

# EXÁMENES DE DIAGNÓSTICO

El éxito en cálculo depende en gran medida del conocimiento de las matemáticas que preceden al cálculo: álgebra, geometría analítica, funciones y trigonometría. Los exámenes que siguen tienen el propósito de diagnosticar los puntos débiles que el lector pudiera tener en estos campos del conocimiento y, después de tomar cada uno de estos exámenes, puede verificar sus respuestas contra las respuestas dadas. Además, si es necesario, puede recordar o actualizar sus conocimientos si consulta los materiales de repaso que también se dan aquí.

## A EXAMEN DE DIAGNÓSTICO: ÁLGEBRA

1. Sin usar calculadora, evalúe cada una de estas expresiones.

- (a)  $(-3)^4$  (b)  $-3^4$  (c)  $3^{-4}$   
(d)  $\frac{5^{23}}{5^{21}}$  (e)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$  (f)  $16^{-3/4}$

2. Simplifique estas expresiones. Escriba su respuesta sin exponentes negativos.

- (a)  $\sqrt{200} - \sqrt{32}$   
(b)  $(3a^3b^3)(4ab^2)^2$   
(c)  $\left(\frac{3x^{3/2}y^3}{x^2y^{-1/2}}\right)^{-2}$

3. Expanda y simplifique.

- (a)  $3(x + 6) + 4(2x - 5)$  (b)  $(x + 3)(4x - 5)$   
(c)  $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})$  (d)  $(2x + 3)^2$   
(e)  $(x + 2)^3$

4. Factorice estas expresiones.

- (a)  $4x^2 - 25$  (b)  $2x^2 + 5x - 12$   
(c)  $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$  (d)  $x^4 + 27x$   
(e)  $3x^{3/2} - 9x^{1/2} + 6x^{-1/2}$  (f)  $x^3y - 4xy$

5. Simplifique la expresión racional.

- (a)  $\frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - x - 2}$  (b)  $\frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 9} \cdot \frac{x + 3}{2x + 1}$   
(c)  $\frac{x^2}{x^2 - 4} - \frac{x - 1}{x + 2}$  (d)  $\frac{\frac{y}{x} - \frac{x}{y}}{\frac{1}{y} - \frac{1}{x}}$

