Instituto Politécnico Nacional
Escuela Superior de Cómputo

Teoría Computacional

Problemario*

Profesor: Dr. Benjamín Luna Benoso.

Grupo:____________

Alumno:________________________________

1. Demostrar por reducción al absurdo que en una fiesta en donde asisten n personas (en la que cada persona conoce por lo menos a alguien de la fiesta) existen dos personas que conocen a la misma cantidad de personas dentro de la fiesta.

2. Considerando que A, B, C son conjuntos cualesquiera. Demostrar que:

   $i)$ $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subseteq \mathcal{P}(A \cup B)$.
   $ii)$ $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cap B)$.
   $iii)$ $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$.
   $iv)$ $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$.
   $v)$ $B \subseteq A$ sii $A \cup B = A$.
   $vi)$ $A \cup B = A \cap B$ sii $A = B$.
   $vii)$ $A \subseteq B$ sii $\mathcal{P}(A) \subseteq \mathcal{P}(B)$.
   $viii)$ $B \subseteq A$ sii $A \cap B = B$.

3. En cada una de las siguientes proposiciones, si es verdadera demuestre, en caso contrario muestre un contraejemplo.

   $i)$ Si para algún X, $X \cap A = X \cap B$, entonces $A = B$.
   $ii)$ Si $A \cap B = \emptyset$, entonces $A = \emptyset$ o $B = \emptyset$.

iii) Si $A \cap B = A$, entonces $A = B$.

4. Sean A, B conjuntos. Demuestre que si $\forall X$, se tiene $X \cap B = X \cap C$, entonces $B = C$.

5. Muestre que $\{2x+5|x \in \mathbb{Z}\} = \{1+2y|y \in \mathbb{Z}\}$.

6. Resolver el siguiente problema utilizando diagramas de Venn. Si en un total de 50 alumnos de primer ingreso, 30 estudian C++, 25 java y 10 estudian ambos lenguajes. Cuántos alumnos de primer ingreso estudian al menos un lenguaje de programación?.

7. Resolver el siguiente problema utilizando diagramas de Venn. En un grupo de 165 estudiantes, 8 toman cálculo, física y computación; 33 toman cálculo y computación; 20 toman cálculo y física; 24 toman física y computación; 79 toman cálculo, 83 física y 63 computación.

i) Cuántos estudiantes toman únicamente física?.
ii) Cuántos alumnos toman únicamente dos materias?.
iii) Cuántos alumnos toman cálculo y computación?.
iv) Cuántos alumnos no toman ninguna de estas asignaturas (cálculo, física o computación)?.

8. Demuestre por inducción que $\forall n \in \mathbb{N}$:

i) $n^2 - n$ es par.
ii) si $n > 2$, entonces $2^n > 2n + 1$.
iii) $6 + 20 + 34 + \cdots + 2(7n-4) = n(7n-1)$.
iv) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
v) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$.

9. Hallar el dominio de definición de las siguientes funciones.

i) $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$. *ii*) $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$.

10. Representar gráficamente las siguientes funciones:

i) $f(x) = \{ \begin{array}{c} -2x+1 \; si \; x \leq 1 \\ x^2+2 \; si \; x > 1 \end{array}$. *ii*) $f(x) = -\frac{x^2}{2} + 2x + 1$.

11. Sea A un lenguaje sobre $\sum$. Demostrar las siguientes propiedades:

i) $A \bullet (B_1 \cup B_2 \cup \cdots \cup B_n) = A \bullet B_1 \cup A \bullet B_2 \cup \cdots \cup A \bullet B_n$.
ii) $A^+ = A^* \bullet A = A \bullet A^*$.
iii) $A^* \bullet A^* = A^*$.
iv) $(A^*)^* = A^*$.
v) $(A^*)^+ = A^*$.

vi) $A^+ \bullet A^+ \subseteq A^+$.

12. Mostrar con un contraejemplo que en general $A^+ \nsubseteq A^+ \bullet A^+$.

13. Sean A, B lenguajes sobre $\sum$. Demostrar las siguientes propiedades:

i) $(A \bullet B)^R = B^R \bullet A^R$.
ii) $(A \cup B)^R = A^R \cup B^R$.
iii) $(A \cap B)^R = A^R \cap B^R$.
iv) $(A^R)^R = A$.
v) $(A^*)^R = (A^R)^*$.

