

# Fluidummechanica

## Leidingstelsels

Brecht Baeten<sup>1</sup>

<sup>1</sup>KU Leuven, Technologie campus Diepenbeek,  
e-mail: brecht.baeten@kuleuven.be

24 november 2016

# Inhoud

- 1 Inleiding
- 2 Mechanische energie
- 3 Lokale ladingsverliezen
- 4 Serie- en parallelschakeling
- 5 Pompen en ventilatoren

# Voorbeeld



Bron: <http://hollandaptblog.com>

# Inhoud

- 1 Inleiding
- 2 Mechanische energie
- 3 Lokale ladingsverliezen
- 4 Serie- en parallelschakeling
- 5 Pompen en ventilatoren

# Bernoulli

Behoud van mechanisch energie:

$$p_2 + \rho \frac{1}{2} v_2^2 + \rho g z_2 = p_1 + \rho \frac{1}{2} v_1^2 + \rho g z_1$$

# Bernoulli

Behoud van mechanisch energie:

$$p_2 + \rho \frac{1}{2} v_2^2 + \rho g z_2 = p_1 + \rho \frac{1}{2} v_1^2 + \rho g z_1$$

Door viskeuze wrijving wordt een gedeelte van de mechanische energie gedissipeerd:

$$p_2 + \rho \frac{1}{2} v_2^2 + \rho g z_2 = p_1 + \rho \frac{1}{2} v_1^2 + \rho g z_1 - \Delta E$$

# Bernoulli

Behoud van mechanisch energie:

$$p_2 + \rho \frac{1}{2} v_2^2 + \rho g z_2 = p_1 + \rho \frac{1}{2} v_1^2 + \rho g z_1$$

Door viskeuze wrijving wordt een gedeelte van de mechanische energie gedissipeerd:

$$p_2 + \rho \frac{1}{2} v_2^2 + \rho g z_2 = p_1 + \rho \frac{1}{2} v_1^2 + \rho g z_1 - \Delta E$$

Voor een rechte horizontale cilindrische leiding:

$$\Delta E = p_1 - p_2$$

# Bernoulli

Behoud van mechanisch energie:

$$p_2 + \rho \frac{1}{2} v_2^2 + \rho g z_2 = p_1 + \rho \frac{1}{2} v_1^2 + \rho g z_1$$

Door viskeuze wrijving wordt een gedeelte van de mechanische energie gedissipeerd:

$$p_2 + \rho \frac{1}{2} v_2^2 + \rho g z_2 = p_1 + \rho \frac{1}{2} v_1^2 + \rho g z_1 - \Delta E$$

Voor een rechte horizontale cilindrische leiding:

$$\Delta E = p_1 - p_2$$

$$\Delta E = f \frac{1}{2} \rho v^2 \frac{L}{D}$$

# Ladingsverlies

Stel de vergelijking voor mechanische energie voor in eenheid hoogte:

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 - h_L \quad (1)$$

# Ladingsverlies

Stel de vergelijking voor mechanische energie voor in eenheid hoogte:

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 - h_L \quad (1)$$

Ladingsverlies voor een cilindrische leiding:

$$h_L = f \frac{v^2}{2g} \frac{L}{D} \quad (2)$$

# Ladingsverlies

Stel de vergelijking voor mechanische energie voor in eenheid hoogte:

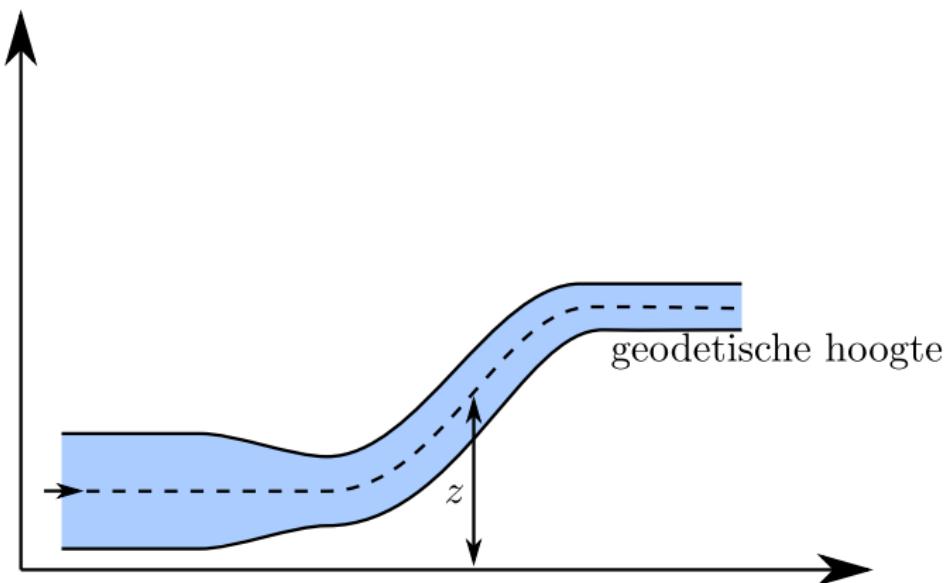
$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 - h_L \quad (1)$$

