INSTITUTO POLITECNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

DEPARTAMENTO DE FORMACIÓN BÁSICA
ACADEMIA DE FORMACIÓN BÁSICA
Unidad de Aprendizaje: **CÁLCULO**
Ciclo Escolar 2019-2020/1
Fecha 19 de septiembre de 2019

GUÍA DE PROBLEMAS PARA EL SEGUNDO DEPARTAMENTAL

Límites y continuidad

1._ Calcule los valores de las constantes c y k que hagan

$$f(x)=\begin{cases} x+2c & \text{si } x<-2 \\ 3cx+k & \text{si } -2\le x\le 1 \\ 3x-2k & \text{si } 1<x \end{cases}$$

una función continua en todo número real y dibuje la función resultante.

2._ Analice la función e identifique si existe discontinuidad (indicando el tipo

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{sen(x)}{x} & \text{si } x\neq 0 \\ 1 & \text{si } x=0 \end{cases}$$

Ecuación de una recta con derivada

3._ Determine las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la curva definida por la ecuación $\dfrac{3x^5}{2y^2+1}+\sqrt{x^2+xy^5}=4$ en el punto $(1,0)$.

4._ Encuentre un valor para k tal que la recta sea tangente a la gráfica de la función.

a) $f(x)=x^2-kx$ recta $y=4x-9$ ***b)*** $f(x)=k-x^2$ recta $y=-4x+7$

c) $f(x)=\dfrac{k}{x}$ recta $y=-\dfrac{3}{4}x+3$ ***d)*** $f(x)=k\sqrt{x}$ recta $y=x+4$

5._ Halle en qué punto la tangente a la curva $y = x^3 + 5$ es:

a) paralela a la recta $12x - y = 17$

b) perpendicular a la recta $x + 3y = 2$

6._ Calcule la ecuación de la recta tangente a la curva: Concoide de Nicomedes $(y-a)^2(x^2+y^2) = b^2y^2$ con $a = 2, b = 4$ y $P(\sqrt{15}, 1)$

7._ Obtenga una ecuación de la recta tangente a la curva $y = 2x^2 + 3$ que sea paralela a la recta $8x - y + 3 = 0$

8._ Encuentre la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función, h en el valor $x = 4$

$$h(x) = \frac{4}{\sqrt{x}} + 2\sqrt{x}$$

Derivadas laterales

9._ Determine cuáles de las derivadas laterales $f'(x_0^-)$ y/o $f'(x_0^+)$ existen y decidir la derivabilidad de la función f dada en el punto x_0 dado.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \le 0 \\ -x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad \text{para} \quad x_0 = 0$$

10._ Determine si la función es derivable en $x = 2$. Justifique su respuesta.

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \le 2 \\ 4x - 3 & x > 2 \end{cases}$ ***b)*** $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 1 & x < 2 \\ \sqrt{2x} & x \ge 2 \end{cases}$

11._ Realice lo siguiente:

a) Dibuje la gráfica de la función.

b) Determine si f es continua en x_1

c) Calcule $f'_-(x_1)$ y $f'_+(x_1)$ si existen.

d) Determine si f es diferenciable en x_1

$$f(x) = 1 + |x + 2| \quad x_1 = -2$$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x} & \text{si } x < 1 \\ (1-x)^2 & \text{si } 1 \le x \end{cases} \quad x_1 = 1$$

Hallar la derivada de una función

12._ Halle la derivada de $y = \arctan\left[\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^{\frac{1}{2}} \tan\left(\frac{x}{2}\right)\right]$

13._ Encuentre la derivada de la siguiente función $y = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) + \arctan(x)\right]$

14._ La función de crecimiento de Von Bertalanffy es $\frac{1}{2}M(t) = \left(a + (b-a)e^{kmt}\right)^{\frac{1}{m}}$.

Calcule $M´´$ (0) en términos de las constantes *a, b, k, m,*

15._ Halle la derivada de la función $y = 25\arcsin\left(\frac{x}{5}\right) - x\sqrt{25 - x^2}$

16._ Encuentre la siguiente derivada simplificando a su mínima expresión

$$y = -\frac{\sqrt{x^2+4}}{2x^2} - \frac{1}{4}\ln\left(\frac{2+\sqrt{x^2+4}}{x}\right)$$

17._ Determine la primera derivada de las siguientes expresiones

a) $y^{sen(x)} = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ ***b)*** $y^{sen(y)\cos(x)} = x^{sen(x)\cos(y)}$

c) $y^y\sqrt{y} = x^x\sqrt{x}$ ***d)*** $y^{\tan(x)} = (\arccos(x))^x$

e) $yx^x = \ln\left(\frac{x-1}{y}\right)$

18._ Realice todos los pasos necesarios, para calcular la siguiente derivada

$$\frac{d}{dx}\left[\left(\frac{x^{-1}+x^2}{x^2-1}\right)\tan^4\left(x^2\right)\right]$$

