BIFURCACIONES

$g(P) = fP(1-P)$, *su derivada* $g'(P) = f(1-2P)$

$P = \frac{f-1}{f}$, $P = 0$

$$g'(0) = f(1-2(0))$$
$$g'(0) = f$$
$$|g'(0)| < 1$$
Con, $|f| < 1$

$P = 0,\quad f < 1 \quad \wedge \quad f > 1$

Estable Inestable

$$g'\left(\frac{f-1}{f}\right) = f\left(1 - 2\left(\frac{f-1}{f}\right)\right)$$
$$= f\left(1 - \left(\frac{2f-2}{f}\right)\right)$$
$$= f\left(1 - 2\left(\frac{2f}{f} - \frac{2}{f}\right)\right)$$
$$= f\left(1 - 2 + \frac{2}{f}\right)$$
$$= f\left(\frac{f - 2f + 2}{f}\right)$$
$$= f\left(\frac{-f+2}{f}\right)$$

$$g'\left(\frac{f-1}{f}\right) = -f + 2$$
$$\left|g'\left(\frac{f-1}{f}\right)\right| < 1$$
$$|2 - f| < 1$$
$$-1 < 2 - f < 1$$
Con $\quad -3 < -f < -1$

$P = \frac{f-1}{f} \qquad 1 < f < 3$

Estable

$f > 3$ *el punto* , para:

ECUACIÓN DISCRETA

$$P_{n+1} = fPn(1 - Pn)$$

Consideramos que $P_{n+1} - Pn$ es un cambio infinitesimal en t, es decir $\Delta t \to 0$; por lo tanto

$$\frac{dP(t)}{dt} \approx \frac{P_{n+1} - Pn}{\Delta t} \text{ donde } \Delta t \text{ es el intervalo de tiempo entre } tn \text{ y } t_{n+1}$$

$$P_{n+1} = fPn(1 - Pn)$$

$$P_{n+1} - Pn = fPn(1 - Pn) - Pn$$

$$\frac{dP(t)}{dt} = fP(t)\big(1 - P(t)\big) - P(t) \text{ donde f es la tasa de crecimiento}$$

ODE

Sin embargo, es necesario introducir un k, que limite el crecimiento máximo de la población:

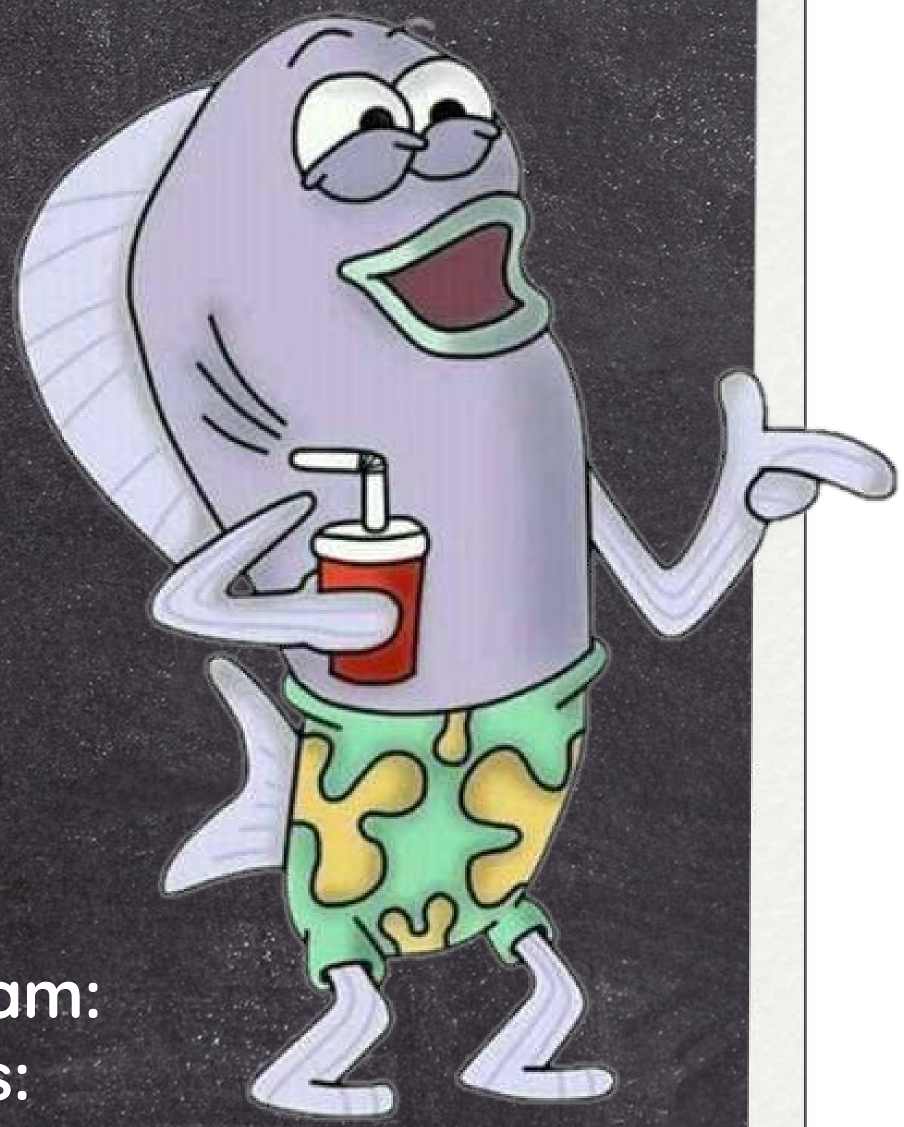
$$\frac{dP(t)}{dt} = fP(t)\left(1 - \frac{P(t)}{K}\right) - P(t)$$ y considerando que:

