Actividad 9
Física Computacional

Brayan Alexis Ramírez Camacho
Lic. en Física
Universidad de Sonora

07 de Mayo de 2019

1. Introducción

Frecuentemente se hace presente la necesidad de trabajar con soluciones aproximadas a ecuaciones diferenciales ordinarias (ODE). El lenguaje de programación Python, al igual que muchos otros, cuenta con bibliotecas que facilitan el trabajo numérico, como *SciPy* y *NumPy*.

En ésta actividad se modela el movimiento del sistema físico formado por dos bloques de masa m_1 y m_2, unidos por resortes entre sí y a paredes por ambos lados, como se muestra en la siguiente figura:

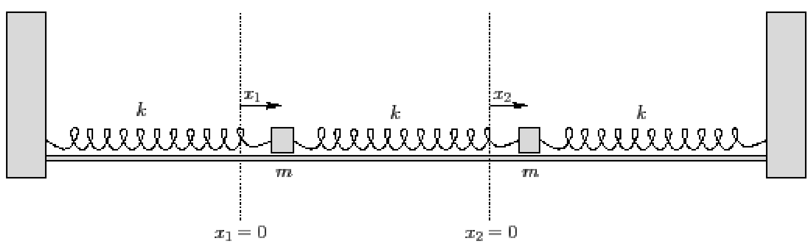


Figura 1: Osciladores acoplados unidimensionales

2. Desarrollo

2.1. Ecuaciones de movimiento

Para hallar las ecuaciones de movimiento de ambas masas, primero se calcula la fuerza debido a los resortes que actúa sobre cada una al desplazarlas del equilibrio en una cantidad x_1 y x_2, respectivamente. La fuerza sobre el primer bloque es

$$m_1\ddot{\vec{x}}_1 = -k_1(x_1 - L_1)\hat{i} - k_2(-L_1 + x_1 + [L_2 - x_2])\hat{i} \tag{1}$$

y sobre el segundo

$$m_2\ddot{\vec{x}}_2 = -k_3(x_2 - L_2)\hat{i} - k_2(-L_2 + x_2 + [L_1 - x_1])\hat{i} \tag{2}$$

Para resolver este sistema de ecuaciones diferenciales se utilizó la función *odeint* de SciPy, para lo cual se introducen los cambios de variable

$$\dot{x_1} = y_1 \tag{3}$$

y

$$\dot{x_2} = y_2 \tag{4}$$

Así, (1) y (2) se transforman en

$$\dot{y_1} = [-k_1(x_1 - L_1) - k_2(-L_1 + x_1 + [L_2 - x_2])]/m_1 \tag{5}$$

$$\dot{y_2} = [-k_3(x_2 - L_2) - k_2(-L_2 + x_2 + [L_1 - x_1])]/m_2 \tag{6}$$

Las ecuaciones (3)-(6) pueden utilizarse en un código para generar los resultados de las ecuaciones de movimiento del sistema.

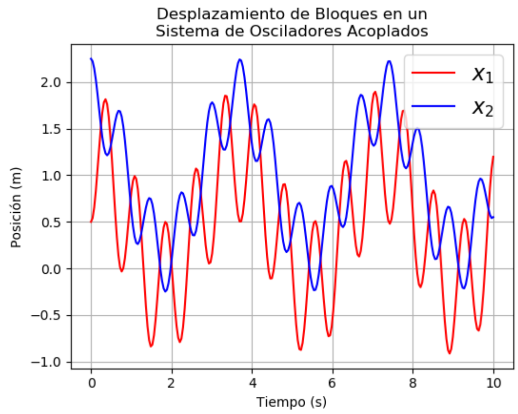
2.2. Código de Python

Para utilizar la función *odeint*, se adaptó el código presentado en SciPy Cookbook[1], el cual se detalla a continuación.