6. Racionalice la expresión y simplifique.

(a)  $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5} - 2}$

(b)  $\frac{\sqrt{4+h} - 2}{h}$

7. Complete el cuadrado de lo siguiente.

(a)  $x^2 + x + 1$

(b)  $2x^2 - 12x + 11$

8. Resuelva la ecuación. (Encuentre sólo las soluciones reales.)

(a)  $x + 5 = 14 - \frac{1}{2}x$

(b)  $\frac{2x}{x+1} = \frac{2x-1}{x}$

(c)  $x^2 - x - 2 = 0$

(d)  $2x^2 + 4x + 1 = 0$

(e)  $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$

(f)  $3|x - 4| = 10$

(g)  $2x(4 - x)^{-1/2} - 3\sqrt{4 - x} = 0$

9. Resuelva estas desigualdades, use notación de intervalo.

(a)  $-4 < 5 - 3x \leq 17$

(b)  $x^2 < 2x + 8$

(c)  $x(x - 1)(x + 2) > 0$

(d)  $|x - 4| < 3$

(e)  $\frac{2x - 3}{x + 1} \leq 1$

10. Expresé si cada una de estas ecuaciones es verdadera o falsa.

(a)  $(p + q)^2 = p^2 + q^2$

(b)  $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$

(c)  $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$

(d)  $\frac{1 + TC}{C} = 1 + T$

(e)  $\frac{1}{x - y} = \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$

(f)  $\frac{1/x}{a/x - b/x} = \frac{1}{a - b}$

## RESPUESTAS AL EXAMEN DE PRUEBA A: ÁLGEBRA

1. (a) 81

(b) -81

(c)  $\frac{1}{81}$

(d) 25

(e)  $\frac{9}{4}$

(f)  $\frac{1}{8}$

2. (a)  $6\sqrt{2}$

(b)  $48a^5b^7$

(c)  $\frac{x}{9y^7}$

3. (a)  $11x - 2$

(b)  $4x^2 + 7x - 15$

(c)  $a - b$

(d)  $4x^2 + 12x + 9$

(e)  $x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

4. (a)  $(2x - 5)(2x + 5)$

(b)  $(2x - 3)(x + 4)$

(c)  $(x - 3)(x - 2)(x + 2)$

(d)  $x(x + 3)(x^2 - 3x + 9)$

(e)  $3x^{-1/2}(x - 1)(x - 2)$

(f)  $xy(x - 2)(x + 2)$

5. (a)  $\frac{x + 2}{x - 2}$

(b)  $\frac{x - 1}{x - 3}$

(c)  $\frac{1}{x - 2}$

(d)  $-(x + y)$

6. (a)  $5\sqrt{2} + 2\sqrt{10}$

(b)  $\frac{1}{\sqrt{4+h}+2}$

7. (a)  $(x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}$

(b)  $2(x - 3)^2 - 7$

8. (a) 6

(b) 1

(c) -3, 4

(d)  $-1 \pm \frac{1}{2}\sqrt{2}$

(e)  $\pm 1 \pm \sqrt{2}$

(f)  $\frac{2}{3}, \frac{22}{3}$

(g)  $\frac{12}{5}$

9. (a)  $[-4, 3)$

(b)  $(-2, 4)$

(c)  $(-2, 0) \cup (1, \infty)$

(d)  $(1, 7)$

(e)  $(-1, 4]$

10. (a) Falsa

(b) Verdadera

(c) Falsa

(d) Falsa

(e) Falsa

(f) Verdadera

Si el lector tiene dificultad con estos problemas, puede consultar Review of Algebra (repaso de álgebra) en el sitio web [www.stewartcalculus.com](http://www.stewartcalculus.com).

**B EXAMEN DE DIAGNÓSTICO: GEOMETRÍA ANALÍTICA**

- Encuentre una ecuación para la recta que pasa por el punto  $(2, -5)$  y
  - tiene pendiente  $-3$
  - es paralela al eje  $x$
  - es paralela al eje  $y$
  - es paralela a la recta  $2x - 4y = 3$
- Encuentre una ecuación para el círculo que tiene centro en  $(-1, 4)$  y pasa por el punto  $(3, -2)$ .
- Encuentre el centro y radio del círculo con ecuación  $x^2 + y^2 - 6x + 10y + 9 = 0$ .
- Sean  $A(-7, 4)$  y  $B(5, -12)$  puntos en el plano.
  - Encuentre la pendiente de la recta que contiene  $A$  y  $B$ .
  - Encuentre una ecuación de la recta que pasa por  $A$  y  $B$ . ¿Cuáles son los puntos de intersección con los ejes?
  - Encuentre el punto medio del segmento  $AB$ .
  - Encuentre la longitud del segmento  $AB$ .
  - Encuentre una ecuación de la perpendicular que biseca a  $AB$ .
  - Encuentre una ecuación del círculo para el cual  $AB$  es un diámetro.
- Trace la región en el plano  $xy$  definida por la ecuación o desigualdades.
 

(a) $-1 \leq y \leq 3$	(b) $ x  < 4$ y $ y  < 2$
(c) $y < 1 - \frac{1}{2}x$	(d) $y \geq x^2 - 1$
(e) $x^2 + y^2 < 4$	(f) $9x^2 + 16y^2 = 144$

