

Taller Ecuaciones Diferenciales

Breayann Ortiz Aldana

breayanortiz@javeriana.edu.co

Pontificia Universidad Javeriana

Bogotá D.C

2019

Resumen – Se presenta la solución a una serie de ejercicios, estos ejercicios se resolverán utilizando análisis numérico, se utilizarán métodos famosos como el método de Runge kutta. Se abordará la solución de los ejercicios visualizando sus graficas que representan las respuestas. La solución de los ejercicios se llevará a cabo esencialmente en el software R.

I. INTRODUCCIÓN

En este documento se presentarán una serie de ejercicios propuestos en la asignatura de análisis numérico los cuales enmarcan el área de ecuaciones diferenciales dentro de las matemáticas. El código de cada ejercicio viene marcado con su respectivo punto a solucionar, ejemplo si se desea conocer el código que da solución al punto 2 del ejercicio tendrá el nombre de CodigoEj2.

Las graficas que se mostraran contemplan la solución exacta y la calculada también se presentaran unas graficas con el error relativo de cada solución encontrada.

II. LISTA DE EJERCICIOS

- Resolver el problema de valor inicial, utilizando el método de Runge-Kutta de orden tres y de orden cuatro, obtenga: a. 20 puntos de la solución con $h = 0.1$ y $h = 0.2$, b. Encuentre los errores locales y el error global. c. Realice una gráfica que compare la solución del aproximada con la exacta, para la ecuación: $X'' - a - X = 0$; $X(0) = 2$, $X'(0) = -1$
- Encuentre los 10 puntos de la solución del siguiente problema de valor inicial. a. Utilice el método de Euler mejorado. b. Grafique los errores locales y globales y compárelos y determine su orden de convergencia $X'' = 3 - 5 - 4$ X Con la condición inicial $x(0) = 3$; $y(0) = 6$
- Solucionar la siguiente ecuación utilice el método de Runge-Kutta de cuarto orden con $h = 0.1$, grafique la solución, obtenga 20 puntos de la solución $Y'' - X + Y + 1 = 0$; $Y(0) = 1$; $Y'(0) = 2$
8. Resolver el sistema homogéneo utilizando el método de Runge-Kutta, compare con la solución exacta, calcule el tamaño del error: $X'' = 1$ w $3 - 7$ X; $X(0) = Y(0) = 0$

III. SOLUCIÓN

- Las siguientes imágenes ilustran la solución del punto 1. La respectiva comparación los resultados y una gráfica con el error que se contempla en la solución.

