

Tarea 1.1
Probabilidad y Estadística
Primera lista de ejercicios
Profesor: Ricardo Ceballos Sebastián

Análisis combinatorio, conteo y diagramas de árbol

1. Se lanza tres veces una moneda. Use un diagrama de árbol para determinar las diferentes posibilidades que surgen.
2. Se sacan al azar(sin reemplazo) tres cartas de una baraja común de 52 cartas. Encuentre el número de maneras como se pueden sacar: a) un diamante, un trébol y un corazón, b) dos corazones y luego un trébol o una pica.
3. ¿De cuántas maneras se pueden colocar tres monedas distintas en dos monederos diferentes?
4. ¿Para cuáles valores de n es ${}_{n+1}P_3 = {}_nP_4$?
5. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden sentar 5 personas en un sofá si sólo existen 3 lugares disponibles?
6. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden ordenar 7 libros en una biblioteca si a) cualquier orden es posible, b) tres libros en particular deben quedar siempre juntos, c) dos libros en particular deben quedar siempre en las esquinas.
7. ¿Cuántos números de 5 dígitos diferentes cada uno se pueden formar con el conjunto $1, 2, 3, \dots, 9$ si, a) los números deben ser impares, b) los dos primeros dígitos de cada número son pares?
8. Resuelva el problema anterior si se permiten repeticiones.
9. ¿Cuántos números diferentes de tres dígitos se pueden formar con 3 cuatros, 4 dos y 2 tres?
10. ¿De cuántas maneras diferentes pueden sentarse tres mujeres y tres hombres alrededor de una mesa redonda si a) no hay restricciones, b) dos mujeres en particular no pueden sentarse juntas, c) cada mujer se encuentra entre dos hombres?
11. ¿De cuántas maneras se pueden escoger 6 preguntas de 10 posibles?
12. ¿Cuántos comités diferentes de 3 hombres y 4 mujeres se pueden formar de un conjunto de 8 hombres y 6 mujeres?
13. ¿Cuántos subconjuntos que contengan al menos un elemento se pueden formar de un conjunto de 100 elementos?
14. ¿De cuántas maneras se puede dividir un grupo de 10 personas en a) dos grupos de 7 y 3 personas, b) tres grupos de 5, 3 y 2 personas?
15. Encuentre el número de a) combinaciones, b) permutaciones de 4 letras que pueden formarse con la palabra tennessee.
16. Un producto se arma en tres etapas. En la primera etapa hay cinco líneas de armado, en la segunda etapa hay cuatro líneas de armado, y en la tercera etapa hay seis líneas de armado. ¿De cuántas maneras puede moverse el producto en el proceso de armado?
17. Un inspector visita seis máquinas diferentes durante el día. A fin de impedir a los operadores que sepan cuándo inspeccionará, varía el orden de las visitas. ¿De cuántas maneras puede hacerlo?
18. Un mecanismo complejo puede fallar en 15 partes diferentes. Si falla en tres partes ¿de cuántas maneras puede suceder?
19. Hay 12 maneras en las cuales un artículo manufacturado puede tener un pequeño defecto y 10 maneras en las cuales puede tener un defecto mayor. a) ¿De cuántas maneras puede ocurrir un defecto menor y uno mayor? b) ¿Dos defectos menores y dos defectos mayores?
20. Un mecanismo puede ponerse en cuatro posiciones, digamos a, b, c y d. Hay ocho de tales mecanismos en un sistema.
 - a) ¿De cuántas maneras puede instalarse este sistema?
 - b) Suponga que dichos mecanismos están instalados en cierto orden(lineal) pre-asignado. ¿De cuántas maneras posibles se instalan los mecanismos si dos mecanismos adyacentes no están en la misma posición?
 - c) ¿Cuántas maneras son posibles si sólo se usan las posiciones a y b con la misma frecuencia?
 - d) ¿Cuántas maneras son posibles si sólo se usan dos posiciones diferentes y una de ellas aparece tres veces más a menudo que la otra?

