

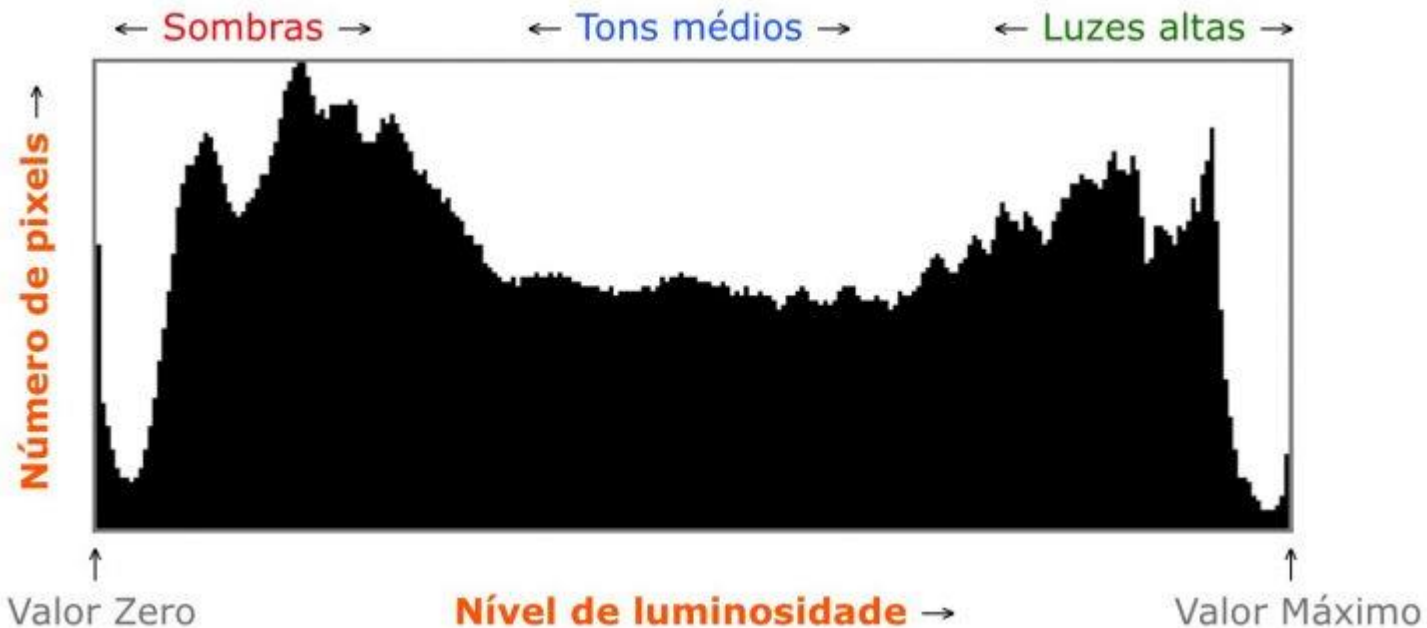
HISTOGRAMA



PROF. VALMIR MACARIO

HISTOGRAMA

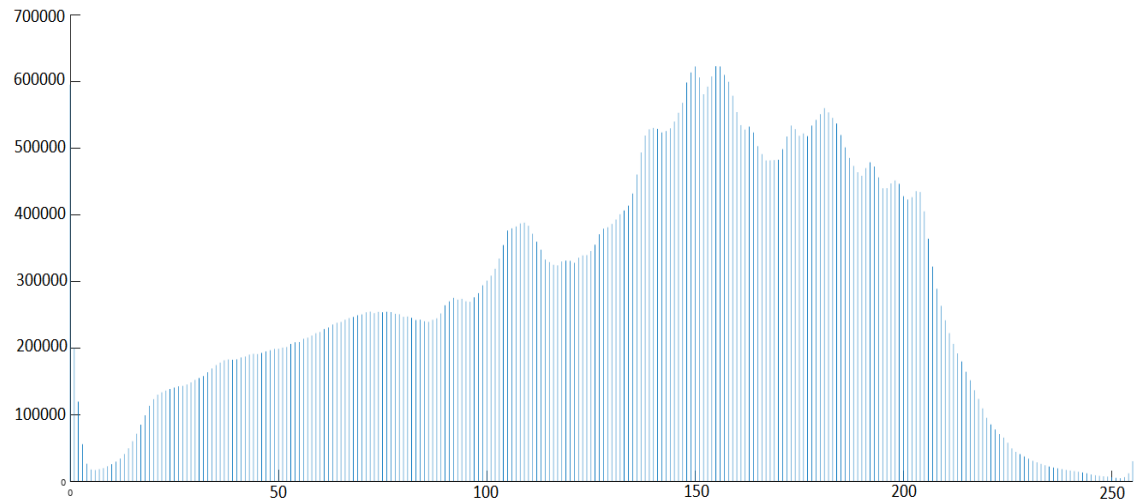
O Histograma de uma imagem provê uma descrição global da aparência da imagem em termos de distribuição de tons de cores presentes numa imagem.



HISTOGRAMA

- O histograma de uma imagem em tons de cinza é uma função $H(k)$ que produz o número de ocorrências de cada nível de cinza na imagem.

- $0 \leq k \leq L - 1$
- L é o número de níveis de cinza da imagem



HISTOGRAMA

- Histograma Normalizado:
- O histograma é normalizado em $[0,1]$ quando se divide $H(k)$ pelo número $n = N \times M$ de pixels da imagem
- Ele representa a distribuição de probabilidade dos valores dos pixels.
- Cada elemento do conjunto é calculado por $P_r(r_k) = \frac{n_k}{n}$

HISTOGRAMA

$$P_r(r_k) = \frac{n_k}{n}$$

- $k = 0, 1, \dots, L-1$, e L é o número de níveis de cinza da imagem.g
- n = número total de pixels na imagem
- n_k = número de pixels cujo nível de cinza corresponde a k .
- $P_r(r_k)$ = Probabilidade do K -ésimo nível de cinza.

HISTOGRAMA

Seja uma imagem de 128x128 pixels cujas quantidades de pixels em cada nível de cinza são dadas na tabela abaixo: (8 Níveis de cinza)

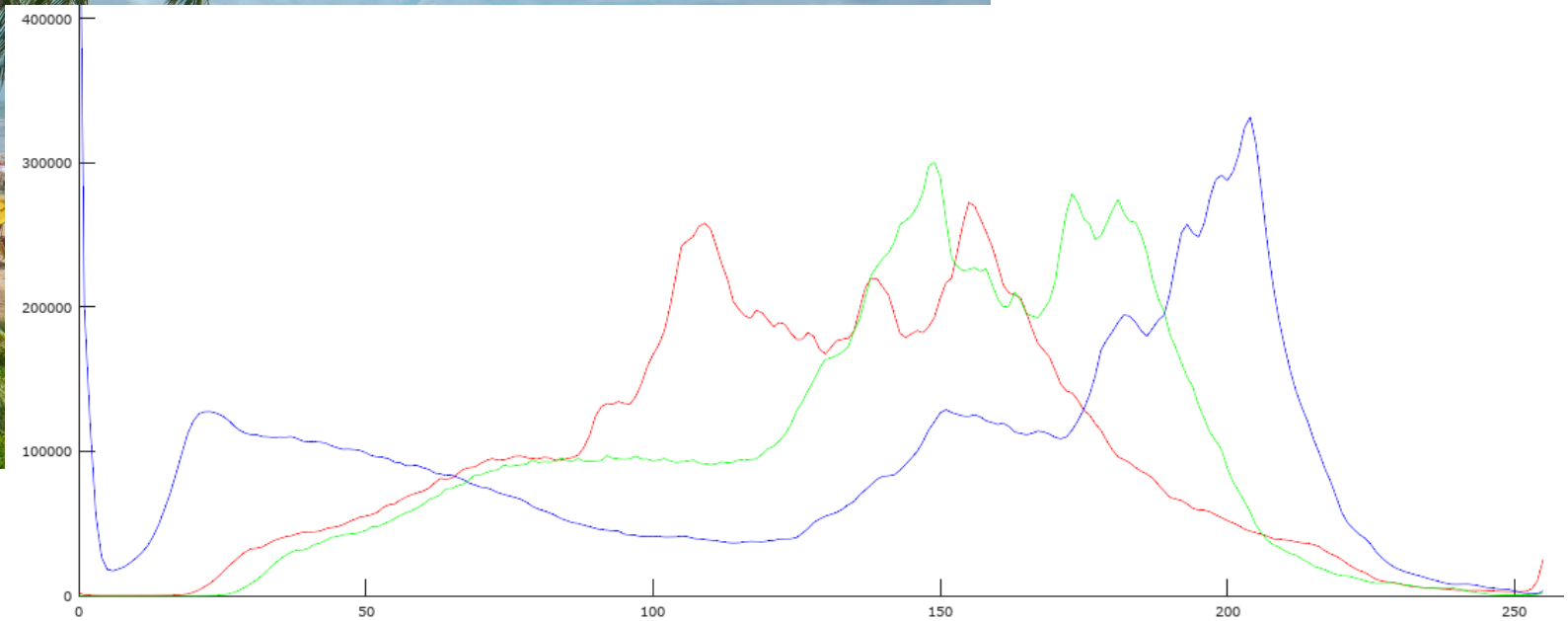
$$n = 128 \times 128 = 16.384 \text{ pixels}$$

Nível de Cinza (r_k)	n_k	$P_r(r_k)=n_k/n$
0	1120	0,068
1/7	3214	0,196
2/7	4850	0,296
3/7	3425	0,209
4/7	1995	0,122
5/7	784	0,048
6/7	541	0,033
1	455	0,028

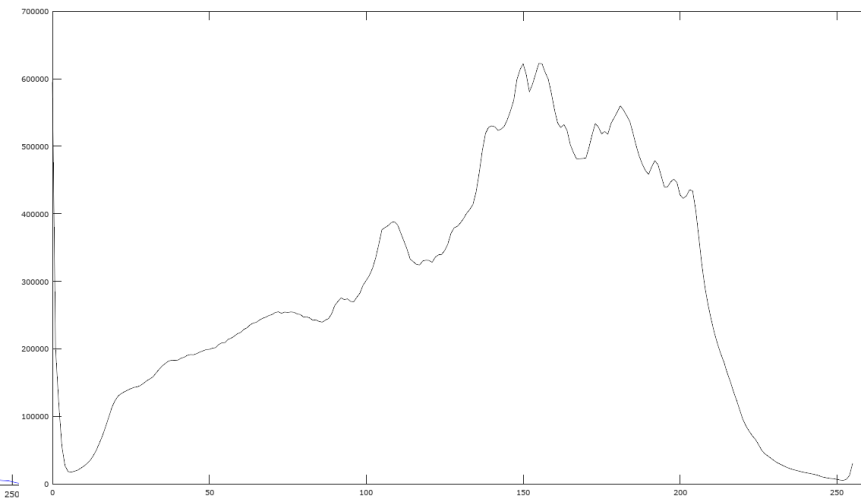
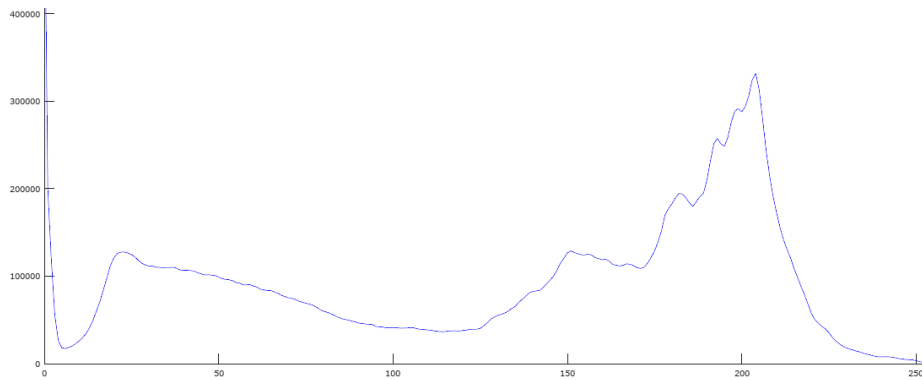
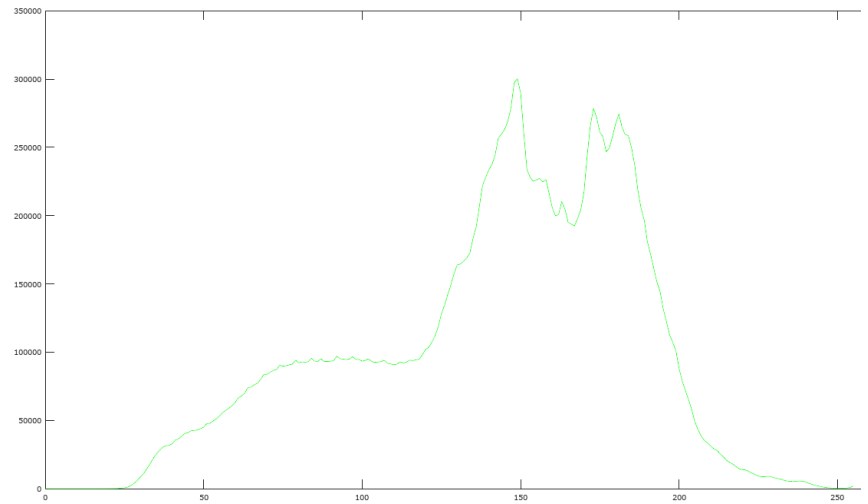
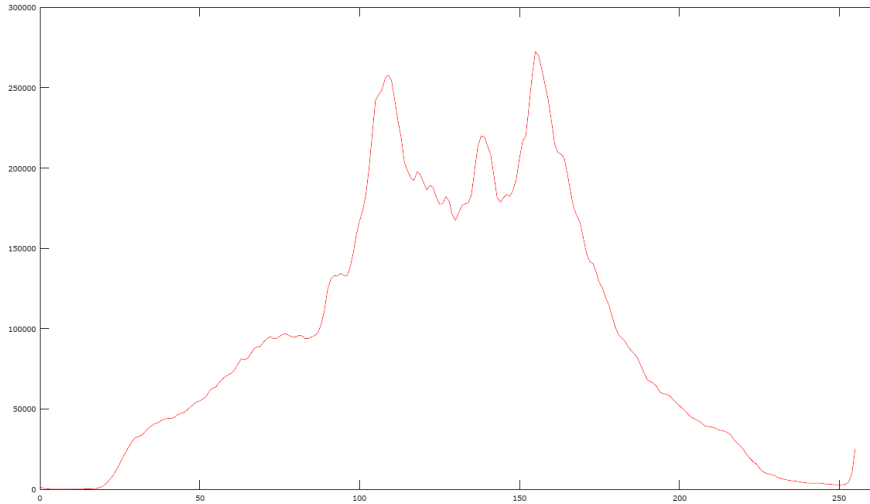
$$Pr(0) = 1120/16.384 \\ = 0.068$$

