22/12/2021

PRÁCTICA LÓGICA 2

1ºCIBERSEGURIDAD

LUIS ORTIZ FERNÁNDEZ
ADRIÁN ANTÓN PEREZ
ÁLVARO GOMEZ FUEYO

INDICE:

1. Formalizar en lenguaje primer orden

EJERCICIO 1:

1. Angustias, Bartolomé y Ceferino son todos ingenieros del software o todos ingenieros de la ciberseguridad.

$$\big(S(a) \land S(b) \land S(c)\big) \lor \big(C(a) \land C(b) \land C(c)\big)$$

2. Los ingenieros del software son conocidos de Angustias que es ingenieria de la ciberseguridad

$$\forall x(S(x) \to F(x,a) \land C(a))$$

3. Algunos ingenieros del software son conocidos de Angustias que es ingeniera de la ciberseguridad.

$$\exists x\big(S(x) \to F(x,a) \land C(a)\big)$$

5. Todos los conocidos de Bartolomé son conocidos de Angustias, pero si son conocidos de Ceferino y no son ingenieros de la ciberseguridad, entonces no son conocidos de Angustias.

$$\forall x\big(F(x,b) \land F(x,a)\big), \forall x(F(x,c) \land \neg C(x) \to \neg F(x,a))$$

2. Deducción Natural

EJERCICIO 2:

$\{\forall x(Q(x) \rightarrow \neg R(x)), \forall x(P(x) \rightarrow Q(x) \vee S(x)), \exists x(P(x) \wedge R(x))\} \vDash \exists x(P(x) \wedge S(x))$:

1. $\forall x(Q(x) \rightarrow \neg R(x))$	premisa
2. $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x) \vee S(x))$	premisa
3. $\exists x(P(x) \wedge R(x))$	premisa
4. $(Q(x) \rightarrow \neg R(x))$	$E\forall$ (1)
5. $(P(x) \rightarrow Q(x) \vee S(x))$	$E\forall$ (2)
6. $P(a*) \wedge R(a*)$	$E\exists$ (3)
7. $P(a*)$	$E \wedge$ (6)
8. $R(a*)$	$E \wedge$ (6)
9. $\neg Q(x)$	MT (8,4)
10. $Q(x) \vee S(x)$	$E \rightarrow$ (7,5)
11. $S(x)$	Corte (9,10)
12. $P(a*) \wedge S(x)$	$I \wedge$ (11,7)
13. $\exists x(P(x) \wedge S(x))$	$I\exists$

3. Simplificación de Fórmulas

EJERCICIO 3:

1.

$$\neg(\exists x P(x) \rightarrow \forall x P(x))$$

$$\neg\big(\exists x\, P(x) \rightarrow \forall y\, P(y)\big)$$

$$\neg(\forall x\, \forall y(P(x) \rightarrow P(y)))$$

$$\big(\exists x\, \exists y(\neg P(x) \vee P(y)\big)$$

$$\neg P(a) \vee P(b)$$

2.

$$\forall x\, (\exists y T(x,y) \wedge \forall y \neg S(x,y) \rightarrow \neg(\exists y T(x,y) \wedge Q(z)))$$

$$\forall x\, (\exists y T(x,y) \wedge \forall w \neg S(x,w) \rightarrow \neg(\exists u T(x,u) \wedge Q(z)))$$

$$\forall x\, (\exists y \forall w(T(x,y) \wedge \neg S(x,w)) \rightarrow \neg \exists u(T(x,u) \wedge Q(z)))$$

$$\forall x \forall y \exists w\, ((T(x,y) \wedge \neg S(x,w)) \rightarrow \forall u(T(x,u) \wedge Q(z)))$$

$$\forall x \forall y \exists w \forall u\, ((T(x,y) \wedge \neg S(x,w)) \rightarrow (T(x,u) \wedge Q(z)))$$

$$\forall x \forall y \exists w \forall u \exists z\, (\neg(T(x,y) \wedge \neg S(x,w)) \vee (T(x,u) \wedge Q(z)))$$

$$\forall x \forall y \forall u\, (\neg T(x,y) \vee S\big(x, f(x,y)\big) \vee (T(x,u) \wedge Q(f(x,y,u)))$$

3.

