FILTROS DIGITAIS PARA IMAGENS

VALMIR MACÁRIO FILHO

INTRODUÇÃO

Realce de imagens:

- Técnicas que conseguem acentuar algumas características relevantes na imagem para uma aplicação específica.
- Realce de imagens é subjetivo
    - Remoção de ruído; Nitidez das bordas da imagem; Busca por informações;
    - mudanças morfológicas: Efeito em que objetos na imagens ficam deformados

Suavização de imagens:

- Aplica efeitos digitais numa imagem tornando a imagem ligeiramente desfocada para uma aplicação específica.
- Suavização de imagens é subjetiva
- Remoção de ruído
- Indefinição (*soft focus*): efeito que desfoca alguma área da imagem.

Restauração de imagens:

- Busca reconstruir ou recuperar uma imagem que foi degradada usando informações a respeito do processo de degradação.
- Modelagem do processo de degradação e aplicação do processo inverso no sentido de recuperar a imagem original

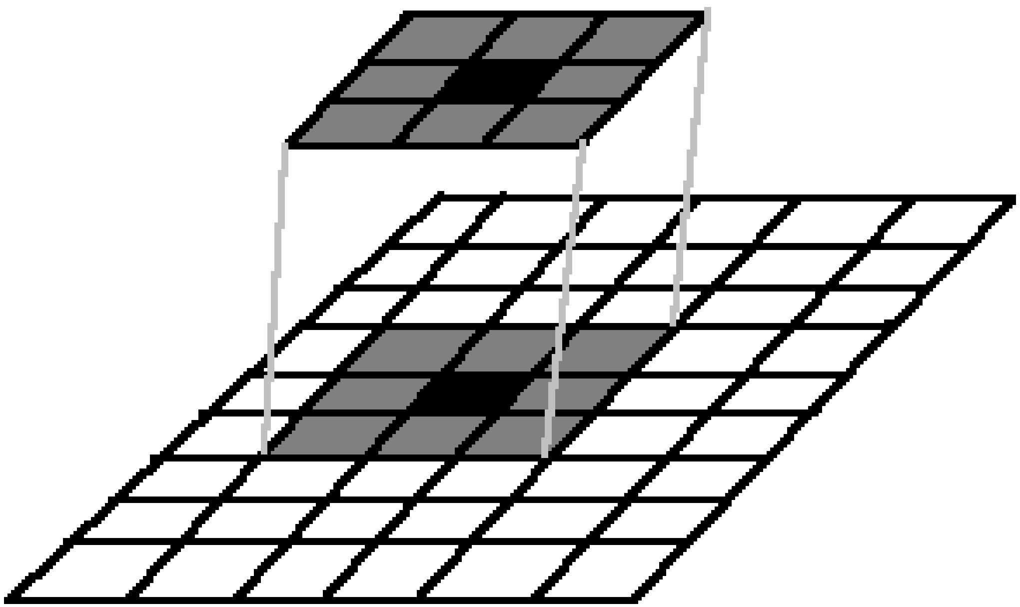
OBS: A primeira condição para melhoria de imagem é que a informação que você deseja extrair, enfatizar ou restaurar deve existir na imagem.

FILTRAGEM DIGITAL

- **Domínio Espacial**
  - Operam diretamente sobre pixels
- **Domínio da Frequência**
  - Teorema da convolução

FILTRAGEM NO DOMÍNIO ESPACIAL

O produto de convolução f*h no pixel de coordenadas (m, n) é obtido colocando o centro da máscara acima do pixel (m,n), multiplicando os elementos correspondentes na máscara e na imagem e somando os resultados



FILTRAGEM NO DOMÍNIO ESPACIAL

Seja a máscara 3x3

W1	W2	W3
W4	W5	W6
W7	W8	W9

e sejam z1, z2, ..., z9 a cor dos pixels sob a máscara

O novo tom do pixel central será dado por

- $R = w_1z_1 + w_2z_2 + \dots + w_9z_9$

FILTRAGEM NO DOMÍNIO ESPACIAL

- **Se o centro da máscara estiver numa posição (x,y) na imagem, o tom do pixel posicionado em (x,y) será substituído por R**
- **A máscara é então movida para a próxima posição de pixel na imagem e o processo se repete**
- **É prática criar uma nova imagem para armazenar os valores de R em vez de mudar os valores de pixel no lugar**
  - Evita o uso de pixels que tenham sido alterados na operação anterior

FILTRAGEM NO DOMÍNIO ESPACIAL

$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$F[x, y]$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$G[x, y]$

	0								

Source: S. Seitz

FILTRAGEM NO DOMÍNIO ESPACIAL

$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

$F[x, y]$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$G[x, y]$

	0	10							

Source: S. Seitz

FILTRAGEM NO DOMÍNIO ESPACIAL

$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$F[x, y]$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$G[x, y]$

	0	10	20						

Source: S. Seitz

FILTRAGEM NO DOMÍNIO ESPACIAL

$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$F[x, y]$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$G[x, y]$

	0	10	20	30					

Source: S. Seitz

FILTRAGEM NO DOMÍNIO ESPACIAL

$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$F[x, y]$$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$G[x, y]$$

	0	10	20	30	30				

Source: S. Seitz

FILTRAGEM NO DOMÍNIO ESPACIAL

$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$F[x, y]$$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$G[x, y]$$

	0	10	20	30	30	30	20	10	
	0	20	40	60	60	60	40	20	
	0	30	60	90	90	90	60	30	
	0	30	50	80	80	90	60	30	
	0	30	50	80	80	90	60	30	
	0	20	30	50	50	60	40	20	
	10	20	30	30	30	30	20	10	
	10	10	10	0	0	0	0	0	

Source: S. Seitz

CORRELAÇÃO E CONVOLUÇÃO ESPACIAIS

Correlação é o processo de mover uma máscara de filtro sobre uma imagem e computar a soma de produtos em cada posição, exatamente como explicado anteriormente.

$$w(x,y) \circ f(x,y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s,t) f(x+s, y+t)$$

A convolução difere da correlação pela rotação do filtro de 180º.

$$w(x,y) * f(x,y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s,t) f(x-s, y-t)$$

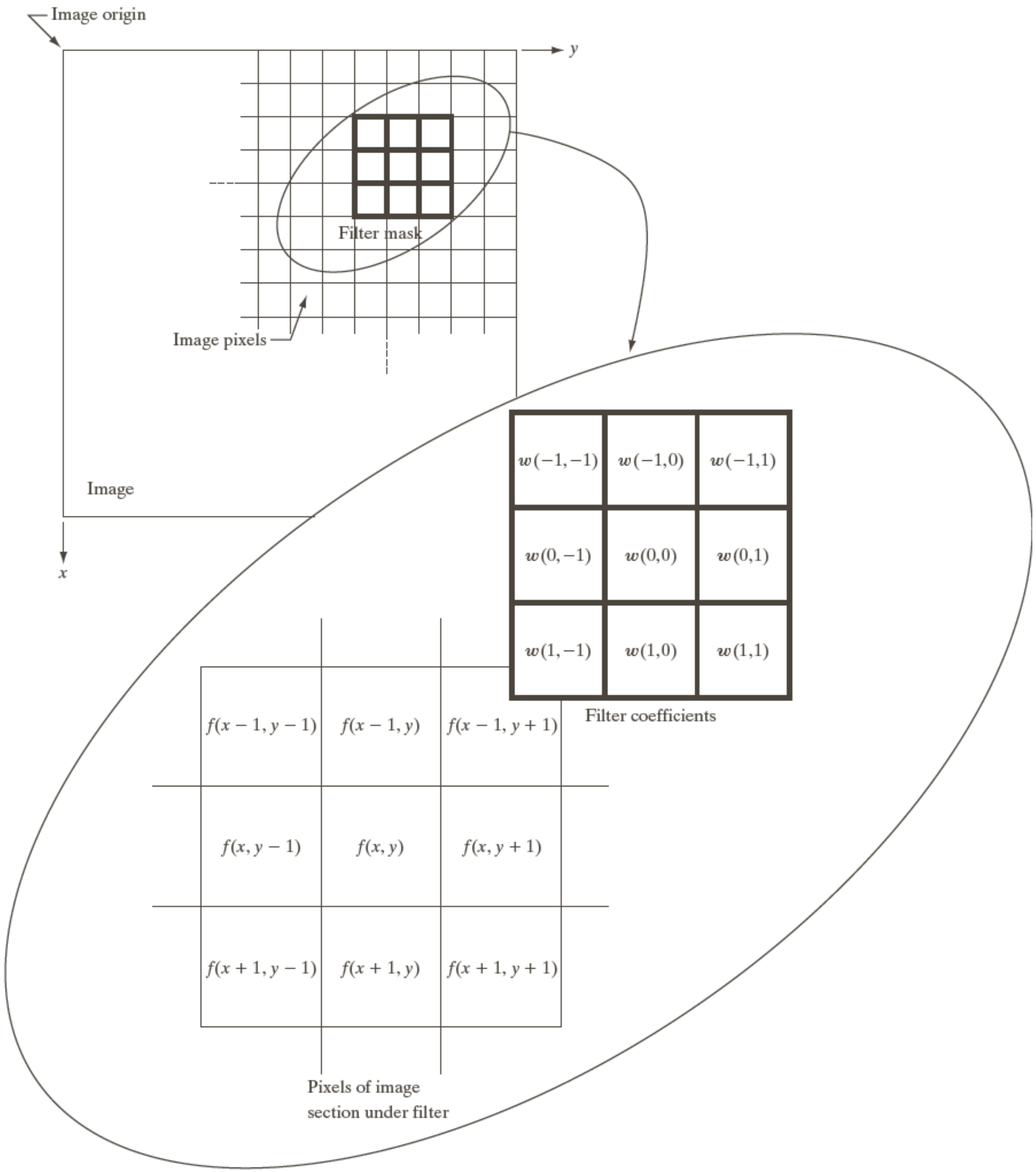


Image origin
y
Filter mask
Image pixels
Image
x
w(−1,−1)
w(−1,0)
w(−1,1)
w(0,−1)
w(0,0)
w(0,1)
w(1,−1)
w(1,0)
w(1,1)
Filter coefficients
f(x − 1, y − 1)
f(x − 1, y)
f(x − 1, y + 1)
f(x, y − 1)
f(x, y)
f(x, y + 1)
f(x + 1, y − 1)
f(x + 1, y)
f(x + 1, y + 1)
Pixels of image
section under filter

Origin $f(x, y)$

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

$w(x, y)$

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{matrix}$$

(a)

Padded f

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(b)

Initial position for w

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 8 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(c)

Full correlation result

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & 8 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 5 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(d)

Cropped correlation result

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 8 & 7 & 0 \\ 0 & 6 & 5 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(e)

Rotated w

$$\begin{matrix} 9 & 8 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 5 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(f)

Full convolution result

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 5 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 8 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(g)

Cropped convolution result

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 5 & 6 & 0 \\ 0 & 7 & 8 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

(h)

OBSERVAÇÕES

- Usar operações de correlação ou convolução para a filtragem espacial é uma questão de preferência.
- O importante é escolher uma máscara com os coeficientes adequados para que o resultado esperado seja obtido.
- Para uma máscara com os valores de coeficientes simétricos os resultados da correlação e convolução coincidem (filtros isotrópicos, ou invariantes a rotação).
- Finalmente, é comum encontrar termos como filtro de convolução, máscara de convolução ou kernel de convolução na literatura de processamento de imagens, denotando um filtro espacial, sem necessariamente significar que o filtro seja usado para uma verdadeira convolução.
- A expressão “convolver uma máscara com uma imagem” é comumente usada para denotar um processo de correlação.