$$Pr(1/7) = 3214/16.384 \\ = 0,196$$

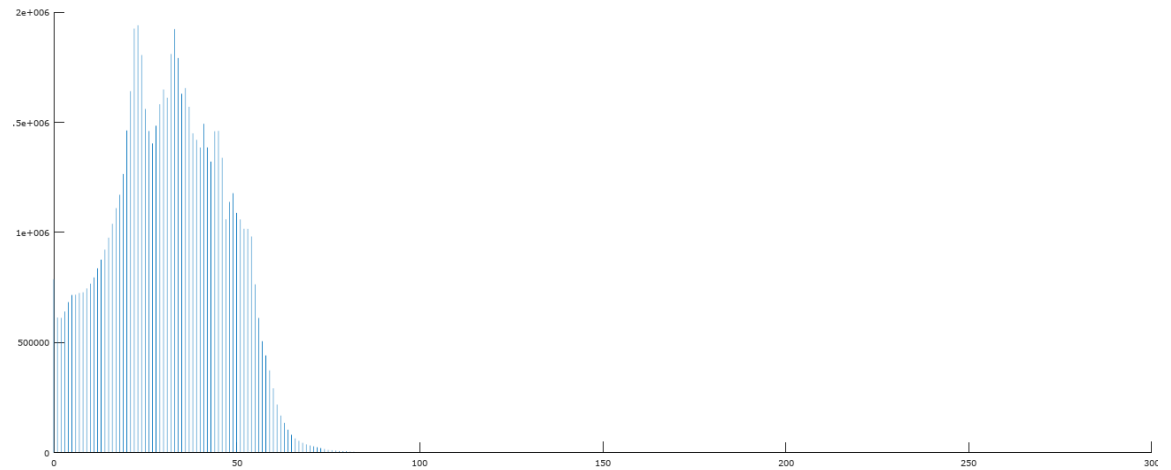
HISTOGRAMA



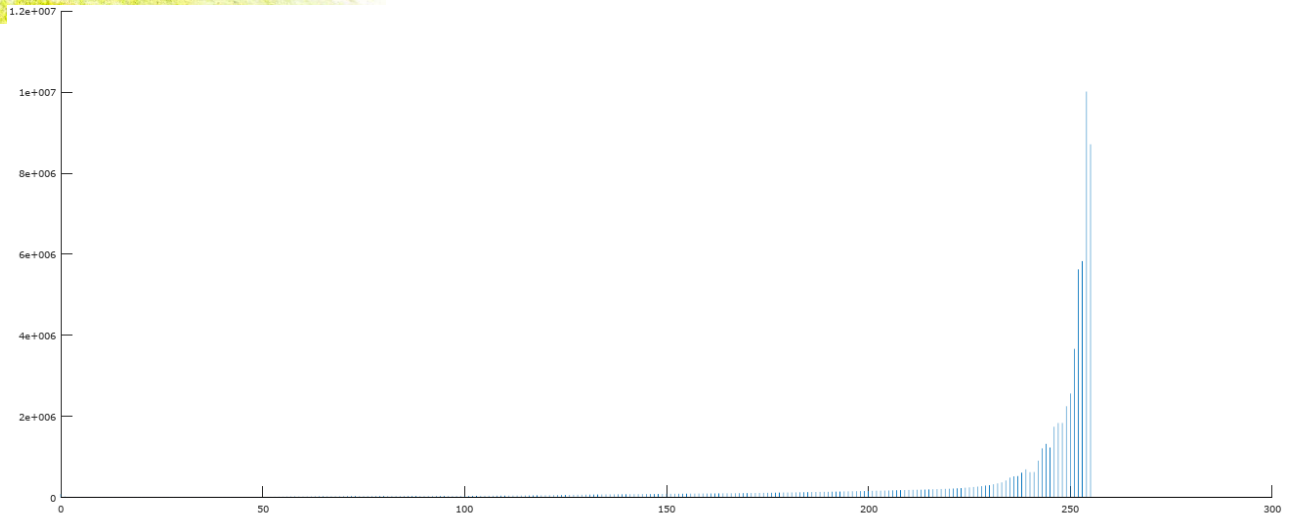
HISTOGRAMA



HISTOGRAMA



HISTOGRAMA



HISTOGRAMA



Contraste: nível de separação entre as cores

HISTOGRAMA

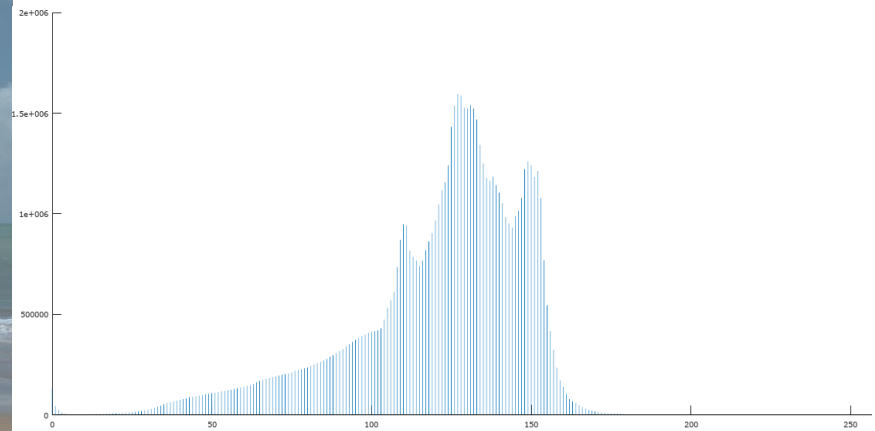


Imagem de Baixo Contraste

HISTOGRAMA

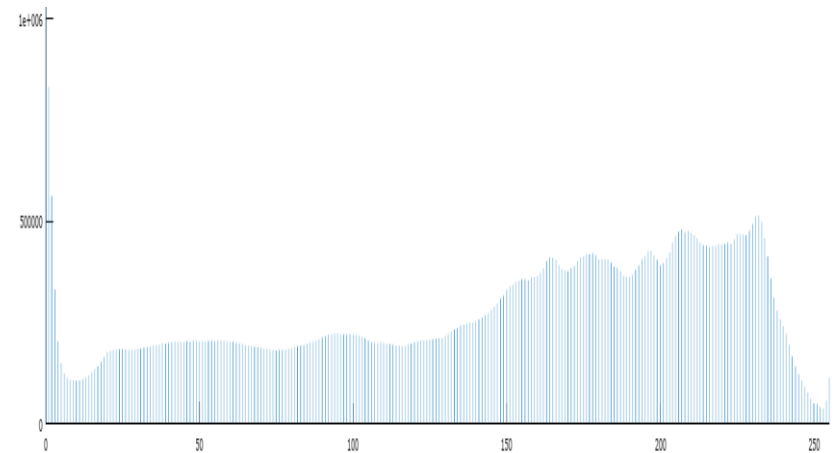


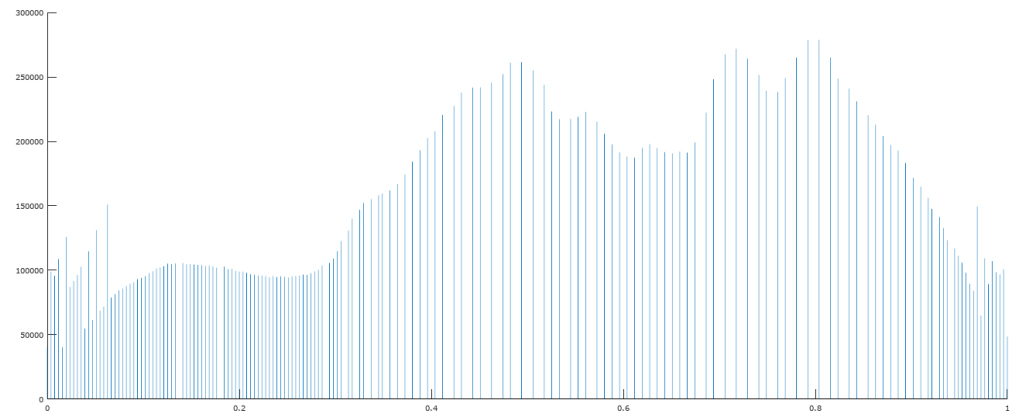
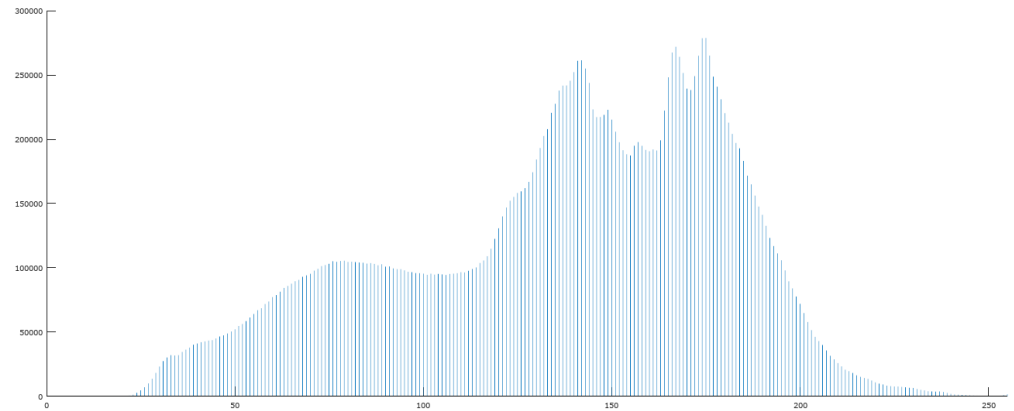
Imagem de Alto Contraste

HISTOGRAMA

OPERAÇÕES

Equalização

Aproximação para um
histograma uniforme



HISTOGRAMA

OPERAÇÕES

Equalização:

- Torna o pixel mais escuro mais próximo do preto e o mais claro mais próximo do branco
- Distribui o restante das cores mais uniformemente nesse intervalo

EQUALIZAÇÃO

- Dada uma Imagem de $n \times m$ Pixels e “g” níveis de cinza.
- No. Ideal de pixels em cada nível $\Rightarrow I = (n \times m)/g$
- **A equalização pode ser obtida fazendo:**

$$q = \max \left\{ 0, \text{ARRED.} \left(\frac{\sum_{j=0}^k n_j}{I} \right) - 1 \right\} \quad 0 \leq k \leq g$$

Onde: g = níveis de cinza da Imagem Original

q = níveis de cinza da Imagem Equalizada

EQUALIZAÇÃO

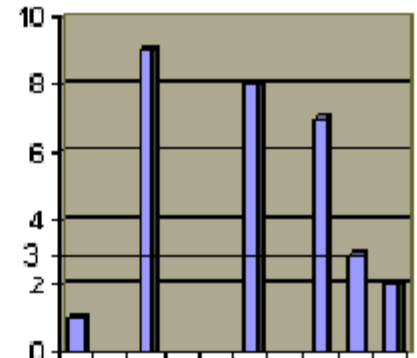
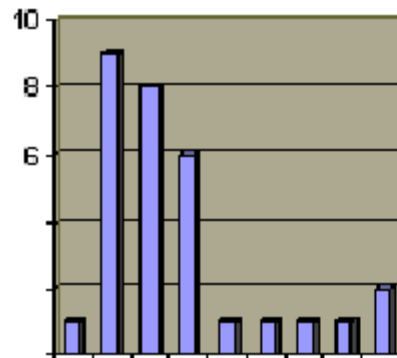
- $n \times m = 30$ pixels $\rightarrow g = 10$ níveis de cinza
- $l = 30/10 = 3$