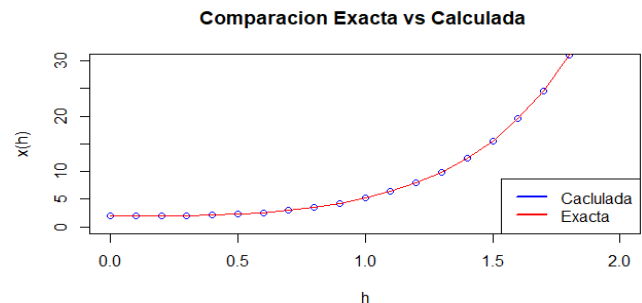


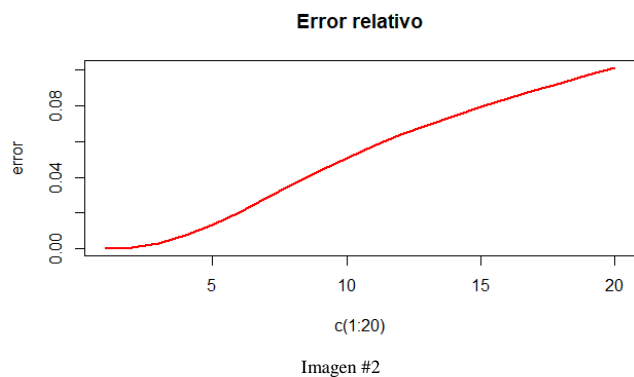
Imagen #1

> tabla

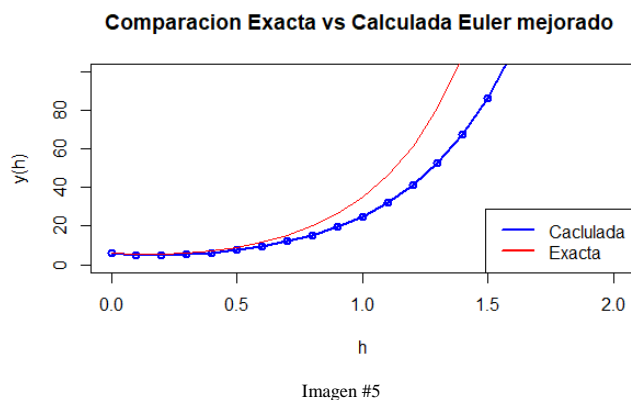
	h	x(h)
[1,]	0.0	2.00000e+00
[2,]	0.1	1.92685e+00
[3,]	0.2	1.90984e+00
[4,]	0.3	1.95430e+00
[5,]	0.4	2.06818e+00
[6,]	0.5	2.26255e+00
[7,]	0.6	2.55230e+00
[8,]	0.7	2.95708e+00
[9,]	0.8	3.50238e+00
[10,]	0.9	4.22104e+00
[11,]	1.0	5.15512e+00
[12,]	1.1	6.35819e+00
[13,]	1.2	7.89841e+00
[14,]	1.3	9.86226e+00
[15,]	1.4	1.23593e+01
[16,]	1.5	1.55284e+01
[17,]	1.6	1.95452e+01
[18,]	1.7	2.46319e+01
[19,]	1.8	3.10694e+01

Tabla#1

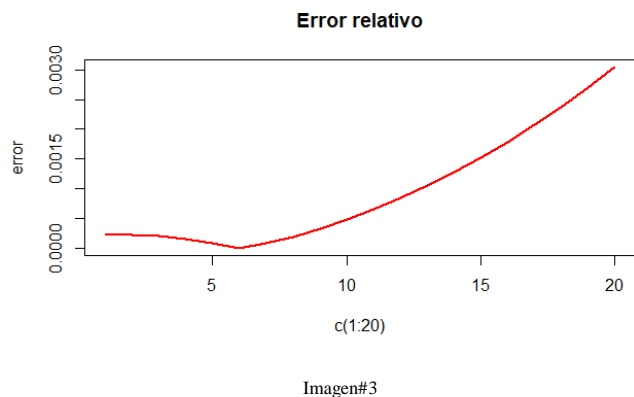
Error con un paso de 0.1



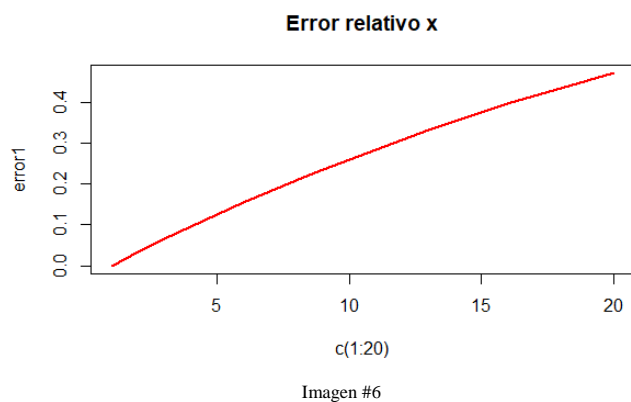
Solución de y en función del paso.



