

Programación y Lenguaje Fortran

Navegando alrededor de objetos celestes

6 de marzo de 2018

Desenlace de Aprendizaje:

1. Desarrollar un programa que simule el movimiento de tres objetos interactuando gravitacionalmente.
2. Explicar porqué la velocidad inicial de un objeto afecta su trayectoria cuando se mueve cerca de un objeto masivo.
3. Construir un video de la simulación, mostrando las direcciones del momento y la fuerza neta en diferentes puntos de la trayectoria.
4. Generar diferentes trayectorias variando la rapidez inicial de un cuerpo.
5. Analizar el flujo de energía del sistema como una función del tiempo.
6. Explicar cómo el valor de Δt afecta la precisión de los cálculos.
7. Discutir la sensibilidad del sistema a las condiciones iniciales.

Conocimiento necesario:

1. Diseño modular de programas.
2. Uso de constructos en Fortran: IF, DO, etc.
3. Uso de ARRAYS.
4. Escritura de datos en archivos de texto.
5. Bases de programación orientada a Objetos.
6. Graficar archivos de texto con GNUPLOT.

Conocimiento nuevo:

1. Creación de videos mediante el uso de Mencoder.
2. Creación de un Poster usando Latex.

Explicar y predecir lo que hace un programa

Analicen el siguiente programa escrito en Fortran. Asegúrense de que todo el equipo comprenda el programa en su totalidad, pero no lo corran aún. Leer y explicar un código es una parte importante para aprender a crear y modificar modelos computacionales.

```
PROGRAM testing_gravity

  USE mass_objects
  USE vector_functions

  IMPLICIT NONE

  !!Definiendo mis objetos masivos

  TYPE(planet) :: earth    !!Objeto tipo planeta: Tierra
  TYPE(star)   :: sun      !!Objeto tipo estrella: Sol
  TYPE(data)   :: sim      !!Objeto con información de la simulación

  !!Definiendo variables locales

  REAL(d) :: t             !!Instante de tiempo en cada aproximación
  INTEGER :: unit0         !!Unidad para archivo de salida

  !!Asignando valores físicos al planeta (MKS)

  earth%mass    = 5.976E24_d    !!Masa de la Tierra
  earth%pos0    = 1.495978E11_d !!posición inicial de la Tierra
  earth%Porbit  = 3.1536E7_d     !!Periodo orital de la Tierra

  !!Asignando valores físicos a la estrella (MKS)

  sun%mass      = 1.989E30_d     !!Masa del Sol
  sun%pos0      = 0.0_d          !!Posición inicial del Sol
  sun%Porbit     = 0.0_d          !!Periodo orital del Sol
                                   !!(Fijo en esta aproximación)

  !!Traduciendo a unidades naturales seleccionadas.

  earth%mass    = earth%mass/m0
  earth%pos0    = earth%pos0/10
  earth%porbit  = earth%porbit/t0
  sun%mass      = sun%mass/m0
```

```

!Calculo de la rapidez inicial de la Tierra
!asumiendo orbitas circulares
earth%v0 = 2*pi*earth%pos0/earth%porbit

!Construyendo el vector de velocidad inicial de la Tierra.
earth%vel = vector(0.0_d,earth%v0,0.0_d)

!Construyendo el vector de posición inicial de la Tierra.
earth%pos = vector(earth%pos0,0.0_d,0.0_d)

!Vector de posición del Sol (Fijo en esta aproximación)
sun%pos = 0.0_d

!!Construyendo el vector de Momento lineal inicial de la Tierra.
earth%mom = earth%mass*earth%vel

!!Ajustando el tamaño de paso (Cantidad de veces en las que se
!!actualizará la información del sistema).

sim%N_step = 20                !!Usaré sólo 20 pasos.
sim%ttot = 365*24*60*60        !!En este ejemplo se realizará la
                                !!evolución durante un año (en segundos)
sim%ttot = sim%ttot/t0         !!Traduciendo a unidades naturales.
sim%dt = sim%ttot/sim%N_step   !!Calculando el ancho de paso

!!Abriendo el archivo de texto

OPEN(NEWUNIT=unit0,FILE="Sim_ejemplo",STATUS="UNKNOWN",ACCESS="APPEND")

t=0  !!La simulación inicia al tiempo t=0

!Repetir el proceso hasta que se cumpla la condición

DO WHILE ( t < sim%ttot )

    sim%pos2 = earth%pos-sun%pos    !!Calculando el vector r=r2-r1

!!Calculando la interacción gravitacional.

    earth%Fgrav=-1*earth%mass*sun%mass/(mag(sim%pos2)**2)&
                &*(sim%pos2/mag(sim%pos2))

!!Actualizando el momento lineal

    earth%mom = earth%mom + earth%Fgrav * sim%dt