Ladingsverlies voor een cilindrische leiding:

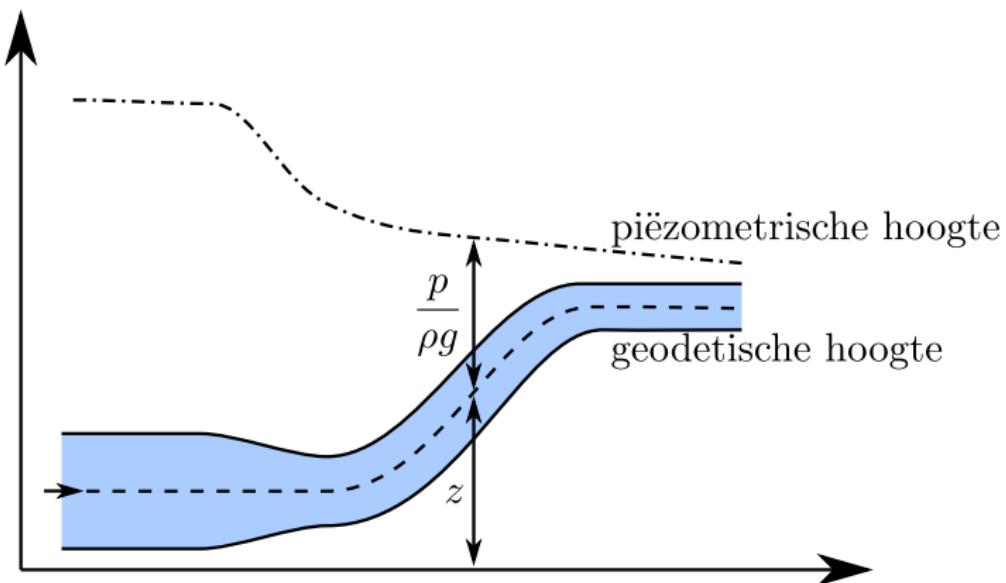
$$h_L = f \frac{v^2}{2g} \frac{L}{D} \quad (2)$$

$$h_L = 8f \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2} \frac{L}{D^5} \quad (3)$$