ASPECTOS COMPUTACIONAIS DA FILTRAGEM ESPACIAL

Cor não realizável: cor resultante fora do espaço de cor do dispositivo.

- Solução: recorte para a cor mais próxima ou mudança de coordenada no espaço de cor.

Eficiência Computacional.

- Solução: dependente do problema.

Extensão do Domínio da Imagem:

- Solução:

★ Extensão Constante

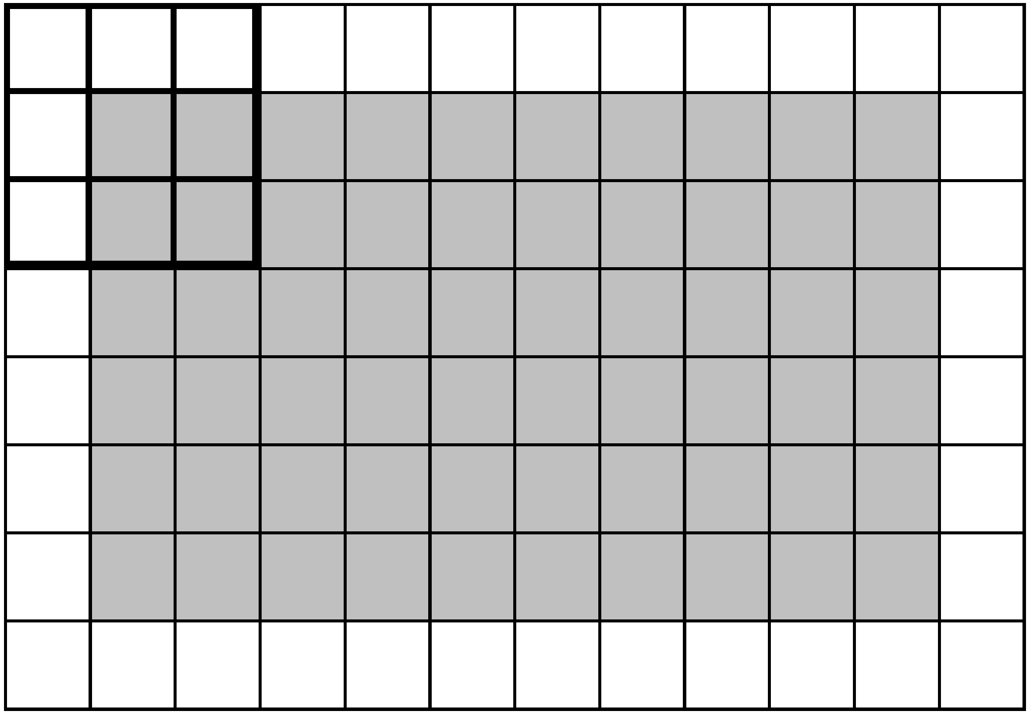
★ Extensão Nula ou Não extensão da cor

★ Extensão Periódica

★ Extensão por Reflexão

FILTRAGEM NO DOMÍNIO ESPACIAL

Extensões na Imagem



Extensões na Imagem

Preta

Fixa

Periódica

Refletida

FILTRAGEM

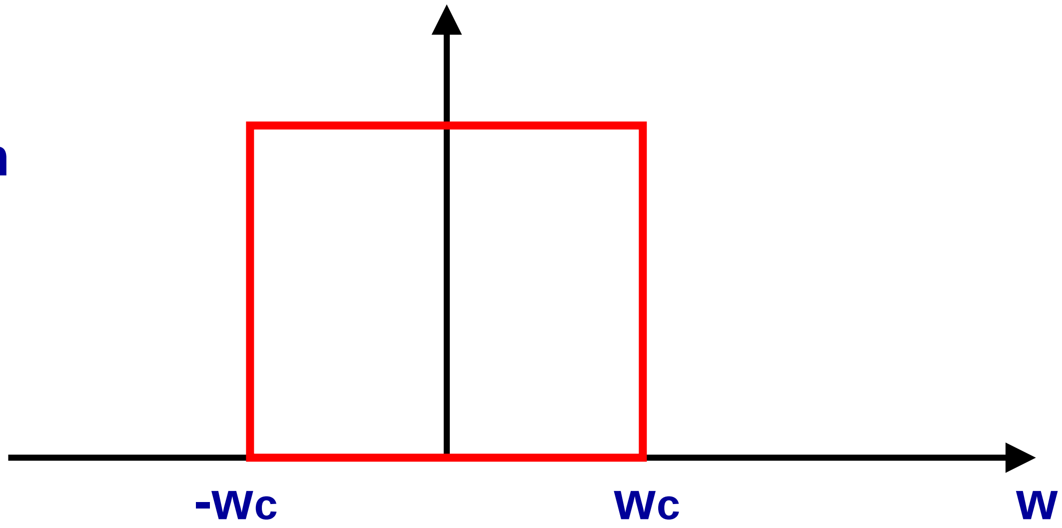
Tipos de Filtros

- Filtro Passa-Baixa
- Filtro Passa-Alta
- Filtro Passa-Faixa

FILTRAGEM

Filtro Passa-Baixa (*Low-Pass Filter*)

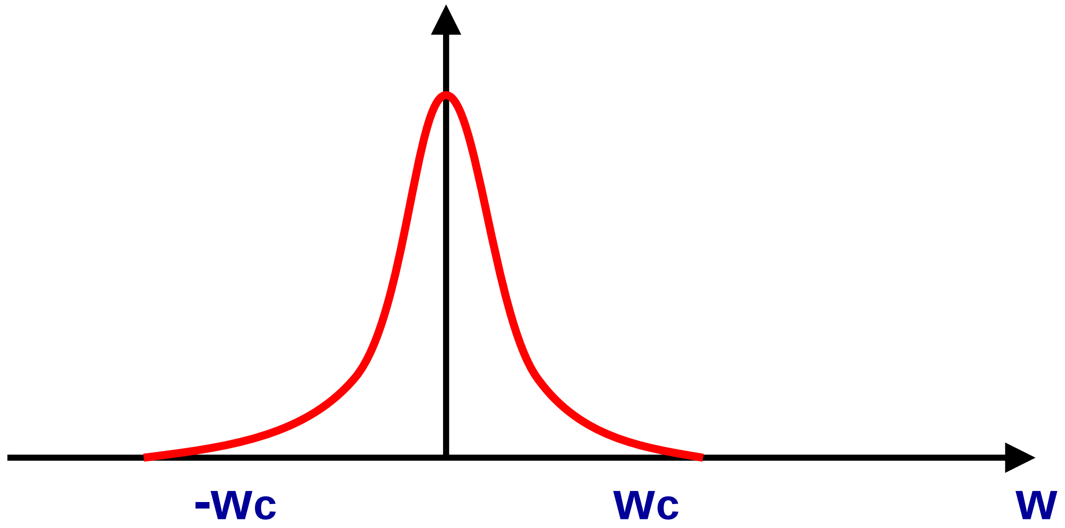
Permite passar as baixas frequências de uma imagem e atenua as altas



LPF ideal (não-realizável)

FILTRAGEM

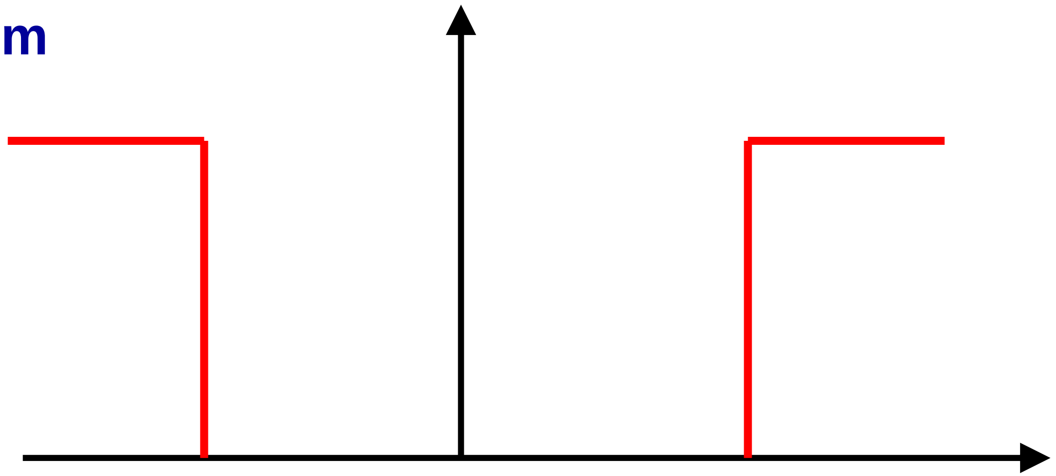
Filtro Passa-Baixa Real



FILTRAGEM

Filtro Passa-Alta (*High-Pass Filter*)

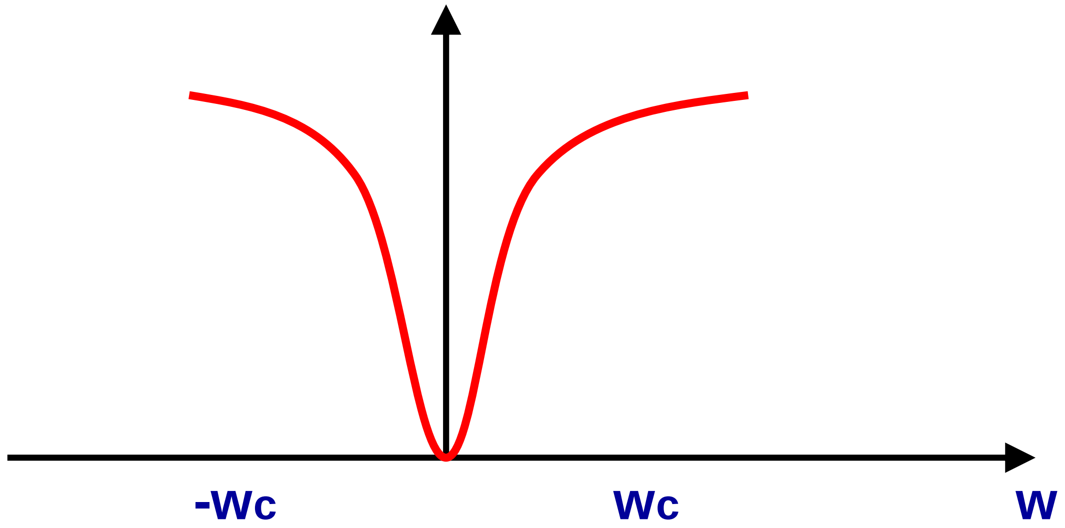
Permite passar as altas freqüências de uma imagem e atenua as baixas