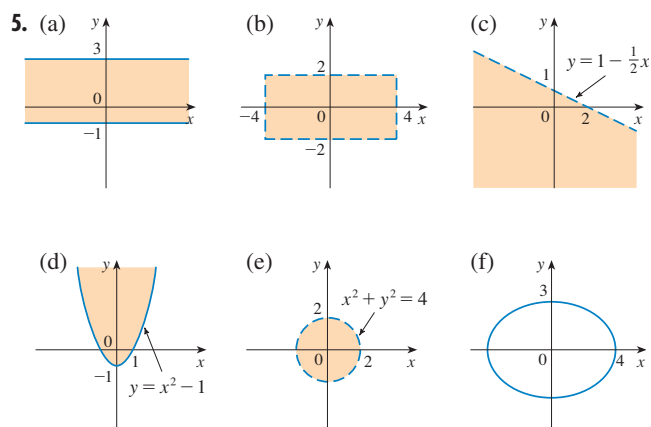
**RESPUESTAS AL EXAMEN DE DIAGNÓSTICO B: GEOMETRÍA ANALÍTICA**

- (a)  $y = -3x + 1$       (b)  $y = -5$   
(c)  $x = 2$       (d)  $y = \frac{1}{2}x - 6$

- (a)  $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 52$

- Centro  $(3, -5)$ , radio 5

- $-\frac{4}{3}$   
(b)  $4x + 3y + 16 = 0$ ; cruce con eje  $x - 4$ , cruce con eje  $y - \frac{16}{3}$   
(c)  $(-1, -4)$   
(d) 20  
(e)  $3x - 4y = 13$   
(f)  $(x + 1)^2 + (y + 4)^2 = 100$



Si el lector tiene dificultad con estos problemas, puede consultar *Review of Algebra* (repaso de álgebra) en el sitio web [www.stewartcalculus.com](http://www.stewartcalculus.com).

# C EXAMEN DE DIAGNÓSTICO: FUNCIONES

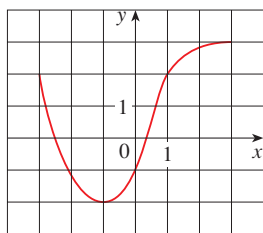


FIGURA PARA PROBLEMA 1

- La gráfica de una función  $f$  se da a la izquierda.
  - Expresar el valor de  $f(-1)$ .
  - Estimar el valor de  $f(2)$ .
  - ¿Para qué valores de  $x$  es  $f(x) = 2$ ?
  - Estimar los valores de  $x$  tales que  $f(x) = 0$ .
  - Expresar el dominio y rango de  $f$ .
- Si  $f(x) = x^3$ , evaluar el cociente de diferencia  $\frac{f(2+h) - f(2)}{h}$  y simplificar su respuesta.
- Encuentre el dominio de la función.
  - $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+x-2}$
  - $g(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{x^2+1}$
  - $h(x) = \sqrt{4-x} + \sqrt{x^2-1}$
- ¿Cómo se obtienen las gráficas de las funciones a partir de la gráfica de  $f$ ?
  - $y = -f(x)$
  - $y = 2f(x) - 1$
  - $y = (x-3) + 2$
- Sin usar calculadora, haga un bosquejo aproximado de la gráfica.
  - $y = x^3$
  - $y = (x+1)^3$
  - $y = (x-2)^3 + 3$
  - $y = 4 - x^2$
  - $y = \sqrt{x}$
  - $y = 2\sqrt{x}$
  - $y = -2^x$
  - $y = 1 + x^{-1}$
- Sea  $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{si } x \leq 0 \\ 2x + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$ 
  - Evaluación  $f(-2)$  y  $f(1)$
  - Dibuje la gráfica de  $f$ .
- Si  $f(x) = x^2 + 2x - 1$  y  $g(x) = 2x - 3$ , encuentre cada una de las siguientes funciones.
  - $f \circ g$
  - $g \circ f$
  - $g \circ g \circ g$

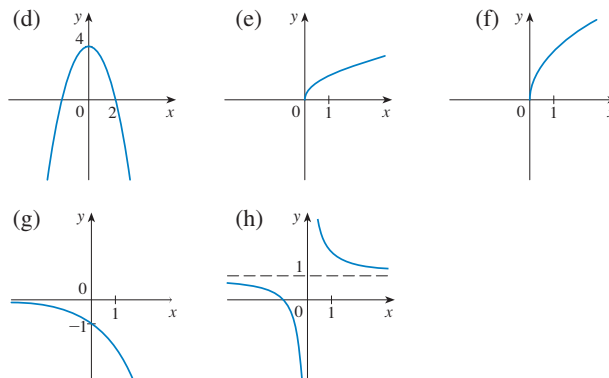
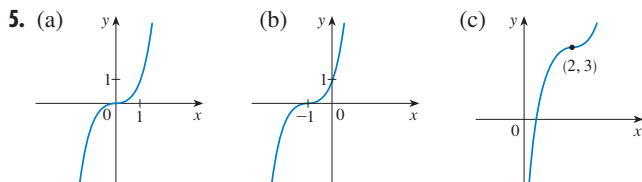
## RESPUESTAS AL EXAMEN DE DIAGNÓSTICO C: FUNCIONES