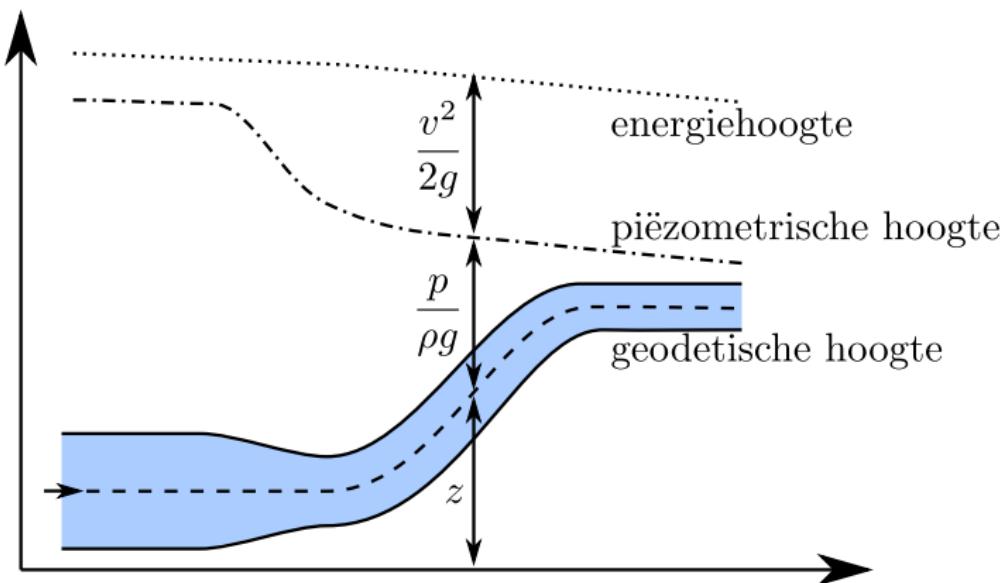
# Grafische voorstelling



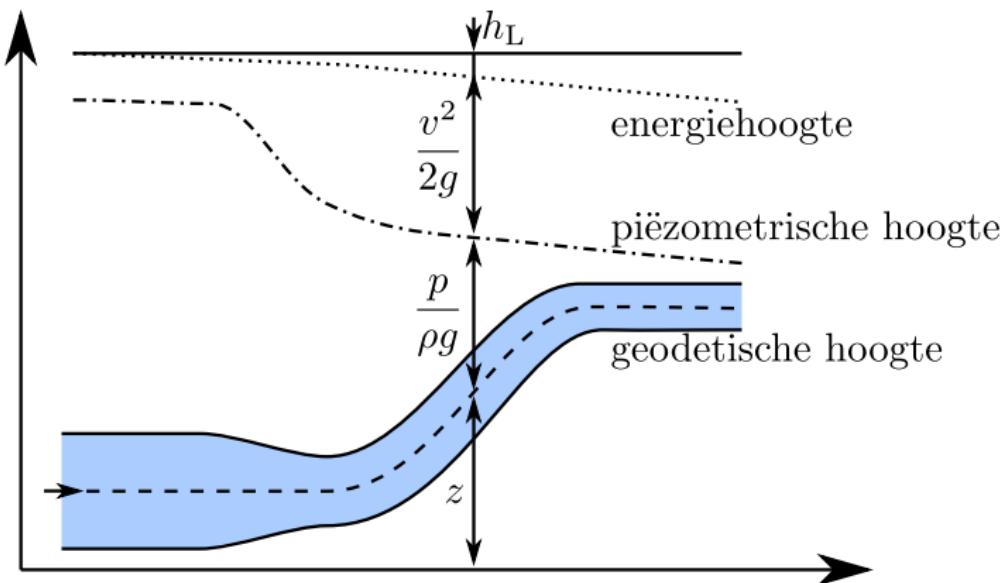
# Grafische voorstelling



# Grafische voorstelling



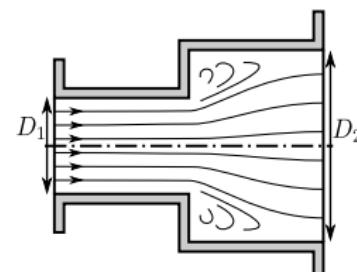
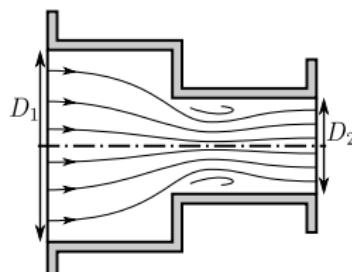
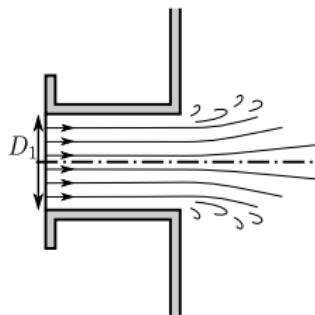
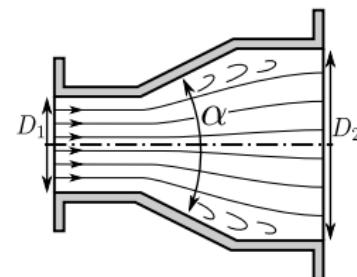
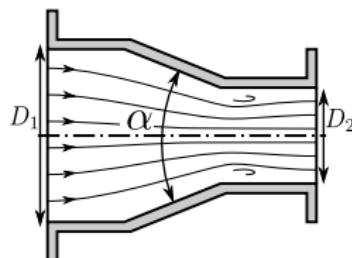
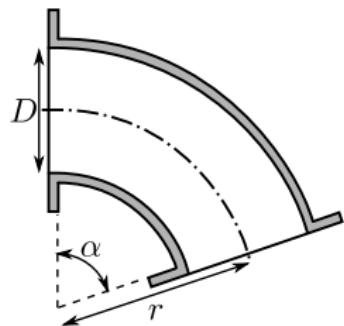
# Grafische voorstelling



# Inhoud

- 1 Inleiding
- 2 Mechanische energie
- 3 Lokale ladingsverliezen
- 4 Serie- en parallelschakeling
- 5 Pompen en ventilatoren

