Actividad 2

Instrucciones: resuelve cada uno de los siguientes problemas, revisa lo que se te pide en cada paso.

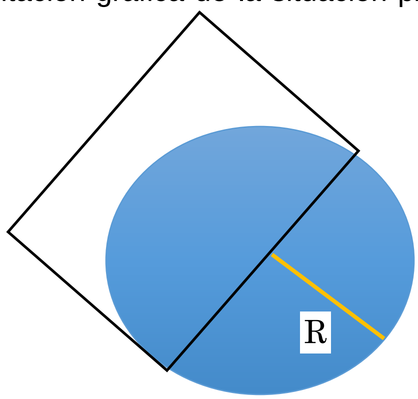
Alumno: Brayan Ramirez Benítez

Problema 1

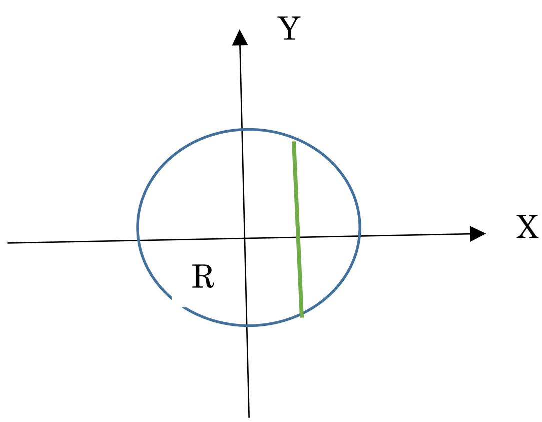
Determine el volumen del sólido cuya base es un disco circular de radio r. Las secciones transversales perpendiculares a la base son cuadradas.

Proceso de solución

1) Haz una representación gráfica de la situación problemática y anota las variables correspondientes.



2) Ubica en el plano cartesiano la figura y anota sus variables.



3) ¿Cuál es el área de la superficie cuadrangular?

Centramos el disco circular el origen de manera que

$Y^2 + X^2 = R^2$

Implica que $Y = (R^2 - X^2)^{1/2}$

Por simetría tenemos que

$2(R^2 – X^2)^{1/2}$

Ahora lo anterior es la base del cuadrado, para encontrar el área tenemos que L^2, entonces

$4(R^2 – X^2)$

Por lo tanto, $A(x)= 4(R^2 – X^2)$

4) Escribe la integral definida que corresponda.

La integral será evaluada de -R a R

$$\int 4(R^2 – X^2)\, dx$$

5) Resuelve la integral

$$V = \int 4(R^2 – X^2)\, dx$$

$$V = 4\int (R^2 – X^2)\, dx$$

$$V = 4[R^2X – X^3/3]$$

evaluando de -R a R

$$V = 4[(R^2R – R^3/3) – (– R^2R + R^3/3)]$$

$$V = 4[R^3 – R^3/3 + R^3 – R^3/3]$$

$$V = 4[4R^3/3]$$

$$V =16R^3/3$$

6) Da la respuesta

$$\boxed{V = 16R^3/3}$$

Problema 2

Calcular el volumen de la pirámide con altura h y base rectangular con dimensiones b y 2b (figura 1).

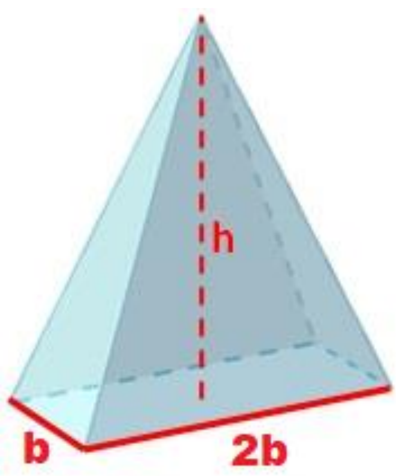
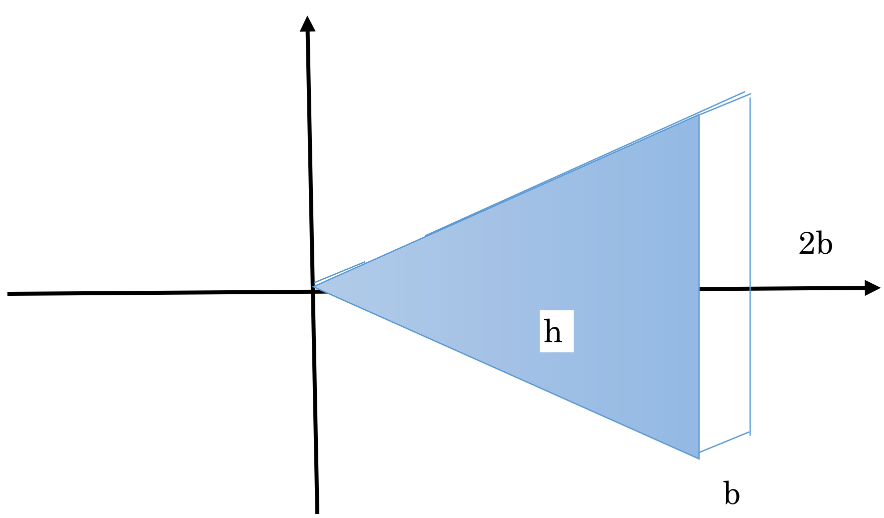


Figura 1

Proceso de solución

1) Ubica en el plano cartesiano la figura y anota sus variables.



2) ¿Cuál es el área de la superficie rectangular?
   Colocamos el origen en el vértice de la pirámide y el eje x a lo largo de
   su eje central, la altura se mide sobre el eje y con lo cual las secciones transversales perpendiculares esta vez al eje y son rectángulos de lados 2Y y Y el volumen de sección tomada así es:

$$V = \int 2Y^2\,dx$$

Para poder expresar Y en términos de X se usa semejanza de triángulos donde:

$Y / a = (h - X) / h$

Despejando Y

$Y = a (h - X) / h$

Por lo tanto, el área es

$Y = a (h - X) / h$

3) Escribe la integral definida que corresponda.

Sustituyendo Y en la integral tenemos que:

$$V = \int 2(a (h - X) / h)^2\,dx$$

La cual se evaluará de 0 a h

4) Resuelve la integral

$$V = \int 2(a (h - X) / h)^2\,dx$$

$$V = 2a^2 / h^2 \int (h^2 - 2hX + X^2)\,dx$$

$$V = 2a^2 / h^2 \left[h^2X - hx^2 + X^3/3\right]$$

Evaluando de 0 a h

$$V = 2a^2 / h^2 \left[h^3 - h^3 + h^3/3\right]$$

$V=2a^2h/3$

5) Da la respuesta

Por lo tanto,

$$\boxed{V=2a^2h/3}$$