HPF ideal (não-realizável)

FILTRAGEM

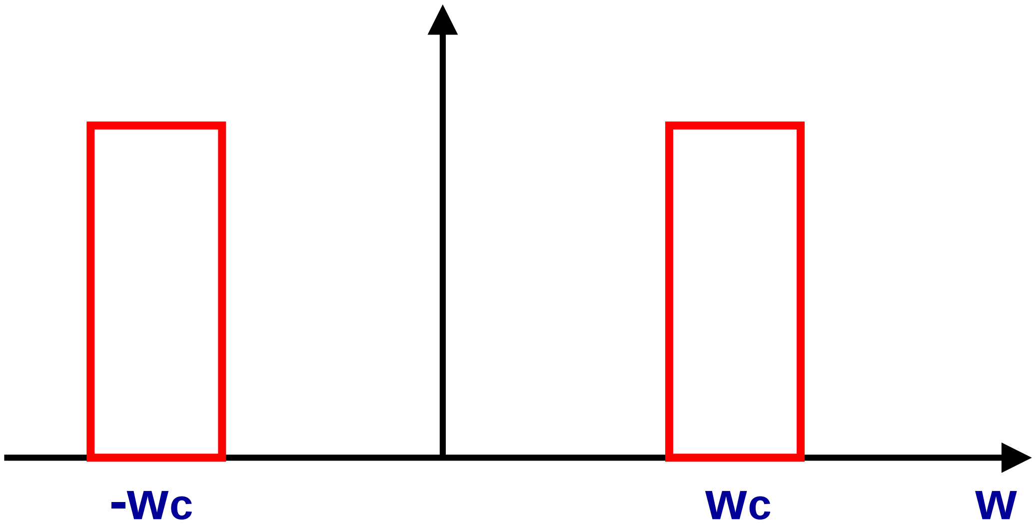
Filtro Passa-Alta Real



FILTRAGEM

Filtro Passa-Faixa (*Band-Pass Filter*)

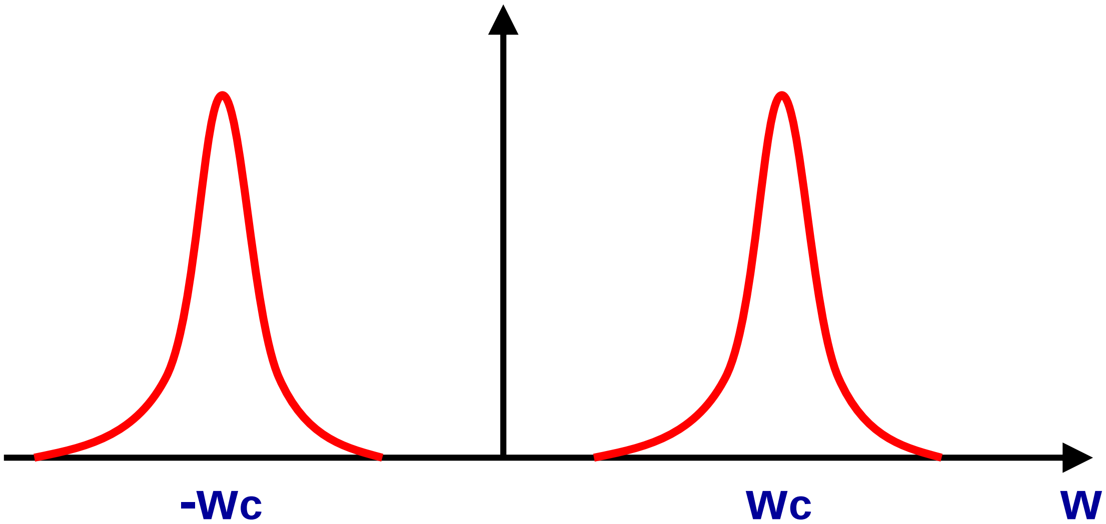
- **Permite passar faixas específicas de uma imagem**
- **Removem regiões selecionadas**
- **Usados em restauração de imagens**



BPF ideal (não-realizável)

FILTRAGEM

Filtro Passa-Baixa Real



FILTRO PASSA-BAIXA

FILTRAGEM

Filtro Passa-Baixa

- Componentes de alta frequência caracterizam bordas ou outros detalhes finos de uma imagem
- O efeito resultante de um LPF é o borramento da imagem
- Borrar uma imagem para obter uma representação mais geral do objeto de interesse:
  - Intensidade dos objetos menores se confundem com o fundo
  - Objetos maiores se tornam borrões
  - O tamanho da máscara define o tamanho relativo dos objetos que serão mesclados ao fundo.

FILTROS DIGITAIS PASSA-BAIXA

- **Lineares**
  - Utiliza a média dos pixels contidos na vizinhança da máscara de filtragem.
    - Exemplo: média, média ponderada

- **Não Lineares**
  - Filtros que utilizam operações não lineares
    - Exemplo: moda, mediana

FILTROS LINEARES

EXEMPLO DE FILTROS LINEARES

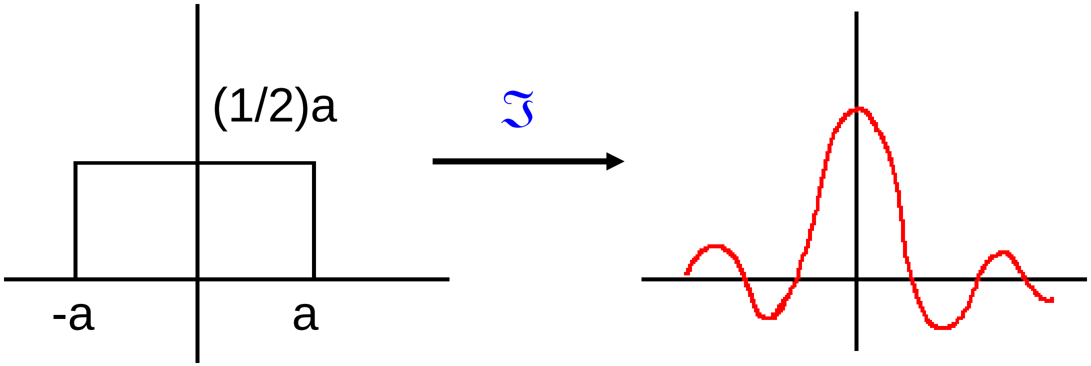
Análise no contínuo e no discreto

Filtros:

- Box (média)
- Média Ponderada
- Bartlett

- ...

FILTRO BOX



Média aritmética dos pixels na vizinhança de um dado pixel

Atenua as altas frequências da imagem

No caso bidimensional:

- Filtro ***box*** discreto ***(3 × 3)*** ⇨ ***a^2=9***

FILTRO BOX

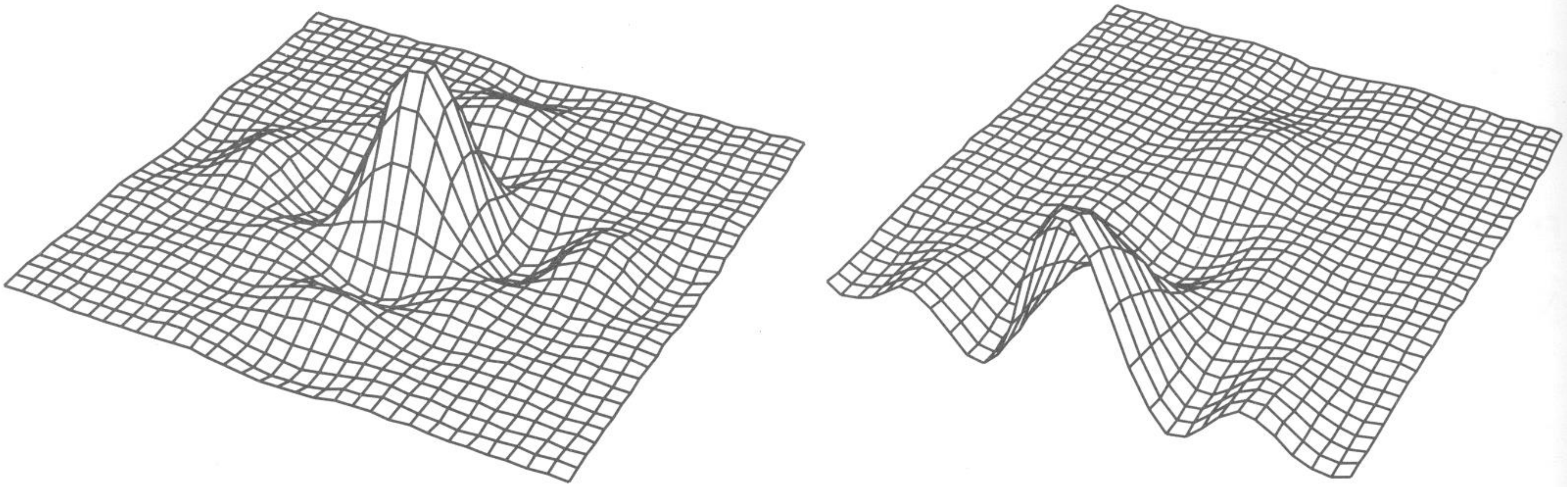
Box 3x3

$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

Fator de Normalização

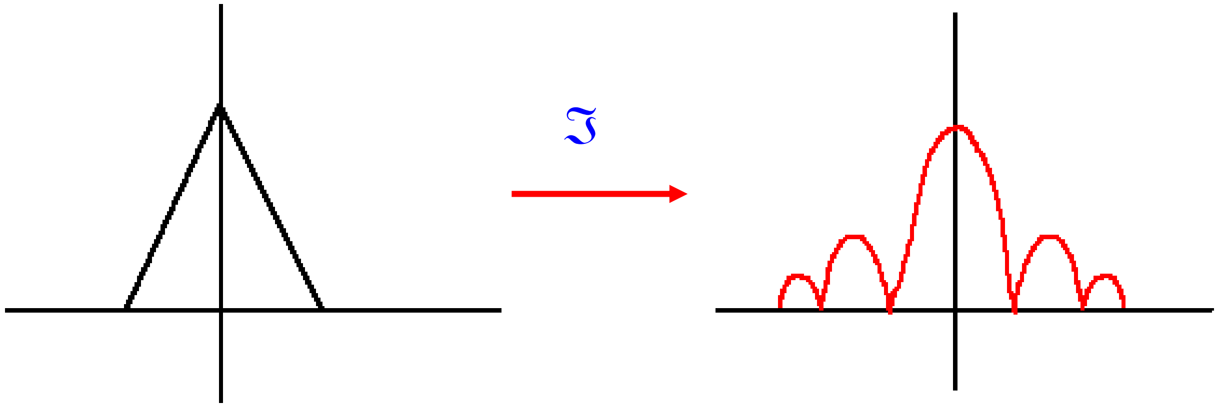
FILTRO BOX

Transformada de Fourier do filtro Box em 2D



FILTRO DE BARTLETT

Filtro Triangular



FILTRO DE BARTLETT

Atenua as altas frequências

h(t) = box(t)*box(t)