$g \quad n \quad \Sigma n \quad q$

g	n	Σn	q
0	1	1	0
1	9	10	2
2	8	18	5
3	6	24	7
4	1	25	7
5	1	26	8
6	1	27	8
7	1	28	8
8	2	30	9
9	0	30	9

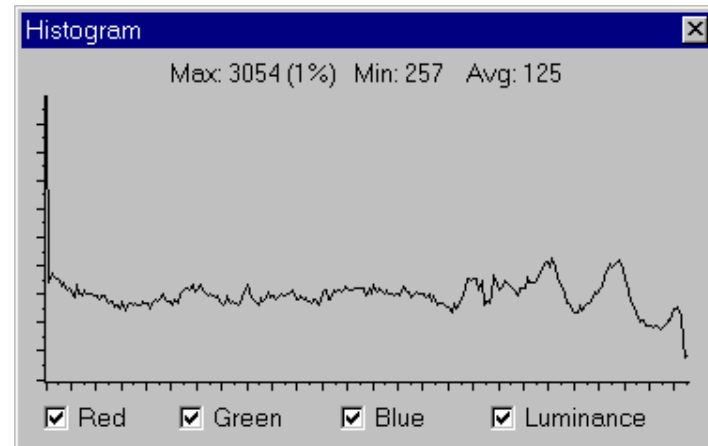
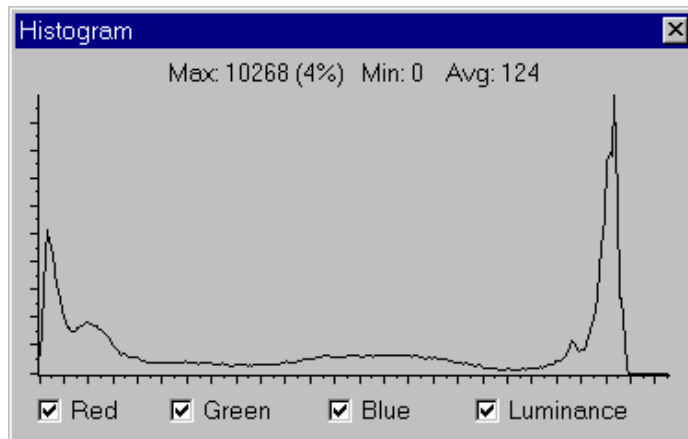
$\rightarrow (7,66) \uparrow \quad 8$

$\rightarrow (8,33) \downarrow \quad 8$



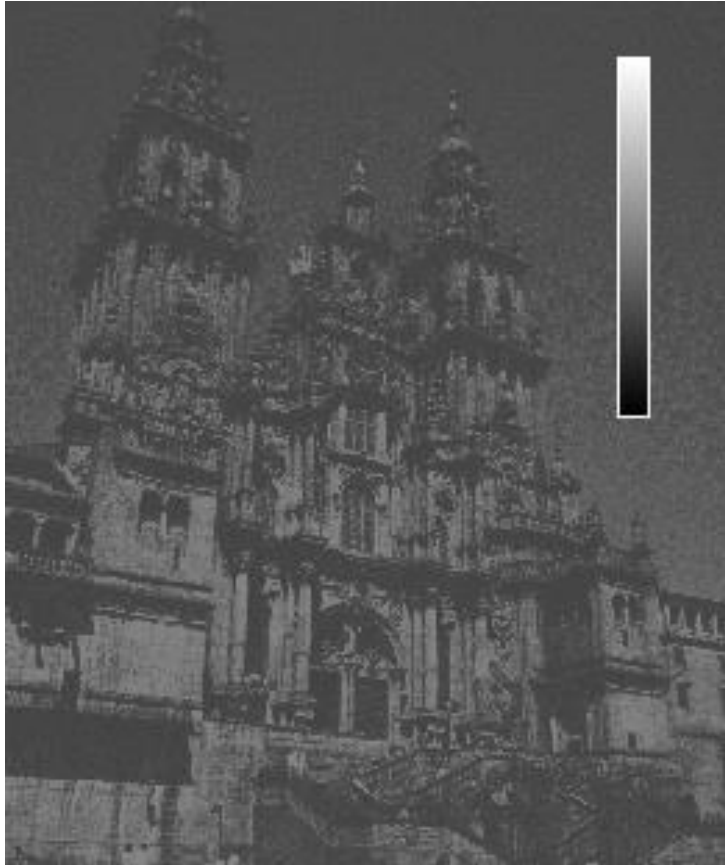
HISTOGRAMA

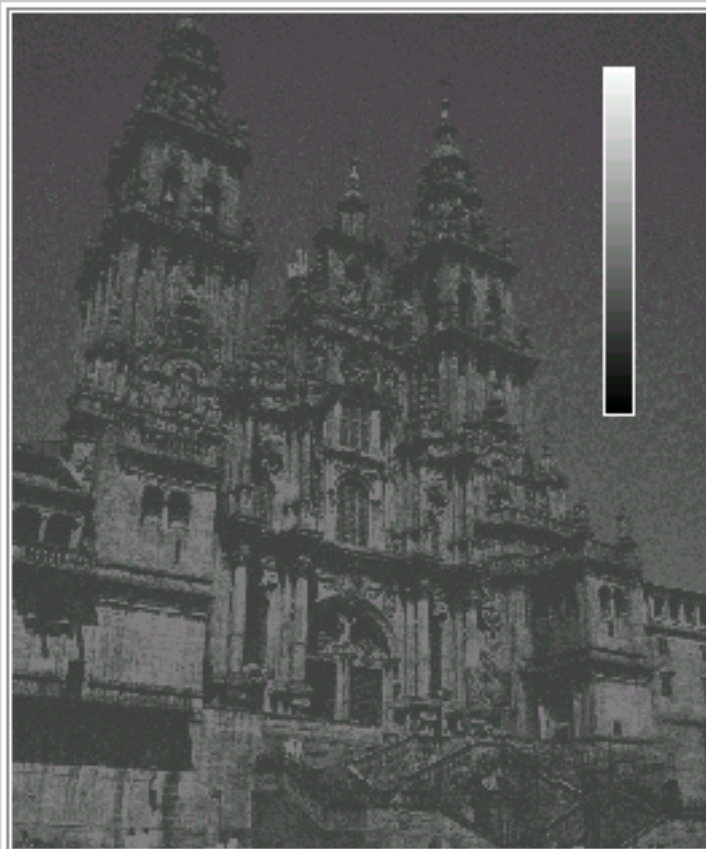
EQUALIZAÇÃO - EXEMPLOS



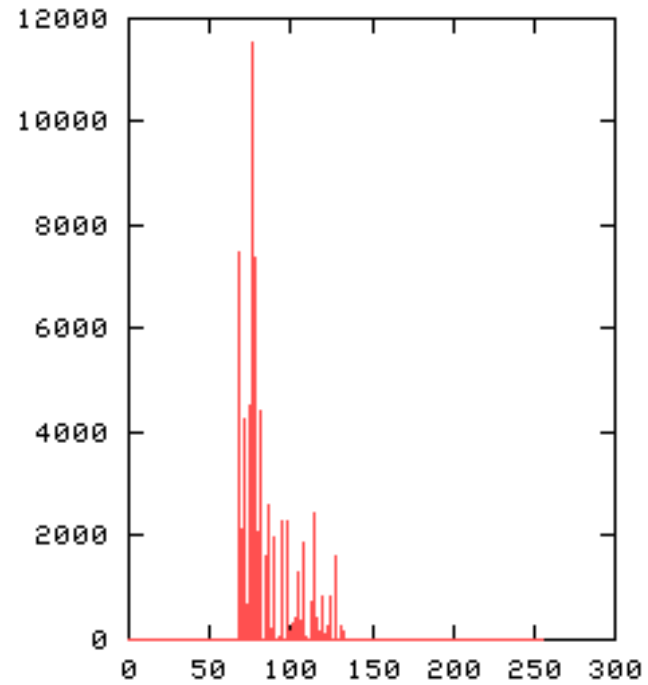
HISTOGRAMA

EQUALIZAÇÃO - EXEMPLOS



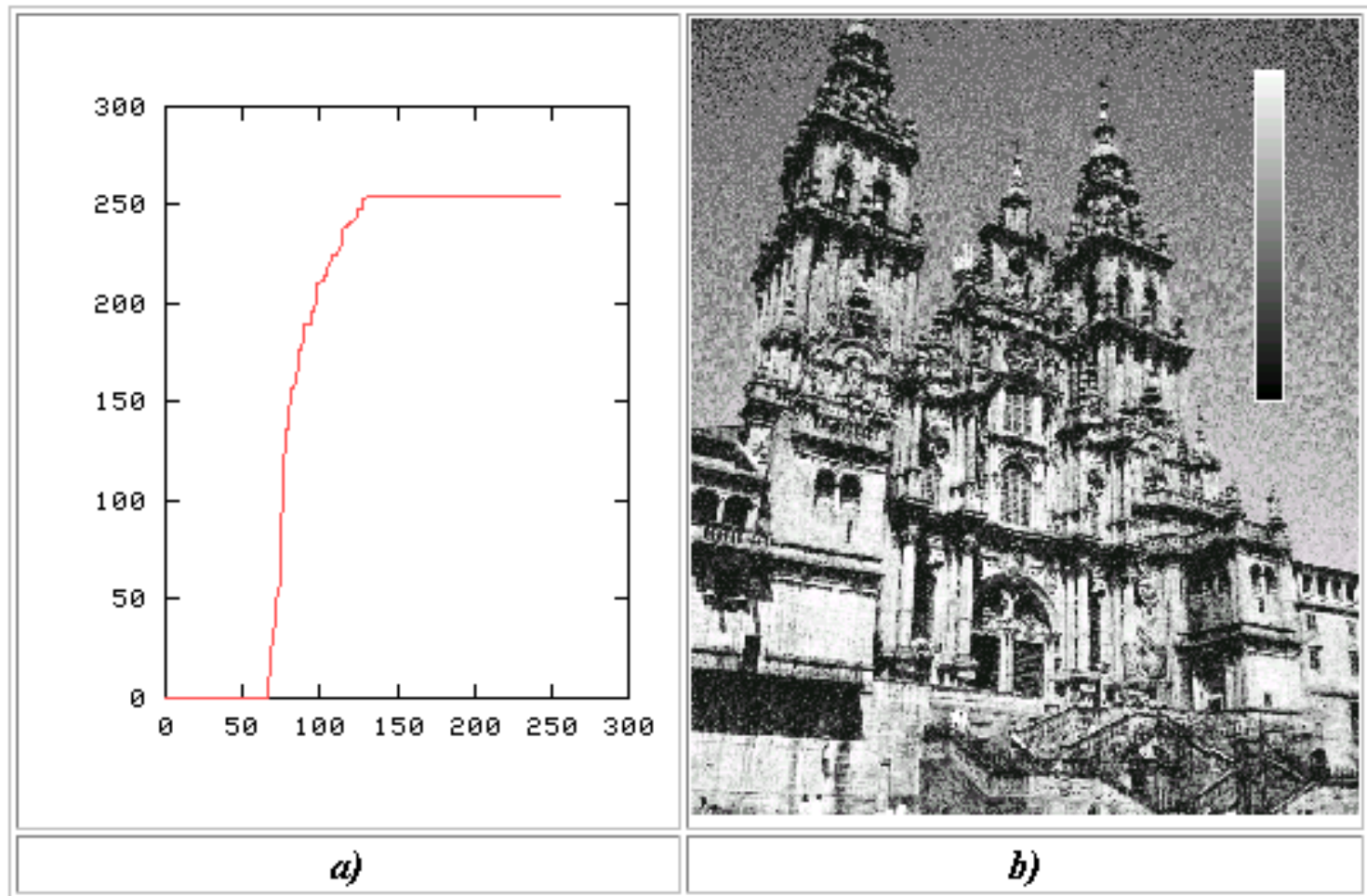


a)



b)