# Voorbeelden



# Verliescoëfficient

Lokale ladings verliezen kunnen in rekening gebracht worden met behulp van een empirisch bepaalde verliescoëfficient  $\zeta$

# Verliescoëfficient

Lokale ladings verliezen kunnen in rekening gebracht worden met behulp van een empirisch bepaalde verliescoëfficient  $\zeta$

$$h_{\text{L,lokaal}} = \zeta \frac{v^2}{2g}$$

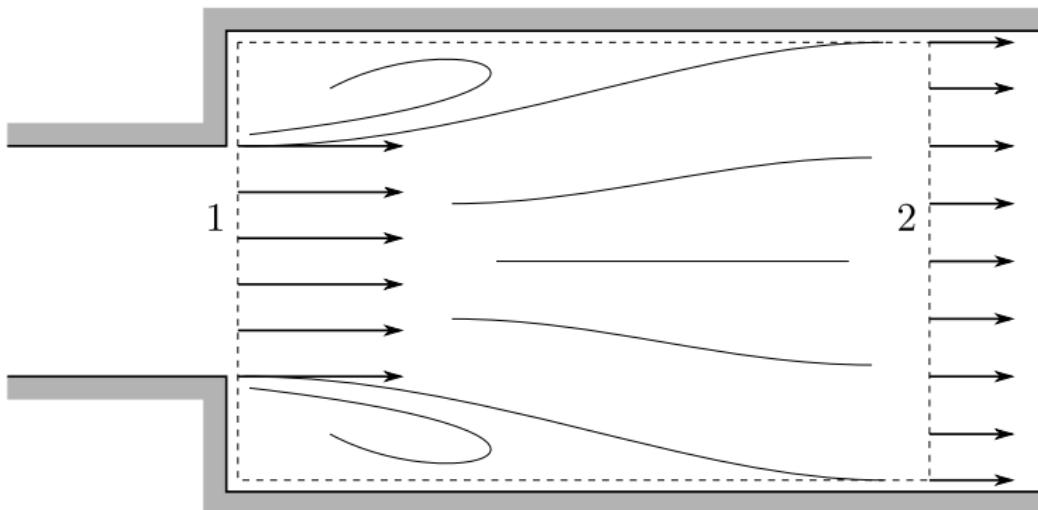
# Verliescoëfficient

Lokale ladings verliezen kunnen in rekening gebracht worden met behulp van een empirisch bepaalde verliescoëfficient  $\zeta$

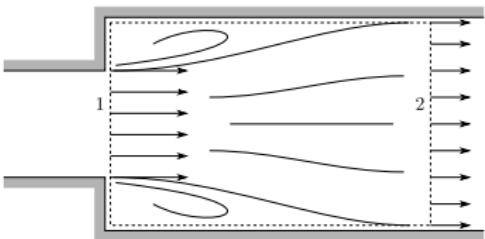
$$h_{\text{L,lokaal}} = \zeta \frac{v^2}{2g}$$

$$h_{\text{L,lokaal}} = \zeta \frac{\dot{V}^2}{2gA^2}$$

# Plotse Verwijding

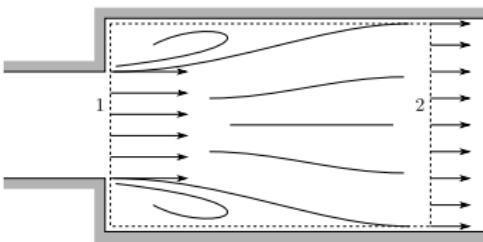


# Plotse Verwijding



$$p_1 A_2 - p_2 A_2 = \rho A_2 v_2 (v_2 - v_1)$$

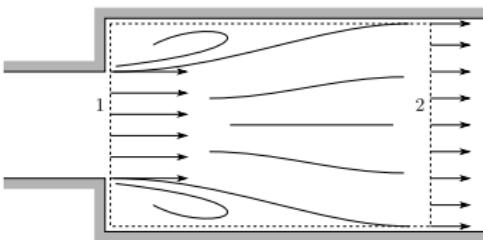
# Plotse Verwijding



$$p_1 A_2 - p_2 A_2 = \rho A_2 v_2 (v_2 - v_1)$$

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} - h_L$$

# Plotse Verwijding

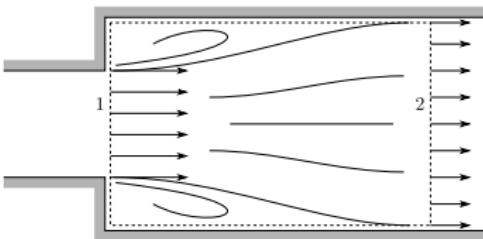


$$p_1 A_2 - p_2 A_2 = \rho A_2 v_2 (v_2 - v_1)$$

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} - h_L$$

$$h_L = \frac{v_1^2}{2g} \left( 1 - 2\frac{v_2}{v_1} + \frac{v_2^2}{v_1^2} \right)$$