19._ Calcule la derivada de la función

a) $f(x) = 3\sec(x)\tan(x)$

b) $f(x) = x^2\cos(x) - sen(x)$

c) $f(x) = xsen(x) + x\cos(x)$

d) $f(x)=\dfrac{sen(x)-1}{\cos(x)+1}$

e) $f(x)=4\cos(sen(3x))$

f) $f(x)=sen^2(\cos(2x))$

g) $h(x)=\sqrt{\dfrac{\cos(x)-1}{sen(x)}}$

h) $f(x)=\sqrt{x}\tan\left(\sqrt{\dfrac{1}{x}}\right)$

20._ Obtenga la derivada $D_x\left(\sqrt{x}\tan\left(\dfrac{1}{x}\right)\right)$

21._ Derive la función:

a) $y=c+\dfrac{a^3}{(x-b)^2}$

b) $y=x^2e^{-x^2}$

c) $y=\dfrac{x^2}{2}\ln(x)$

d) $y=x+\dfrac{\ln(x)}{x}$

e) $y=9e^{\frac{x}{9}}-3x-2ae^{-\frac{x}{9}}$

Derivada con proceso de límite

22._ Encuentre la derivada mediante el proceso del límite.

a) $f(x)=3+\dfrac{2}{3}x$ ***b)*** $f(x)=2x^2+x-1$ ***c)*** $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$ ***d)*** $f(x)=\sqrt{x+1}$

23._ Encuentre la derivada de la función:

a) $f(x)=\dfrac{1-Cosh(x)}{1+Cosh(x)}$ ***b)*** $f(x)=\tanh(e^t)$ ***c)*** $f(x)=e^x-x^2\arctan(x)$

24._ Encuentre la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)=\sqrt{x-1}$ en el punto (5,2) mediante el proceso de límite.

25._ Use la definición con límites para demostrar que $g´(0)$ existe pero $g´(0)\neq\lim_{x\to 0} g´(x)$ donde

$$g(x)\begin{cases} x^2 sen\left(\frac{1}{x}\right) \text{ , si } x \neq 0 \\ 0 \text{, si } x = 0 \end{cases}$$

Derivada de orden superior

26._ Desarrolle una fórmula genera para la derivada de orden n.

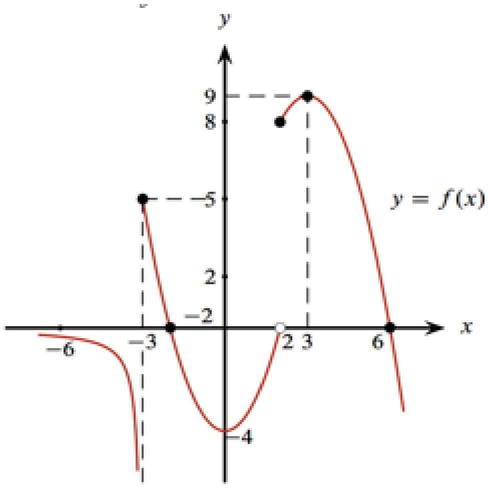
a) $f(x) = x^n$ ***b)*** $f(x) = \frac{1}{x}$

27._ Demuestre que

$$V(x) = 2\ln\left(\tanh\left(\frac{x}{2}\right)\right)$$

cumple la ecuacion Poisson-Boltzmann $V''(x) = \sinh(V(x))$ que se utiliza para describir las fuerzas electrostaticas en ciertas moléculas.

28._ Considere la siguiente gráfica de la función f



Y determine:

a) Los puntos donde la derivada no existe.
b) Los puntos donde $f'(x) = 0$
c) Los intervalos donde $f'(x) > 0$
d) Los intervalos donde $f'(x) < 0$
e) Los intervalos donde $f''(x) > 0$
f) Los intervalos donde $f''(x) < 0$

29._ Halle y'' en las ecuaciones

a) $x + xy + y = 2$ ***b)*** $x^3 - 3xy + y^3 = 1$

30._ Dada la siguiente ecuación $y^2 + 2y = x^2$. Demuestre que $\frac{d^3}{dx^3} y = \frac{-3x}{(1+y)^5}$

31._ Considere la ecuación $y^3 - \frac{3}{2}x^2 = 1$

a) Pruebe que $y' = \frac{x}{y^2}$ y derive nuevamente para probar que $y'' = \frac{y^2 - 2xyy'}{y^4}$

b) Exprese y'' en términos de x y y.

32._ Sea k un entero positivo, obtenga una fórmula para la k-ésima derivada $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$

Derivada implícita y logarítmica

33._ Determine $\frac{dy}{dx}$ por medio de diferenciación implícita

a) $x^2 y^2 = x^2 + y^2$

b) $\sec^2(x) + \csc^2(y) = 4$

c) $\cos(x+y) = ysen(x)$

34._ Utilice la derivación logarítmica para hallar la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^{x^2}$

b) $f(x) = sen\left(x^{sen(x)}\right)$

c) $f(x) = e^{x^{\cos(x)}}$

35._ Mediante derivación logarítmica obtenga la $\frac{dy}{dx}$ si $y = \frac{x^3\sqrt{3x+2}}{\sqrt{7x+2}}$