14. Diseñar AFD's que acepten los siguientes lenguajes (diagrama de transiciones). Además escribir cada AFD resultante usando la definición formal.

i) Alfabeto: $\{a, b\}$. Las palabras que contienen un número par de a.
ii) Alfabeto: $\{0, 1\}$. El conjunto de todas las cadenas terminadas en 00.
iii) Alfabeto: $\{0, 1\}$. El conjunto de todas las cadenas con tres ceros consecutivos (no necesariamente al final).
iv) Alfabeto: $\{0, 1\}$. El conjunto de las cadenas con 011 como subcadena.
v) Alfabeto: $\{0, 1\}$. El conjunto de todas las cadenas cuyo décimo símbolo desde el extremo derecho sea 1.
vi) Alfabeto: $\{0, 1\}$. El conjunto de cadenas que empiezan o terminan con 01 (o ambas cosas).

15. Sea A un AFD y q un estado concreto de A, tal que $\delta(q, a) = q$ para todos los símbolos de entrada a. Demostrar por inducción sobre la longitud de la entrada que para todas las cadenas de entrada w, $\widehat{\delta}(q, w) = q$.

16. Convertir los siguientes AFN a AFD.

i)

	0	1
$\rightarrow p$	$\{p, q\}$	$\{p\}$
q	$\{r\}$	$\{r\}$
r	$\{s\}$	$\emptyset$
$*s$	$\{s\}$	$\{s\}$

ii)

	0	1
$\rightarrow p$	$\{q, s\}$	$\{q\}$
$*q$	$\{r\}$	$\{q, r\}$
r	$\{s\}$	$\{p\}$
$*s$	$\emptyset$	$\{p\}$

17. Convertir el siguiente AFN a AFD y describir informalmente el lenguaje que acepta.

	0	1
$\rightarrow p$	$\{p, q\}$	$\{p\}$
q	$\{r, s\}$	$\{t\}$
r	$\{p, r\}$	$\{t\}$
$*s$	$\emptyset$	$\emptyset$
$*t$	$\emptyset$	$\emptyset$

18. Construir diagramas de transición que reconozcan los siguientes lenguajes. En cada caso el lenguaje es $\{0, 1\}$.

i) $\{w|w$ comienza con 1 y termina con 0 $\}$.
ii) $\{w|w$ contiene al menos tres 1 $\}$.
iii) $\{w|w$ contiene al menos dos 0 y al menos un 1 $\}$.
iv) $\{w|$ la longitud de w es al menos 5 $\}$.
v) $\{w|w$ contiene un número par de 0 y al menos un 1 $\}$.

19. Construir AFN's con el número especificado de estados que reconozcan cada uno de los siguientes lenguajes.

i) El lenguaje $\{w|w$ termina en 00 $\}$ con tres estados.
ii) El lenguaje $\{0\}$ con dos estados.
iii) El lenguaje $0^*1^*0^*0^*$ con tres estados.
vi) El lenguaje 0^* con un estado.

20. Demostrar que si A es un lenguaje regular, entonces A^R también es un lenguaje regular.

21. Sea $B_n = \{a^k | k$ es multiplo de $n\}$. Probar que para cada $n \geq 1$, el lenguaje B_n es regular.

22. Sea $\sum_3 = \{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \cdots, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \}$. $\sum_3$ contiene todas las columnas de tamaño 3 compuestas de 0's y 1's. Una cadena de símbolos en $\sum_3$ contiene tres filas de 0's y 1's. Considere cada fila como un número binario y sea

$$B = \{w \in \textstyle\sum_3^* \mid \text{la fila inferior de } w \text{ es la suma de las dos filas superiores } \}.$$

por ejemplo,

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \in B \text{ pero } \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \notin B.$$

Demostrar que B es un lenguaje regular.

23. Considere el siguiente AFN-ϵ

	ϵ	a	b	c
$\rightarrow p$	$\emptyset$	$\{p\}$	$\{q\}$	$\{r\}$
q	$\{p\}$	$\{q\}$	$\{r\}$	$\emptyset$
$*r$	$\{q\}$	$\{r\}$	$\emptyset$	$\{p\}$

i) Calcular la clausura respecto de ϵ para cada estado.
ii) Obtener todas las cadenas de longitud menor o igual a tres aceptadas por el autómata.
iii) Convertir el autómata en un AFD.

