

# Primer Examen Departamental de Ecuaciones Diferenciales

Profesor: E. Salinas Hernández

4 de Marzo del 2020

No se permite el uso de formulas, desarrolle todos los pasos necesarios en cada ejercicio

## 1 Problema

Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(y-1)(x-2)(y+3)}{(x-1)(y-2)(x+3)}, \frac{dy}{dx} = \frac{1+\sqrt{x-y}}{1+\sqrt{x-y}}, \frac{dy}{dx} = \frac{3x-y-9}{x+y+1}$$

## 2 Problema

Resolverla la primero con factor integrante, la segunda como lo desee

$$(2xy^2 + 2xy)dx + (x^2y + x^2)dy = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3x^5 + 3x^2y^2}{2x^3y - 2y^3}, y = s^q, x = t^p$$

## 3 Problema

a).-Resolver la ecuación tipo *Riccati*

$$\frac{dy}{dx} = x^3 + \frac{2}{x}y - \frac{1}{x}y^2, y_p = -x^2$$

b).-Demuestre que si se conocen dos soluciones digamos  $y_1$  e  $y_2$  a la ecuación de *Riccati*  $y' + P(x)y + Q(x)y^2 = R(x)$ , entonces se cumple que

$$\frac{(y - y_1)}{(y - y_2)} = C e^{\int Q(x)(y_2 - y_1)dx}$$

# Primer Examen Departamental de Ecuaciones Diferenciales

Profesor: E. Salinas Hernández

5 de Marzo del 2020

No se permite el uso de formulas, desarrolle todos los pasos necesarios en cada ejercicio

## 1 Problema

Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(y-1)(x-2)(y+3)}{(x-1)(y-2)(x+3)}, \frac{dU}{ds} = \frac{1+U}{\sqrt{s} + \sqrt{sU}}, \frac{dy}{dx} = \left[\frac{x-y+1}{2x-2y}\right]^2$$

## 2 Problema

Resolverla la primero con factor integrante, la segunda como lo desee

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}}{\sqrt{x+y} - \sqrt{x-y}}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3x^5 + 3x^2y^2}{2x^3y - 2y^3}, y = s^q, x = t^p$$

## 3 Problema

a).-Resolver la ecuación tipo *Riccati*

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{4}{x^2} + \frac{1}{x}y + y^2, y_p = \frac{2}{x}$$

b).-Demuestre que si se conocen dos soluciones digamos  $y_1$  e  $y_2$  a la ecuación de *Riccati*  $y' + P(x)y + Q(x)y^2 = R(x)$ , entonces se cumple que

$$\frac{(y - y_1)}{(y - y_2)} = C e^{\int Q(x)(y_2 - y_1) dx}$$

# Primer examen en Linea de Ecuaciones Diferenciales

Prof. Encarnación Salinas Hernández

11 de Junio del 2020

## 1 Instrucciones

- a) Resolver todos los ejercicios, escribir tu Nombre completo y Grupo
- b) Recuerde que el examen es personal, el examen también es de honestidad con uno mismo
- c) Usar únicamente hojas blancas y asegurarse subir todas al final
- d) No amontonar la información para entender más claramente el desarrollo a la hora de calificarlo

## 2 Problema 1

Aplicando los coeficientes indeterminados resolver las 2 siguientes ecuaciones

$$y'' + 2y' + y = x^2 e^{-x}, y'' + 25y = 20 \operatorname{Sen}(5x)$$

## 3 Problema 2

Aplicando variación de parámetros resolver las 2 siguientes ecuaciones

$$y'' - 3y' + 2y = \frac{e^{3x}}{1 + e^x}, y'' - 2y' + 2y = e^x \operatorname{Sec}(x)$$

## 4 Problema 3

Resolver las 2 siguientes ecuaciones diferenciales tipo Cauchy-Euler

$$x^2 y'' - 4xy' + 6y = \ln(x^2), x^2 y'' + 9xy' - 20y = \frac{5}{x^3}$$

## 5 Problema 4

Resolver las 2 siguientes ecuaciones diferenciales

$$(y + 1)y'' = (y')^2, y'' + 2y(y')^3 = 0$$

# 2do Examen en linea de Ecuaciones Diferenciales

Profesor Encarnación Salinas Hernández

July 9, 2020

Resolver de forma clara y precisa todos los ejercicios, hacerlo en hojas blancas para facilitar su calificación. Escribir Nombre y Grupo al que pertenecen. Muy importante subir todas las hojas en un mismo Archivo

