Instituto Politecnico Nacional ESCOM

3^{er} Examen de Análisis Vectorial

Alumno ....

Instrucciones: *Resuelva 5 problemas justificando sus respuestas. No se permite el uso de libros, formularios, calculadoras, telefonos celulares, etc.*

Problema 1

Calcular $\int_c \vec{f} \times d\vec{r}$ donde $\vec{f} = y\hat{\imath} + x\hat{\jmath}$ desde $(0,0,0)$ hasta $(3,9,0)$ a lo largo de la curva dada por $y = \frac{x^3}{3}$, $z = 0$.

Problema 2

Si $\vec{f} = 4xz\hat{\imath} + xyz^2\hat{\jmath} + 3z\hat{k}$, calcular $\int\int_S \vec{f} \cdot d\vec{S}$, donde S es la superficie limitada por:

$$z^2 = x^2 + y^2, \quad z = 0, \quad z = 4.$$

Problema 3

Calcular $\oint_c \vec{f} \cdot d\vec{r}$, donde $\vec{f} = (y+z)\hat{\imath} + (z+x)\hat{\jmath} + (x+z)$ y C es la curva formada por tres arcos circulares AB, BC y CA obtenidos de la intersección entre la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ con los planos $x = 0$, $y = 0$ & $z = 0$.

Problema 4

Demuestre el teorema de Green para el plano

$$\oint_c Pdx + Qdy = \int\int_s \left(\frac{\delta Q}{\delta x} - \frac{\delta P}{\delta y} \right) dxdy$$

y calcule:

$$\oint_c (3x + 4y)dx + (2x - 3y)dy$$

Donde C es el círculo $x^2 + y^2 = 4$

Problema 5

En coordenadas cilíndricas circulares (ρ, ϕ, z), si el campo vectorial $\vec{\mathbf{f}}$ es

$$\vec{\mathbf{f}}(\rho, \phi) = f_\rho(\rho, \phi)\hat{\mathbf{e}}_\rho + f_\phi(\rho, \phi)\hat{\mathbf{e}}_\phi$$

Mostrar que $\nabla \times \vec{\mathbf{f}}$ tiene solamente una componente z.

Prof. Miguel A. González T.

CMDX 6 de julio de 2020.