24. Repetir el ejercicio 23 para el siguiente AFN-ϵ.

	ϵ	a	b	c
$\rightarrow p$	$\{q,r\}$	$\emptyset$	$\{q\}$	$\{r\}$
q	$\emptyset$	$\{p\}$	$\{r\}$	$\{p,q\}$
$*r$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

25. Diseñar AFN-ϵ para los siguientes lenguajes. Intente utilizar transiciones ϵ para simplificar el diseño.

i) El conjunto de cadenas con cero o más letras a seguidas de cero o más letras b, seguidas de cero o más letras c.

ii) El conjunto de cadenas formadas por 01 repetido una o más veces, o por 010 repetido una o más veces.
iii) El conjunto de cadenas de ceros y unos que contienen un 1 al menos en una de las diez últimas posiciones.

26. Describir los lenguajes representados por las siguientes expresiones regulares ($\sum = 0, 1$):

i) $\mathbf{(1+}\ \epsilon\mathbf{)0}$.
ii) $\mathbf{(0^*1^*)000(0+1)^*}$.
iii) $\mathbf{(0+10)^*1^*}$.
iv) $(\sum\sum)^*$.
v) $\mathbf{(0+}\ \epsilon\mathbf{)(1+}\epsilon\mathbf{)}$.
vi) $\emptyset^*$.

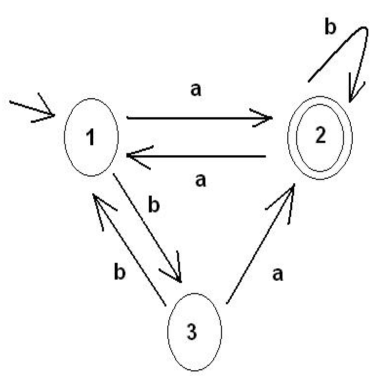
27. Mostrar con un contraejemplo que en general: si $\boldsymbol{R}$ es una expresión regular entonces las siguientes igualdades no se cumplen:

i) $\boldsymbol{R+\epsilon=R.}$
ii) $\boldsymbol{R\emptyset = R.}$

28. Convertir las siguientes expresiones regulares a AFN.

i) $\mathbf{(0+1)^*000(0+1)^*}$.
ii) $\mathbf{(((00)^*(11))+01)^*}$.
iii) $\emptyset^*$.

29. Encontrar la expresión regular que representa al siguiente AFN.



30. Demostrar que si $\boldsymbol{R}$ y $\boldsymbol{S}$ son expresiones regulares, entonces se cumple que $(\boldsymbol{R}^*\boldsymbol{S}^*)^*=(\boldsymbol{R}+\boldsymbol{S})^*$.

31. Demostrar si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa ($\boldsymbol{R}$ y $\boldsymbol{S}$ son expresiones regulares).

i) $(\boldsymbol{R}+\boldsymbol{S})^*=\boldsymbol{R}^*+\boldsymbol{S}^*$.
ii) $(\boldsymbol{RS}+\boldsymbol{R})^*\boldsymbol{R}=\boldsymbol{R}(\boldsymbol{SR}+\boldsymbol{R})^*$.
iii) $(\boldsymbol{R}+\boldsymbol{S})^*\boldsymbol{S}=(\boldsymbol{R}^*\boldsymbol{S})^*$.

32. Sean L y M lenguajes regulares. Probar que cada uno de los siguientes lenguajes son regulares.

i) $L \cup M$.
ii) LM.
iii) $L - M$.

33. Usar el lema del bombeo para probar que los siguientes lenguajes no son regulares.

i) $A_1 = \{0^n1^n2^n|n \geq 0\}$.
ii) $A_2 = \{www|w \in \{a,b\}^*\}$.
iii) $A_3 = \{A^{2^n}|n \geq 0\}$.
iv) $A_4 = \{0^n10^n|n \geq 1\}$.
v) $A_5 = \{0^n1^m|n \leq m\}$.
vi) $A_6 = \{ww^R|w \in \{0,1\}^*\}$.
vii) $A_7 = \{w1^n|w \in \{0,1\}^*, |w| = n\}$.

34. Si L es un lenguaje y a es un símbolo, se define el *cociente por la derecha* de L y a denotado L/a como

$$L/a = \{w|wa \in L\}.$$

De igual manera se define el *cociente por la izquierda* de L y a denotado $a \setminus L$ como

$$a \setminus L = \{w|aw \in L\}.$$

Por ejemplo, si $L = \{a, aab, baa\}$, entonces $L/a = \{\epsilon, ba\}$ y $a \setminus L = \{\epsilon, ab\}$. Demostrar que si L es un lenguaje regular, entonces L/a y $a \setminus L$ también son lenguajes regulares.