```

```
!!Actualizando la posición

    earth%pos = earth%pos + earth%mom / earth%mass * sim%dt&

    WRITE(unit0,*) t , earth%pos  !!Escribiendo en el archivo

    t = t + sim%dt  !!Actualizando el tiempo

ENDDO

CLOSE ( unit0 )

!!Este archivo sirve para la información del sol

OPEN  ( NEWUNIT = unit0 , FILE = "sun" , STATUS = "UNKNOWN" )
WRITE ( unit0 , * ) sun%pos
CLOSE ( 2 )

END PROGRAM testing_gravity
```

```
MODULE mass_objects

    IMPLICIT NONE

    SAVE

    !!Constantes importantes para el programa

    !!Kind con una precisión de 16 para mayor resolución en el sistema.

    INTEGER , PARAMETER :: d = SELECTED_REAL_KIND ( 16 )

    !!Introduciendo las unidades naturales del sistema

    REAL(d),PARAMETER::M0=5.0446E28_d      !!Unidad de masa natural
    REAL(d),PARAMETER::l0=1.495978E11_d    !!Unidad de longitud natural
    REAL(d),PARAMETER::t0=3.1536E7_d       !!Unidad de tiempo natural
    REAL(d),PARAMETER::pi=3.14159265358979_d !!Pi con este Kind

    !!Tipo publico para producir objetos del tipo planeta
```

```
TYPE,PUBLIC::planet

    REAL(d),DIMENSION(3)::pos    !!Posición en el tiempo t
    REAL(d),DIMENSION(3)::mom    !!Momento Lineal en el tiempo t
    REAL(d),DIMENSION(3)::vel    !!Velocidad en el tiempo t
    REAL(d),DIMENSION(3)::Fgrav  !!Fuerza gravitacional en el tiempo t
    REAL ( d ) :: mass           !!Masa del planeta
    REAL ( d ) :: pos0           !!Posición inicial del planeta
    REAL ( d ) :: Porbit         !!Periodo orbital del planeta
    REAL ( d ) :: v0             !!Rapidez inicial del planeta

END TYPE planet

!!Tipo publico para producir objetos del tipo estrella

TYPE,PUBLIC::Star

    REAL(d),DIMENSION(3)::pos    !!Posición en el tiempo t
    REAL(d),DIMENSION(3)::mom    !!Momento Lineal en el tiempo t
    REAL(d),DIMENSION(3)::vel    !!Velocidad en el tiempo t
    REAL(d),DIMENSION(3)::Fgrav  !!Fuerza gravitacional en el tiempo t
    REAL(d)::mass                !!Masa de la estrella
    REAL(d)::pos0                !!Posición inicial de la estrella
    REAL(d)::Porbit              !!Periodo orbital de la estrella
    REAL(d)::v0                  !!Rapidez inicial de la estrella

END TYPE Star

TYPE, PUBLIC :: data

    REAL ( d ) :: ttot          !!Tiempo total de la simulacion
    REAL ( d ) :: dt            !!Tamaño de paso
    REAL ( d ) :: N_step        !!Cantidad de pasos
    REAL ( d ), DIMENSION ( 3 ) :: Fgnet !!Fuerza gravitacional neta
    REAL ( d ), DIMENSION ( 3 ) :: pos2 !!Vector donde se guarda la
    !!diferencia de posición entre los objetos

END TYPE data

END MODULE mass_objects
```

```
!!Este modulo es para hacer algunas operaciones de vectores que
!!pueden ser de utilidad

MODULE vector_functions

    USE mass_objects

    IMPLICIT NONE

CONTAINS

    !!Esta función sirve para rellenar los elementos del arreglo sin
    !!declaración explícita de los índices.

    FUNCTION vector ( x0 , y0 , z0 )

        IMPLICIT NONE

        REAL ( d ) :: x0 , y0 , z0
        REAL ( d ) , DIMENSION ( 3 ) :: vector

        vector ( 1 ) = x0
        vector ( 2 ) = y0
        vector ( 3 ) = z0

    END FUNCTION vector

    !!Función construida para calcular la magnitud de un vector de 3D

    FUNCTION mag ( x0 )

        IMPLICIT NONE

        REAL ( d ) , DIMENSION ( 3 ) :: x0
        REAL ( d ) :: mag

        mag = SQRT ( x0 ( 1 ) ** 2 + x0 ( 2 ) ** 2 + x0 ( 3 ) **2 )

    END FUNCTION mag

END MODULE vector_functions
```