a) Imagem Original
b) Histograma



- a) Histograma acumulada da imagem original
b) Imagem equalizada

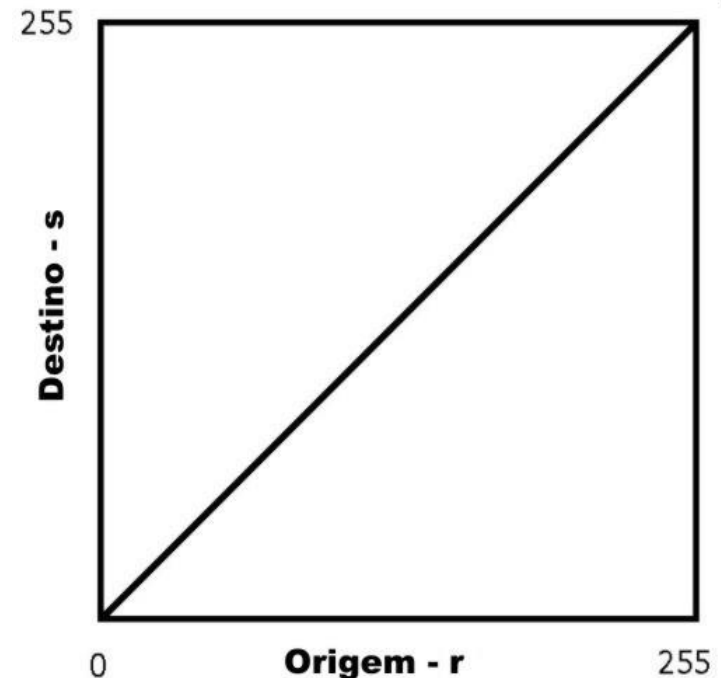
HISTOGRAMA

EQUALIZAÇÃO - EXEMPLOS



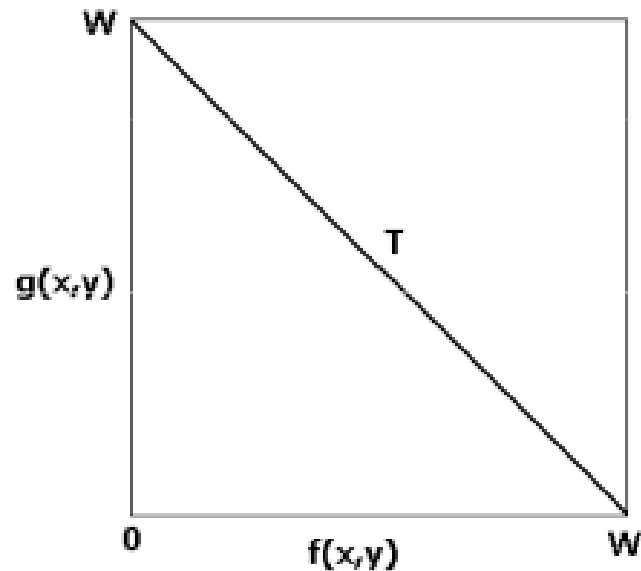
TÉCNICAS DE MODIFICAÇÃO DE HISTOGRAMA

- São técnicas utilizadas para processar a imagem através da modificação do histograma
- Exemplos:
 - Negativo
 - Brilho
 - Expansão
 - Compressão
 - Limiarização (Binarização)

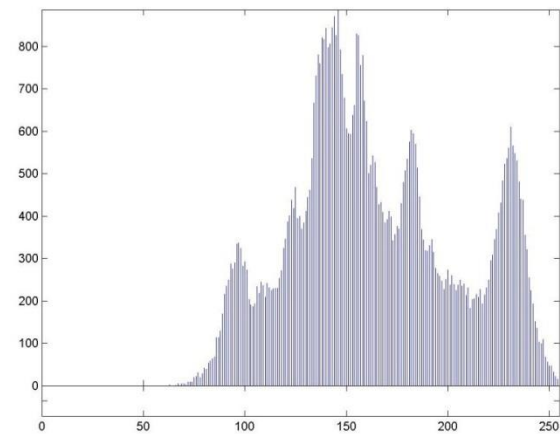
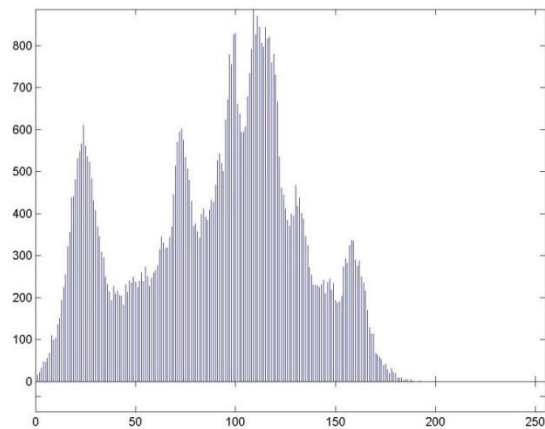


NEGATIVO

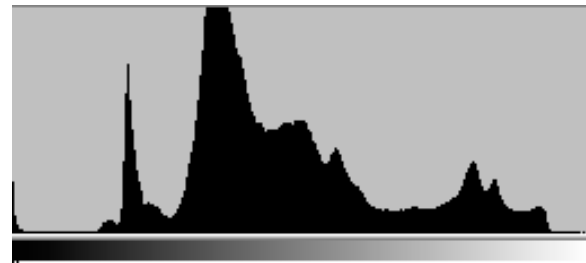
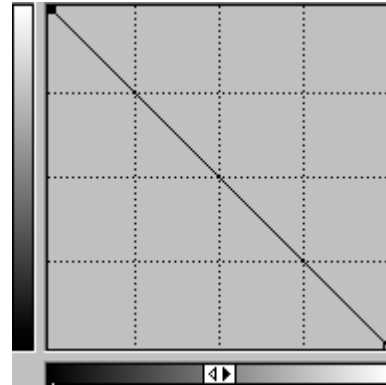
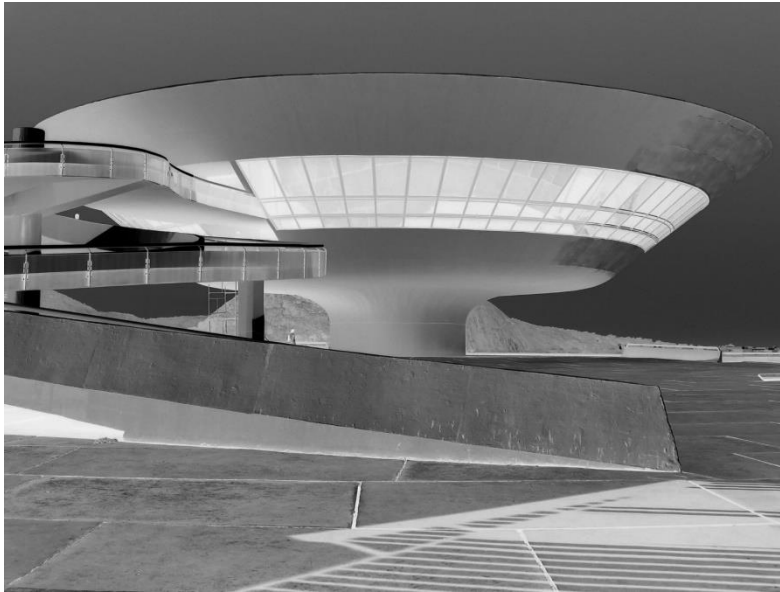
- $T[f(x,y)] =$
 $g(x,y) = W - f(x,y)$
- $g(x,y)$ = imagem de saída
- $f(x,y)$ = imagem de entrada
- W = limite de tons da imagem



NEGATIVO



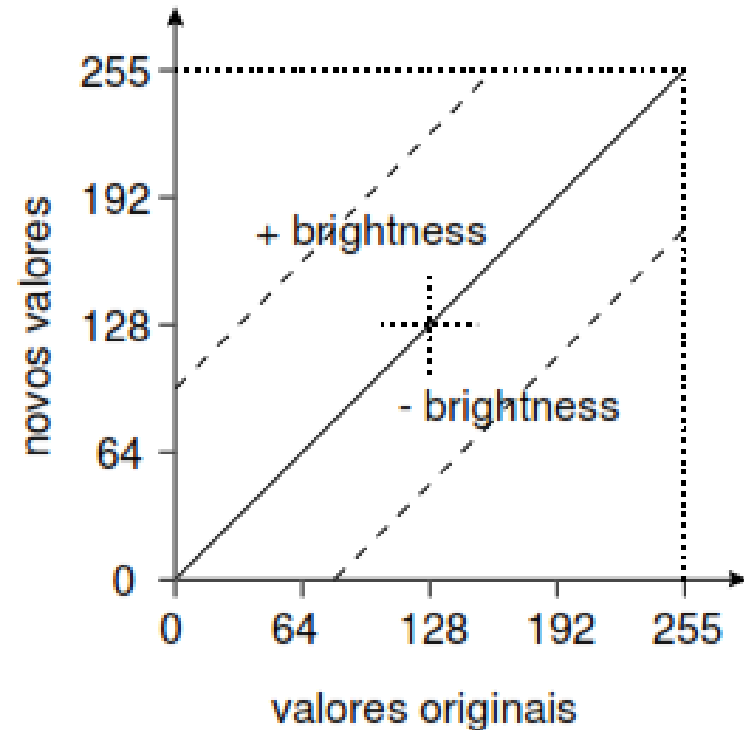
NEGATIVO



Efeito da imagem negativa

BRILHO

- $T[f(x,y)] =$
 $g(x,y) = f(x,y) + \text{Brilho}$
- $g(x,y)$ = imagem de saída
- $f(x,y)$ = imagem de entrada
- Brilho = modificação da luminância da imagem



BRILHO

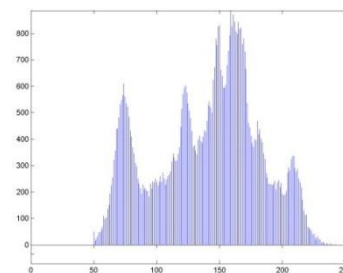
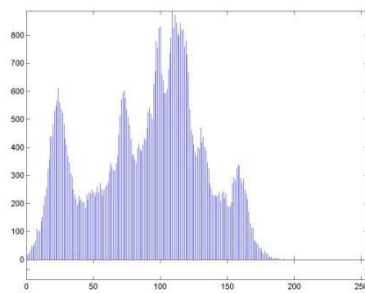
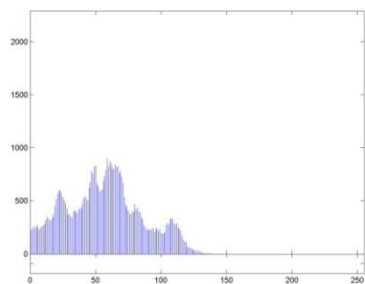
brilho=-50



brilho =0

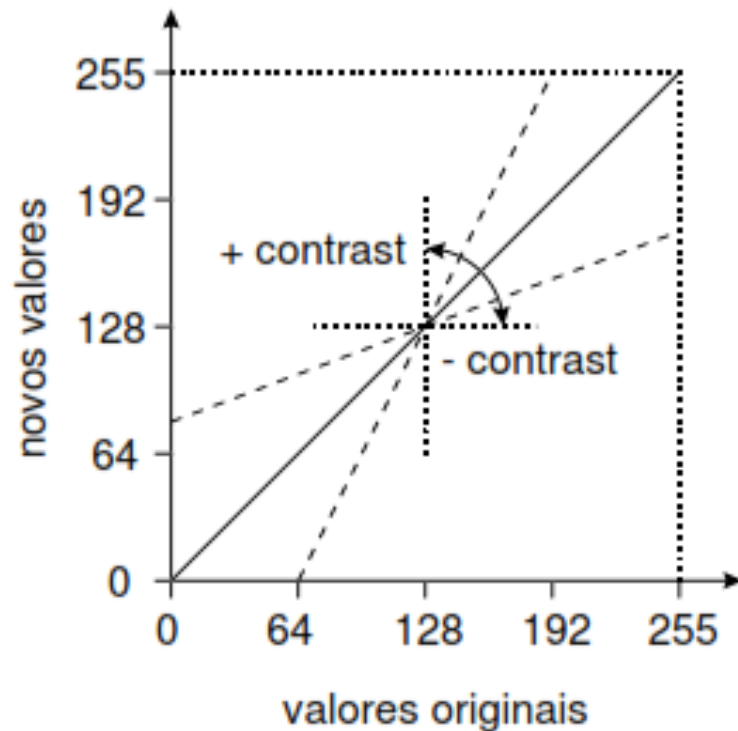


brilho =+50



CONTRASTE

- $T[f(x,y)] =$
 $g(x,y) = C * f(x,y)$
- $g(x,y)$ = imagem de saída
- $f(x,y)$ = imagem de entrada
- C = modificação do contraste da imagem



CONTRASTE

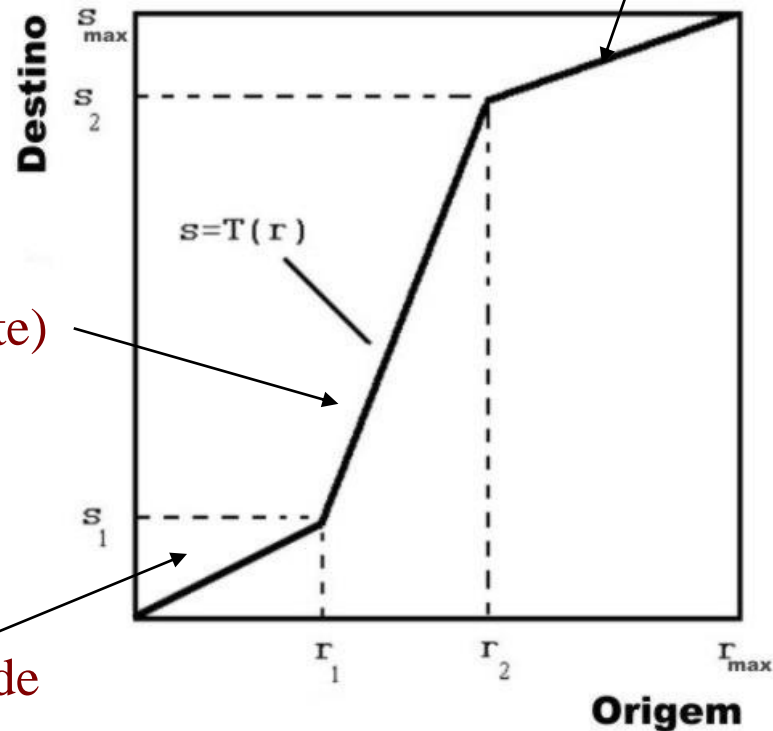
- Expansão ou Compressão do histograma

- Expansão: $C > 1$
- Compressão: $C < 1$

(aumento de contraste)