$$\neg(\forall x \exists y F(a,x,y) \rightarrow \exists x(\neg \forall y G(y,b) \rightarrow H(x)))$$

$$\neg(\forall x \exists y F(a,x,y) \rightarrow \exists u(\neg \forall w G(w,b) \rightarrow H(u)))$$

$$\neg(\forall x \exists y F(a,x,y) \rightarrow \exists u(\exists w \neg G(w,b) \rightarrow H(u)))$$

$$\neg(\forall x \exists y F(a,x,y) \rightarrow \exists u \forall w(\neg G(w,b) \rightarrow H(u)))$$

$$\neg \exists x \forall y \exists u \forall w(F(a,x,y) \rightarrow (\neg G(w,b) \rightarrow H(u)))$$

$$\forall x \exists y \forall u \exists w(\neg F(a,x,y) \vee (G(w,b) \vee H(u)))$$

$$\forall x \forall u(\neg F(a,x,f(x)) \vee (G(f(x,u),b) \vee H(u)))$$

4. Unificación

EJERCICIO 4:

1. A = R(f(x),f(x) y B = R(y,f(y))

α	$A\alpha$	$B\alpha$	(t_a,t_b)
χ	R(f(x),f(x)	R(y,f(y))	(y,f(x))
{y/f(x)}	R(f(x),f(x)	R(f(x),f(y))	(f(y),f(x))
{y/f(x),f(y)/f(x)}	R(f(x),f(x)	R(f(x),f(x))	ÉXITO

A y B son unificables, su umg es {y/f(x),f(y)/f(x)}

2. C = T(u,f(x),x) y D=T(g(z),z,a)

α	$C\alpha$	$D\alpha$	(t_c,t_d)
χ	T(u,f(x),x)	T(g(z),z,a)	(u/g(z))
{u/g(z)}	T(g(z),f(x),x)	T(g(z),z,a)	(x/a)
{u/g(z),x/a}	T(g(z),f(x),a)	T(g(z),z,a)	(z/f(x))
{ u/g(z),x/a ,z/f(x)}	T(g(z),f(x),a)	T(g(z),f(x),a)	ÉXITO

C y D son unificables, su umg es { u/g(z),x/a ,z/f(x)}

3. E=R(a, x) y R(b, y)

No son unificables al ser a y b dos constantes

4. G=P(f(y,a), y, f(x,g(b))) y H=P(x,g(b), f(z, y))

α	Gα	Hα	(t_g,t_h)
χ	P(f(y,a), y, f(x,g(b)))	P(x,g(b), f(z, y))	(x,f(y,a))
{ x/f(y,a)}	P(f(y,a), y, f(f(y,a),g(b)))	P(f(y,a),g(b), f(z, y))	(y,g(b))
{ x/f(y,a),y/g(b)}	P(f(g(b),a), g(b), f(f(g(b),a),g(b)))	P(f(g(b),a),g(b), f(z, g(b)))	(z,f(g(b),a))
{ x/f(y,a),y/g(b), z,f(g(b)/a)}	P(f(g(b),a), g(b), f(f(g(b),a),g(b)))	P(f(g(b),a),g(b), f(f(g(b),a), g(b)))	ÉXITO

G y H son unificables, su umg es { x/f(y,a),y/g(b), z,f(g(b)/a)}

5. Método de Resolución de Robinson

EJERCICIO 5:

$\neg P(f(y),a,x)$ C0

$P(x,y,z) \vee \neg Q(g(x),f(y),v)$ C1

$\{f(y)/x, y/a, z/x\}$

$\neg Q(g(x),x,v')$ C1'

$Q(g(z),v,y) \vee \neg L(z,v,y)$ C5

$\{z/x, v/x, v'/y\}$

$\neg L(x,x,y)$ C5'

$L(z,z,b) \vee \neg S(z,v,a)$ C7

$S(f(x),y,a) \vee \neg T(x,y,z')$ C9

$\{f(x)/z, v/y\}$

$L(z,z,b) \vee \neg T(x,y,z')$ C9'

$L(z,z,b) \vee \neg T(x,y,z')$ C9'

$\neg L(x',x',y')$ C5'

$\{x'/z, y'/b\}$

$\neg T(x,y,z)$ C14

$\neg T(x,y,z)$ C14

$T(a,b,c)$ C2

$\{x/a, y/b, z/c\}$

$\square$

Insatisfacible