

Domača naloga 2

Maksimiljan Vojvoda

15. Junij

In []: `using Domaca02`

Porazdelitvena funkcija normalne slučajne spremenljivke

Cilj naloge je napisati funkcijo za izračun vrednosti porazdelitvene funkcije normalno porazdeljene slučajne spremenljivke $X \sim N(0, 1)$. Enačba vrednosti je sledeča:

$$\Phi(x) = P(X \leq x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Za to nalogo je bilo izbrana rombergova metoda računanja integralov. Zaradi tega, je potrebno neomejeno območje integriranja pretvoriti na omejeno območje. K temu v pomoč pride dejstvo, da je $N(0, 1)$ simetrična in da je $\Phi(x) = 0.5$. Zaradi tega potrebujemo integrirati le območje med x in 0, ki ga odštejemo ali prištejemo znani vrednosti 0.5.

$$\Phi(x) = \begin{cases} 0.5 + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt & x > 0 \\ 0.5 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^0 e^{-\frac{t^2}{2}} dt & x < 0 \\ 0.5 & x = 0 \end{cases}$$

```
In [ ]: """
        Calculate normal distribution up to `x`:  $\Phi(x) = P(X \leq x)$ 
        Integral is calculated using the adaptive simpsons method.
        """
function normal(x; tol=1e-10)
    if x == 0
        return 0.5
    end

    m = 1/sqrt(2*pi)
    f(t) = exp(-t*t/2)

    if x > 0
        return 0.5 + m*romberg(f, 0, x, tol=tol)
    else
        return 0.5 - m*romberg(f, x, 0, tol=tol)
    end
end
```

```
end
```

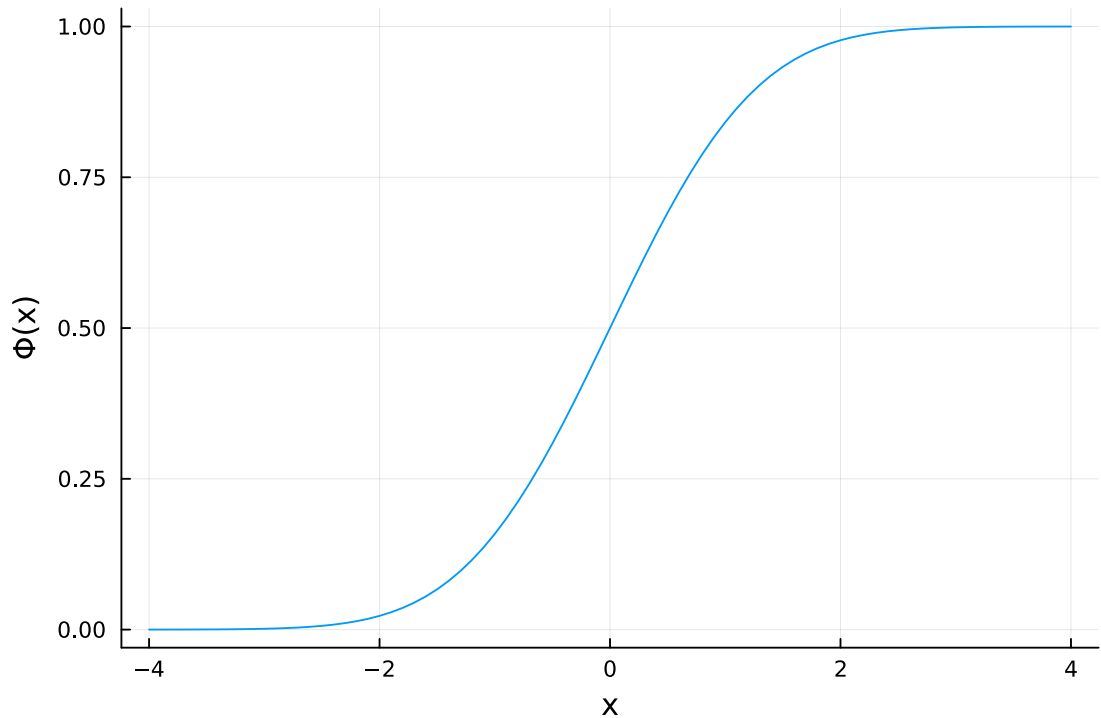
```
normal(1, tol=1e-10)
```

Out[]: 0.8413447460685426

In []: **using** Plots

```
plot(-4:0.1:4, normal, label="")  
xlabel!("x")  
ylabel!("ϕ(x)")
```

Out[]:



Sila težnosti

Cilj naloge je izračunati silo težnosti med dvema homogenima kockama na razdalji 1 enote.

Enačba je sledeča:

$$F = \int_{T_1} \int_{T_2} \frac{r_2 - r_1}{||r_2 - r_1||^2} dr_1 dr_2$$

Pri tem je r_1 točka iz območja prve kocke, r_2 pa točka iz območja druge kocke.

Enačbo lahko razstavimo na 6 osnovnih integralov, kjer je integranje x osi druge kocke na območjih 2 do 3, saj sta kocki na razdalji 1:

$$F = \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \int_2^3 \int_0^1 \int_0^1 \frac{[x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1]}{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} dx_1 dy_1 dz_1 dx_2 dy_2 dz_2$$

Za to nalogo je bila izbrano sestvaljeno simpsonovo pravilo za računanje

posameznih integralov. Izvedba integriranja je preprosta, saj lahko funkciji za simpsonovo integracijo podamo serijo lambda, ki skrbijo posamezen integral.

```
In [ ]: function cubeForce(cubeA::Tuple{Tuple,Tuple}, cubeB::Tuple{Tuple,Tuple},
    Ax1, Ay1, Az1 = cubeA[1]
    Ax2, Ay2, Az2 = cubeA[2]
    Bx1, By1, Bz1 = cubeB[1]
    Bx2, By2, Bz2 = cubeB[2]

    return simpsonSegmented(
        x1 -> simpsonSegmented(
        y1 -> simpsonSegmented(
        z1 -> simpsonSegmented(
        x2 -> simpsonSegmented(
        y2 -> simpsonSegmented(
        z2 -> (
            force(x1, y1, z1, x2, y2, z2) # Prej opisana fu
        ), Bz1, Bz2, n
        ), By1, By2, n
        ), Bx1, Bx2, n
        ), Az1, Az2, n
        ), Ay1, Ay2, n
        ), Ax1, Ax2, n
    )
end

A = ((0,0,0), (1,1,1)) # Prva kocka
B = ((2,0,0), (3,1,1)) # Druga kocka, z eno ploskvo na razdalji 1 od prv
f = cubeForce(A, B, 20)
```

```
Out[ ]: (0.4770790383272829, -6.375108774214766e-19, -6.553399798134602e-19)
```