## 1 Problema

- a) Aplicando la definición de la transformada de Laplace, calcular:  $L\{\cos(kt)\}, L\{3t^2 - 2t + 1\}$   
b) Aplicando los teoremas e identidades trigonométricas adecuadamente, calcular:  $L\{9\sin^3(2t)\}$

## 2 Problema

Aplicando los teoremas adecuadamente, calcular  $L\{te^{2t}\sin(6t)\}, L^{-1}\left\{\frac{6s+3}{(s+1)(s^4+5s^2+4)}\right\}$

## 3 Problema

- a) Aplicando los teoremas adecuados calcular:  $L\left\{\frac{10}{s^4-16}\right\}$ , b) Aplicando el teorema de convolución, calcular  $L^{-1}\left\{\frac{8k^3s}{(s^2+k^2)^3}\right\}$

## 4 Problema

- a) Resolver la siguiente ecuación integrodiferencial:

$$f(t) = 1 + t - \frac{8}{3} \int_0^t (\tau - t)^3 f(\tau) d\tau$$

- b) Resolver la siguiente ecuación diferencial aplicando la transformada de Laplace:

$$y'' + 9y = \cos(3t), y(0) = 2, y'(0) = 5$$

# Examen extraordinario de Ecuaciones Diferenciales

Profesor Encarnación Salinas Hernández

July 15, 2020

Resolver de forma clara y precisa todos los ejercicios, hacerlo en hojas blancas para facilitar su calificación. Escribir Nombre y Grupo al que pertenecieron dentro del curso ordinario

## 1 Problema

Resolver la siguiente Ecuación Diferencial, aplicando el criterio de exactitud  $(y^2 + xy^3)dx + (5y^2 - xy + y^3 \operatorname{Sen} y)dy = 0$

## 2 Problema

Resolver la siguiente ecuación diferencial, aplicando variación de parámetros  $y'' - 2y' + y = e^t \arctan(t)$

## 3 Problema

Aplicando la definición de la Transformada de Laplace, calcular:  $L\{t \operatorname{Sen}(kt)e^{10t}\}$

## 4 Problema

Calcular  $L\{u(t - \pi)t^2 \operatorname{Sen}(t)e^t\}$

## 5 Problema

Demuestre que si  $y_1, y_2, y_3$  son soluciones distintas a la ecuación de *Riccati*

$$y + P(x)y + Q(x)y^2 = R(x)$$

entonces la solución general viene dada por

$$\frac{(y - y_1)(y - y_2)}{(y_2 - y_3)(y - y_3)} = C = cte$$



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO  
ACADEMIA DE CIENCIAS BÁSICAS



SEGUNDO EXAMEN DEPARTAMENTAL DE ECUACIONES DIFERENCIALES

CICLO ESCOLAR ENERO JUNIO 2020 10/05/2020 TIPO A GPO 1CM6

Nombre del alumno: \_\_\_\_\_

Nombre del profesor: Juan Manuel Carballo Jiménez

Resuelva los siguientes problemas redactando en forma CLARA, de lo contrario si no se entiende su procedimiento no se tomarán en cuenta. Valor de cada problema 2 puntos. No se permite consulta alguna. Duración del examen 90 minutos.

- 1) Resolver el problema de valor inicial

$$(x^2 - 1)y'' + xy' + 2y = \frac{2}{x+1}$$
$$y(0) = -1; \quad y'(0) = -5, \quad \text{si sabemos que } y_1 = \frac{1}{x-1}$$

es solución de la ecuación homogénea.

- 2) Determinar las constantes  $a, b$  y  $c$  de tal manera que  $y''' + ay'' + by' + cy = 0$  tenga la solución

$$y = C_1 e^{-x} + e^{-2x}(C_2 \sin 4x + C_3 \cos 4x)$$

- 3) Resolver la siguiente ecuación diferencial

$$(x^2 + 2y')y'' + 2xy' = 0$$

- 4) Resuelva la ecuación diferencial por el método de coeficientes indeterminados

$$y'' + 2y' = 2x + 5 - e^{-2x}$$

- 5) Encuentre la carga en el capacitor y la corriente en el circuito  $LRC$ , con  $L = \frac{5}{3} \text{ h}$ ,  $R = 10\Omega$ ,  $C = \frac{1}{30} \text{ f}$ ,  $E(t) = 300V$ ,  $q(0) = 0 \text{ C}$ ,  $i(0) = 0 \text{ A}$ . Determine la carga máxima.