Error con un paso de 0.01

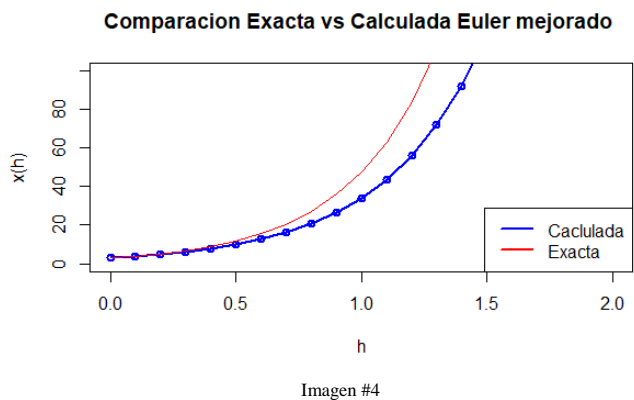


Error del calculo de x comparado con la solución exacta



2. Las siguientes imágenes ilustran la solución del punto 1. La respectiva comparación los resultados y una gráfica con el error que se contempla en la solución.

Solución de x en función del paso.



Error del cálculo de y comparado con la solución exacta



> tabla

	h	x(h)	y(h)
[1,]	0.0	3.00000e+00	6.00000e+00
[2,]	0.1	3.75000e+00	5.10000e+00
[3,]	0.2	4.74750e+00	4.93500e+00
[4,]	0.3	6.04838e+00	5.33475e+00
[5,]	0.4	7.72952e+00	6.22504e+00
[6,]	0.5	9.89275e+00	7.59978e+00
[7,]	0.6	1.26706e+01	9.50624e+00
[8,]	0.7	1.62341e+01	1.20390e+01
[9,]	0.8	2.08033e+01	1.53405e+01
[10,]	0.9	2.66608e+01	1.96060e+01
[11,]	1.0	3.41689e+01	2.50940e+01
[12,]	1.1	4.37923e+01	3.21409e+01
[13,]	1.2	5.61264e+01	4.11807e+01
[14,]	1.3	7.19349e+01	5.27716e+01
[15,]	1.4	9.21960e+01	6.76304e+01
[16,]	1.5	1.18164e+02	8.66763e+01
[17,]	1.6	1.51446e+02	1.11088e+02
[18,]	1.7	1.94103e+02	1.42376e+02
[19,]	1.8	2.48775e+02	1.82477e+02
[20,]	1.9	3.18845e+02	2.33874e+02

Tabla #2

> tabla

	h	y(h)
[1,]	0.00	1.00000e+00
[2,]	0.01	1.02000e+00
[3,]	0.02	1.04000e+00
[4,]	0.03	1.06000e+00
[5,]	0.04	1.07999e+00
[6,]	0.05	1.09998e+00
[7,]	0.06	1.11996e+00
[8,]	0.07	1.13994e+00
[9,]	0.08	1.15991e+00
[10,]	0.09	1.17988e+00
[11,]	0.10	1.19983e+00
[12,]	0.11	1.21977e+00
[13,]	0.12	1.23970e+00
[14,]	0.13	1.25962e+00
[15,]	0.14	1.27953e+00
[16,]	0.15	1.29942e+00
[17,]	0.16	1.31929e+00
[18,]	0.17	1.33915e+00
[19,]	0.18	1.35898e+00
[20,]	0.19	1.37880e+00

Tabla #3

3. Las siguientes imágenes ilustran la solución del punto 1. La respectiva comparación los resultados y una gráfica con el error que se contempla en la solución