Primeramente se define la función

```
def vectorfield(w, t, p):
"""

Argumentos:
    w :  vector de coordenadas:
        w = [x1,y1,x2,y2]
    t :  tiempo
    p :  vector de parámetros:
        p = [m1,m2,k1,k2,L1,L2]
"""
x1, y1, x2, y2 = w
m1, m2, k1, k2, L1, L2, b1, b2 = p

# Es necesario explicitar la forma
# funcional de f = (x1',y1',x2',y2'):

f = [y1,
     ( - k1 * ( x1 - L1 ) - k2 *( x1 - L1 + L2 - x2 )) / m1,
     y2,
     ( - k2 * ( x2 -L2 + L1 - x1 )) / m2]

return f
```

Luego se establecen los parámetros para el solucionador de ODE's:



h

Figura 2: Simulación utilizando los parámetros $[\mathrm{m}_1, m_2, k_1, k_2, L_1, L_2] = [1{,}0, 1{,}5, 8{,}0, 40{,}0, 0{,}5, 1{,}0](en unidades del SI)$

```
abserr = 1.0e-8
relerr = 1.0e-6
stoptime = 10.0
numpoints = 250 #Número de puntos a simular
```

Además, se crea una lista con los valores de tiempo a utilizar en el problema:

```
t = [ stoptime * float(i) / (numpoints - 1) for i in range(numpoints) ]
```

La ODE se resuelve en

```
wsol = odeint(vectorfield, w0, t, args=(p,),
          atol=abserr, rtol=relerr)
```

cuyos datos se guardan en un archivo de texto para posteriormente graficarlos.

3. Resultados

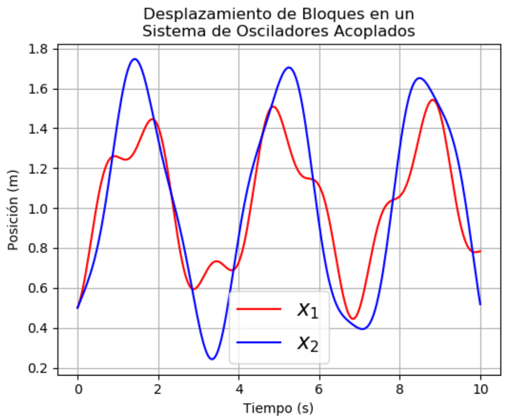
Las gráficas se generaron con la biblioteca MatPlotLib de Python. Los resultados se muestran a continuación, en la Figura 2 y 3:

4. Conclusiones

Puede concluirse que este sistema presenta, en general, oscilaciones que son periódicas pero no armónicas simples.

Si los desplazamientos y velocidades iniciales de ambos bloques son en el mismo sentido ($x_1(0) = x_2(0)$ y $\dot{x_1}(0) = \dot{x_2}(0)$), se obtiene el **modo simétrico de vibración**, y si son en sentido opuesto ($x_1(0) = -x_2(0)$ y $\dot{x_1}(0) = -\dot{x_2}(0)$), se obtiene el **modo antisimétrico de vibración**.

Se destaca que la ayuda brindada por la biblioteca SciPy es muy basta, ofreciendo un amplio abanico de recursos utilizables en ámbitos como el Análisis Numérico.



h

Figura 3: Simulación utilizando los parámetros $[\mathrm{m}_1, m_2, k_1, k_2, L_1, L_2] = [1{,}0, 1{,}0, 1{,}0, 1{,}0, 1{,}0, 1{,}0](en unidades del SI)$

5. Referencias

- SciPy Cookbook (2018-02-17), *Coupled spring-mass system*, recuperado el 07 de mayo de 2019 de: https://scipy-cookbook.readthedocs.io/items/CoupledSpringMassSystem.html
- Fitzpatrick, R. (2013-04-08), Two Spring-Coupled Masses, recuperado el 07 de mayo de 2019 de: https://farside.ph.utexas.edu/teaching/315/Waves/node18.html