- * = convolução

h(x,y) = h(x).h(y) → sample (x,y)

Atenuação mais acentuada que o Box

Chamado de *Interpolação Bilinear* quando usado para reconstrução de imagens

FILTRO DE BARTLETT

$$\frac{1}{81}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 6 & 4 & 2 \\ 3 & 6 & 9 & 6 & 3 \\ 2 & 4 & 6 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

FILTRO DE BARTLETT

Filtro Bartlett 5x5: Cálculo

- Convolução de 2 filtros Box 3x3
  - Convolução de sinais não de imagens!!!

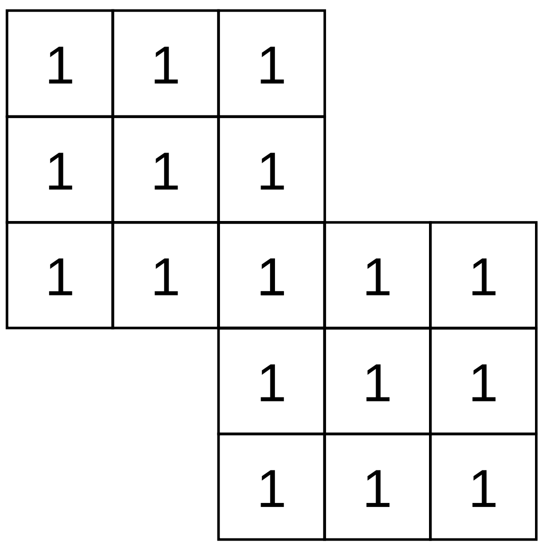
$$\frac{1}{9}\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} * \frac{1}{9}\begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

FILTRO DE BARTLETT

Filtro Bartlett 5x5: Cálculo

$$\frac{1}{81}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\1 & 1 & 1\\1 & 1 & 1\end{bmatrix} * \begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\1 & 1 & 1\\1 & 1 & 1\end{bmatrix} =$$

$\frac{1}{81}$



$$= \frac{1}{81}\boxed{1}$$

FILTRO DE BARTLETT

Filtro Bartlett 5x5: Cálculo

$$\frac{1}{81}\quad \begin{array}{|c|c|c|c|}
\hline
1 & 1 & 1 & \\
\hline
1 & 1 & 1 & \\
\hline
1 & 1 & 1 & 1 \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 \\
\hline
\end{array}
\quad = \quad \frac{1}{81}\quad \begin{array}{|c|c|}
\hline
1 & 2 \\
\hline
\end{array}$$

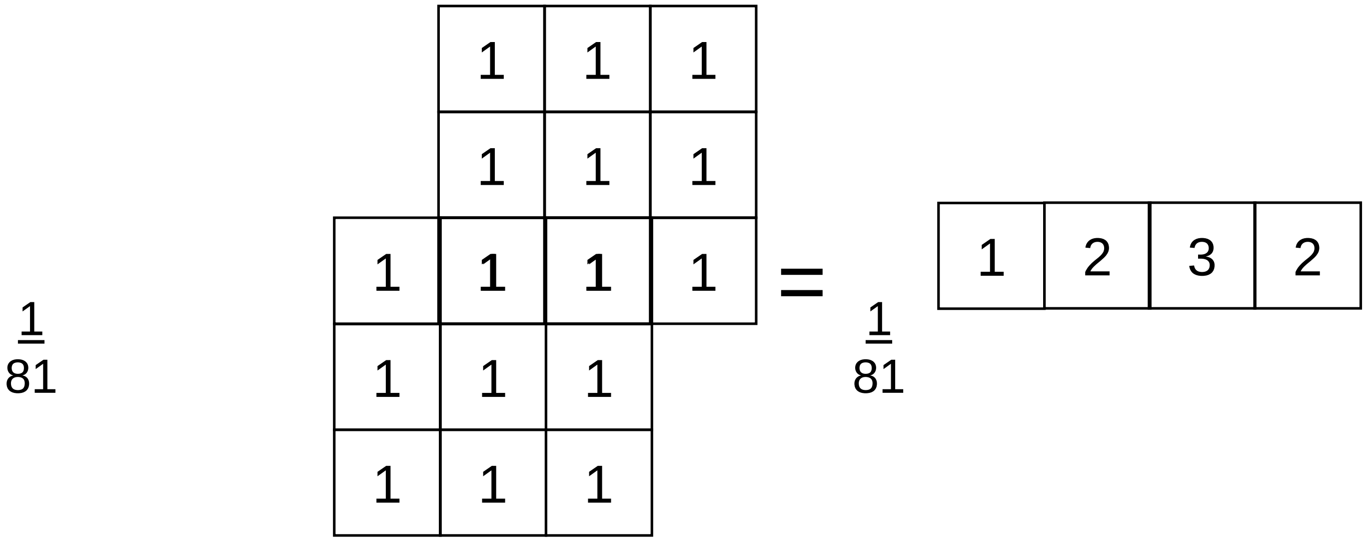
FILTRO DE BARTLETT

Filtro Bartlett 5x5: Cálculo

$$\frac{1}{81} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{81} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