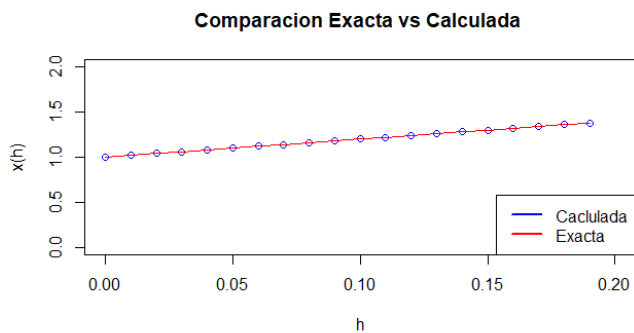


Imagen #8

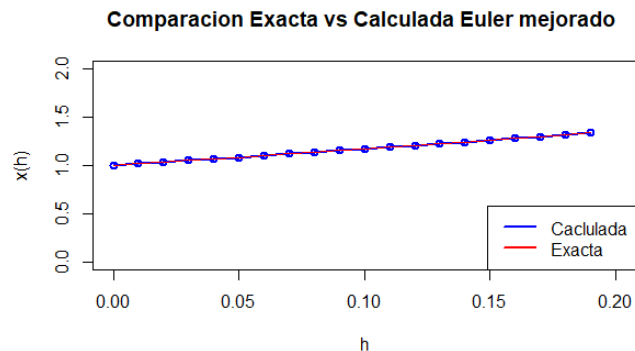


Imagen #10

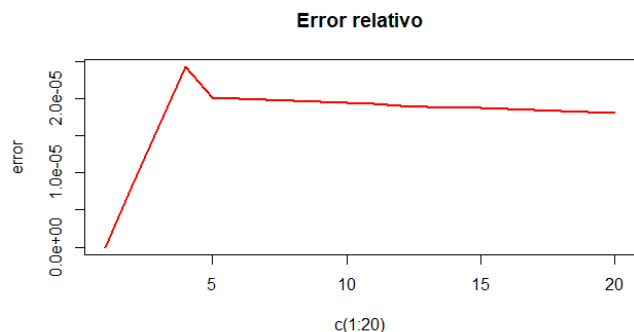


Imagen #9

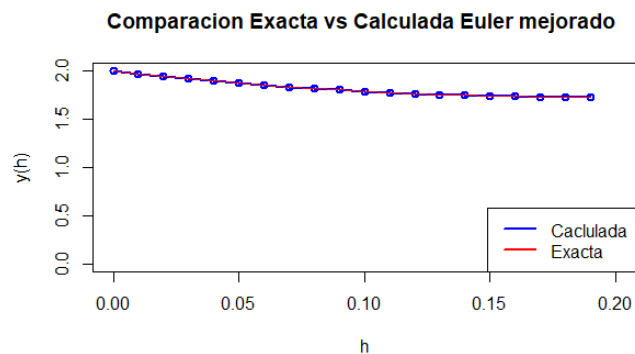


Imagen #11

8. Las siguientes imágenes ilustran la solución del punto 1. La respectiva comparación los resultados y una gráfica con el error que se contempla en la solución