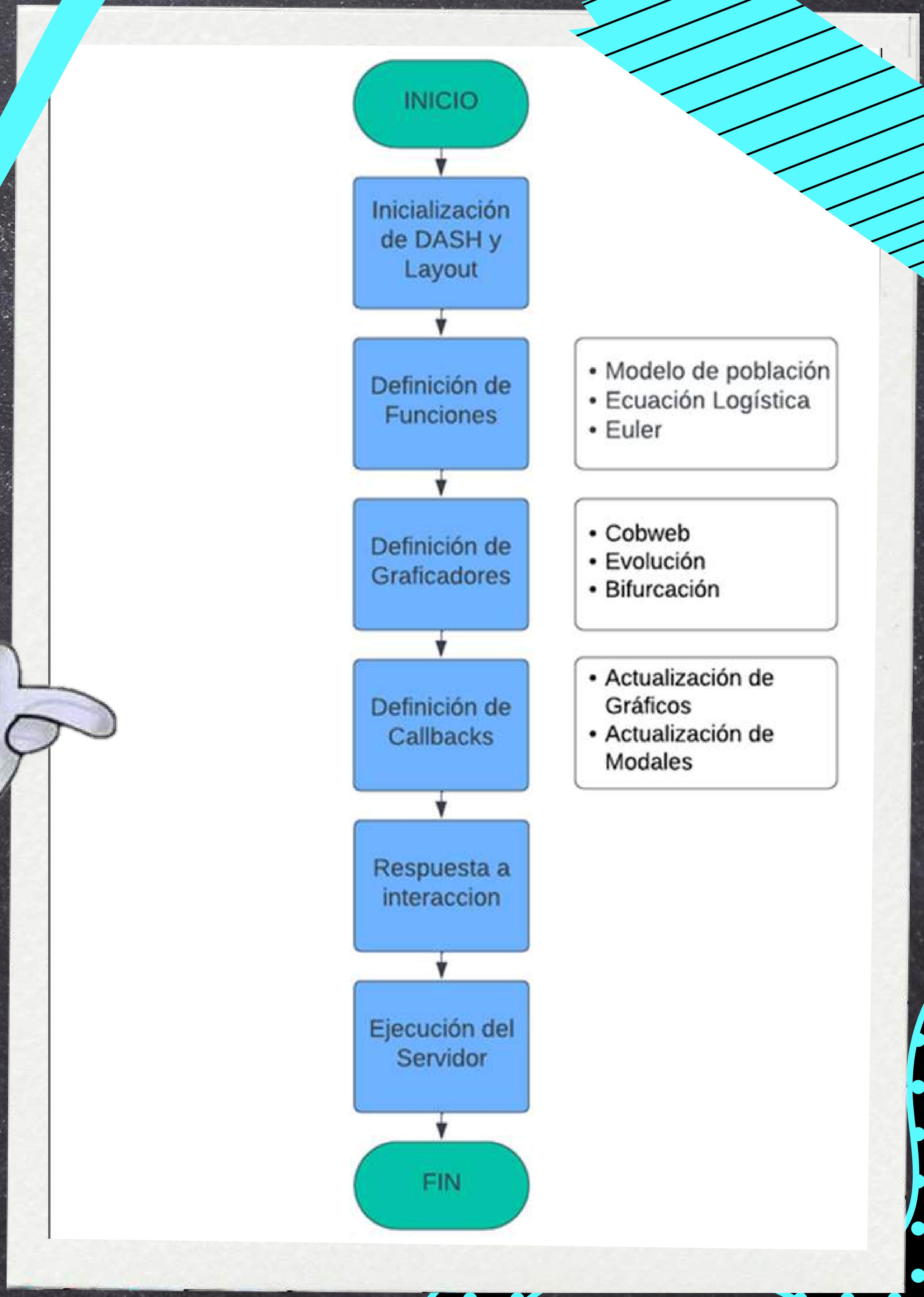
K=1, volvemos a la expresión inicial

$$\frac{dP(t)}{dt} = fP(t)\big(1 - P(t)\big) - P(t)$$

DIAGRAMA DE FUJO

1. Inicializar la aplicación Dash:
2. Definir el diseño de la aplicación:
3. Definir la función population_model:
4. Definir la función p_futura:
5. Definir la función cobweb_plot:
6. Definir la función population_evolution:
7. Definir la función bifurcation_diagram:
8. Definir el callback update_graphs:
9. Definir el callback update_store_f:
10. Definir el callback update_store_p0:
11. Definir el callback update_bifurcation_diagram:
12. Definir el callback toggle_modal_instructions:
13. Definir el callback toggle_modal_details:
14. Definir el callback toggle_modal_info:
15. Ejecutar la aplicación Dash:





CONSIDERACIONES IMPORTANTES DEL CÓDIGO

IMPORTS Y CONFIGURACIÓN INICIAL:

- Se importan las librerías necesarias: dash, dash_bootstrap_components, plotly.graph_objs, numpy, entre otros.

DISEÑO DE LA INTERFAZ:

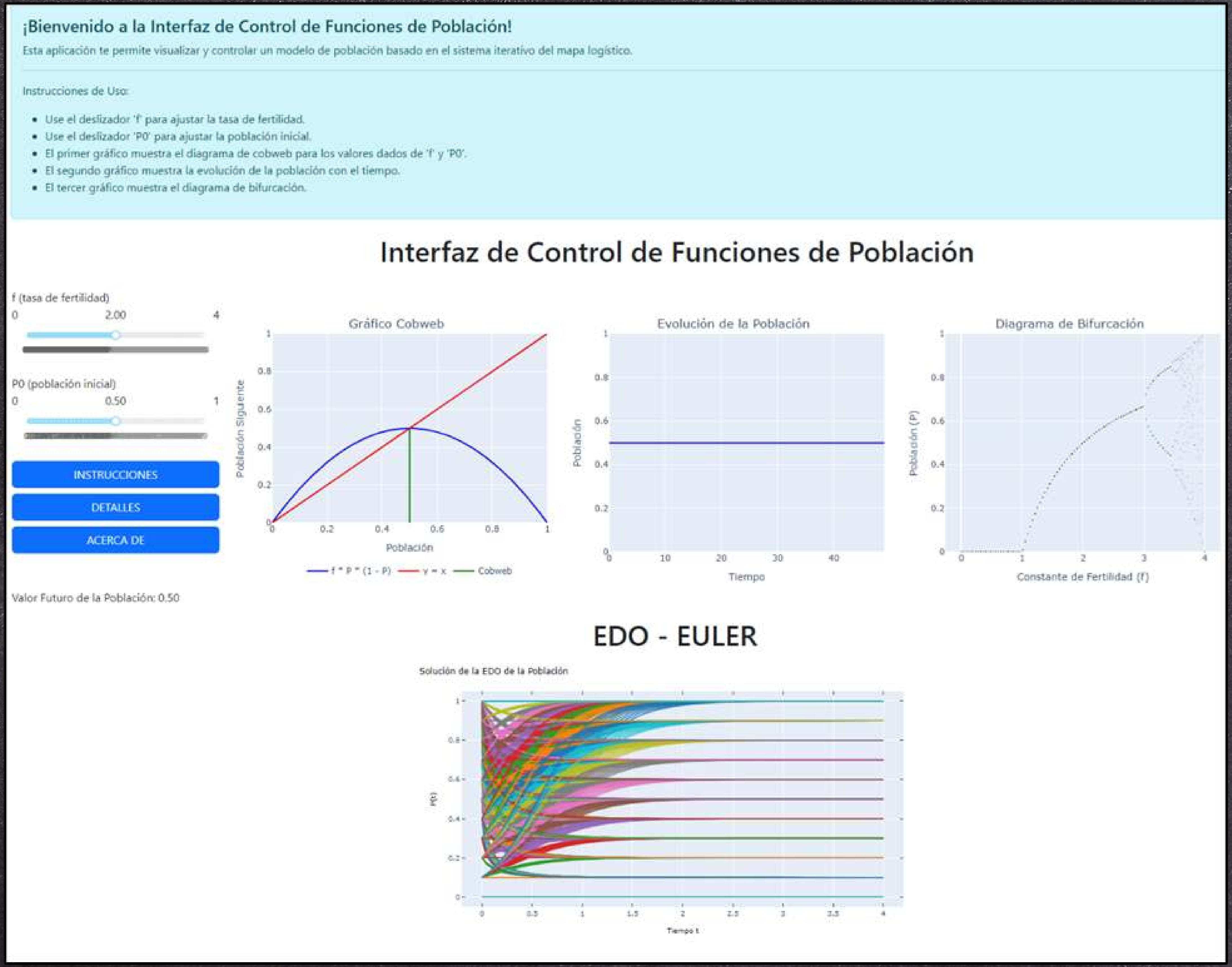
- La interfaz de usuario se compone principalmente de componentes de Dash Bootstrap Components (dbc) y Dash Core Components (dcc).