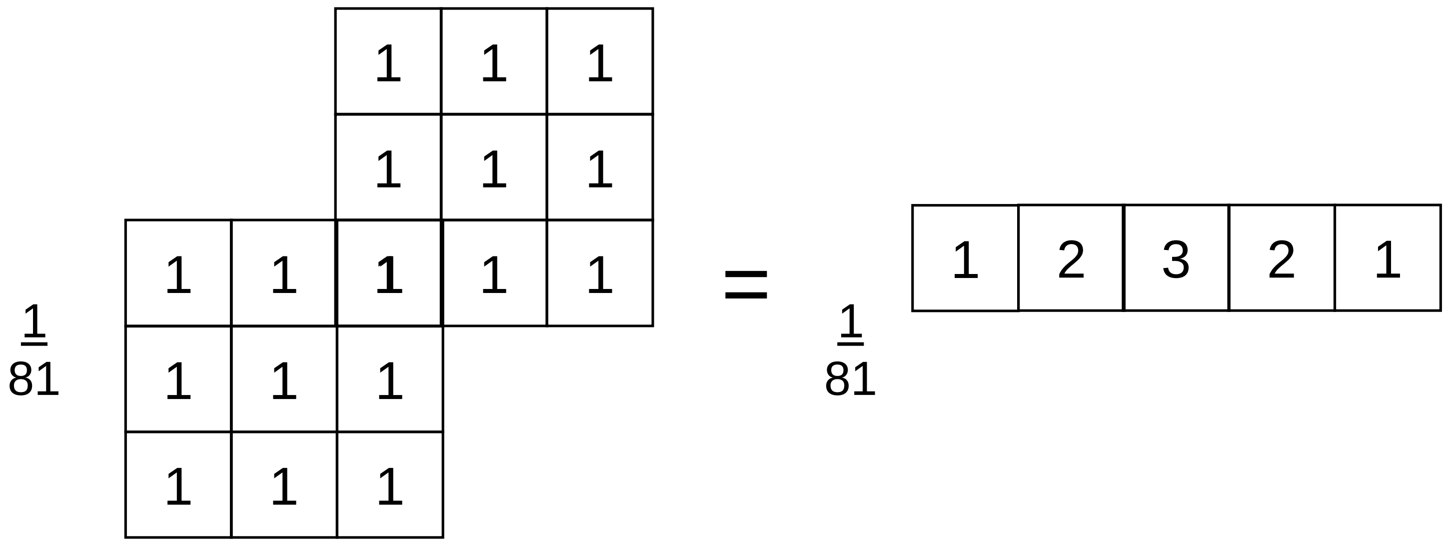
FILTRO DE BARTLETT

Filtro Bartlett 5x5: Cálculo



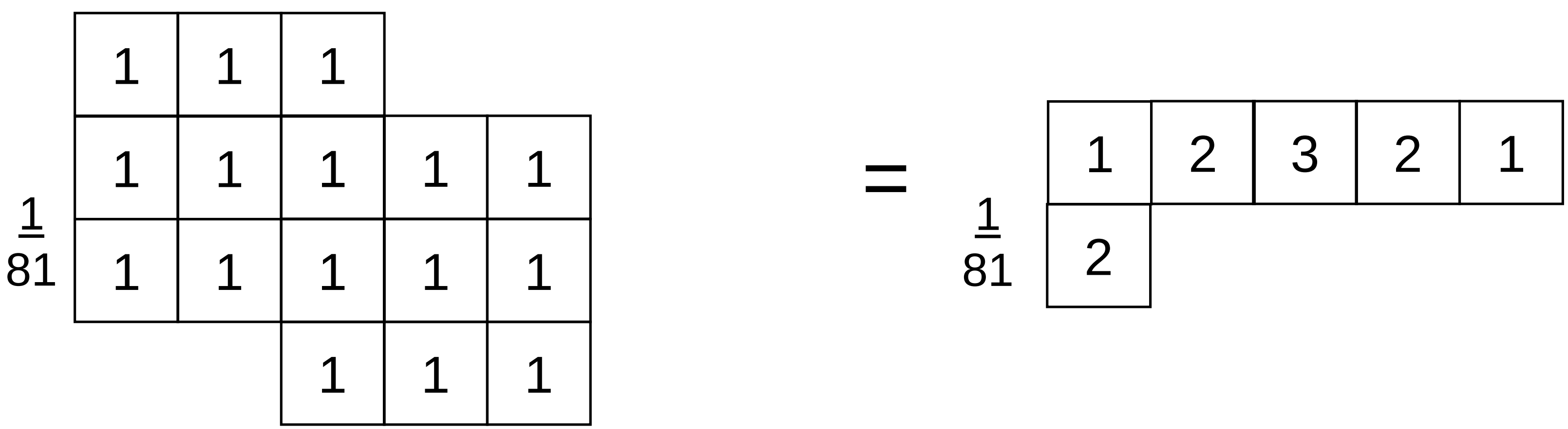
FILTRO DE BARTLETT

Filtro Bartlett 5x5: Cálculo



FILTRO DE BARTLETT

Filtro Bartlett 5x5: Cálculo



FILTRO DE BARTLETT

Filtro Bartlett 5x5: Cálculo

$\frac{1}{81}$

1	1	1	
1	1	1	1
1	1	1	1
	1	1	1

=

$\frac{1}{81}$

1	2	3	2	1
2	4			

$\frac{1}{81}$

1	1	1
1	1	1
1	1	1
1	1	1

=

$\frac{1}{81}$

1	2	3	2	1
2	4	6		

FILTRO DE BARTLETT

Filtro Bartlett 5x5: Cálculo

$\frac{1}{81}$

	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	

=

$\frac{1}{81}$

1	2	3	2	1
2	4	6	4	

$\frac{1}{81}$

		1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1		

=

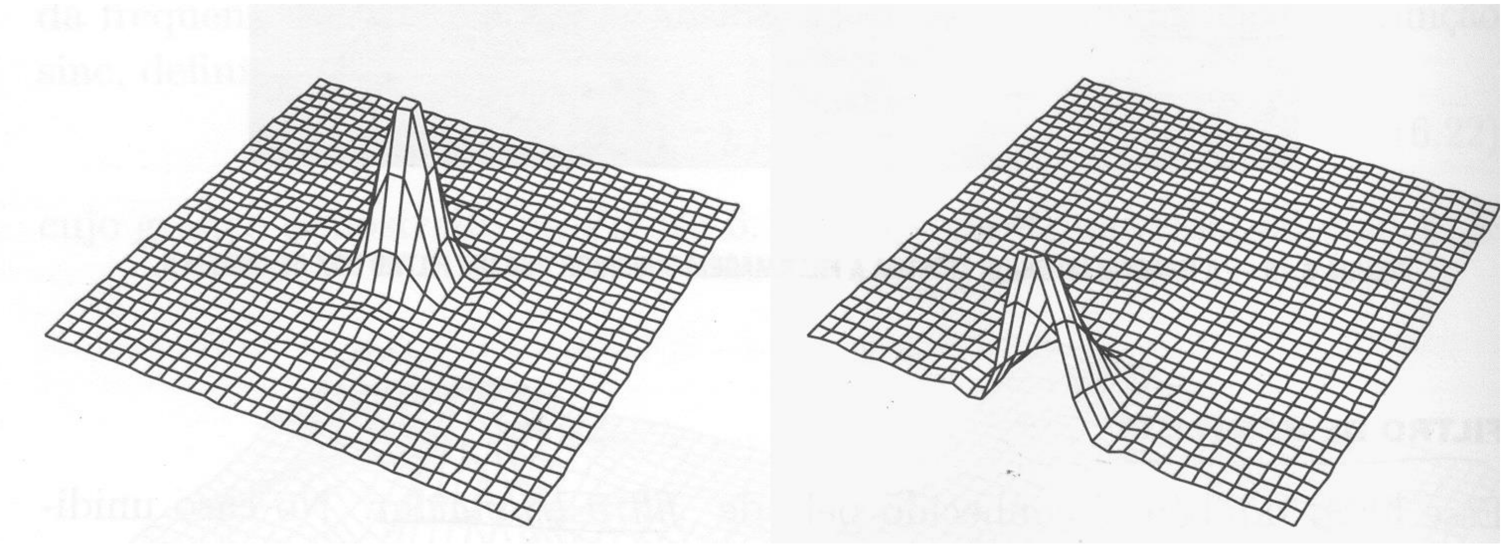
$\frac{1}{81}$

1	2	3	2	1
2	4	6	4	2

E assim por diante….

FILTRO DE BARTLETT

Função de Transferência Bidimensional do Filtro Triangular



FILTROS ESTATÍSTICOS (NÃO-LINEARES)

FILTRO ESTATÍSTICO DA MEDIANA

Dada uma matriz de pixels (imagem), o filtro da mediana de ordem n varre a imagem com uma máscara de tamanho nxn.

Os pixels sob a máscara terão os seus valores organizados em ordem crescente de intensidade para calcular a mediana, o valor encontrado no centro da distribuição.

O pixel sob a máscara será substituído pelo valor da mediana.

O filtro da mediana elimina valores discrepantes, suavizando a imagem.

Filtro Estatístico da Mediana

Admitamos ter um filtro de mediana de ordem 3.

Vamos analisar 9 pixels numa máscara 3x3.

Se os valores dos pixels encontrados é:

6 8 5 2 9 0 2 6 4

A ordenação dos valores em ordem crescente é:

0 2 2 4 5 6 6 8 9

A mediana da distribuição acima é 5.

O pixel sob a máscara passará a ter o valor da mediana, ou seja, 5.

Exemplo de Filtragem

Exemplo de Filtragem: Mediana

Filtro passa-baixa

FILTRO ESTATÍSTICO DA MODA

Dada uma matriz de pixels (imagem) o filtro da moda de ordem n varre a imagem com uma máscara de tamanho nxn.

Os pixels sob a máscara terão os seus valores lidos e sua moda é o valor do pixel que mais se repete.

O pixel sob a máscara será substituído pelo valor da moda.

O filtro da moda elimina valores discrepantes, suavizando a imagem.

Os filtros da Mediana e da Moda são locais e lineares

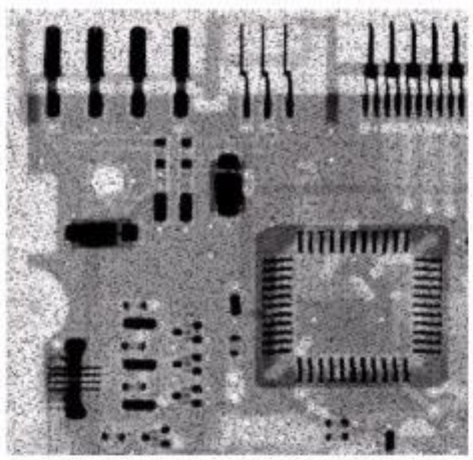
OUTROS FILTROS ESTATÍSTICOS

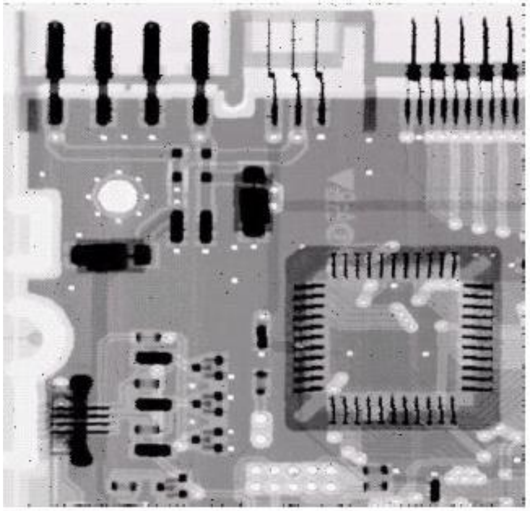
- **Embora a mediana seja um filtro mais usado em processamento de imagens, existem outros filtros, como o filtro do máximo, e o filtro do mínimo.**
- **O filtro do máximo (*max filter*) encontra o ponto mais brilhante. A resposta de um filtro 3x3 é dada por**

$$R = \max\{z_k \mid k = 1,2,...,9\}$$

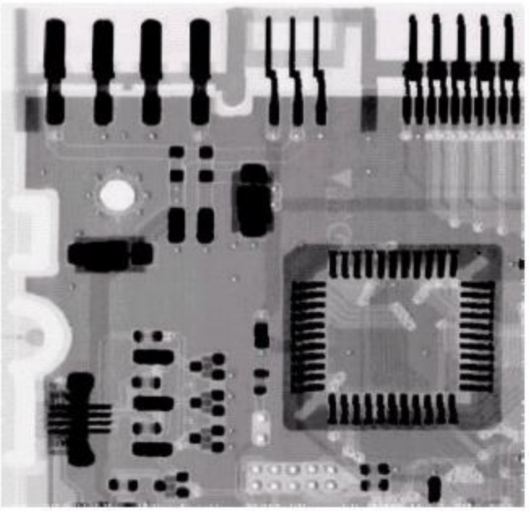
- **O filtro do mínimo (min filter) é oposto ao máximo.**

OUTROS FILTROS ESTATÍSTICOS





Filtro Max



Filtro Min

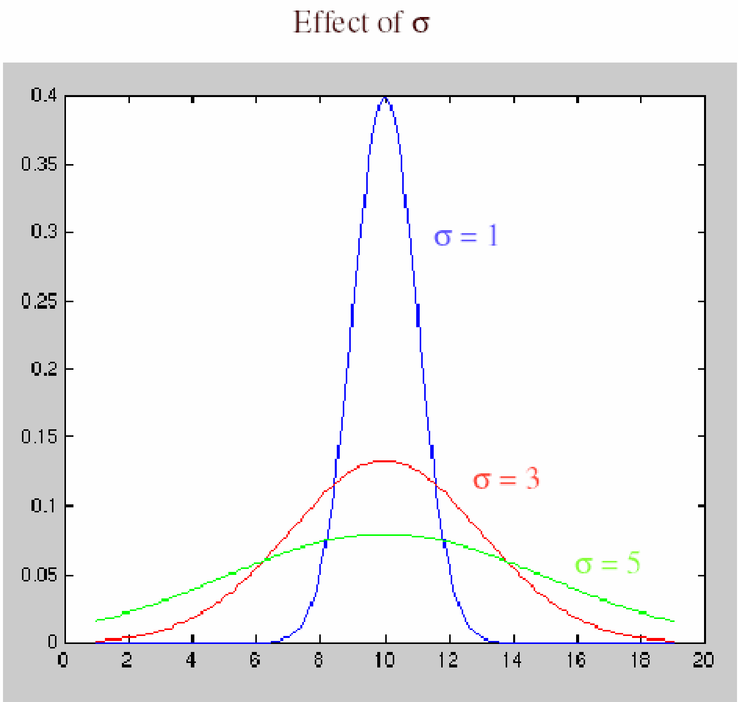
FILTRO GAUSSIANO

$$G_\sigma(x,y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \ \mathrm{Exp}[-x^2 + y^2 / 2\sigma^2]$$

Média = π

Variância = σ

Para gerar uma máscara 3x3 dessa função, fazemos a amostragem dessa função em torno do centro. Assim, w_1=G(-1,-1), w_2=G(-1,0),..., w_9=G(1,1).