Error relativo x

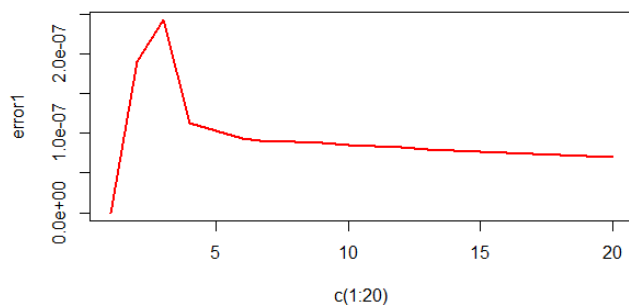


Imagen #12

Error relativo y

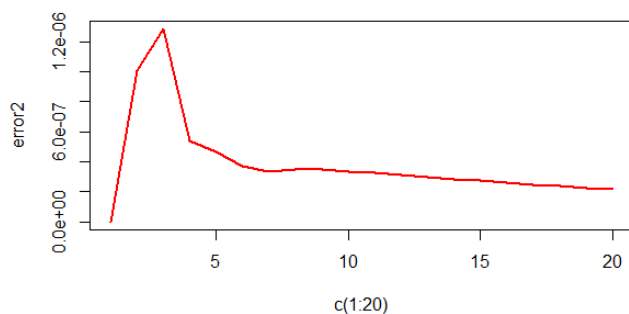


Imagen #13

> tabla

	h	x(h)	y(h)
[1,]	0.00	1.00000e+00	2.00000e+00
[2,]	0.01	1.01670e+00	1.97100e+00
[3,]	0.02	1.03348e+00	1.94396e+00
[4,]	0.03	1.05033e+00	1.91881e+00
[5,]	0.04	1.06728e+00	1.89547e+00
[6,]	0.05	1.08432e+00	1.87388e+00
[7,]	0.06	1.10146e+00	1.85397e+00
[8,]	0.07	1.11871e+00	1.83569e+00
[9,]	0.08	1.13607e+00	1.81897e+00
[10,]	0.09	1.15356e+00	1.80376e+00
[11,]	0.10	1.17117e+00	1.79001e+00
[12,]	0.11	1.18892e+00	1.77766e+00
[13,]	0.12	1.20680e+00	1.76667e+00
[14,]	0.13	1.22483e+00	1.75699e+00
[15,]	0.14	1.24301e+00	1.74858e+00
[16,]	0.15	1.26135e+00	1.74139e+00
[17,]	0.16	1.27985e+00	1.73539e+00
[18,]	0.17	1.29852e+00	1.73053e+00
[19,]	0.18	1.31736e+00	1.72679e+00
[20,]	0.19	1.33638e+00	1.72411e+00

Tabla #4

Anexos.

Imagen 1. Esta imagen contiene la comparación de la solución con la grafica de la ecuación resuelta de forma analítica en otras palabras muestra que tan erróneo es el calculo en el intervalo.

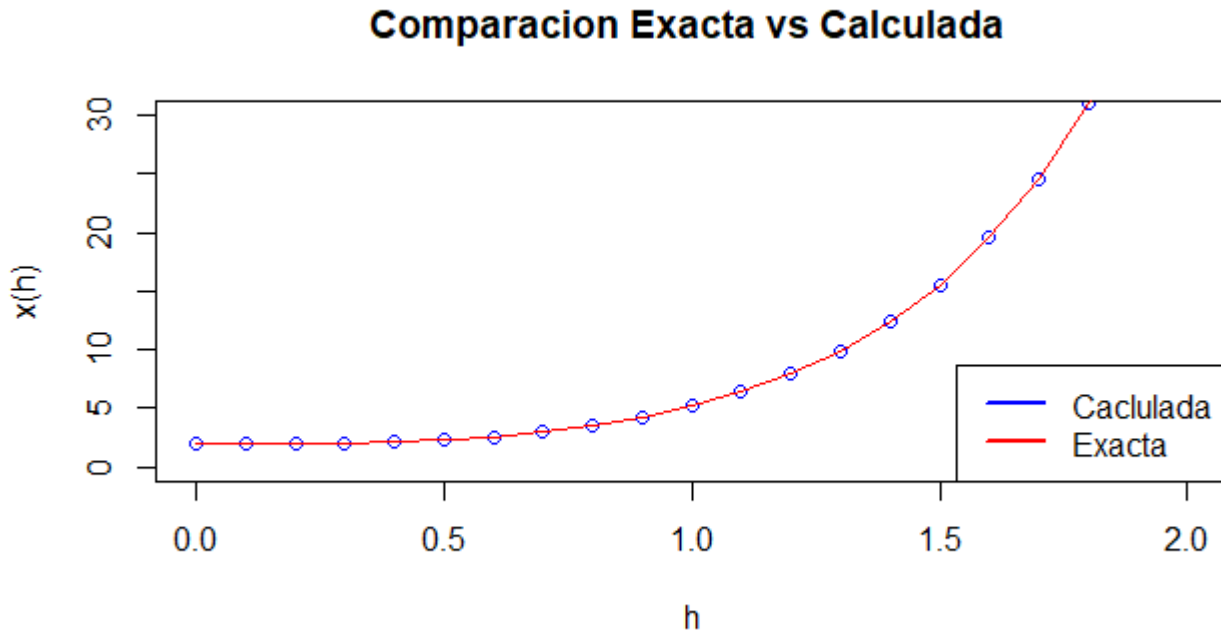


Imagen 4 y 5. Estas imágenes ilustran de igual forma lo descrito en la imagen 1, pero como la ecuación es dinámica en otras palabras existe un sistema de ecuaciones diferenciales, con lo cual se tiene una solución para x y otra para y .