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO  
ACADEMIA DE CIENCIAS BÁSICAS  
TERCER EXAMEN DEPARTAMENTAL DE ECUACIONES DIFERENCIALES



CICLO ESCOLAR 2019-2020/2      05/JULIO/2020      TIPO COVID      GPO 1CM6

Nombre del alumno: \_\_\_\_\_

Nombre del profesor: Juan Manuel Carballo Jiménez

Resuelva los siguientes problemas redactando en forma CLARA, de lo contrario si no se entiende su procedimiento no se tomarán en cuenta. Si se presentan DOS EXAMENES IDENTICOS, estos serán automáticamente anulados. A pesar de la situación tan extraordinaria que nos a tocado este semestre, creo sigue siendo muy actual lo que Benjamín Franklin señaló: **Si fallamos en prepararnos, nos estamos preparando para fallar** Valor de cada problema 2 puntos. . Duración del examen 90 minutos + 40min para enviarlo en formato PDF para ser evaluado.

- 1) Evaluar la transformada de Laplace de la siguiente función

$$\mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{L}\left\{\frac{1}{2}e^{-2t}\left(\sin^3 t - t\sin t + \frac{1}{2}\sin 2t\cos t\right)\right\}$$

- 2) Evaluar la transformada inversa de Laplace de la siguiente función por el método de fracciones parciales

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s^2 + 2s + 8}{s^4 + 4s^2}\right\}$$

- 3) Resolver la siguiente ecuación diferencial aplicando la transformada de Laplace

$$y'' - 4y' + 4y = t^3 e^{2t} \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

- 4) Resuelva la siguiente ecuación integrodiferencial

$$y'(t) = 1 - \sin t - \int_0^t y(\beta) d\beta, \quad y(0) = 0$$

- 5) Use la transformada de Laplace para determinar la corriente  $i(t)$  en un circuito L-R en serie cuando  $i(0) = 0$ ,  $L = 1H$ ,  $R = 10\Omega$  con un voltaje aplicado dado por

$$V(t) = \sin t - \sin t H\left(t - \frac{3\pi}{2}\right)$$

Trace la gráfica del voltaje aplicado.



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO  
ACADEMIA DE CIENCIAS BÁSICAS  
EXAMEN EXTRAORDINARIO DE ECUACIONES DIFERENCIALES



CICLO ESCOLAR 2019-2020/2 10/JULIO/2020 TIPO COVID GPO 1CM6

Nombre del alumno: \_\_\_\_\_

Nombre del profesor: Juan Manuel Carballo Jiménez

Resuelva los siguientes problemas redactando en forma CLARA, de lo contrario si no se entiende su procedimiento no se tomarán en cuenta. Si se presentan DOS EXAMENES IDENTICOS, estos serán automáticamente anulados. Valor de cada problema 2 puntos. . Duración del examen 120 minutos. Entregar en formato PDF

- 1) RESOLVER LA SIGUIENTE ECUACIÓN DIFERENCIAL

$$\frac{dy}{dx} + y = y^4$$

- 2) CALCULAR LA TRANSFORMADA INVERSA DE LAPALCE DE LA FUNCIÓN:

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{4}{s^2 + 4s + 20}\right\}$$

- 3) RESOLVER LA SIGUIENTE ECUACIÓN DIFERENCIAL APLICANDO LA TRANSFORMADA DE LAPLACE

$$y'' + 4y = f(t) \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

$$\text{En la cual } f(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq t < 3 \\ t & \text{si } t \geq 3 \end{cases}$$

- 4) POR EL MÉTODO DE VARIACIÓN DE PARAMETROS REOLVER LA ECUACIÓN DIFERENCIAL LINEAL NO HOMOGÉNEA SIGUIENTE

$$y'' + 3y' + 2y = \text{sen}(e^x)$$

- 5) VERIFIQUE SI LA SIGUIENTE ECUACIÓN DIFERENCIL ES EXACTA, SI LO ES RESUELVALA

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-2xy^3 - 2}{3x^2y^2 + e^y}$$



CIUDAD DE MÉXICO, A 5 DE JUNIO DE 20

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL  
ESCUELA SUPERIOR DE COMPUTO.  
SEGUNDO EXAMEN PARCIAL DE EC. DIF.