35. Si L es un lenguaje y a un símbolo, el cociente por la izquierda a menudo es llamado la derivada, y $a \setminus L$ se escribe así: $\frac{dL}{da}$. Estas derivadas se aplican a las expresiones regulares de maneras similar a como se aplica la derivada común de las operaciones aritméticas. Por lo tanto, si $\boldsymbol{R}$ es una expresión regular, $\frac{d\boldsymbol{R}}{da}$ representará los mismo que $\frac{dL}{da}$ si $L = L(\boldsymbol{R})$. Demostrar que $\frac{d(\boldsymbol{R}+\boldsymbol{S})}{da} = \frac{d\boldsymbol{R}}{da} + \frac{d\boldsymbol{S}}{da}$.

36. Diseñar GLC para los siguientes lenguajes:

i) El conjunto $\{0^n1^n | n \geq 1\}$.
ii) El conjunto $\{a^ib^jc^k | i \neq j \text{ o } j \neq k\}$.
iii) El conjunto $\{a^ib^jc^k | i = j \text{ o } j = k\}$.
iv) El conjunto de todas las cadenas con el doble de ceros que de unos.

37. Mostrar una GLC que genere los siguientes lenguajes. El alfabeto a considerar es $\Sigma = \{0, 1\}$.

a) $\{w | w$ contiene al menos tres 1s$\}$.
b) $\{w | w$ comienza y termina con el mismo símbolo$\}$.
c) $\{w |$ la longitud de w es impar$\}$.
d) $\{w | w = w^{-1}\}$ (palíndromos).

38. La siguiente gramática genera el lenguaje de expresiones regulares $\mathbf{0}^*\mathbf{1}(\mathbf{0} + \mathbf{1})^*$:

$$S \to A1B$$
$$A \to 0A | \epsilon$$
$$B \to 0B | 1B | \epsilon$$

Obtener las derivaciones más a la izquierda y más a la derecha de las siguientes cadenas:

a) 00101
b) 1001
c) 00011

39. Sea G la gramática con las siguientes producciones:

$$S \to ASB | \epsilon$$
$$A \to aAb | \epsilon$$
$$B \to bBa | ba$$

a) Mostrar una derivación más a la izquierda de la palabra *aabbba*.
b) Mostrar una derivación más a la derecha de la palabra *aabbba*.
c) Mostrar una derivación que no sea más a la izquierda ni más a la derecha de la palabra *aabbba*.
d) Describir $L(G)$.

40. Sea G la gramática con las siguientes producciones:

$$S \to ASB | \epsilon$$
$$A \to aA | \epsilon$$
$$B \to bB | \epsilon$$

a) Mostrar una derivación más a la izquierda y una más a la derecha de la palabra *aaabb*.

b) Mostrar que G es ambigua.
c) Construye una gramática no ambigua equivalente a G.
d) Describir $L(G)$. Es regular $L(G)$?.

41. Considerar la gramática

$$S \to aS|aSbS|\epsilon$$

Esta gramática es ambigua. Demostrar, en particular, que la cadena aab tiene:

a) Dos árboles de derivación.
b) Dos derivaciones más a la izquierda.
c) Dos derivaciones más a la derecha.
d) Encontrar una gramática no ambigua equivalente.

42. La siguiente gramática genera expresiones $prefijas$ con los operandos x e y y los operadores binarios $+, -$ y $*$:

$$E \to +EE| * EE| - EE|x|y$$

Encontrar derivaciones más a la izquierda y más a la derecha, y un árbol de derivación, para la cadena $+ * -xyxy$.

43. Considere la siguiente GLC G:

$$\begin{aligned} &R \to XRX|S \\ &S \to aTb|bTa \\ &T \to XTX|X|\epsilon \\ &X \to a|b \end{aligned}$$

Responder las siguientes preguntas:

a) Dar tres ejemplos de cadenas en $L(G)$.
b) Dar tres ejemplos de cadenas que no estén en $L(G)$.
c) Verdadero o Falso: $T \Rightarrow aba$.
d) Verdadero o falso: $T \overset{*}{\Rightarrow} aba$.
e) Verdadero o falso: $T \Rightarrow T$.
f) Verdadero o falso: $T \overset{*}{\Rightarrow} T$.
g) Verdadero o falso: $XXX \overset{*}{\Rightarrow} aba$.
h) Verdadero o falso: $X \overset{*}{\Rightarrow} aba$.
i) Verdadero o falso: $T \overset{*}{\Rightarrow} XX$.
j) Verdadero o falso: $T \overset{*}{\Rightarrow} XXX$.
k) Verdadero o falso: $S \overset{*}{\Rightarrow} \epsilon$.