21. Supongamos que de N objetos elegimos n al azar (con sustitución). ¿Cuál es la probabilidad de que ningún objeto sea elegido más de una sola vez? (suponga que $N < n$)
22. De las letras a, b, c, e y f, ¿Cuántas palabras clave de 4 letras se pueden formar si,
 - a) ninguna letra se puede repetir?
 - b) cualquier letra se puede repetir cualquier número de veces?
23. Suponga que $\binom{99}{5} = a$ y $\binom{99}{4} = b$. Expresar $\binom{100}{95}$ en función de a y b .
Indicaciones: no calcule las expresiones anteriores para resolver este problema.
24. a) Una estantería contiene 6 compartimentos separados. ¿De cuántas maneras se pueden colocar 4 canicas idénticas en los compartimentos?. Desarrolle el problema si hay n compartimentos y r canicas. Este problema surge en física en relación con las estadísticas de Bose-Einstein.
25. a) Una estantería contiene 6 compartimentos separados. ¿De cuántas maneras idénticas se pueden colocar 12 canicas idénticas de tal manera que no hayan compartimentos vacíos? Desarrolle el problema si hay n compartimentos y r canicas con $r > n$. Este problema surge en física en relación con las estadísticas de Fermi-Dirac
26. A los participantes en una convención se les ofrecen 6 recorridos por día para visitar lugares de interés durante los 3 días de duración del evento. ¿En cuántas formas puede una persona acomodarse para hacer alguno de ellos?
27. En un estudio médico, los pacientes se clasifican en 8 formas diferentes de acuerdo con su tipo de sangre, AB^+ , AB^- , A^+ , A^- , B^+ , B^- , O^+ u O^- , y su presión sanguínea (baja, normal o alta). Encuentre el número de formas para clasificar a un paciente.
28. Si un experimento consiste en lanzar un dado y después seleccionar aleatoriamente una letra del alfabeto en inglés, ¿cuántos puntos habrá en el espacio muestral?
29. Los estudiantes de un colegio privado de Humanidades, se clasifican como estudiantes de primer año, de segundo, de penúltimo o de último, y también de acuerdo con su sexo: hombres o mujeres. Encuentre el número total de clasificaciones para los estudiantes de este colegio.
30. Un determinado zapato se fabrica en 5 estilos diferentes y en cuatro colores distintos para cada uno. Si la zapatería desea mostrar a su clientela pares de zapatos en todos los estilos y colores, ¿Cuántos pares diferentes deberán colocar en el aparador?
31. Un estudiante de primer año debe tomar un curso de Ciencia, uno de Humanidades y otro de Matemáticas. Si puede escoger entre cualquiera de 6 cursos de Ciencias, 4 de Humanidades y 4 de Matemáticas, ¿en cuántas formas puede acomodar su horario?
32. Un urbanista de una nueva subdivisión ofrece a los clientes prospectos para la compra de una casa, la posibilidad de seleccionar cualquiera 4 diseños diferentes, 3 sistemas de calefacción, cochera con puerta o sin ellas, y patio o pórtico. ¿Cuántos planes distintos están disponibles para el comprador?
33. Puede comprarse un medicamento para la cura del asma ya sea líquido, en tabletas o en cápsulas, a 5 diferentes fabricantes, y todas las presentaciones en concentración regular o alta. ¿En cuántas formas diferentes puede un médico recetar la medicina?
34. En un estudio de economía de combustibles, se prueban tres carros de carrera con 5 diferentes marcas de gasolina, en 7 sitios de prueba de diferentes regiones del país. Si se utilizan 2 pilotos en el estudio y las pruebas se realizan una vez por cada conjunto de condiciones, ¿cuántas pruebas se necesitan?
35. ¿En cuántas formas diferentes pueden contestarse 9 preguntas de tipo falso o verdadero?
36. Si una prueba de selección múltiple consta de 5 preguntas, cada una con 4 posibles respuestas, de las cuáles solo una es correcta,
 - a) ¿en cuántas formas diferentes puede un estudiante escoger una respuesta para cada pregunta?
 - b) ¿en cuántas formas diferentes puede un estudiante escoger una alternativa para cada pregunta y tener todas las respuestas incorrectas?
37.
 - a) ¿Cuántas permutaciones diferentes pueden hacerse con las letras de la palabra *columna*?
 - b) Cuántas de estas permutaciones empiezan con la letra m ?