CONTENEDOR PRINCIPAL

Alerta con la introducción y las instrucciones de uso, un encabezado y varias filas (dbc.Row) que contienen columnas (dbc.Col) con deslizadores y gráficos.

INTERACTIVIDAD:

Los gráficos se actualizan dinámicamente en función de los valores seleccionados por el usuario.



EJECUCIÓN DEL PROGRAMA

Interfaz Gráfica

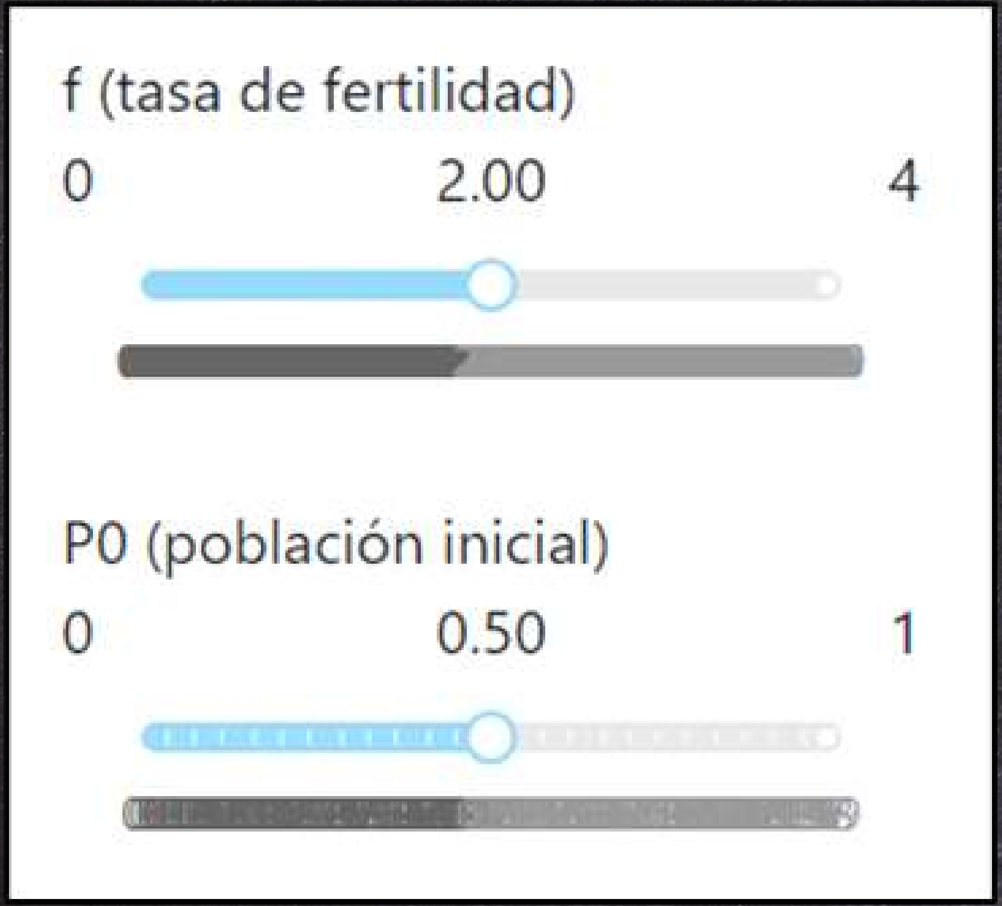
EJECUCIÓN DEL PROGRAMA

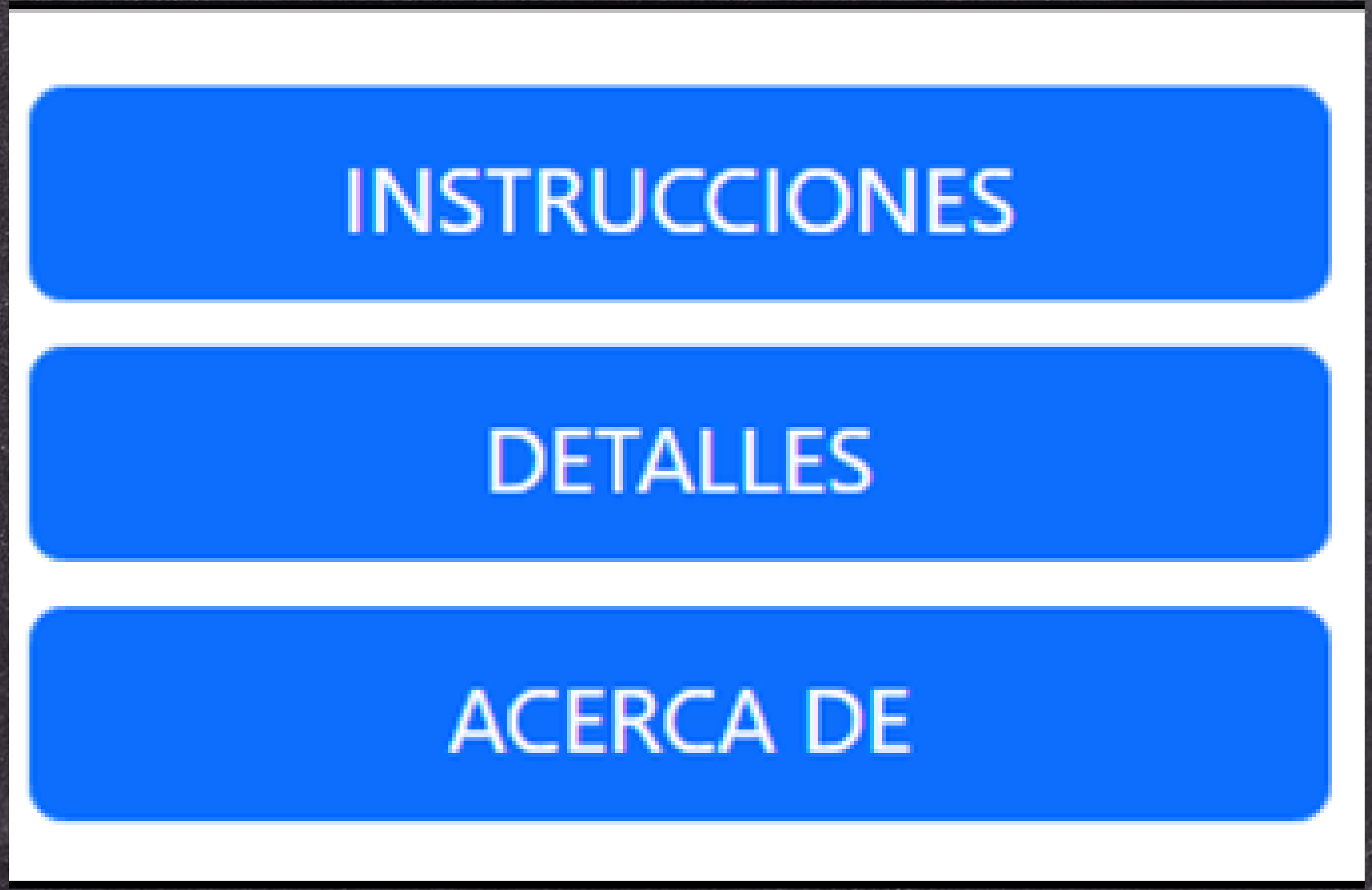
¡Bienvenido a la Interfaz de Control de Funciones de Población!

Esta aplicación te permite visualizar y controlar un modelo de población basado en el sistema iterativo del mapa logístico.