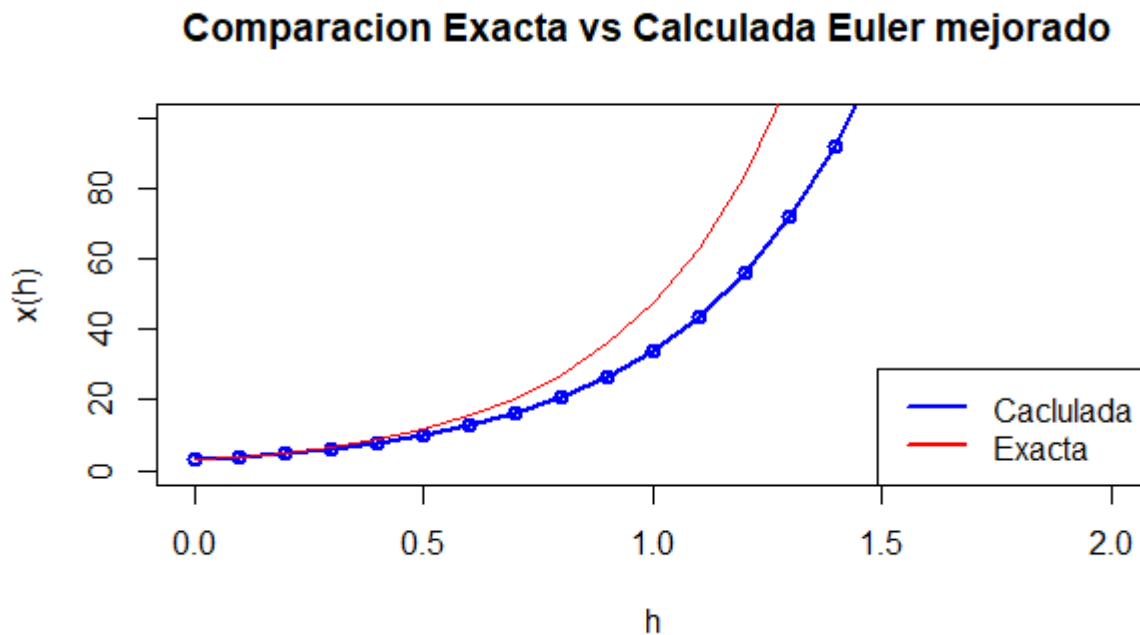


Imagen #4

Comparacion Exacta vs Calculada Euler mejorado

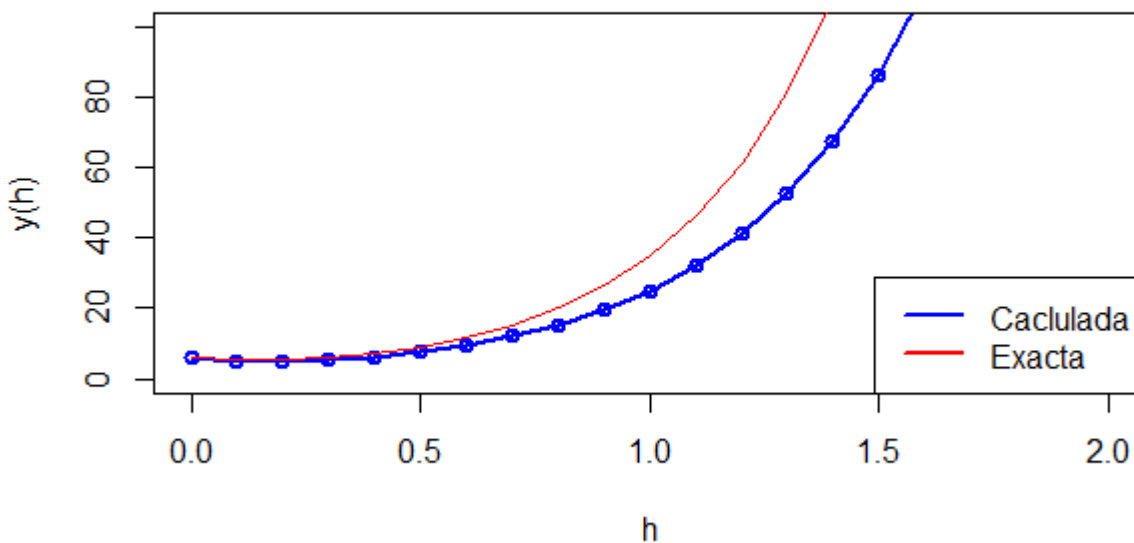


Imagen #5

Imagen 8. En esta imagen se aprecia de igual manera lo descrito anteriormente, menciono que no encontré la solución analítica asumí como exacta la solución