FILTRO GAUSSIANO

Filtro Passa-Baixa

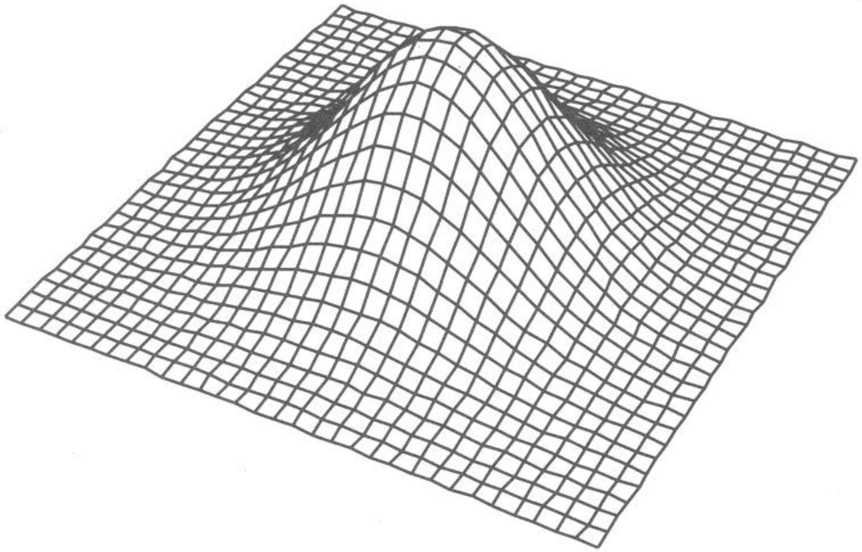
h(x)=box (x)*box (x)*...*box (x) $\longrightarrow$ filtro gaussiano

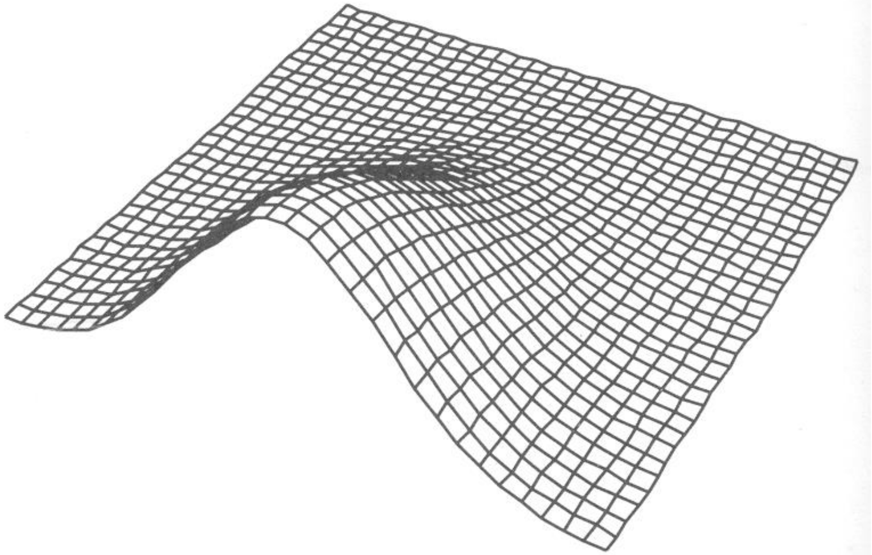
$$\frac{1}{16}\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ 2 & 4 & 2\\ 1 & 2 & 1\end{bmatrix}\qquad \frac{1}{64}\begin{bmatrix}1 & 3 & 3 & 1\\ 3 & 9 & 9 & 3\\ 3 & 9 & 9 & 3\\ 1 & 3 & 3 & 1\end{bmatrix}\qquad \frac{1}{256}\begin{bmatrix}1 & 4 & 6 & 4 & 1\\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4\\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6\\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4\\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1\end{bmatrix}$$

Máscara
Binomial

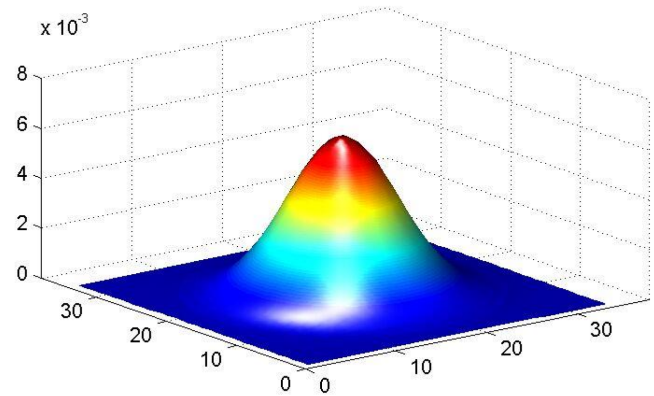
FILTRO GAUSSIANO

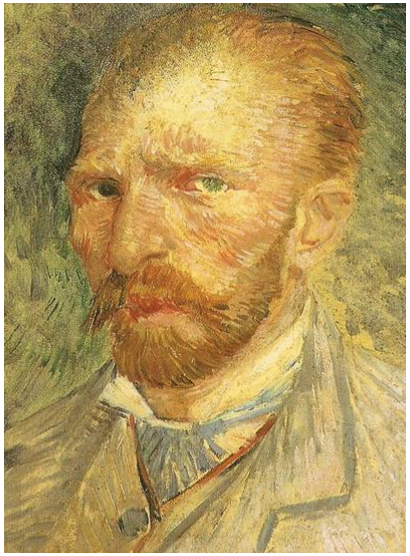
Função Gaussiana de Média 0 e Variância 2





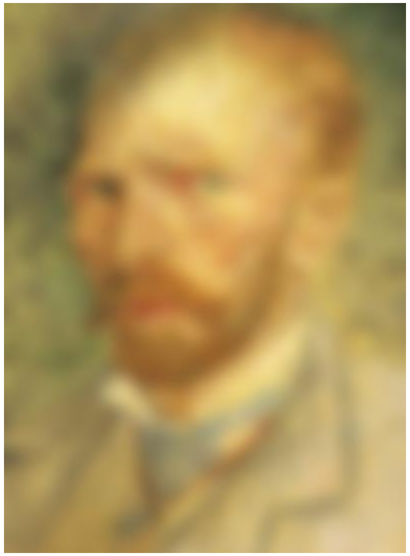
FILTRO GAUSSIANO



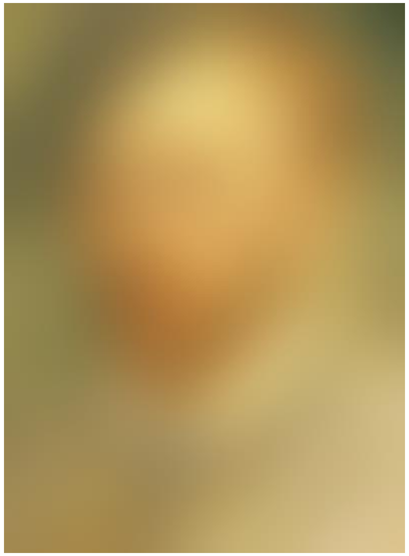


original

2x2



8x8



32x32

FILTRO PASSA-ALTA

FILTRAGEM

Filtro Passa-Alta

- Redução de características que variam lentamente em uma imagem como o contraste e a intensidade média
- Efeito de intensificação das bordas e de detalhes finos na imagem

- Realça transições em intensidades;
  - Filtros de derivadas de primeira ordem;
  - Filtros de derivadas de segunda ordem.

FILTROS POR DERIVADAS

- **a primeira derivada deve ser:**
  - zero em áreas de intensidade constante;
  - não-zero no começo de um degrau de intensidade ou de rampa; e
  - não-zero em rampas.

- **a segunda derivada deve ser:**
  - zero em áreas constantes;
  - não-zero no início e fim de um degrau de intensidade ou de rampas; e
  - zero ao longo de rampas de inclinação constante.