Instrucciones de Uso:

- Use el deslizador 'f' para ajustar la tasa de fertilidad.
- Use el deslizador 'P0' para ajustar la población inicial.
- El primer gráfico muestra el diagrama de cobweb para los valores dados de 'f' y 'P0'.
- El segundo gráfico muestra la evolución de la población con el tiempo.
- El tercer gráfico muestra el diagrama de bifurcación.





Mensaje de bienvenida
Sliders
Botones

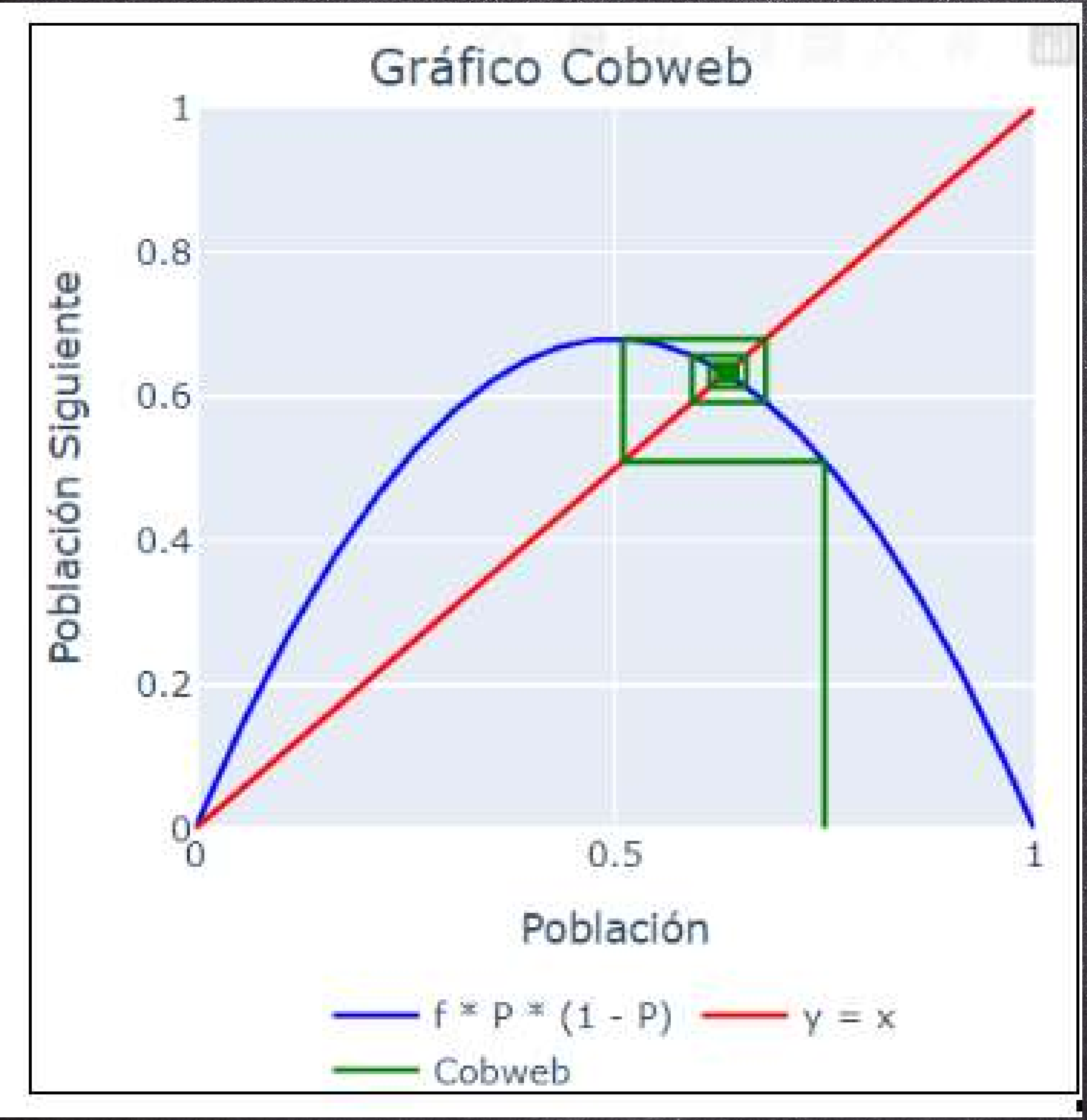


GRÁFICO COBWEB

Muestra la dinámica iterativa del modelo de población con un diagrama cobweb, que refleja cómo la población evoluciona en cada iteración dependiendo de los valores seleccionados para f y P0.