44. Sea $G = (V, \Sigma, R, S)$ la siguiente gramática: $V = \{S, T, U\}$; $\Sigma = \{0, \sharp\}$; y R el conjunto de reglas:

$$\begin{aligned} &S \to TT|U \\ &T \to 0T|T0|\sharp \\ &U \to 0U00|\sharp \end{aligned}$$

a) Describir el lenguaje $L(G)$.
b) Mostrar que $L(G)$ es un lenguaje no regular.

45. Demostrar que todo LR es un LIC.

46. Mostrar que lenguaje genera cada una de las siguientes gramáticas, donde $G = (N, \Sigma, S, P)$ con $N = \{S, A\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ y P es cada una de las siguientes producciones:

a) $S \to aaSA|\epsilon$
$A \to bA|b$

b) $S \to aS|bS|A$
$A \to cA|c|S$

c) $S \to aSbb|A$
$A \to cA|c$

d) $S \to abSdc|c$
$A \to cdAba|\epsilon$

47. Sea $G = (V, T, P, S)$ con $V = \{S\}$, $T = \{a, b\}$ y $P = \{S \to aSb|aSa|bSb|bSa|\epsilon\}$. Demuestra que $L(G)$ es un lenguaje regular.

48. Considere la gramática definida por el siguiente conjunto de producciones:

$$\begin{aligned} &S \to AB \\ &A \to aAb|aA|\epsilon \\ &B \to Bb|\epsilon \end{aligned}$$

a) Describe el lenguaje generado por la gramática.
b) La gramática es ambigua?. Por qué?.

49. Dada la gramática que genera un lenguaje sobre el alfabeto $\{a, e, if, then, else\}$ y cuyas producciones son las siguientes:

$$S \to a|if\ e\ then\ S|if\ e\ then\ S\ else\ S$$

Demuestra que es ambigua.

50. Considere la siguiente gramática:

$$\begin{aligned} &S \to 0A0|1B1|BB \\ &A \to C \\ &B \to S|A \end{aligned}$$

$$C \to S|\epsilon$$

a) Tiene símbolos inútiles?, si así es, eliminarlos.
b) Eliminar las producciones ϵ.
c) Eliminar las producciones unitarias.
d) Poner la gramática en FNC.

51. Repetir el ejercicio 50 para las siguientes gramáticas:

a)

$$\begin{aligned}
&S \to AAA|B \\
&A \to aA|B \\
&B \to \epsilon
\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
&S \to aAa|bBb|\epsilon \\
&A \to C|a \\
&B \to C|b \\
&C \to CDE|\epsilon \\
&D \to A|B|ab
\end{aligned}$$

52. Diseñar una gramática en FNC para el conjunto de cadenas de paréntesis balanceados. No es necesario partir de una gramática que no este en FNC.

53. Convertir las siguientes gramáticas a la FNC.

a)

$$\begin{aligned}
&S \to A|BCa|aDcd|EDF \\
&A \to aAb|c \\
&B \to CD|b|ECd|Ad \\
&C \to Cc|Bb|AaE|\epsilon \\
&D \to ADd|Dd|\epsilon \\
&E \to aaEB|EFG \\
&F \to aFd|d
\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
&S \to bA|aB \\
&A \to bAA|aS|a \\
&B \to aBB|bS|b
\end{aligned}$$

54. Obtener GLC para los siguientes lenguajes:

a) $\mathbf{a}^*\mathbf{b} + \mathbf{a}$
b) $\mathbf{a}^*\mathbf{b} + \mathbf{b}^*\mathbf{a}$
c) $(\mathbf{a}^*\mathbf{b} + \mathbf{b}^*\mathbf{a})^*$

55. Para los AFN de los ejercicios 16 y 17, construir una GLC que reconozca el mismo lenguaje.

56. Diseñar un Autómata a Pila que acepte cada uno de los siguientes lenguajes (puede aceptar por estado final o por pila vacía, lo que sea más conveniente).

a) $\{0^n 1^n | n \geq 1\}$.
b) El conjunto de todas las cadenas de ceros y unos con un número igual de ceros y unos.
c) $\{a^i b^j c^k | i = j \ o \ j = k\}$
d) $\{a^i b^j c^k | i \neq j \ o \ j \neq k\}$
e) El conjunto de todas las cadenas con el doble de ceros que de unos.