Sin correr el programa, respondan las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es el sistema físico que modela el programa?
- En el mundo real, ¿cuál es el comportamiento del sistema?
- ¿Esta versión del programa modela de manera adecuada el sistema real?

Ahora pueden correr el programa.

- ¿Cómo se comparan las predicciones del equipo con los resultados obtenidos con el programa?
- ¿Ocurrió algo que no habían predicho?

Modificar un modelo

Ahora que han comprendido todas las funciones del programa proporcionado, modifiquenlo para que describa el sistema que se presenta a continuación.

Nave espacial - Tierra

- Modelen el movimiento de una nave espacial de masa 15000 Kg que se lanza de una posición de 10 radios del centro de la Tierra. Inicien con un Δt de 60 s y una velocidad inicial de $2 \times 10^3 m/s$ en una dirección perpendicular a la línea entre la nave espacial y la tierra.
- Varíen la velocidad inicial (pero no la dirección).
- Grafiquen en gnuplot la órbita producida.
- Encuentren una velocidad inicial que produzca una órbita elíptica.
- Para la órbita elíptica, dibujen flechas que indiquen la dirección del momento de la nave espacial y su fuerza neta conforme se mueve.
- Determinen una velocidad inicial que produzca una órbita circular.
- Experimenten, aumentando y disminuyendo el tamaño del paso Δt . ¿Cuál es el valor máximo de Δt que nos da una precisión suficiente para producir una órbita circular?

Cuidado con las colisiones

Si la nave espacial colisiona con la Tierra, el programa debería detenerse. Para controlar esto, agreguen a su código una expresión IF lógica, similar a la siguiente:

```
IF (mag(pos2)<earth%radius) EXIT
```

Midiendo la energía

- Ajusten la raidez inicial para producir una órbita elíptica.
- Construyan las gráficas de la energía cinética (K), potencial (U) y (K+U) vs tiempo, para esta órbita, ¿Pueden hacer una descripción del flujo de energía en el sistema utilizando estas gráficas? ¿Cómo cambia la forma de estas gráficas al cambiar la velocidad del objeto?
- Experimenten con el Δt ¿Qué tan grande puede ser su valor, antes de que sus cálculos se vuelvan inconsistentes con el principio de conservación de la energía? ¿Qué observan en sus gráficas que les indique que Δt es muy grande?

Precisión

En el modelado computacional se intenta mantener un balance entre la precisión y la rapidez de cálculo. Utilizar un valor grande para el tamaño de paso Δt puede ser conveniente porque el programa se ejecuta más rápido. Sin embargo, los cálculos realizados de esta manera son menos precisos. ¿Qué tanto es tantito?