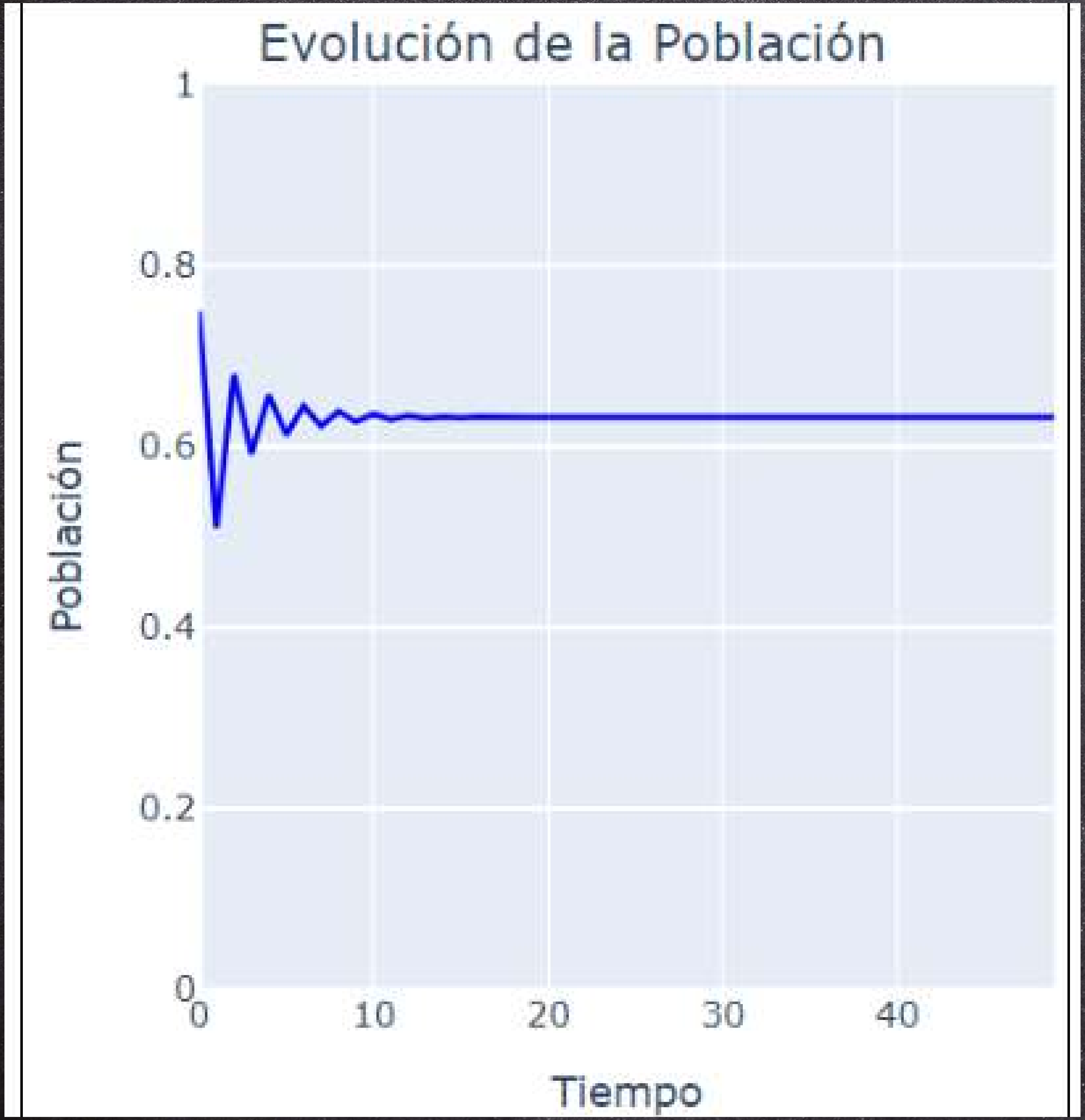


GRÁFICO DE EVOLUCIÓN DE LA POBLACIÓN

Muestra cómo cambia la población a lo largo del tiempo, basado en los valores actuales de f y P0.