38. Un testigo de un accidente de tránsito en el que el causante huyó, le indica al policía que el número de matrícula del automóvil tenía las letras *RLH* seguida por tres dígitos, el primero de los cuales era un cinco. Si el testigo no puede recordar los dos últimos dígitos, pero está seguro de que todos eran diferentes, encuentre el número máximo de registros de automóvil que debe verificar la policía.
39.
 - a) ¿De cuántas maneras pueden formarse 6 personas para subir a un autobús?
 - b) Si tres de ellas insisten en seguirse una a otra, ¿en cuántas formas es esto posible?
 - c) Si dos personas se rehúsan a seguirse una a la otra, ¿en cuántas formas es esto posible?
40. Un constructor desea edificar 9 casas, cada una con diferente diseño. ¿En cuántas formas puede colocar estas casas si 6 terrenos están a un lado de la calle y 3 están en el opuesto?
41.
 - a) ¿Cuántos números de tres cifras pueden formarse con los dígitos 0,1,2,3,4,5,6, si cada uno puede utilizarse solo una vez?
 - b) ¿Cuántos de estos números son nones?
 - c) ¿Cuántos son mayores que 330?
42. ¿En cuántas formas pueden sentarse en una línea 4 niños y 5 niñas, si deben colocarse alternadamente?
43. Cuatro matrimonios compraron 8 lugares para un concierto. ¿En cuántas formas diferentes pueden sentarse
 - a) sin restricciones?
 - b) si se sientan por parejas?
 - c) si todos los hombres se sientan juntos a la derecha de todas las mujeres?
44. En un concurso regional de deletreo, los 8 finalistas son 3 niños y 5 niñas. Encuentre el número de puntos muestrales en el espacio S para el número de órdenes posibles al final del evento para
 - a) los 8 finalistas;
 - b) las primeras 3 posiciones.
45. ¿En cuántas formas pueden llenarse las 5 posiciones iniciales de un equipo de baloncesto con 8 jugadores que pueden ocupar cualquiera de ellas?
46. Encuentre el número de formas en las cuales pueden asignarse 6 profesores a las 4 secciones de un curso introductorio de sicología, si ninguno cubre más de una sección.
47. Se sacan 3 boletos de la lotería, de un grupo de 40, para el primero, segundo y tercer premios. Encuentre el número de puntos muestrales en S para otorgarlos si cada concursante conserva un solo boleto.
48. En cuántas maneras pueden plantarse en círculo 5 árboles diferentes?
49. ¿En cuántas formas pueden colocarse en un círculo los 8 vagones cubiertos de una caravana proveniente Arizona?
50. ¿Cuántas permutaciones diferentes pueden hacerse con las letras de la palabra infinito?
51. En cuántas formas pueden plantarse, a lo largo de la línea divisoria de una propiedad, 3 robles, 4 pinos y 2 arces, si no se distingue entre árboles los de la misma clase?
52. Un colegio participa en 12 partidos de fútbol en una temporada. ¿De cuántas maneras puede el equipo terminar con 7 victorias, 3 derrotas y 2 empates?
53. Nueve personas salen de viaje para esquiar en 3 vehículos cuyas capacidades son 2, 4 y 5 pasajeros, respectivamente. ¿En cuántas formas es posible transportar a las 9 personas hasta el albergue con todos los vehículos?
54. ¿Cuántas formas hay de seleccionar a 3 candidatos de un total de 8 recién graduados y con las mismas capacidades para ocupar vacantes en una firma contable?
55. En un estudio que realizaron en California, el decano Lester Breslow y el doctor James Enstrom de la School of Public Health de la University of California en los Ángeles, se concluyó que al seguir 7 sencillas reglas de salud, la vida de un hombre puede alargarse, en promedio, 11 años y la de las mujeres, 7 años. Estas 7 reglas son: no fumar, hacer ejercicio regularmente, tomar alcohol solo en forma moderada, dormir 7 u 8 horas, conservar un peso apropiado, desayunar y no comer entre alimentos. ¿En cuántas formas puede una persona adoptar 5 de estas reglas
 - a) si actualmente las viola todas?
 - b) si nunca toma bebidas alcohólicas y siempre desayuna?