- (a)  $-2$
  - (b)  $2.8$
  - (c)  $-3, 1$
  - (d)  $-2.5, 0.3$
  - (e)  $[-3, 3], [-2, 3]$

2.  $12 + 6h + h^2$

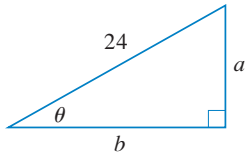
- (a)  $(-\infty, -2) \cup (-2, 1) \cup (1, \infty)$
  - (b)  $(-\infty, \infty)$
  - (c)  $(-\infty, -1] \cup [1, 4]$

- (a) Refleje alrededor del eje  $x$
  - (b) Estire verticalmente en un factor de 2, y a continuación desplace 1 unidad hacia abajo
  - (c) Desplace 3 unidades a la derecha y 2 unidades hacia arriba



- (a)  $-3, 3$
  - (b)  $-1, 0$
- (a)  $(f \circ g)(x) = 4x^2 - 8x + 2$
  - (b)  $(g \circ f)(x) = 2x^2 + 4x - 5$
  - (c)  $(g \circ g \circ g)(x) = 8x - 21$

Si el lector tiene dificultad con estos problemas, puede consultar Review of Algebra (Repaso de álgebra) en el sitio web [www.stewartcalculus.com](http://www.stewartcalculus.com).

**D EXAMEN DE DIAGNÓSTICO: TRIGONOMETRÍA****FIGURA PARA PROBLEMA 5**

- Convierta de grados a radianes.  
(a)  $300^\circ$  (b)  $-18^\circ$
- Convierta de radianes a grados.  
(a)  $5\pi/6$  (b) 2
- Encuentre la longitud de un arco de círculo con radio de 12 cm si el arco subtiende un ángulo central de  $30^\circ$ .
- Encuentre los valores exactos.  
(a)  $\tan(\pi/3)$  (b)  $\sin(7\pi/6)$  (c)  $\sec(5\pi/3)$
- Expresar las longitudes  $a$  y  $b$  de la figura en términos de  $\theta$ .
- Si  $\sin x = \frac{1}{3}$  y  $\sec y = \frac{5}{4}$ , donde  $x$  y  $y$  están entre 0 y  $\pi/2$ , evalúe  $\sin(x + y)$ .
- Demuestre las identidades.  
(a)  $\tan \theta \sin \theta + \cos \theta = \sec \theta$   
(b)  $\frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \sin 2x$
- Encuentre todos los valores de  $x$  tales que  $\sin 2x = \sin x$  y  $0 \leq x \leq 2\pi$ .
- Trace la gráfica de la función  $y = 1 + \sin 2x$  sin usar calculadora.

**RESPUESTA AL EXAMEN DE DIAGNÓSTICO D: TRIGONOMETRÍA**

- (a)  $5\pi/3$  (b)  $-\pi/10$
- (a)  $150^\circ$  (b)  $360/\pi \approx 114.6^\circ$
- $2\pi$  cm
- (a)  $\sqrt{3}$  (b)  $-\frac{1}{2}$  (c) 2
- (a)  $24 \sin \theta$  (b)  $24 \cos \theta$
- $-\frac{1}{15}(4 + 6\sqrt{2})$
- $0, \pi/3, \pi, 5\pi/3, 2\pi$
- 

Si el lector tiene dificultad con estos problemas, puede consultar Review of Algebra (Repaso de álgebra) en el sitio web [www.stewartcalculus.com](http://www.stewartcalculus.com).