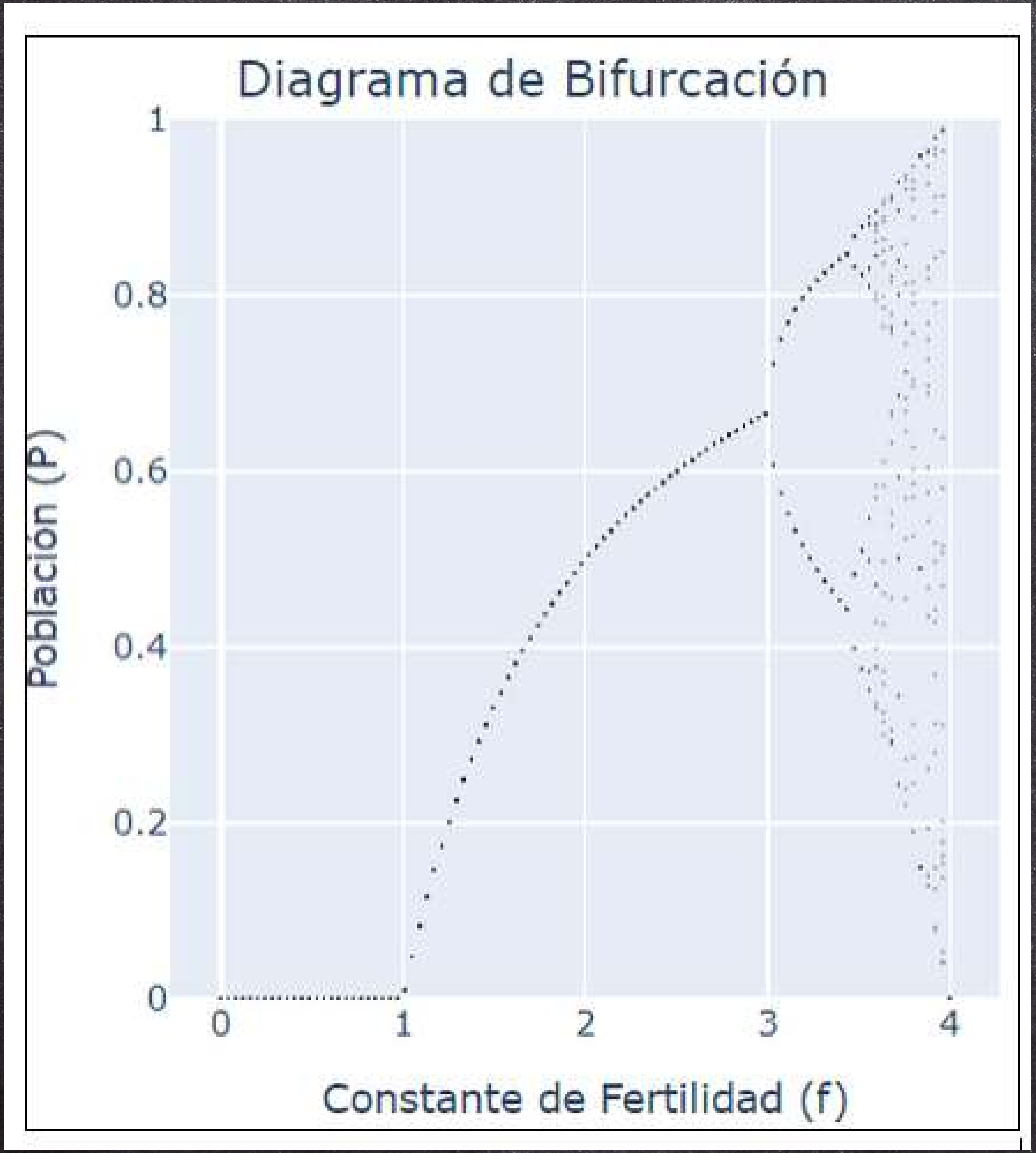
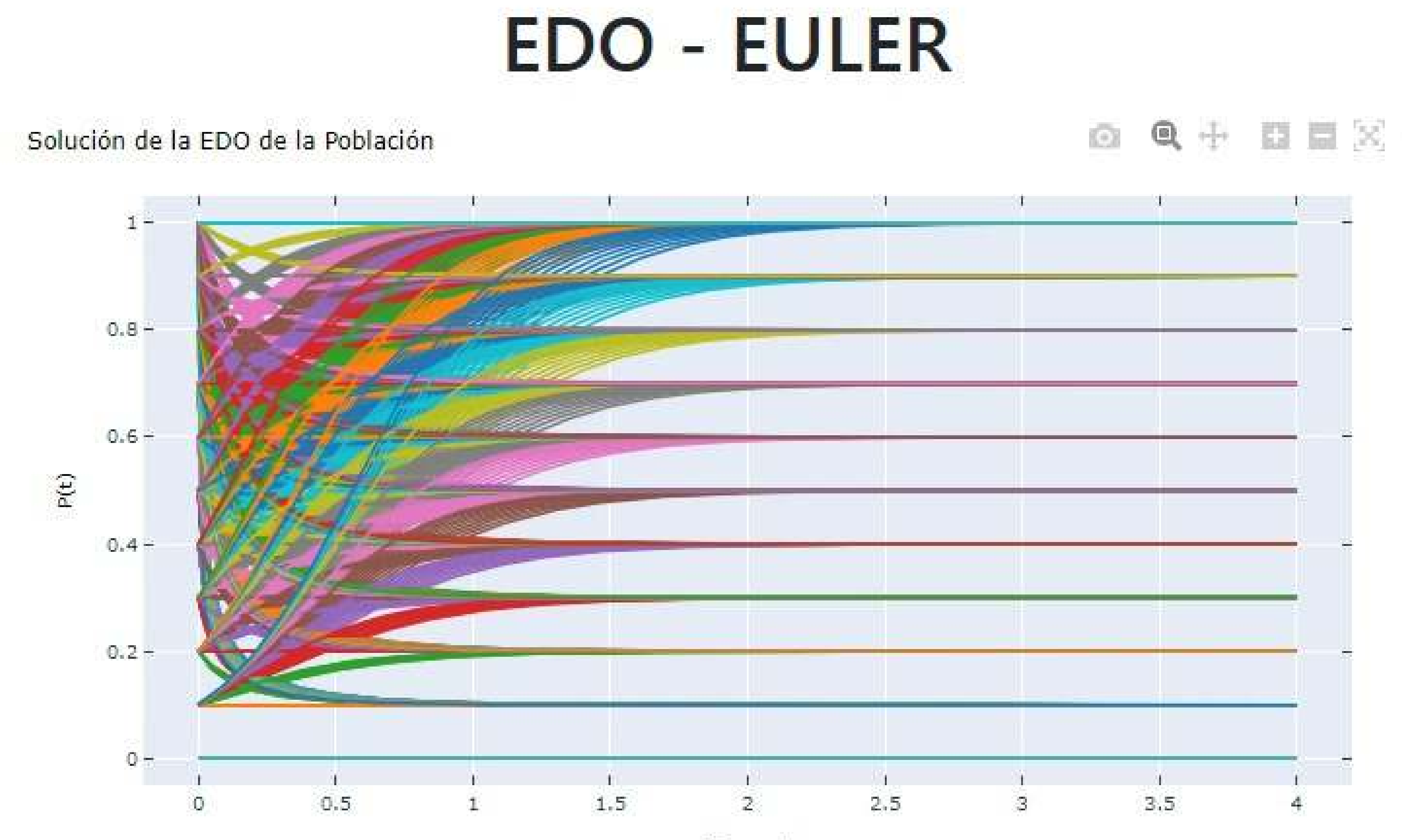