que proporciona r al no seleccionar el método por el cual se quiere solucionar la ecuación diferencial.

Comparacion Exacta vs Calculada

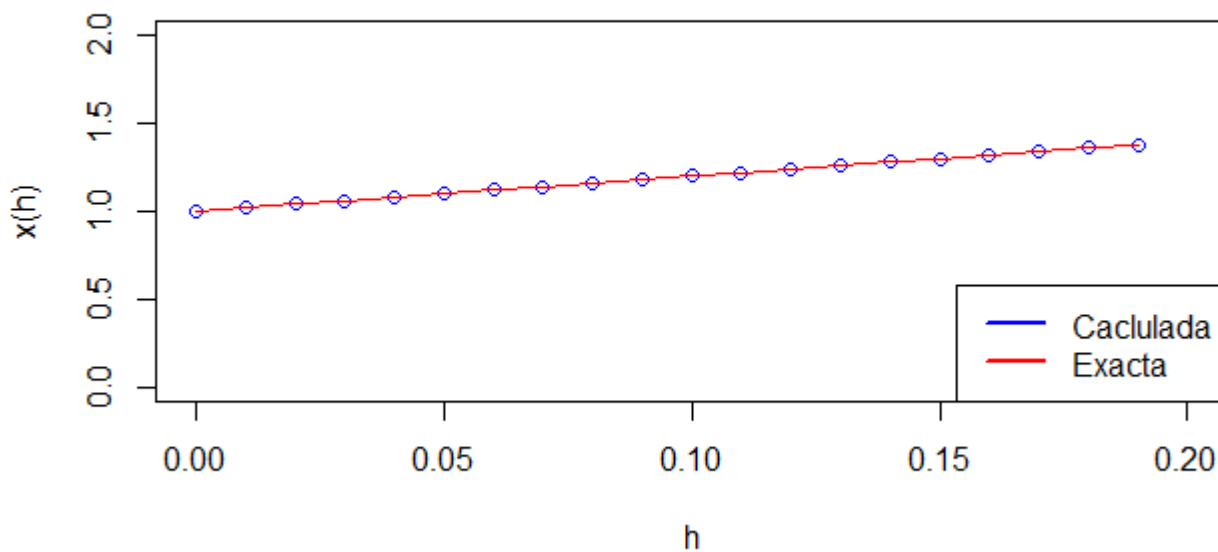


Imagen #8

Imagen 10 y 11. De igual forma que en el punto 2 del taller se obtienen 2 soluciones como se muestra a continuación.