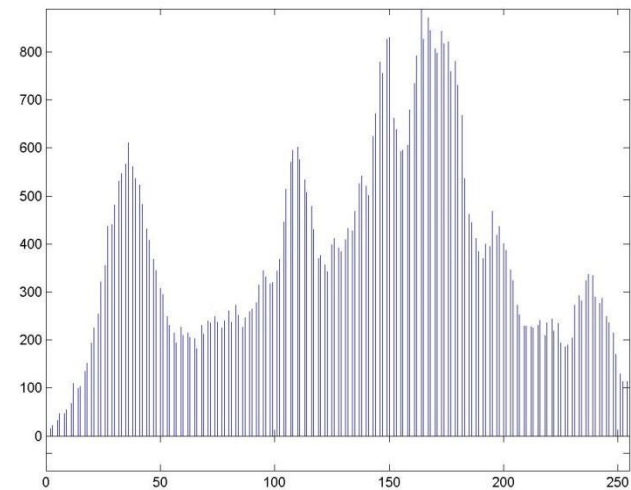
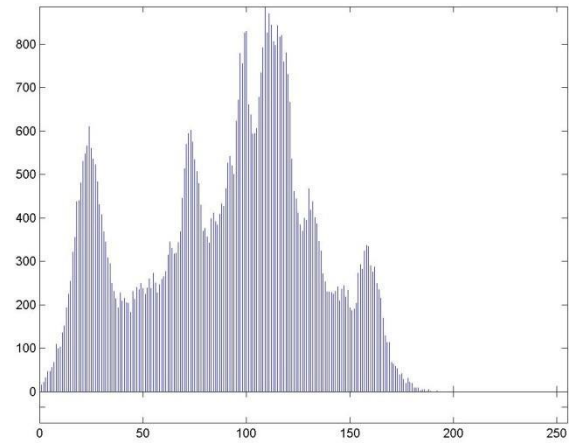
(diminuição de
contraste)

(diminuição de contraste)



Alteração da imagem destino a partir de uma função genérica

EXPANSÃO DO HISTOGRAMA

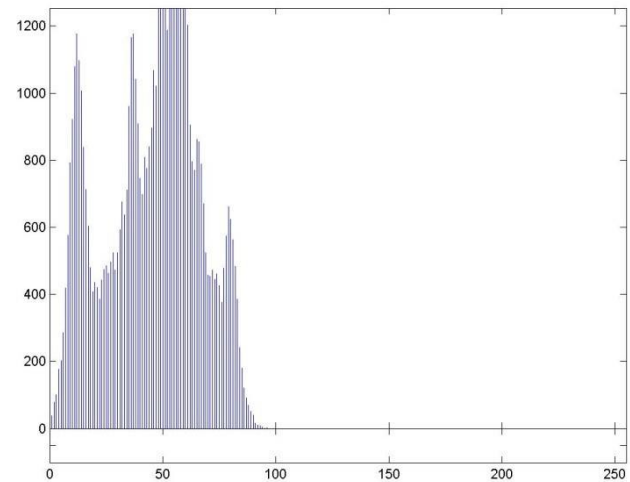
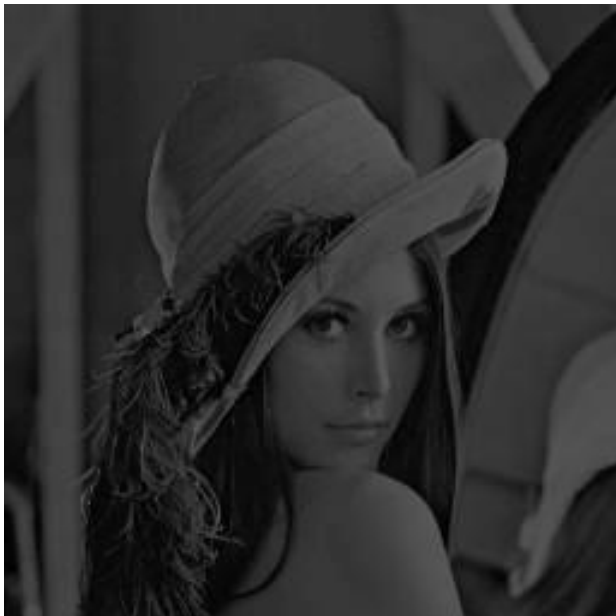
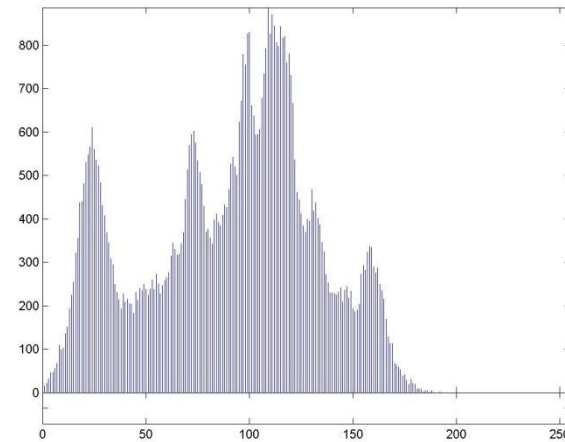


EXPANSÃO DO HISTOGRAMA

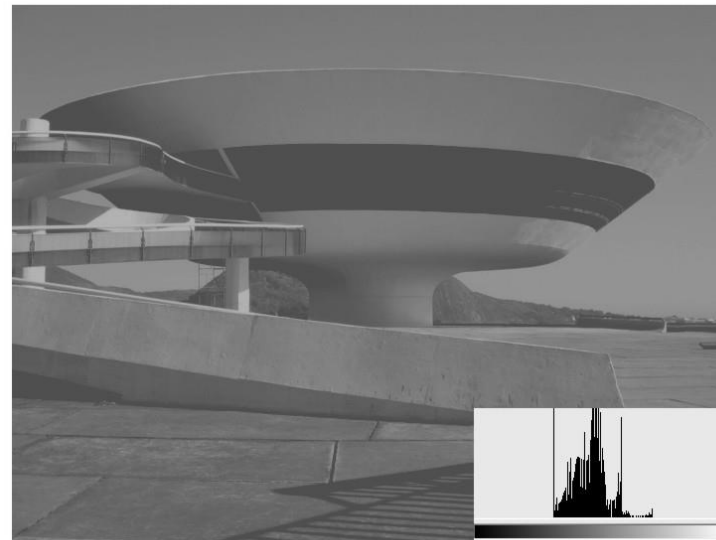


Efeito da Expansão de Histogramas

COMPRESSÃO DO HISTOGRAMA



COMPRESSÃO DO HISTOGRAMA



Efeito da Compressão de Histogramas

LIMIARIZAÇÃO

PROF. VALMIR MACARIO

LIMIARIZAÇÃO

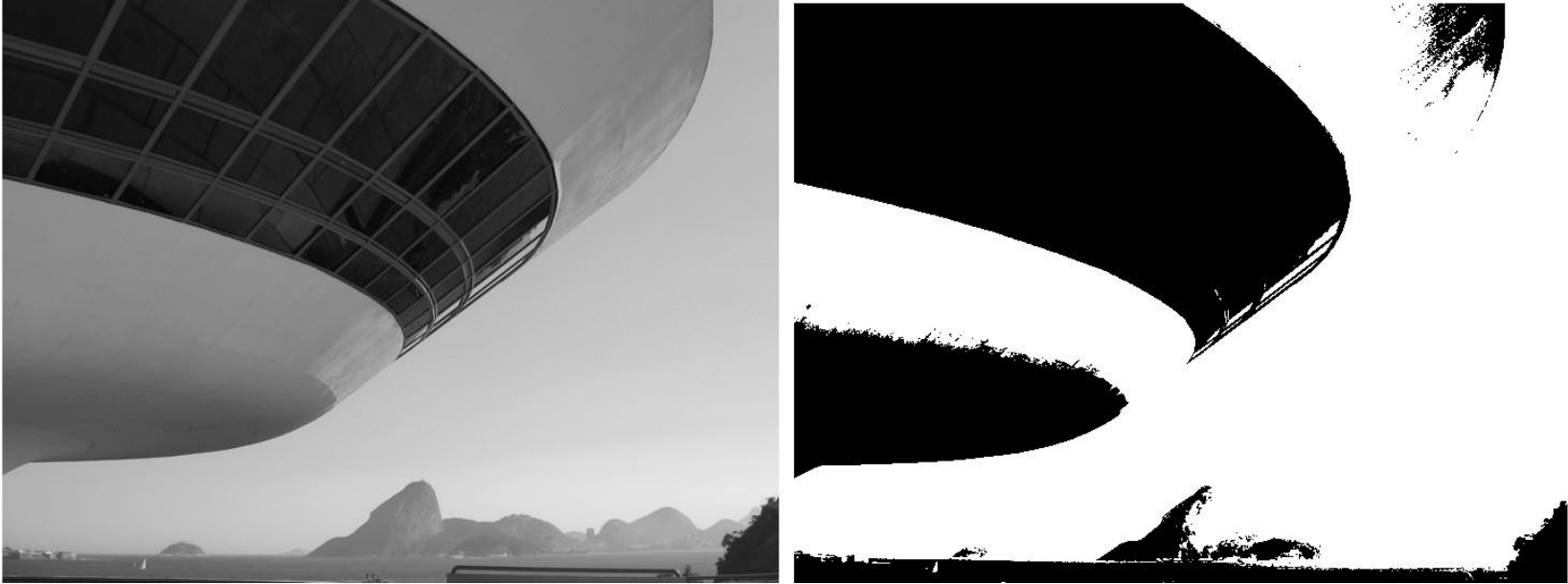
- Quando a imagem é adquirida em níveis de cinza, muitas vezes é necessário utilizar a técnica da limiarização para reduzir a quantidade de dados a serem tratados, eliminar ruídos e facilitar a extração de componentes existentes no documento
- A limiarização é também conhecida como binarização porque, a partir de um valor limiar, transforma os dados em níveis de cinza da imagem para preto e branco. Basicamente os pixels com valor menor que o limiar são transformados em pretos e os pixels com valor maior ou igual ao limiar são transformados em brancos.

LIMIARIZAÇÃO

Conversão de uma imagem para dois tons a partir de um dado ponto de corte (limiar)



LIMIARIZAÇÃO (THRESHOLDING)



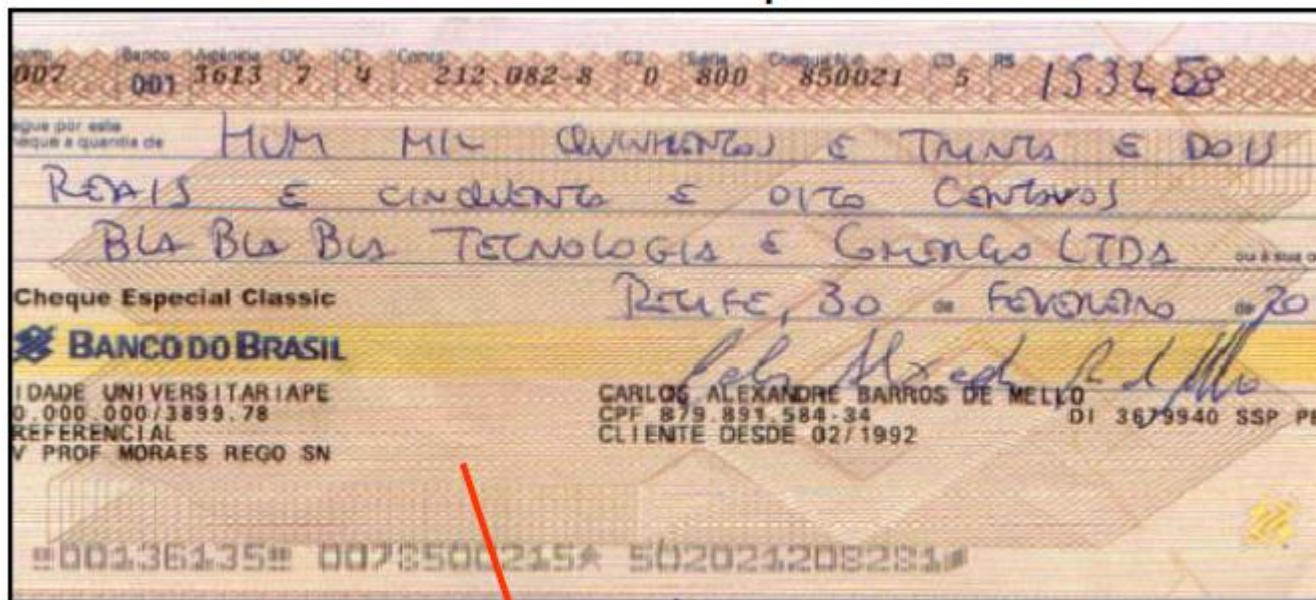
Exemplo de binarização: (a) Imagem em tons de cinza, (b) Imagem binária

LIMIARIZAÇÃO

- Importância da Limiarização:
 - Identificação dos objetos
 - Identificação dos espaços
 - Redução do tamanho da imagem
 - Aumento da velocidade de processamento
 - Desafio de encontrar o limiar adequado ao objetivo do processamento.