57. El autómata a pila $P = (\{q_0, q_1, q_2, q_3, p\}, \{a, b\}, \{Z_0, A, B\}, \delta, q_0, Z_0, \{p\})$ tiene las siguientes reglas que definen a δ:

$$\begin{array}{lll}
\delta(q_0, a, Z_0) = (q_1, AAZ_0) & \delta(q_0, b, Z_0) = (q_2, BZ_0) & \delta(q_0, \epsilon, Z_0) = (p, \epsilon) \\
\delta(q_1, a, A) = (q_1, AAA) & \delta(q_1, b, A) = (q_1, \epsilon) & \delta(q_1, \epsilon, Z_0) = (q_0, Z_0) \\
\delta(q_2, a, B) = (q_3, \epsilon) & \delta(q_2, b, B) = (q_2, BB) & \delta(q_2, \epsilon, Z_0) = (q_0, Z_0) \\
\delta(q_3, \epsilon, B) = (q_2, \epsilon) & \delta(q_3, \epsilon, Z_0) = (q_1, AZ_0) &
\end{array}$$

Nótese que, puesto que cada uno de los conjuntos anteriores tiene solo una opción de movimiento, hemos omitido las llaves de cada una de las reglas.

a) Escribir una traza de ejecución (secuencia de configuraciones) que demuestre que la cadena bab está en $L(P)$.
b) Escribir una traza de ejecución que demuestre que abb está en $L(P)$.
c) Escribir el contenido de la pila después de que P haya leído b^7a^4 de su entrada.
d) Describir informalmente $L(P)$.

58. Supongamos que el autómata a pila $P = (\{q, p\}, \{0, 1\}, \{Z_0, X\}, \delta, q, Z_0, \{p\})$ tiene la siguiente función de transición:

$$\begin{array}{lll}
\delta(q, 0, Z_0) = \{(q, XZ_0)\} & \delta(q, 0, X) = \{(q, XX)\} & \delta(q, 1, X) = \{(q, X)\} \\
\delta(q, \epsilon, X) = \{(p, \epsilon)\} & \delta(p, \epsilon, X) = \{(p, \epsilon)\} & \delta(p, 1, X) = \{(p, XX)\} \\
\delta(p, 1, Z_0) = \{(p, \epsilon)\} & &
\end{array}$$

a) Mostrar todas las configuraciones alcanzables cuando la entrada w es 0011 y cuando es 010.
b) Convertir P en otro autóamata a pila P_1 que acepte por pila vacía el mismo lenguaje que P acepta por estado final; es decir, $N(P_1) = L(P)$.

59. Convertir la gramática

$$S \to 0S1|A$$
$$A \to 1A0|S|\epsilon$$

en un autómata a pila que acepte el mismo lenguaje por pila vacía.

60. Repetir el ejercicio 60 para la gramática:

$$S \to aAA$$
$$A \to aS|bS|a$$

61. Convertir el autómata a pila $P = (\{p, q\}, \{0, 1\}, \{X, Z_0\}, \delta, q, Z_0)$ en una GIC, donde δ viene dada por:

$$\delta(q, 1, Z_0) = \{(q, XZ_0)\} \qquad \delta(q, 1, X) = \{(q, XX)\} \qquad \delta(q, 0, X) = \{(p, X)\}$$
$$\delta(q, \epsilon, X) = \{(q, \epsilon)\} \qquad \delta(p, 1, X) = \{(p, \epsilon)\} \qquad \delta(p, 0, Z_0) = \{(q, Z_0)\}$$

62. Convertir el autómata a pila del ejercicio 58 en una GIC.

63. Usar el lema del bombeo para LIC para demostrar que cada uno de los siguientes lenguajes no es un LIC.

a) $\{a^i b^j c^k | i < j < k\}$.
b) $\{a^n b^n c^i | i \leq n\}$.
c) $\{0^p | p \text{ es primo}\}$ (Hint: Utilizar las mismas ideas de cuando se demostró que el lenguaje compuesto de todas las cadenas con longitud un número primo no era una lenguaje regular).
d) $\{0^i 1^j | j = i^2\}$.
e) $\{a^n b^n c^i | n \leq i \leq 2n\}$.
f) $\{ww^R w | w \in \{0, 1\}^*\}$