NOMBRE: \_\_\_\_\_ GRUPO: \_\_\_\_\_

RESOLVER TODOS LOS PROBLEMAS

1. RESOLVER LA ECUACIÓN DE BERNOULLI

$$\frac{dy}{dx} = y(xy^3 - 1)$$

2. RESOLVER LA ECUACIÓN HOMOGÉNEA

$$y^{(iv)} + 8y'' + 16y = 0$$

3. USANDO EL MÉTODO DE COEFICIENTES INDETERMINADOS, RESUELVA

$$y'' + 4y = 3 \operatorname{sen} 2x$$

4. USANDO EL MÉTODO DE VARIACIÓN DE PARÁMETROS, RESUELVA

$$y'' + 2y' + y = e^{-x} \ln|x|$$



CIUDAD DE MÉXICO, A 24 DE JUNIO DE 2020

INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESUELA SUPERIOR DE COMPUTO

TERCER EXAMEN PARCIAL DE ECS. DIF.

NOMBRE: \_\_\_\_\_ GRUPO: \_\_\_\_\_

INSTRUCCIONES: RESOLVER TODOS LOS PROBLEMAS

1. USANDO LA DEFINICIÓN DE LAPLACE, EVALUE  $\mathcal{L}\{f(t)\}$ , DONDE

$$f(t) = \begin{cases} 0; & 0 \leq t < \frac{\pi}{2} \\ \cos t; & t \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

2. RESUELVA EL PROBLEMA ANTERIOR UTILIZANDO LOS TEOREMAS ADECUADOS

3. USANDO EL METODO DE LAPLACE, RESUELVA:

$$y'' + y = \cos t; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = 0$$

4. USANDO EL METODO DE LAPLACE, RESUELVA:

$$y' + y = f(t); \quad y(0) = 0$$

DONDE

$$f(t) = \begin{cases} 0; & 0 \leq t < 1 \\ t; & t \geq 1 \end{cases}$$

### Primer parcial

Resolver la ecuación diferencial.

1.  $(1-y)e^y y' + \frac{y^2}{x \ln x} = 0$
2.  $(x + \sin x + \sin y)dx + \cos y dy = 0$
3.  $y^2 dx + (xy - x^3)dy = 0$

Resolver el problema de valor inicial

4.  $2yy'' + y^2 = (y')^2$ , con  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$
5.  $2\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - \frac{x}{y^2}$ , con  $y(1) = 1$
6.  $2xy^2 + 2x + (x^4 + 1)y' = 0$  con  $y(0) = 1$
7.  $2yy'' + y^2 = (y')^2$ , con  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$
8.  $(y^2 \cos x - 3x^2 y - 2x)dx + (2y \sin x - x^3 + \ln y)dy = 0$ , con  $y(0) = e$

### Segundo parcial

Resolver los problemas siguientes.

1. Por el método de coeficientes indeterminados encontrar una solución particular de la ecuación diferencial  $y^{(4)} - y^{(3)} = x + e^x$  y dar la solución general.
2. Determinar la solución de la ecuación diferencial homogénea asociada a la ecuación diferencial  $x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^4 e^x$  y haciendo uso del método de variación de parámetros, determinar una solución particular y dar la solución general de la ecuación diferencial.
3. Utilizando el **método de reducción de orden**, determinar la segunda solución de la ecuación diferencial  $5x^2 y'' - 3xy' + 3y = 0$ , si  $y_1 = x^{\frac{3}{5}}$ ; usar este hecho para determinar la solución particular de la ecuación diferencial no homogénea  $5x^2 y'' - 3xy' + 3y = \sqrt{x}$ , y finalmente dar la solución general de esta última ecuación.

### Tercer parcial

Resolver los problemas siguientes.

1. Utilizar la definición de la Transformada de Laplace para determinar la transformada de la función

$$f(t) = \begin{cases} t & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ 1 & \text{si } t \geq 1 \end{cases}$$

2. Calcular la transformada inversa de Laplace  $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{2}{(s+2)^4} + \frac{3}{s^2+16} + \frac{5(s+1)}{s^2+2s+5} \right\}$

3. Determinar la solución de la ecuación diferencial con valores iniciales  $y^{(4)} - 2y'' + y = \sin t$  con  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$ ,  $y''(0) = 0$  y  $y'''(0) = 0$

4. Calcular la transformada de Laplace de la función  $f(t) = \int_0^t (t-\tau)^2 \cos 2\tau d\tau$ , no evaluar la integral antes de transformar.

5. Resolver la ecuación integrodiferencial  $f(t) + 2 \int_0^t f(\tau) \cos(t-\tau) d\tau = 4e^{-t} + \sin t$