LIMIARIZAÇÃO

Processamento de cheques



Todo background é desnecessário

LIMIARIZAÇÃO

Processamento de cheques

Cheque Especial Classic	
BANCO DO BRASIL	
IDADE UNIVERSITARIA PE	
0.000.000/3499.78	
REFERENCIAL	
V. PROF. MORAES REGO SN	
RUA FE, 30 - FEVEREIRO - 201	
CARLOS ALEXANDRE BARROS DE MELLO	
CPF 879.891.584-34	
DI 3679940 SSP PE	
CLIENTE DESDE 02/1992	
RUA FE, 30 - FEVEREIRO - 201	
CARLOS ALEXANDRE BARROS DE MELLO	
CPF 879.891.584-34	
DI 3679940 SSP PE	
CLIENTE DESDE 02/1992	

LIMIARIZAÇÃO (THRESHOLDING)

Modos de se escolher o Threshold:

1. Manual

- Inspeção visual do histograma (Algoritmo de recorte)
- Tentativa e erro

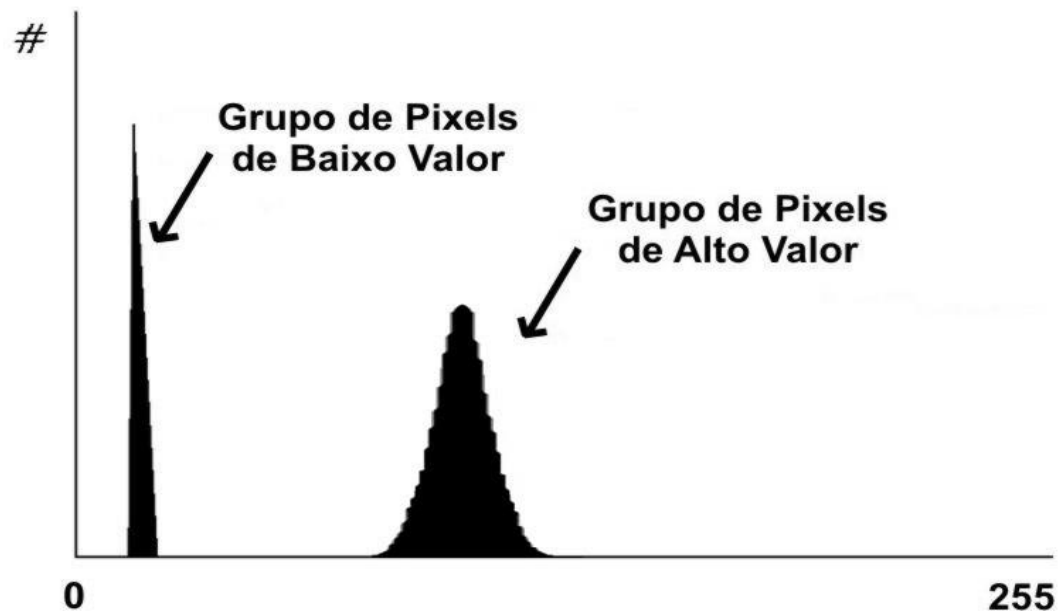
2. Automática

- Método Iterativo
- Vários outros...

MANUAL

LIMIARIZAÇÃO

- **Algoritmo de Recorte**
 - Uso em imagens em que o objeto a ser segmentado apresenta uma tonalidade bem diferente do fundo da imagem



A limiarização converte uma imagem de entrada:

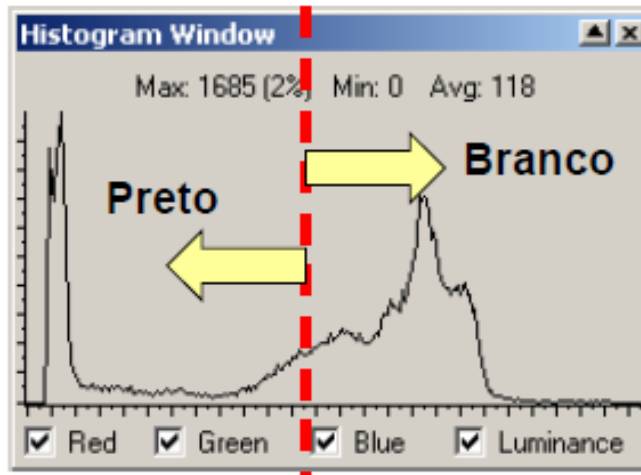
$f(x, y)$ de N níveis de cinza

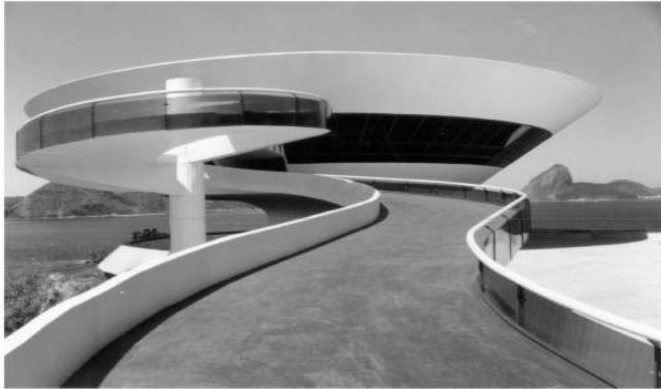
em uma imagem $g(x, y)$, chamada de imagem limiarizada (ou binarizada), com número de níveis de cinza menor do que N .

No limite, $g(x, y)$, terá só dois níveis de cinza, como na equação:

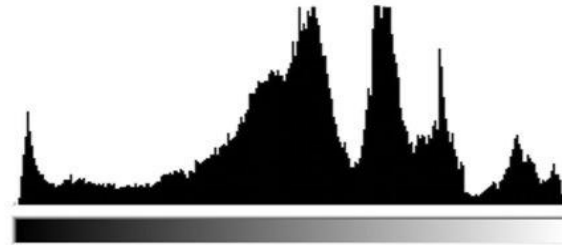
$$g(x, y) = \begin{cases} B(x, y) & \text{se } f(x, y) \geq T \\ 0 & \text{se } f(x, y) < T \end{cases}$$

LIMIARIZAÇÃO

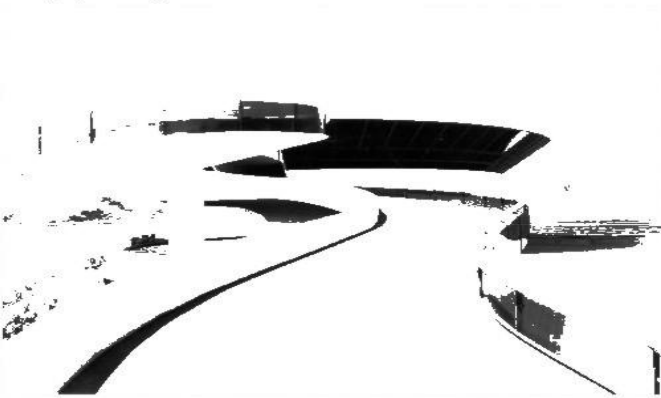




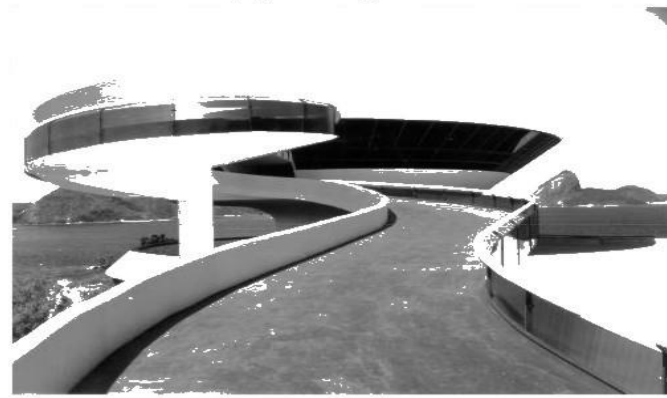
(a) Imagem com 256 tons de cinza



(b) Histograma



(c) Limiarização com valor 80

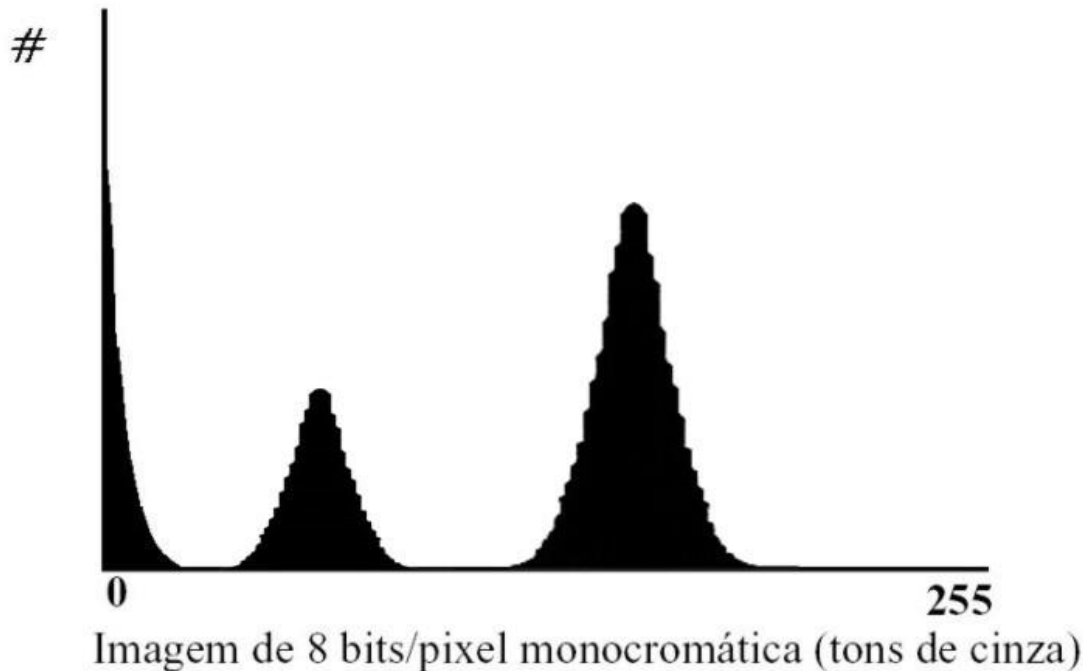


(d) Limiarização com valor 150

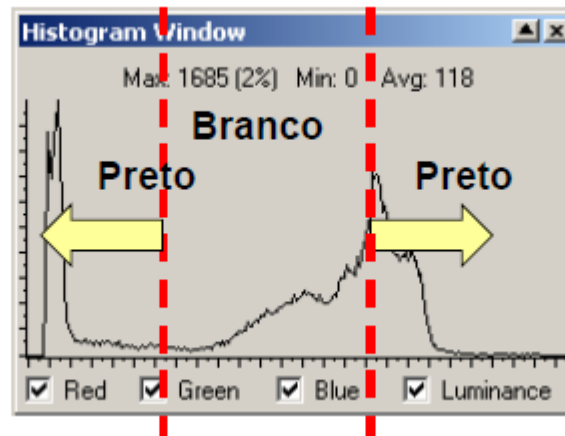
Influência do valor do limiar sobre a qualidade da limiarização.(As imagens (c) e (d) são posterizadas nesta representação).

LIMIARIZAÇÃO

Quando a imagem tem mais de dois objetos com cinzas diferentes em um fundo mais escuro, pode ser usada a técnica de limiarização multinível (*multilevel thresholding*).