Para poner a prueba la precisión, disminuyan Δt y comparen la trayectoria que se obtiene con aquella producida al usar un Δt más grande. Si la trayectoria no cambia su forma, entonces el valor de Δt grande era suficientemente bueno.

- Prueben con un Δt con magnitud de 1./5. de la que han utilizado al realizar esta actividad. ¿Con una rapidez inicial de 3.27 Km/s, la órbita sigue siendo la misma?
- ¿Un Δt de 10 segundos produce una órbita precisa? ¿Cómo lo saben?
- Prueben con un Δt de 1000 segundos. ¿Cambia la órbita?
- Expliquen porqué un paso con anchura mayor produce una órbita imprecisa.

Preguntas

- Para la órbita elíptica, ¿cuál es la dirección del vector de momento de la nave espacial? ¿Tangencial? ¿Radial?
- ¿Qué le pasa al momento de la nave conforme se aleja de la Tierra? ¿Cuando se acerca a la Tierra? Expliquen estos cambios en el momento en términos del principio de conservación del momento.
- Aproximadamente, ¿cuál es la rapidez inicial mínima necesaria para que la nave espacial “escape” y nunca regrese? Posiblemente será necesario incrementar el tiempo de evolución del sistema.
- Aproximadamente ¿cuál es la rapidez inicial que produce una órbita circular alrededor de la Tierra?
- ¿Cómo se ve afectada la órbita al incrementar la rapidez inicial?
- ¿Cómo se ve afectada la órbita al disminuir la rapidez inicial?
- Para la órbita elíptica, ¿el momento de la nave espacial y la fuerza neta que actúa sobre ella apuntan en la misma dirección?
- ¿Cuál es la dirección relativa de estos vectores conforme la nave disminuye su velocidad? ¿cuando aumenta su velocidad?

Extender el modelo

Ahora que hemos explorado el modelo nave espacial-Tierra, nos encontramos ante la posibilidad de modificarlo y extenderlo a un sistema más interesante. Para ello, cada equipo realizará alguno de los proyectos que a continuación se señalan. Recuerden preguntar a su maestro cada vez que lo consideren conveniente.

Importante

1. En todos los proyectos se debe incluir un análisis en la precisión de sus cálculos, tal como se hizo en el modelo de la nave espacial-Tierra.
2. Seleccionen un sistema de unidades naturales adecuado para cada sistema.
3. Todas sus gráficas deben realizarse utilizando GNU PLOT.
4. Dibujen flechas que representen el momento de la Tierra y la fuerza neta sobre ella.
5. En todos los proyectos se debe realizar una animación de sus órbitas. Utilicen Men-coder para esto.

1. Extiendan el modelo para incluir el efecto de la Luna sobre la nave espacial. En su programa, coloquen a la Luna en el eje x , a la derecha de la Tierra. Piensen cuidadosamente acerca de los cambios que deben hacerse para esto. Para simplificar el modelo, supongan que tanto la Tierra como la Luna están fijas en su posición. (Esto se conoce como el problema de 3 cuerpos restringido.)
 - Aumenten el tiempo de la simulación a 60 días o más. Esto permitirá estudiar orbitas más complejas.
 - Encuentren un intervalo de rapidezces iniciales que produzca una órbita elíptica alrededor de la Tierra aun bajo el efecto de la Luna.
 - Utilicen un tamaño de paso de $\Delta t = 10$ segundos.
 - Agreguen una sección de código que cuide las colisiones con la Luna.
 - Construyan las gráficas de la energía cinética (K), potencial (U) y total (K+U) vs tiempo; para esta órbita. ¿Pueden hacer una descripción del flujo de energía en el sistema utilizando estas gráficas?
2. Extiendan el modelo para incluir el efecto de la Luna sobre la nave espacial. En su programa, coloquen a la Luna en el eje x , a la derecha de la Tierra. Piensen cuidadosamente acerca de los cambios que deben hacerse para esto. Para simplificar el modelo, supongan que tanto la Tierra como la Luna están fijas en su posición. (Esto se conoce como el problema de 3 cuerpos restringido.)
 - Aumenten el tiempo de la simulación a 60 días o mas. Esto permitirá estudiar orbitas más complejas.
 - Encuentren una rapidez inicial que produzca una órbita elíptica alrededor de la Tierra y la Luna.
 - Utilicen un tamaño de paso de $\Delta t = 10$ segundos.
 - Agreguen una sección de código que cuide las colisiones con la Luna.
 - Construyan las gráficas de la energía cinética (K), potencial (U) y total (K+U) vs tiempo; para esta órbita. ¿Pueden hacer una descripción del flujo de energía en el sistema utilizando estas gráficas?