DIAGRAMA DE BIFURCACIÓN

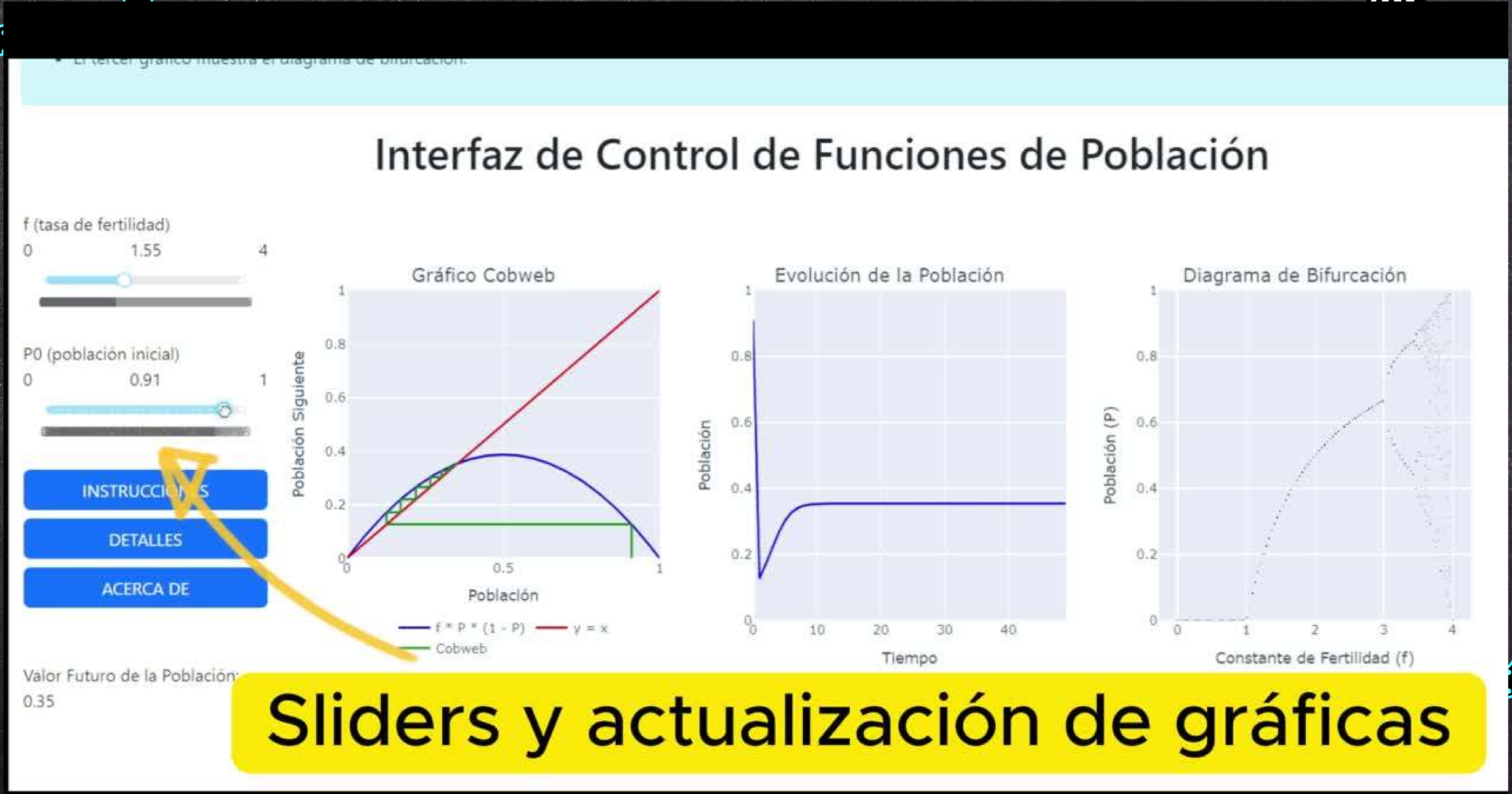
Visualiza cómo la población se bifurca (o diverge) a medida que varía la tasa de fertilidad f, manteniendo constante el valor de P0.