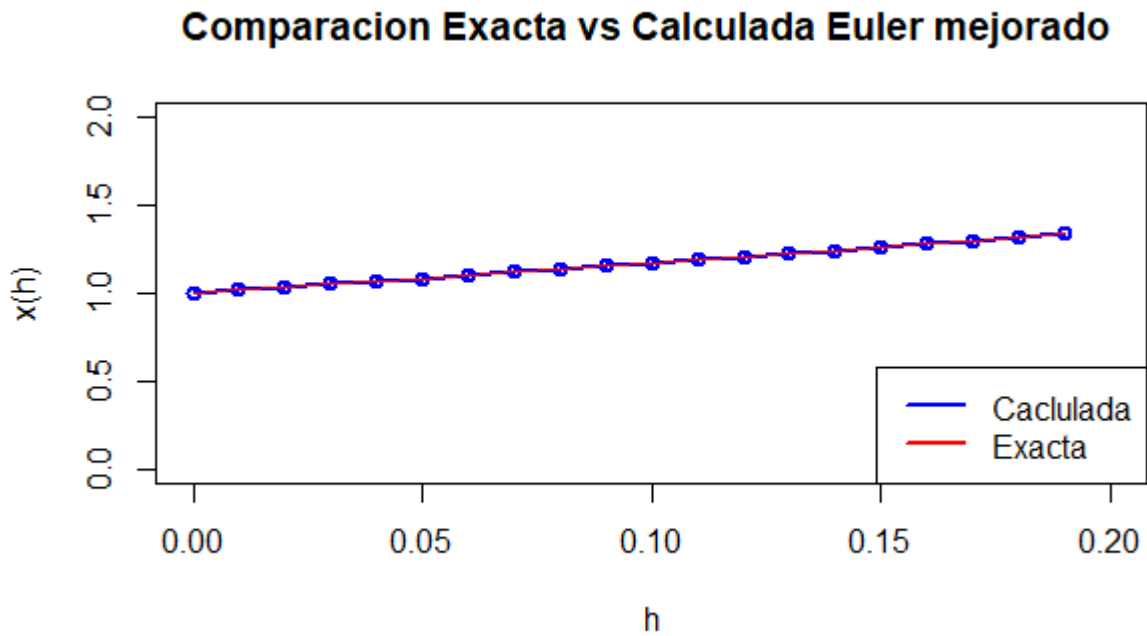


Imagen #10

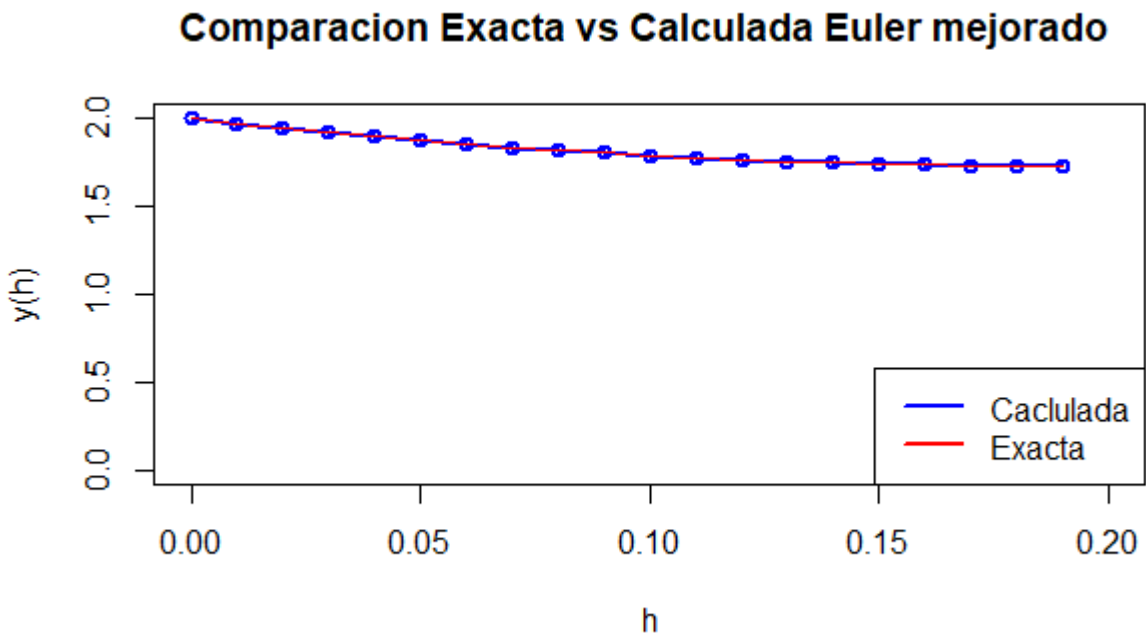


Imagen #11