3. Extiendan el modelo para incluir el efecto de la Luna sobre la nave espacial. En su programa, coloquen a la Luna en el eje x , a la derecha de la Tierra. Piensen cuidadosamente acerca de los cambios que deben hacerse para esto. Para simplificar el modelo, supongan que tanto la Tierra como la Luna están fijas en su posición. (Esto se conoce como el problema de 3 cuerpos restringido.)
 - Aumenten el tiempo de la simulación a 60 días o más. Esto permitirá estudiar órbitas más complejas.
 - Encuentren una rapidez inicial que produzca una órbita en forma de 8 que pase alrededor de la Luna antes de regresar a la Tierra.
 - Utilicen un tamaño de paso de $\Delta t = 10$ segundos.
 - Agreguen una sección de código que cuide las colisiones con la Luna.
 - Construyan las gráficas de la energía cinética (K), potencial (U) y total ($K+U$) vs tiempo; para esta órbita. ¿Pueden hacer una descripción del flujo de energía en el sistema utilizando estas gráficas?
4. Extiendan el modelo para incluir el efecto de la Luna sobre la nave espacial. En su programa, coloquen a la Luna en el eje x , a la derecha de la Tierra. Piensen cuidadosamente acerca de los cambios que deben hacerse para esto. Para simplificar el modelo, supongan que tanto la Tierra como la Luna están fijas en su posición. (Esto se conoce como el problema de 3 cuerpos restringido.)
 - Aumenten el tiempo de la simulación a 60 días o más. Esto permitirá estudiar órbitas más complejas.
 - Encuentren una rapidez inicial que produzca una colisión con la Luna.
 - Utilicen un tamaño de paso de $\Delta t = 10$ segundos.
 - Agreguen una sección de código que cuide las colisiones con la Luna.
 - Construyan las gráficas de la energía cinética (K), potencial (U) y total ($K+U$) vs tiempo; para esta órbita. ¿Pueden hacer una descripción del flujo de energía en el sistema utilizando estas gráficas?

5. Extiendan el modelo para incluir el efecto de la Luna sobre la nave espacial. En su programa, coloquen a la Luna en el eje x , a la derecha de la Tierra. Piensen cuidadosamente acerca de los cambios que deben hacerse para esto. Para simplificar el modelo, supongan que tanto la Tierra como la Luna están fijas en su posición. (Esto se conoce como el problema de 3 cuerpos restringido.)
- Aumenten el tiempo de la simulación a 60 días o mas. Esto permitirá estudiar orbitas más complejas.
 - Encuentren una rapidez inicial que produzca una trayectoria donde la nave se aproxime a la luna, se detenga en un punto y retroceda por donde mismo con dirección a la Tierra.
 - Utilicen un tamaño de paso de $\Delta t = 10$ segundos.
 - Agreguen una sección de código que cuide las colisiones con la Luna.
 - Construyan las gráficas de la energía cinética (K), potencial (U) y total ($K+U$) vs tiempo; para esta órbita. ¿Pueden hacer una descripción del flujo de energía en el sistema utilizando estas gráficas?
6. Extiendan el modelo para incluir el efecto de la Luna sobre la nave espacial. En su programa, coloquen a la Luna en el eje x , a la derecha de la Tierra. Piensen cuidadosamente acerca de los cambios que deben hacerse para esto. Para simplificar el modelo, supongan que tanto la Tierra como la Luna están fijas en su posición. (Esto se conoce como el problema de 3 cuerpos restringido.)
- Aumenten el tiempo de la simulación a 60 días o mas. Esto permitirá estudiar orbitas más complejas.
 - Encuentren una rapidez inicial que produzca una trayectoria donde la nave orbite alrededor de la Luna y regrese para colisionar en la superficie de la Tierra.
 - Utilicen un tamaño de paso de $\Delta t = 10$ segundos.
 - Agreguen una sección de código que cuide las colisiones con la Luna.
 - Construyan las gráficas de la energía cinética (K), potencial (U) y total ($K+U$) vs tiempo; para esta órbita. ¿Pueden hacer una descripción del flujo de energía en el sistema utilizando estas gráficas?