EJECUCIÓN DEL PROGRAMA

Gráfico de Matplotlib convertido a Plotly

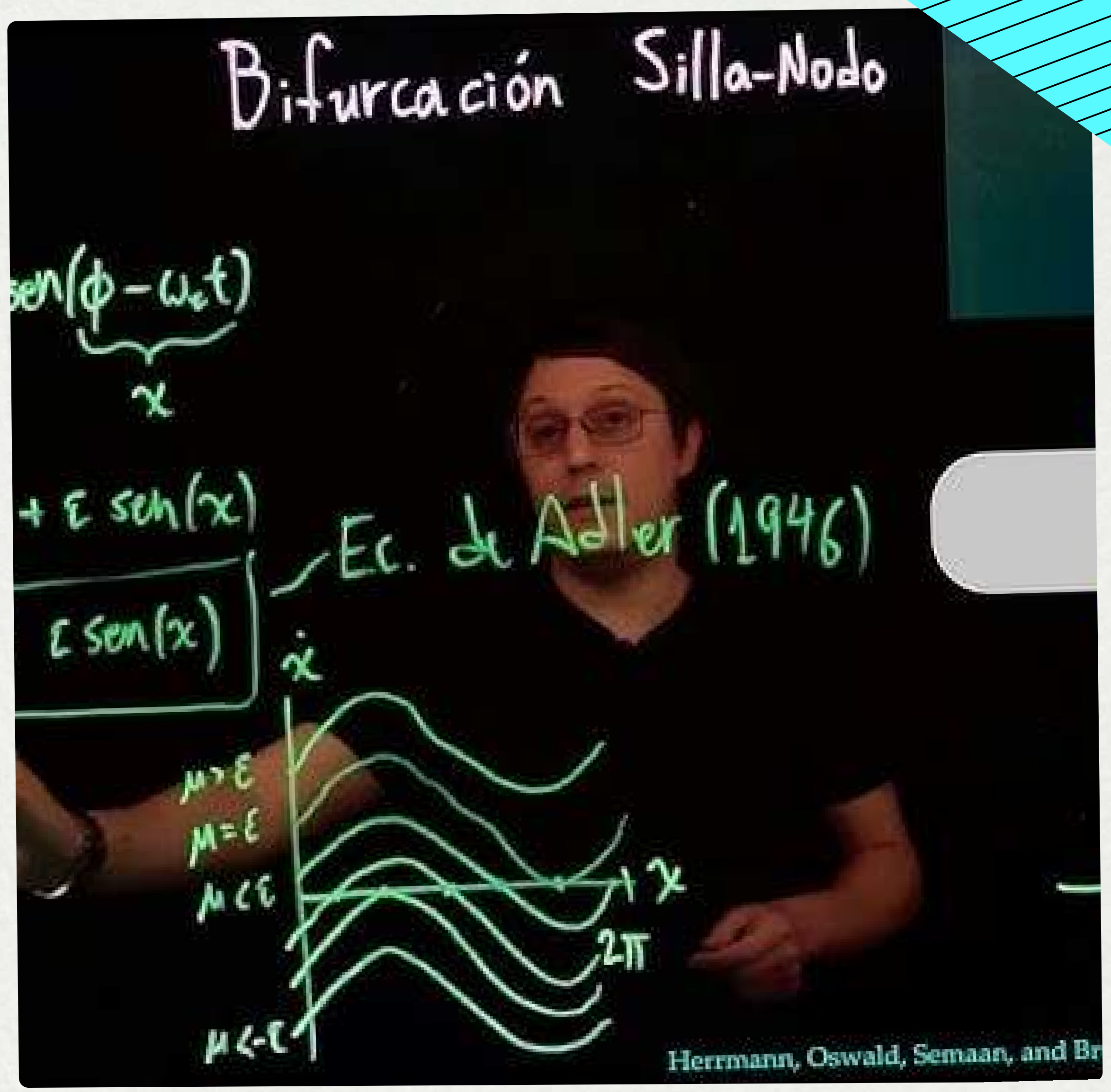


EJECUCIÓN DEL PROGRAMA



Sliders y actualización de gráficas

CONCLUSIONES

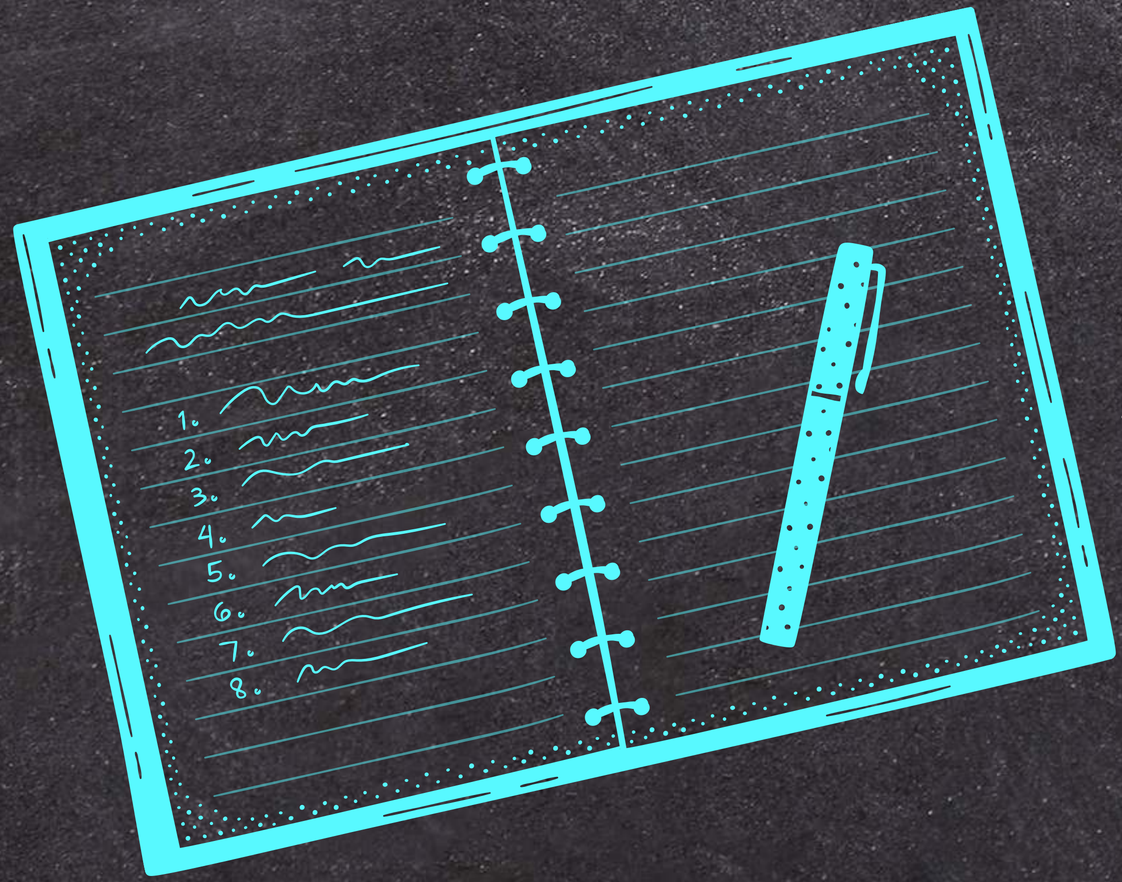


- A medida que f aumenta más allá de 2.5, el número de bifurcaciones incrementa, y se pueden observar comportamientos caóticos a valores mayores de f.

- Para f bajo: La población decae a 0 (muerte).
- Para f intermedio: La población puede estabilizarse o bifurcarse en un ciclo limitado.
- Para f alto: La población puede exhibir comportamientos caóticos donde no se establece un patrón claro.

- Implementar sliders para f y P0 permite a los usuarios interactuar con el modelo y observar cómo pequeños cambios en estos parámetros afectan el comportamiento de la población.
- Es una herramienta valiosa para visualizar bifurcaciones y puntos fijos.
- La gráfica de la evolución de la población a lo largo del tiempo muestra claramente cómo la población puede estabilizarse, oscilar, o mostrar comportamientos caóticos. Esto ayuda a entenderla dinámica a largo plazo del sistema

REFERENCIAS



Libretexts. (2022, 2 noviembre). 4.4: Crecimiento Natural y Crecimiento Logístico. LibreTexts Español. https://espanol.libretexts.org/Matematicas/Matematicas_Aplicadas/Matematicas_universitarias_para_la_vida_cotidiana_(Inigo_et_al.)/04%3A_Crecimiento/4.04%3A_Crecimiento_Natural_y_Crecimiento_Log%C3%ADstico

Aliet. (2018, 2 octubre). Dinámica de Sistemas usando PySD - aliet - Medium. Medium. https://medium.com/@aliet_7/din%C3%A1mica-de-sistemas-usando-pysd-1ddaaa9daac4
Carakenio. (2023, 22 septiembre). Resolver ecuaciones diferenciales en tiempo discreto con Matlab. Dademuchconnection. https://dademuchconnection.wordpress.com/2020/10/21/resolver-ecuaciones-diferenciales-en-tiempo-discreto-con-matlab/

Libretexts. (2022b, noviembre 2). 11.1: Puntos fijos y estabilidad. LibreTexts Español. https://espanol.libretexts.org/Matematicas/Ecuaciones_diferenciales/%C3%81lgebra_Lineal_Aplicada_y_Ecuaciones_Diferenciales_(Chasnov)/03%3A_II._Ecuaciones_diferenciales/11%3A_Ecuaciones_diferenciales_no_lineales/11.01%3A_Puntos_Fijos_y_Estabilidad

MUCHAS GRACIAS

16 de agosto del 2024

Enlace de la presentación aquí