Tema: Solución de problemas

a) Resolver la sig. ecuación diferencial

$$x^2 y'' + (y')' = 0$$

Sol. $x^2 y'' + (y')' = 0 \Rightarrow x^2 y'' + y'' = 0$

es decir $(x^2+1)y'' = 0$, como $x^2+1 \neq 0$ en general

por lo tanto $y'' = 0 \Rightarrow y' = C_0$ al integrar la 1ra vez

ahora bien, si integramos nuevamente

$$y' = C_0 \Rightarrow \boxed{y = xC_0 + C_1}$$

b) Resolver la sig. ecuación diferencial $y^2 y'' = y'$

Sol. $y^2 y'' = y' \Rightarrow y'' = \frac{y'}{y^2} = -\left(\frac{1}{y}\right)'$

es decir $y'' = -\left(\frac{1}{y}\right)'$, al hacer una primera integración

$y' = -\frac{1}{y} + C_0$ ahora al separar variables

$$\frac{dy}{dx} = C_0 - \frac{1}{y} = \frac{C_0 y - 1}{y}$$

$$\Rightarrow \int \frac{y}{C_0 y - 1}\, dy = \int dx$$

haciendo el cambio de variable $u = C_0 y - 1 \therefore du = C_0 dy \therefore dy = \frac{du}{C_0}$

además $y = \frac{u+1}{C_0}$

$$\int \frac{u+1}{C_0} \frac{1}{u} \frac{du}{C_0} = x + C_1 \Rightarrow \frac{1}{C_0^2} \int \frac{u+1}{u}\, du = x + C_1$$