7. Extiendan el modelo para incluir el efecto de la Luna sobre la nave espacial. En su programa, coloquen a la Luna en el eje x , a la derecha de la Tierra. Piensen cuidadosamente acerca de los cambios que deben hacerse para esto. Para simplificar el modelo, supongan que tanto la Tierra como la Luna están fijas en su posición. (Esto se conoce como el problema de 3 cuerpos restringido.)
- Aumenten el tiempo de la simulación a 60 días o más. Esto permitirá estudiar órbitas más complejas.
 - Encuentren una rapidez inicial que produzca una trayectoria donde la nave escape del sistema Tierra-Luna.
 - Utilicen un tamaño de paso de $\Delta t = 10$ segundos.
 - Agreguen una sección de código que cuide las colisiones con la Luna.
 - Construyan las gráficas de la energía cinética (K), potencial (U) y total (K+U) vs tiempo; para esta órbita. ¿Pueden hacer una descripción del flujo de energía en el sistema utilizando estas gráficas?
8. Extiendan el modelo para incluir el efecto de la Luna sobre la nave espacial. En su programa, coloquen a la Luna en el eje x , a la derecha de la Tierra. Piensen cuidadosamente acerca de los cambios que deben hacerse para esto. Para simplificar el modelo, supongan que la Tierra se mantiene fija pero permita que la luna se mueva. (3 cuerpos restringido.)
- Aumenten el tiempo de la simulación a 60 días o más. Esto permitirá estudiar órbitas más complejas.
 - Pruebe con dos velocidades iniciales distintas y observe las trayectorias encontradas.
 - Utilicen un tamaño de paso de $\Delta t = 10$ segundos.
 - Agreguen una sección de código que cuide las colisiones con la Luna.
 - Construyan las gráficas de la energía cinética (K), potencial (U) y total (K+U) vs tiempo; para esta órbita. ¿Pueden hacer una descripción del flujo de energía en el sistema utilizando estas gráficas?

9. El planeta Marte posee 2 satélites naturales llamados Deimos y Phobos. Modifiquen y extiendan el programa de la Nave espacial-Tierra para modelar el movimiento de estos satélites alrededor de Marte. Piensen cuidadosamente acerca de los cambios que deben hacerse para ello. Supongan que el planeta se mantiene fijo en su posición (3 cuerpos restringido).

- Desprecien el efecto del Sol sobre el sistema.
- Utilicen información bibliográfica para las masas y distancias adecuadas.
- Utilicen el periodo de las órbita de Deimos y Phobos para determinar una velocidad inicial apropiada.
- Determinen un valor apropiado de Δt .
- ¿Cómo pueden producir órbitas no circulares?
- Construyan las gráficas de la energía cinética (K), potencial (U) y total (K+U) vs tiempo. ¿Pueden hacer una descripción del flujo de energía en el sistema utilizando estas gráficas? ¿Cómo cambia la forma de estas gráficas al cambiar la velocidad de uno de los satélites?