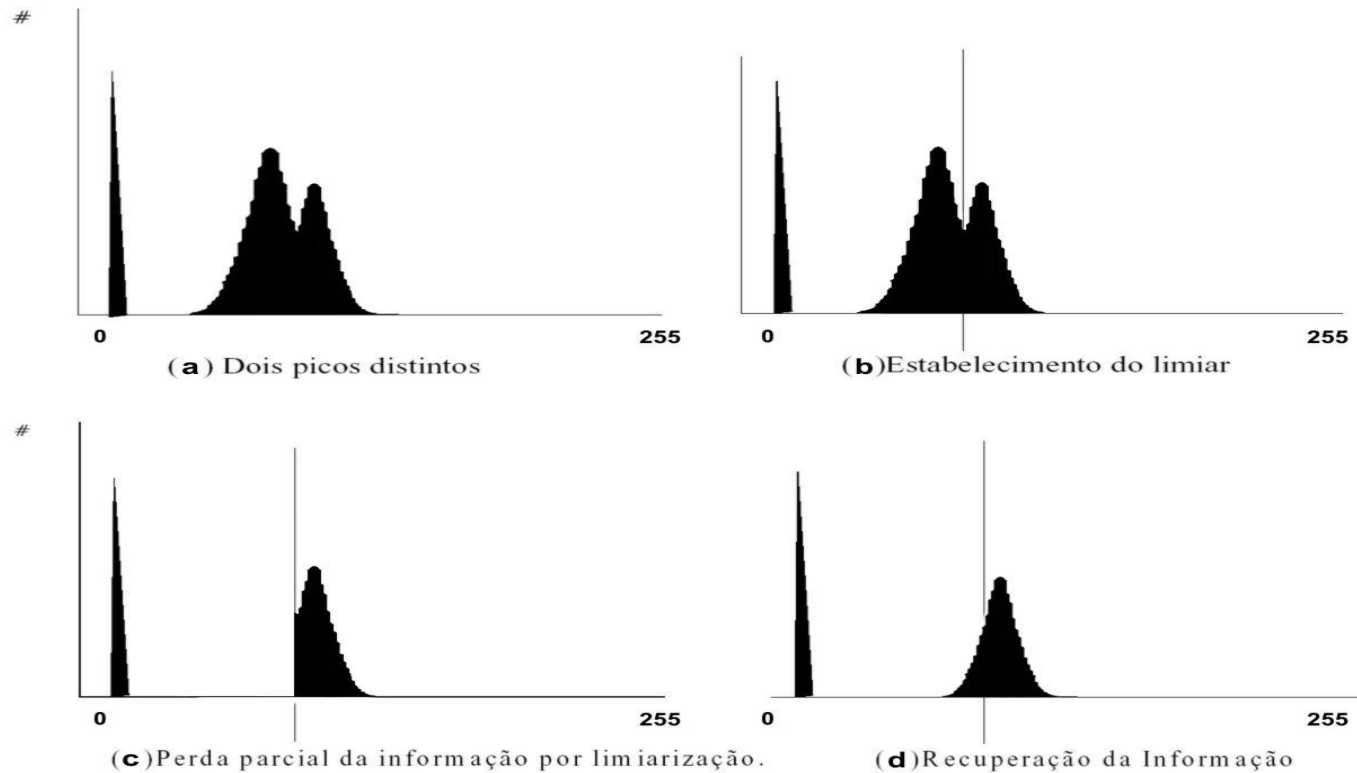


LIMIARIZAÇÃO



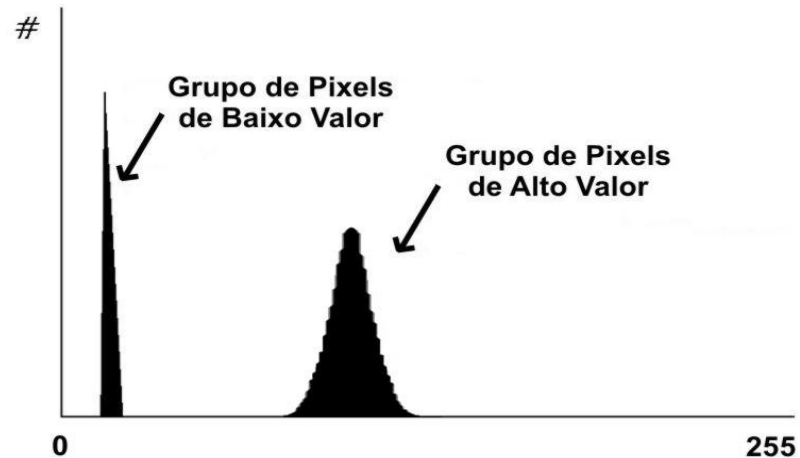
LIMIARIZAÇÃO

Há casos em que torna-se necessário o uso de interpolação

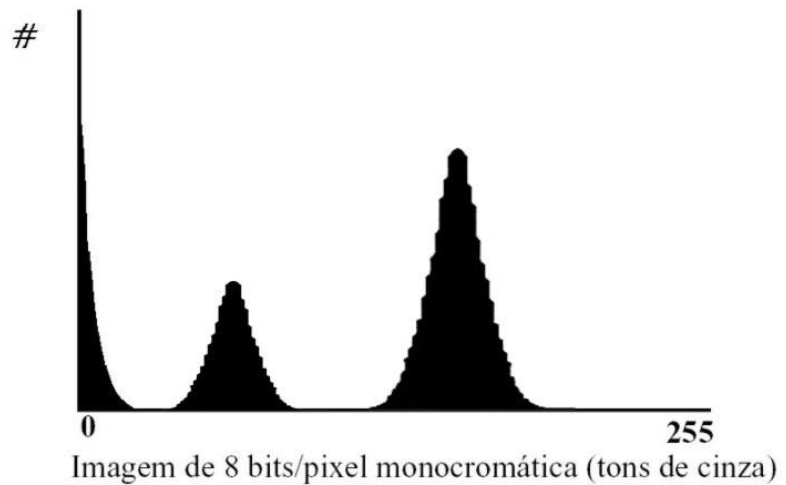


INSPENÇÃO VISUAL DO HISTOGRAMA

- Algoritmo de Recorte



- Limiarização multinível



TENTATIVA E ERRO

- Aplicado em processos interativos.
- O usuário testa diferentes níveis de Threshold até produzir um resultado satisfatório de acordo com o observador

AUTOMÁTICA

AUTOMÁTICA

(*Thresholding*) baseada no histograma

O método mais simples (e mais caro computacionalmente) de calcular automaticamente o *threshold* é o método iterativo.

MÉTODO ITERATIVO

1. **Selecionar um valor estimado para T_i . inicial (Ponto intermediário entre os valores mínimos e máximos de intensidade da imagem)**
2. **Segmente imagem usando T_i :**
 - **Isto é, divida-a em dois grupos:**
 - **(G1) formado com os pixels cujos valores são $> T$ e**
 - **(G2) com os pixels com tons $< T$.**

MÉTODO ITERATIVO

3. Calcule a intensidade média dos grupos: μ_1 e μ_2
4. Calcule o novo threshold: $T_{i+1} = \frac{1}{2} (\mu_1 + \mu_2)$
5. Repita os passos 2 até 4 até que $T_{i+1} - T_i < (\text{parâmetro pré-definido})$

TIPOS DE ALGORITMOS DE LIMIARIZAÇÃO

TIPOS DE LIMIAZAMENTO

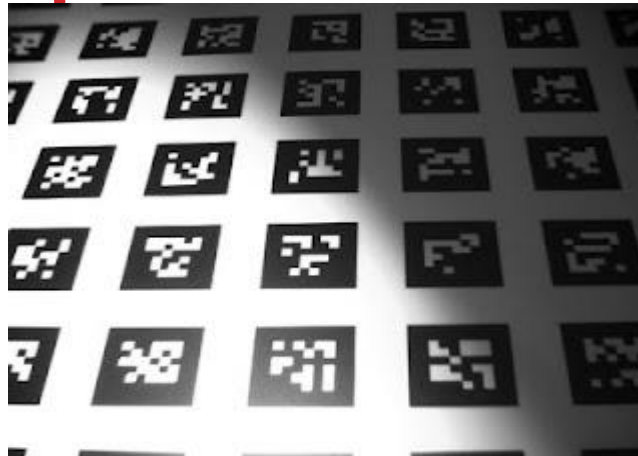
- **Global**

- Um único valor de corte é definido para toda a imagem
 - Vantagem: velocidade
 - Desvantagem: qualidade

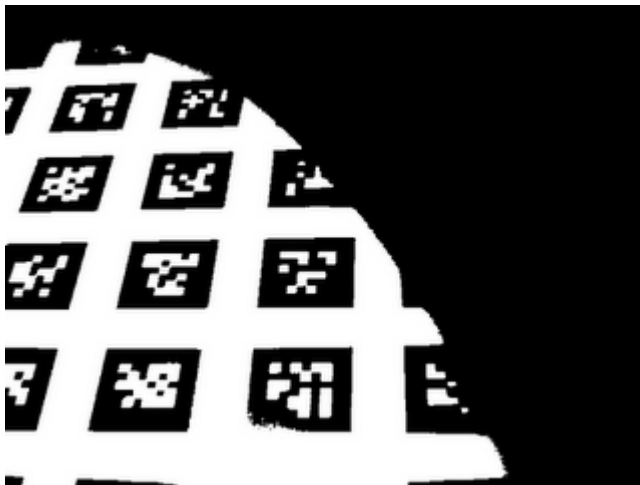
- **Local**

- Diferentes pontos de corte são definidos para diferentes regiões da imagem
 - Vantagem: qualidade
 - Desvantagem: velocidade

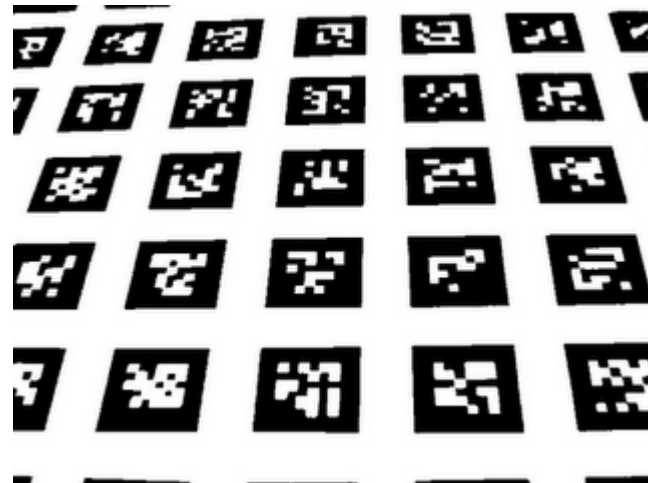
TIPOS DE LIMIARIZAÇÃO



a) ORIGINAL



b) GLOBAL



c) LOCAL

ALGORITMOS DE LIMIARIZAÇÃO

PROF. VALMIR MACÁRIO

CATEGORIAS

- **Baseados em Histograma**
 - O formato do histograma é analisado
- **Baseados em Agrupamento**
 - São formados dois grupos, um para objeto e outro para fundo da imagem.
- **Baseados em Entropia**
 - A entropia do fundo e dos objetos da imagem são analisados.
- **Baseados em Atributos**
 - Busca uma medida de similaridade entre o tom de cinza e a imagem binária
- **Métodos Espaciais**
 - Utiliza distribuições de alta probabilidade e correlação entre os pixels
- **Métodos Locais**
 - Adapta o valor do limiar de cada pixel de acordo com características locais da imagem.

ATRIBUTOS DA IMAGEM

ENTROPIA

- A entropia foi originalmente introduzida por Boltzmann como uma medida macroscópica da organização de sistemas termodinâmicos
- Considerando a imagem como resultado de um processo aleatório, mede-se a probabilidade de encontrar um pixel de uma determinada intensidade na imagem

ENTROPIA

- O menor valor para a entropia é zero, isso ocorre quando todos os pixels são de uma mesma intensidade
- A máxima entropia ocorre quando uma imagem contém a mesma quantidade de pixels para todas as intensidades (ruído branco), isto é, todas as intensidades têm a mesma probabilidade de ocorrerem

ENTROPIA

$$H = -\sum_{i=1}^G p_i \log p_i, \quad \sum_{i=1}^G p_i = 1, \quad p_i = \frac{g_i}{N}$$

g_i é a quantidade de pixels com intensidade i .

G é o número de níveis de cinza na imagem (ou no canal).

p_i representa a probabilidade do nível de cinza i ser encontrado na imagem.

N é a quantidade total de pixels da imagem (altura x largura).

H é a entropia da imagem.