FILTROS POR DERIVADAS

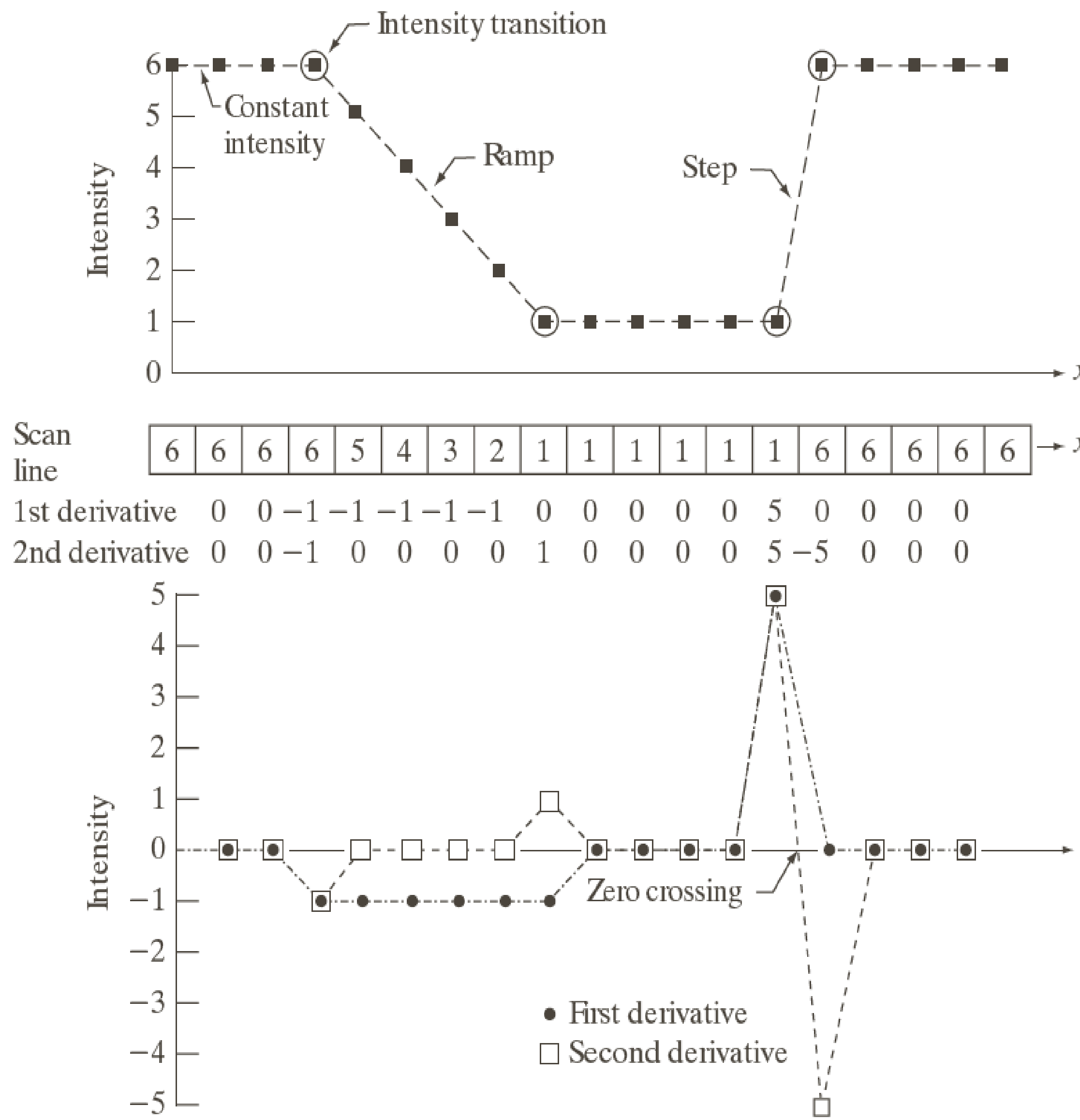
- **Primeira Derivada**

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

- **Segunda Derivada**

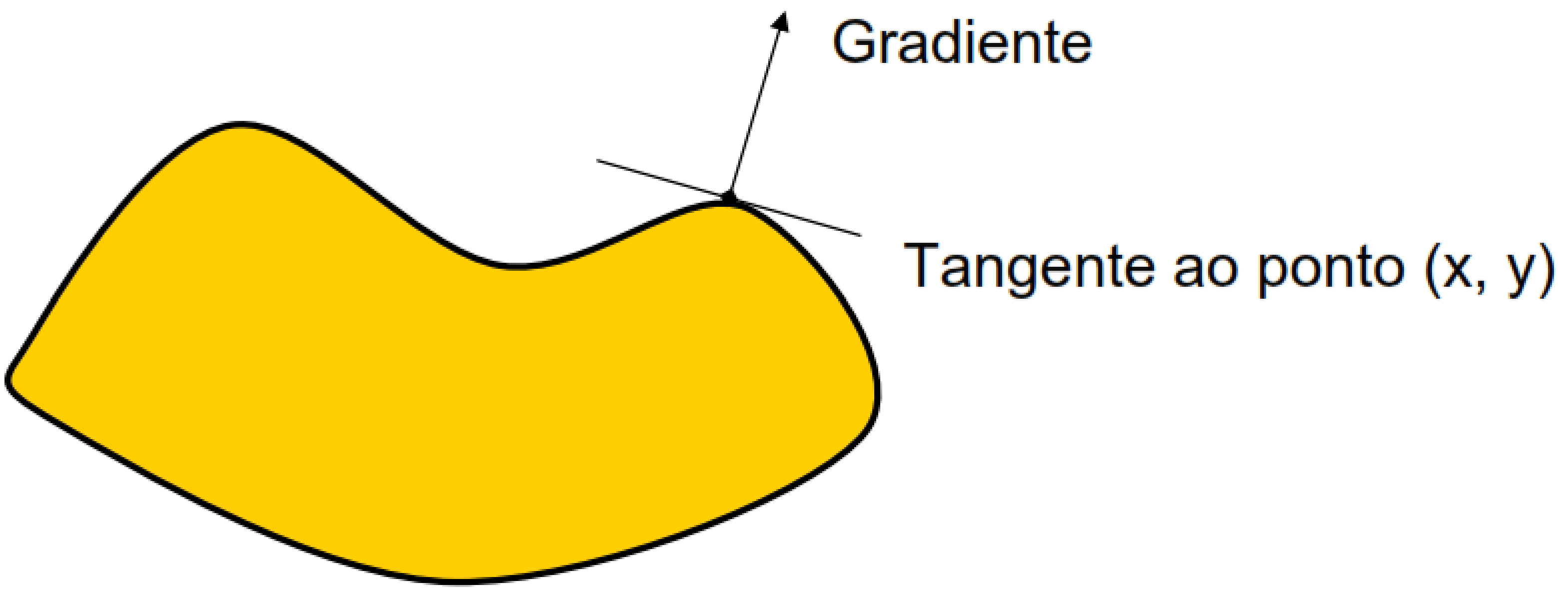
$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

FILTROS POR DERIVADAS



DETECÇÃO DE BORDAS

- **Gradiente**
  - O gradiente tem direção sempre perpendicular à tangente da borda

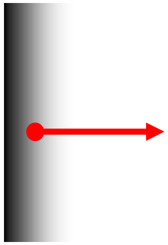


GRADIENTE DA IMAGEM

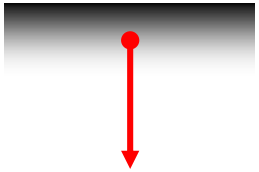
O Gradiente de uma imagem:

$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right]$$

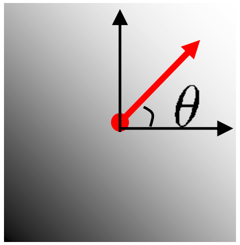
O gradiente aponta na direção da mudança mais rápida de intensidade



$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, 0\right]$$

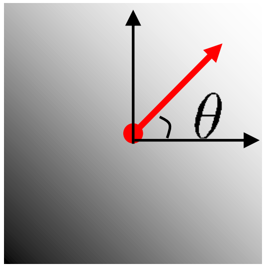


$$\nabla f = \left[0, \frac{\partial f}{\partial y}\right]$$



$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right]$$

GRADIENTE DA IMAGEM



$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right]$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1, y) - f(x, y)$$

Como implementar isso num filtro?

A direção do gradiente é dado por:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\partial f}{\partial y} / \frac{\partial f}{\partial x}\right)$$

A *força* da borda é dado pela magnitude do gradiente:

$$\|\nabla f\| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$$

GRADIENTE DA IMAGEM

- **Gradiente Discreto**
  - Como podemos calcular a derivada de uma imagem f(x, y)
    - Opção 1: reconstruir uma imagem contínua e então tomar o gradiente
    - Opção 2: tomar a derivada discreta (diferença finita)

$$\frac{\partial f}{\partial x}[x, y] \approx f[x+1, y] - f[x, y]$$

GRADIENTE DA IMAGEM

- **Uma mudança de intensidade pode ser detectada pela diferença entre os valores de pixels adjacentes**

- **Bordas verticais podem ser detectadas pela diferença horizontal entre pontos, enquanto bordas horizontais podem ser detectadas pela diferença vertical entre pontos adjacentes da imagem**

GRADIENTE DISCRETO

f(x-1,y-1)	f(x-1,y)	f(x-1,y+1)
f(x,y-1)	f(x,y)	f(x,y+1)
f(x+1,y-1)	f(x+1,y)	f(x+1,y+1)

- **Uma outra abordagem é o cálculo aproximado do gradiente por diferenças cruzadas:**

$$\nabla f \approx \sqrt{[f(x,y) - f(x+1,y+1)]^2 + [f(x+1,y) - f(x,y+1)]^2}$$

GRADIENTE DISCRETO

- Essa aproximação por valores absolutos pode ser implementada por máscaras

- Toma-se o valor absoluto das duas máscaras e soma-se os resultados:

$$Gx = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 0 \\ \hline 0 & -1 \\ \hline \end{array} \qquad Gy = \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & -1 \\ \hline 1 & 0 \\ \hline \end{array}$$

OPERADOR SOBEL

Na prática utiliza-se:

$$g_x = \begin{array}{|c|c|c|}\hline -1 & 0 & 1 \\ \hline -2 & 0 & 2 \\ \hline -1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \qquad g_y = \begin{array}{|c|c|c|}\hline -1 & -2 & -1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Magnitude:

$$g = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$$

Orientação:

$$\Theta = \tan^{-1}\left(\frac{g_y}{g_x}\right)$$

OPERADOR SOBEL

- **Aproxima a magnitude do gradiente como a diferença de valores ponderados dos níveis de cinza como:**

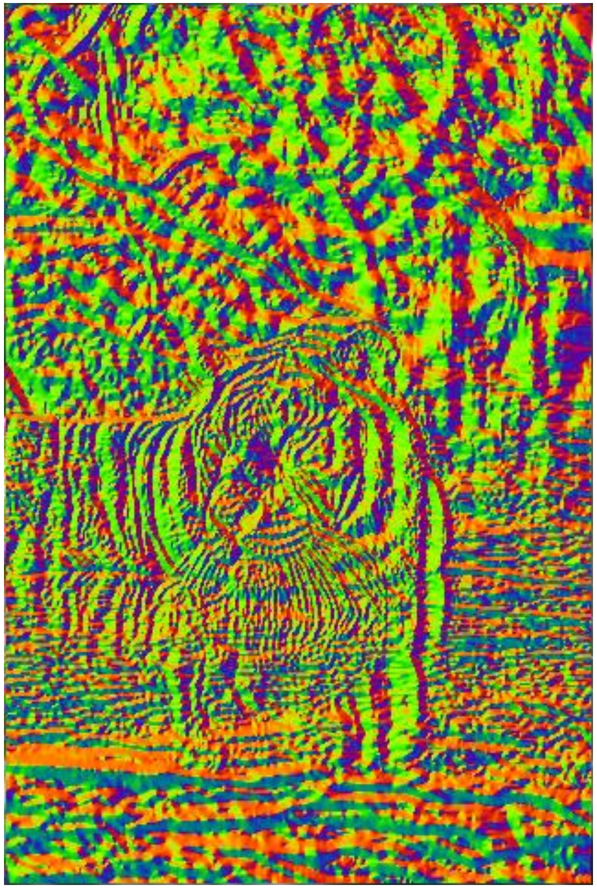
- **Gx = [f(x - 1, y + 1) + 2f(x, y + 1) + f(x + 1,y + 1)] – [f(x - 1, y - 1) +2f(x, y - 1) + f(x + 1, y - 1)]**
- **Gy = [f(x +1, y - 1) + 2f(x + 1, y) + f(x + 1, y + 1)] – [f(x - 1, y - 1) +2f(x - 1, y) + f(x - 1, y + 1)]**

- **Pela velocidade computacional, a magnitude g é a proximada para apenas a soma dos valores absolutos de |Gx| e |Gy|**

OPERADOR SOBEL

Original

Magnitude



Orientação

OPERADORES DE PRIMEIRA ORDEM

Roberts **Prewitt** **Sobel**

X derivative

Roberts:

