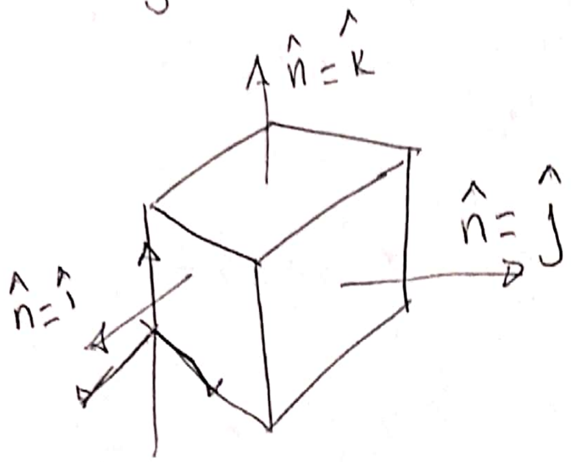
Resolver

$$\iint_S \vec{r} \cdot d\vec{s}$$

note que las Caras del Cubo unitario.

Son $x=0$, $x=1$
$y=0$, $y=1$
$z=0$, $z=1$



Cara 1 ; $x=0$) $\vec{r} = y\hat{j} + z\hat{k}$ $\quad 0 \le y \le 1$, $0 \le z \le 1$ $\quad d\vec{s} = -\hat{i}\,dydz$

ojo

vector hacia atras

pues $d\vec{s} = \vec{r}_y \times \vec{r}_z \,dy\,dz$ $\quad \vec{r}_y \times \vec{r}_z = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \hat{i}$

$\vec{r}_y = \hat{j}$ & $\vec{r}_z = k$

$\therefore \vec{r} \cdot d\vec{s} = 0$ así $\iint_{S_1} \vec{r} \cdot d\vec{s} = 0$

analogamente :

Cara 2 $y=0$) $\vec{r} = x\hat{i} + z\hat{k}$ $\quad 0 \le x \le 1$, $0 \le z \le 1.$ $\quad d\vec{s} = -\hat{j}\,dxdz$

$\therefore \vec{r} \cdot d\vec{s} = 0$ $\quad \iint_{S_2} \vec{r} \cdot d\vec{s} = 0$

Cara 3 $z=0$) $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$ $\quad 0 \le x < 1$, $0 \le y \le 1$ $\quad d\vec{s} = -\hat{k}\,dxdy$

$\therefore \vec{r} \cdot d\vec{s} = 0$ $\quad \iint_{S_3} \vec{r} \cdot d\vec{s} = 0$

Cara #4, $x=1$) $\vec{r} = \hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$ parametrización de la Superficie

$0 \leq y \leq 1 \;;\; 0 \leq z \leq 1$

$\vec{r}_y = \hat{\jmath} \;;\; \vec{r}_z = \hat{k} \qquad d\vec{s} = \vec{r}_y \times \vec{r}_z \, dy\,dz$

$$\bar{r}_y \times \bar{r}_z = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \hat{\imath} \Rightarrow \vec{r} \cdot d\vec{s} = dy\,dz$$

$$\therefore \iint_{S_4} \bar{r} \cdot d\bar{s} = \int_{y=0}^{1} \int_{z=0}^{1} dy\,dz = 1$$

análogamente para las Caras #5 & #6

i.e $y=1$ & $z=1$.

$$\iint_{S_5} \bar{r} \cdot d\bar{s} = 1 \quad \& \quad \iint_{S_6} \bar{r} \cdot d\bar{s} = 1$$

luego. $$\iint_{S} \bar{r} \cdot d\bar{s} = \sum_{n=0}^{6} \iint_{S_n} \bar{r} \cdot d\bar{s} = 3$$