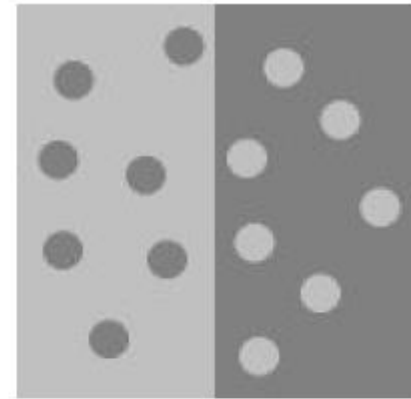
ENTROPIA



(a) $H = 0$



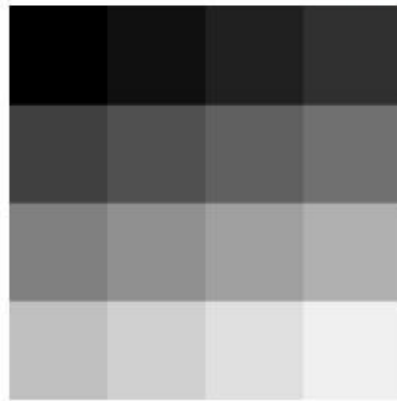
(b) $H = 1$



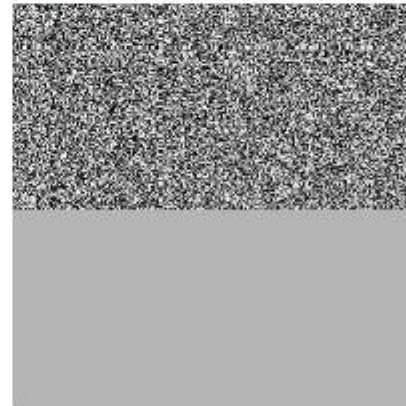
(c) $H = 1$



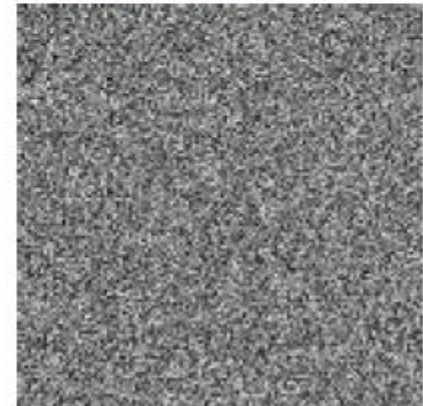
(d) $H = 2$



(e) $H = 4$



(f) $H = 5$



(g) $H = 8$

CONTRASTE

O contraste é uma medida que se refere a diferenças locais de intensidades na imagem

Essas diferenças são observadas na vizinhança de cada pixel

Se a média de intensidades da vizinhança for próxima da intensidade do pixel, conclui-se que o local possui baixo contraste, caso contrário, alto contraste

ATRIBUTOS ESTATÍSTICOS

- A média, juntamente com a variância, caracteriza a iluminação durante a aquisição da imagem
- A variância de uma imagem indica a variação das intensidades de cinza em relação à sua média, caracterizando o contraste da imagem

ATRIBUTOS ESTATÍSTICOS

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^C g_{ij}}{L \times C}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^C (g_{ij} - \bar{x})^2}{L \times C}$$

L representa o número de linhas da imagem.

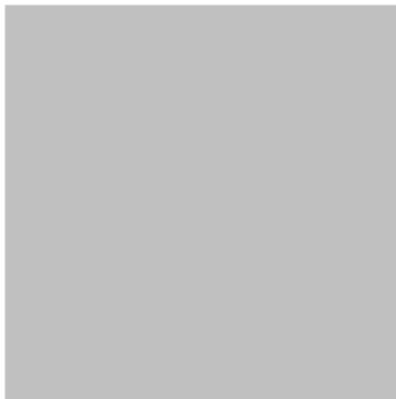
C representa o número de colunas da imagem.

g_{ij} representa a intensidade presente na coordenada (i, j) da imagem.

\bar{x} como a intensidade média da imagem.

σ^2 como a variância da imagem.

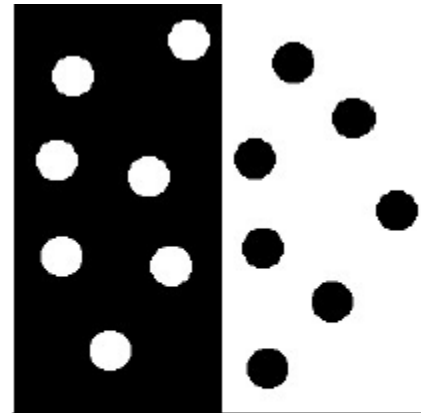
ATRIBUTOS ESTADÍSTICOS



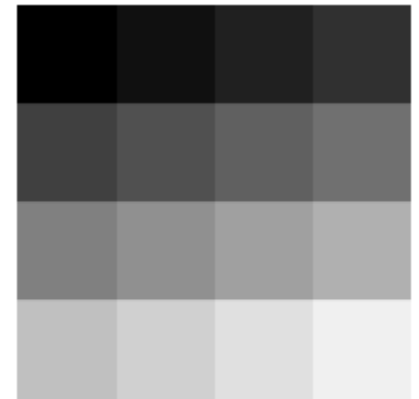
$$\sigma^2 = 0$$
$$\sigma \approx 0$$



$$\sigma^2 = 16256$$
$$\sigma \approx 127,5$$



$$\sigma^2 = 16256$$
$$\sigma \approx 127,5$$



$$\sigma^2 = 5440$$
$$\sigma \approx 73,75$$

ATRIBUTOS ESTATÍSTICOS

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^C g_{ij}}{L \times C}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^C (g_{ij} - \bar{x})^2}{L \times C}$$

L representa o número de linhas da imagem.

C representa o número de colunas da imagem.

g_{ij} representa a intensidade presente na coordenada (i, j) da imagem.

\bar{x} como a intensidade média da imagem.

σ^2 como a variância da imagem.

ALGORITMOS DE LIMITAÇÃO

MÉTODO DE OTSU

- **Idéia bastante simples: encontrar o limiar que minimiza a variância ponderada *intra* classe**
 - Isso equivale a maximizar a variância *entre* classes
- **Tudo se baseia em cálculos no vetor 1D do histograma da imagem.**
- **Bons resultados quando o número de pixels em cada classe são próximos.**

MÉTODO DE OTSU

Para cada limiar t (0 a 255):

A. Calcular as variâncias *intra* classes:

1. probabilidade de ser do grupo 1; Probabilidade de ser do grupo 2
2. média do grupo 1; média do grupo 2
3. Calcular variância do grupo 1; calcular variância do grupo 2
4. Calcular a soma ponderada das variâncias dos grupos

B. Lembrar que t resulta no valor mínimo.

MÉTODO DE OTSU

Probabilidade

$$q_1(t) = \sum_{i=0}^t p(i)$$

$$q_2(t) = \sum_{i=t+1}^{\max} p(i)$$

Média do grupo

$$\mu_1(t) = \sum_{i=0}^t i p(i) / q_1(t)$$

$$\mu_2(t) = \sum_{i=t+1}^{\max} i p(i) / q_2(t)$$

Variância do grupo

$$\sigma_1^2(t) = \sum_{i=0}^t [i - \mu_1(t)]^2 p(i) / q_1(t)$$

$$\sigma_2^2(t) = \sum_{i=t+1}^{\max} [i - \mu_2(t)]^2 p(i) / q_2(t)$$


Soma Ponderada das Variâncias

$$\sigma_w^2(t) = q_1(t) \sigma_1^2(t) + q_2(t) \sigma_2^2(t)$$

MÉTODO DE OTSU

Albie Normal

/storage/sdcard0/Download/10-gray-ascii-
max 255.pgm
w=512, h=512



t=56

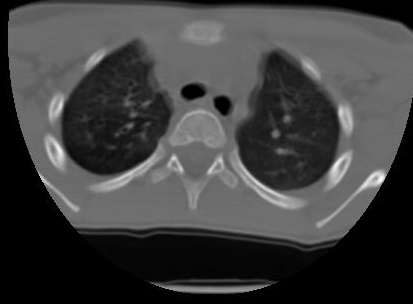
Albie says,

```
h[232]=3 p(232)=0.000019  
h[233]=2 p(233)=0.000008  
h[234]=2 p(234)=0.000008  
h[235]=2 p(235)=0.000008  
h[236]=2 p(236)=0.000008  
h[237]=3 p(237)=0.000011  
h[238]=5 p(238)=0.000019  
h[239]=2 p(239)=0.000008  
h[240]=2 p(240)=0.000008  
h[241]=3 p(241)=0.000011  
h[242]=1 p(242)=0.000004  
h[243]=1 p(243)=0.000004  
h[244]=2 p(244)=0.000008  
h[245]=3 p(245)=0.000011  
h[246]=1 p(246)=0.000004  
h[247]=0 p(247)=0.000000  
h[248]=1 p(248)=0.000004  
h[249]=0 p(249)=0.000000  
h[250]=0 p(250)=0.000000  
h[251]=0 p(251)=0.000000  
h[252]=0 p(252)=0.000000  
h[253]=3 p(253)=0.000011  
h[254]=0 p(254)=0.000000  
h[255]=1 p(255)=0.000004  
entropy = 4.211617790974755  
otsu = 57  
k=2 means = { 5.261890 110.421054 }  
t0=57.841472  
k=3 means = { 5.047913 103.976252 153.442170 }  
t0=54.512083 t1=128.709211  
"
```

OK

Albie Normal

/storage/sdcard0/Download/10-gray-ascii-
max 255.pgm
w=512, h=512



KITTLER

- Considerado o melhor algoritmo de binarização para imagens com texto
- Minimiza um erro de densidade de gaussianas

Para cada t (0 a 255):

$$t_{\acute{o}timo} = \operatorname{argmin}\{1 + 2[p_1(t)\log(\sigma_1(t)) + p_2(T)\log(\sigma_2(t))] - 2[p_1(t)\log(p_1(t)) + p_2(T)\log(p_2(t))]\}$$

$$p_1(t) = \sum_{i=0}^t p(i)$$

$$p_2(t) = \sum_{i=t+1}^{\max} p(i)$$

NIBLACK

- Limiarização Local
- Imagem dividida em janelas quadradas ($N \times N$) e cada janela é avaliada em separado
- Calcula-se média (μ) e desvio padrão (σ) de cada janela
- O ponto de corte (t) é definido por:

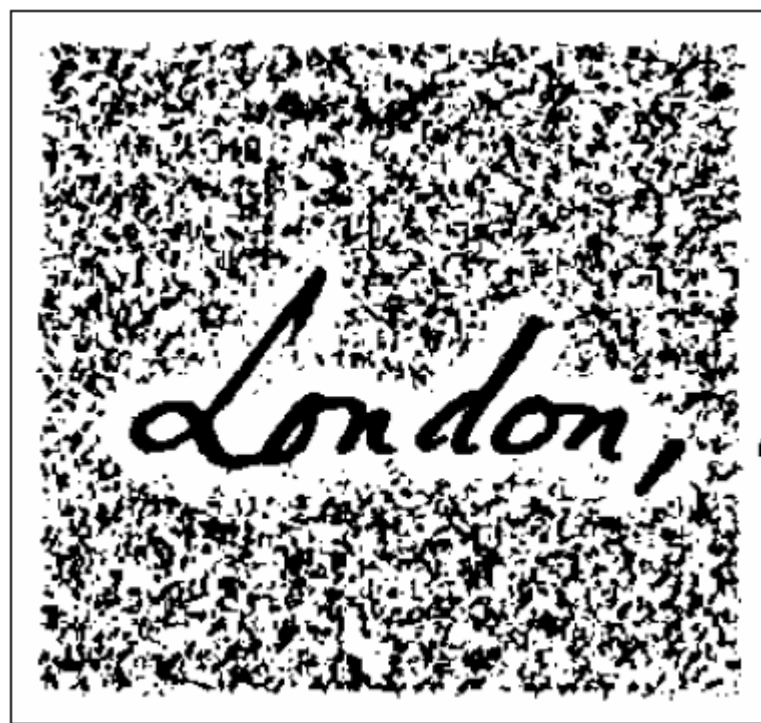
$$t = \mu + \text{bias} * \sigma$$

bias = peso atribuído

Não há definição de valor específico para esse *bias*

NIBLACK

Exemplo:



Janela = 31 ; Bias = -0.8

SAUVOLA

- Limiarização Local
- Melhoramento do algoritmo Niblack para imagens com pouca iluminação
- Imagem dividida em janelas quadradas ($N \times N$) e cada janela é avaliada em separado
- Calcula-se média (u) e desvio padrão (σ) de cada janela
- O ponto de corte (t) é definido por:

$$th = m + \left\{ 1 + bias \left[\frac{u}{R} - 1 \right] \right\}$$

$bias$ = peso atribuído

R = intervalo dinâmico de u

Não há definição de valor específico para esse $bias$ e R

KAPUR

- Baseado em Entropia
- Dado um ponto de corte t , calcula a entropia dos tons abaixo (H_b) e acima (H_w) de t .

$$H_b = -\sum_0^t p[i] \log(p[i]) \quad H_w = -\sum_{t+1}^{255} p[i] \log(p[i])$$

- O algoritmo deve procurar t que maximize H

$$H = H_w + H_b$$

OUTROS ALGORITMOS DE BINARIZAÇÃO

- Histograma
 - Rosenfeld
 - Tom de Cinza Médio
 - Dois Picos (*Two Peaks*)
- Clustering
 - Riddler
 - Jawahar
 - Kittler
- Entropia
 - Pun
 - Johannsen
 - Renyi
- Atributo
 - Huang
 - Tsai
 - Pal
- Espacial
 - Pal
 - Cheng
 - Abutaleb
- Local
 - White
 - Média Móvel

EXERCÍCIO

Considere a imagem de 256 tons de cinza abaixo com resolução 256 pixels. Responda:

- 1) Calcule o histograma da imagem abaixo.
- 2) Faça a equalização do histograma da imagem abaixo.

OBS: Para simplificar, calcule apenas o histograma e a equalização para os 12 primeiros tons.

45	60	98	127	132	133	137	133
46	65	98	123	126	128	131	133
47	65	96	115	119	123	135	137
47	63	91	107	113	122	138	134
50	59	80	97	110	123	133	134
49	53	68	83	97	113	128	133
50	50	58	70	84	102	116	126
50	50	52	58	69	86	101	120