0	–1
1	0

Prewitt:

1	0	–1
1	0	–1
1	0	–1

Sobel:

1	0	–1
2	0	–2
1	0	–1

Y derivative

Roberts:

–1	0
0	1

Prewitt:

1	1	1
0	0	0
–1	–1	–1

Sobel:

1	2	1
0	0	0
–1	–2	–1

FILTROS DE DERIVADA
FILTRO DE PREWITT - BPF

h =

-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

FILTROS DE DERIVADA
FILTRO DE PREWITT2 - BPF

h =

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

FILTROS DE DERIVADA
FILTRO DE SOBEL1 - BPF

h =

$$\begin{matrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{matrix}$$

FILTROS DE DERIVADA
FILTRO DE SOBEL2 - BPF

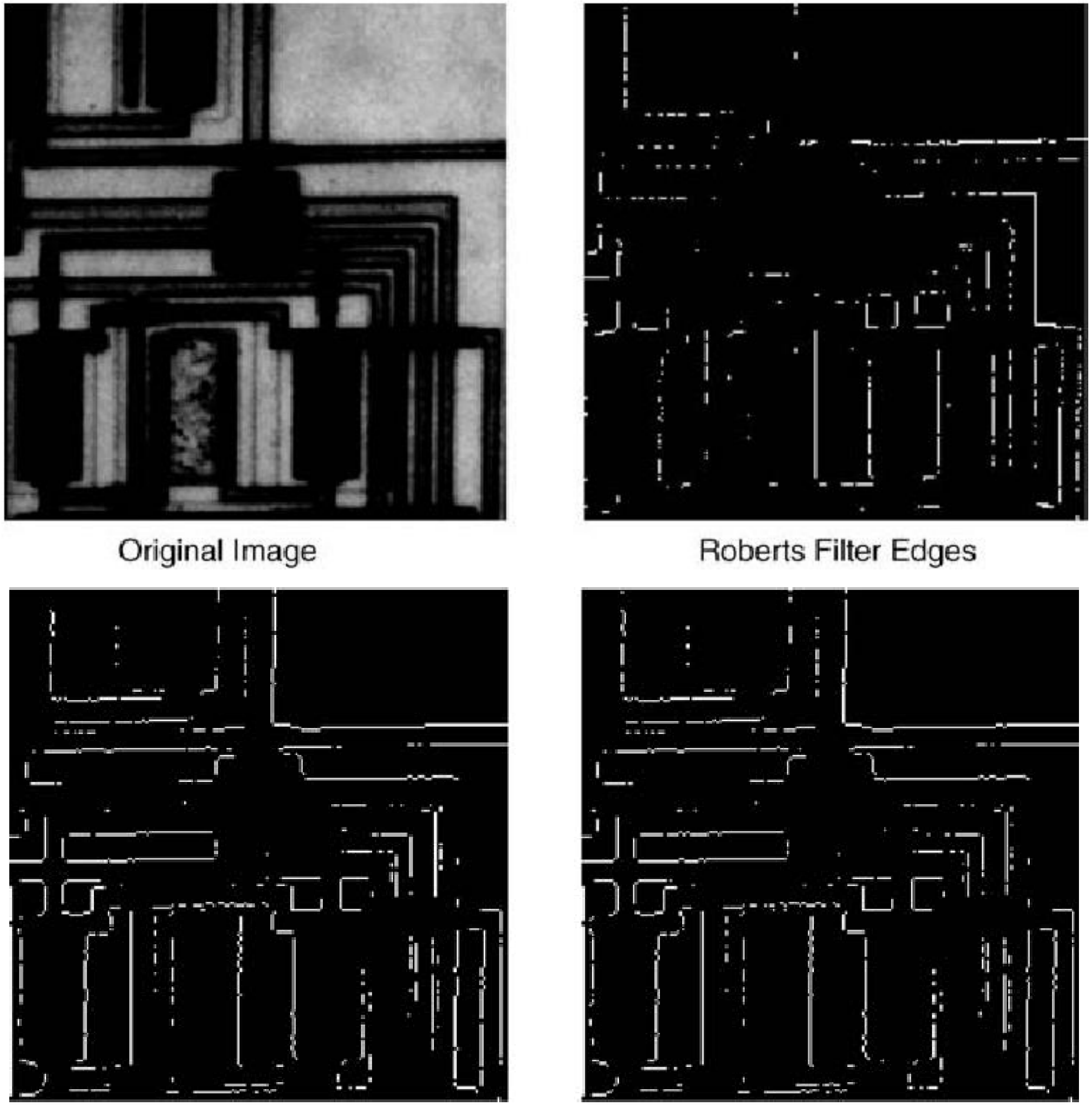
h =

$$\begin{matrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{matrix}$$

OUTROS OPERADORES DE PRIMEIRA ORDEM

- O operador de Roberts é rápido mas é muito sensível a ruído
- As máscaras de Prewitt/Sobel são geralmente preferidos em relação à abordagem de Roberts porque o gradiente não é desviado por metade de um pixel em ambas as direções e possui extensão maior (para filtro maiores que 3x3) que não é facilmente possível com operadores de Roberts
- A principal diferença entre o Sobel e Prewitt é que o operador de Sobel implementa a diferenciação em uma direção e a média da Gaussiana (aproximada) na outra.
- A vantagem do operador de Sobel é a suavização na região de borda, reduzindo a probabilidade de que pixels ruidosos ou isolados irão dominar a resposta do filtro

OUTROS OPERADORES DE PRIMEIRA ORDEM



Original Image

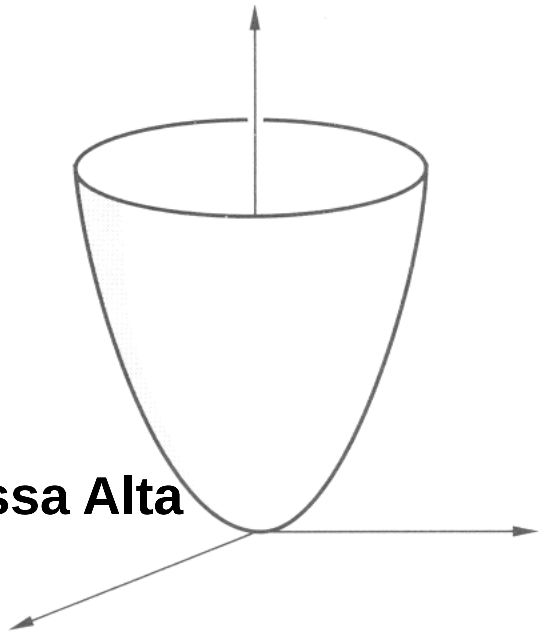
Roberts Filter Edges

Prewitt Filter Edges

Sobel Filter Edges

FILTRO LAPLACIANO

Função de Transferência do Filtro Laplaciano



No contínuo: Filtro Passa Alta

DERIVADA DE SEGUNDA ORDEM

- **Laplaciano**

$$\nabla^2 f(x,y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

$$\nabla^2 f = f(x+1,y) + f(x-1,y) - 4f(x,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1)$$

FILTRO LAPLACIANO

O Laplaciano é um operador derivativo isotrópico, que para uma função de duas dimensões f(x,y) é definido como

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

Como derivadas de qualquer ordem são operações lineares, o Laplaciano é um operador linear.

De forma discreta usamos a equação com duas variáveis:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y)$$

Portanto o Laplaciano é dado por:

$$\nabla^2 f(x, y) = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y)$$

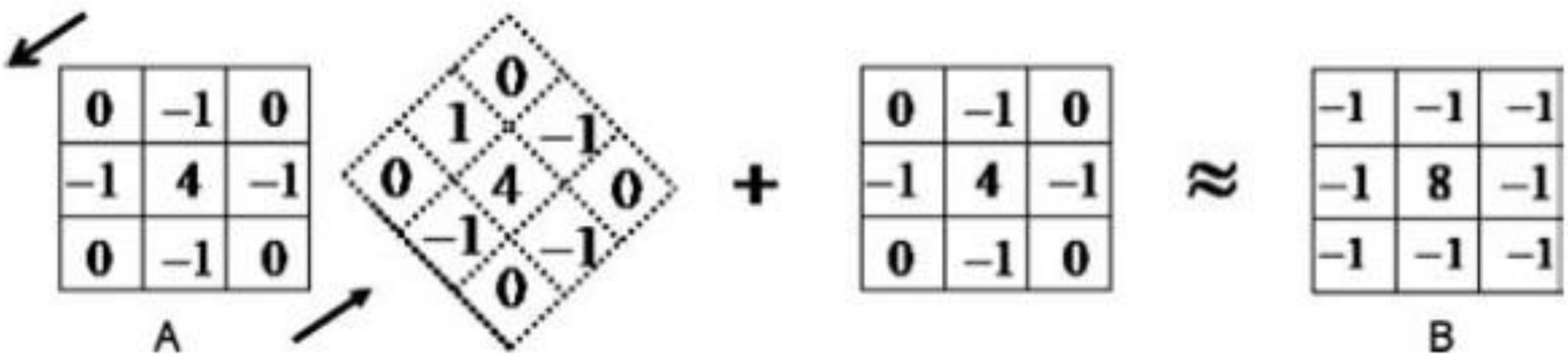
DERIVADA DE SEGUNDA ORDEM

- Espera-se que a aplicação do filtro laplaciano, por ser uma derivada de segunda ordem, tenha resultados melhores em locais onde mudanças ocorram mais rapidamente

- A propriedade da derivada de segunda ordem permite que o Laplaciano produza uma resposta para borda fina correspondente a uma mudança no gradiente, em vez de uma resposta menos isolada, produzida por filtros de primeira ordem, isto torna-o adequado como o primeiro estágio de aperfeiçoamento de borda digitais

DERIVADA DE SEGUNDA ORDEM

- Uma das deficiências potenciais de aplicar a máscara na forma dada pela figura do slide anterior é a relativa insensibilidade às características em direções aproximadamente diagonal em relação ao eixos da imagem
- Se imaginarmos rotação do eixo x de 45º, e sobrepondo a rotação do Laplaciano original, então podemos construir um filtro que é invariante sob múltiplas rotações de 45º



DERIVADA DE SEGUNDA ORDEM

Original Image

x-derivative (Sobel)

y-derivative (Sobel)

Gradient Magnitude

Laplacian (original kernel)

Laplacian (rotated+added kernel)

FILTRO LAPLACIANO

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

Máscara 3x3

FILTRO LAPLACIANO

0	1	1	0
1	-2	-2	1
1	-2	-2	1
0	1	1	0

Atenua as Baixas Frequências
Acentua as Altas Frequências

FIM