# Plotse Verwijding



$$p_1 A_2 - p_2 A_2 = \rho A_2 v_2 (v_2 - v_1)$$

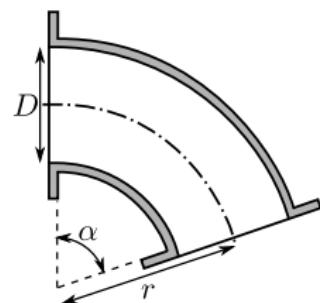
$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} - h_L$$

$$h_L = \frac{v_1^2}{2g} \left( 1 - 2 \frac{v_2}{v_1} + \frac{v_2^2}{v_1^2} \right)$$

$$h_L = \frac{v_1^2}{2g} \left( 1 - \frac{A_1}{A_2} \right)^2$$

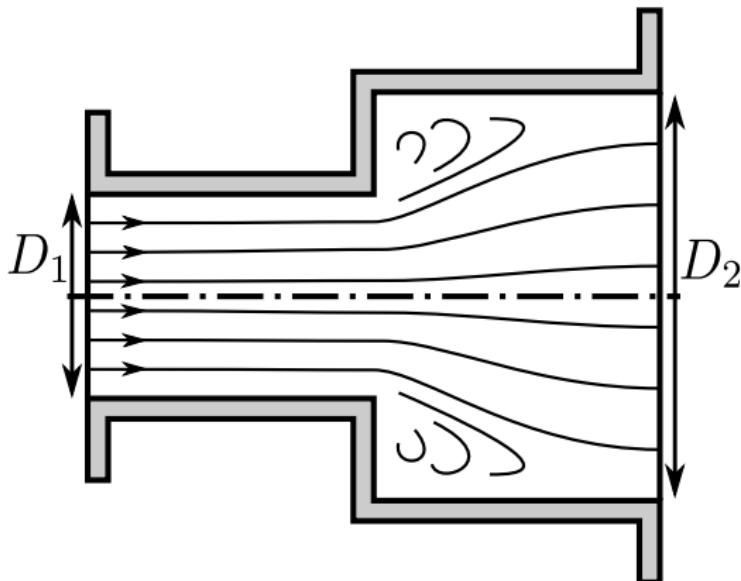
## Voorbeeld van empirische data

$r/D$	1	2	4	6	10
$\zeta$ glad	0.21	0.14	0.11	0.09	0.11
$\zeta$ ruw	0.51	0.30	0.23	0.18	0.20

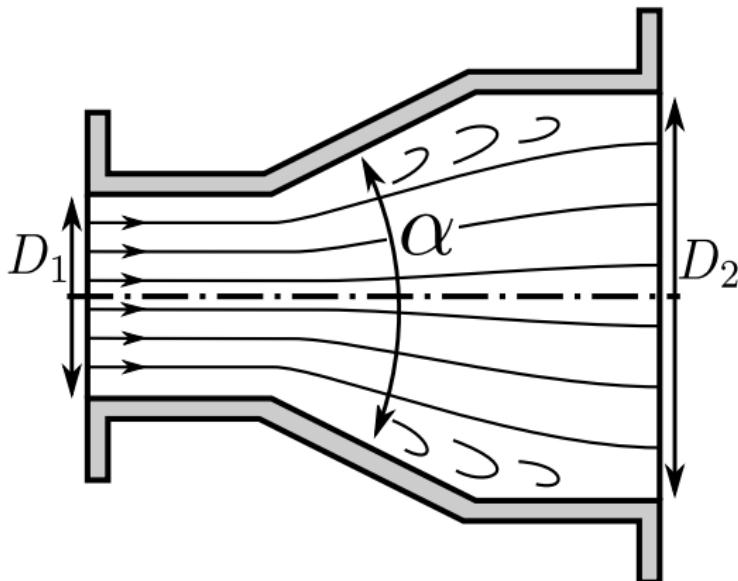


Het totale ladingsverlies is steeds het lokale verlies plus het verlies ten gevolge van de lengte van de leiding.

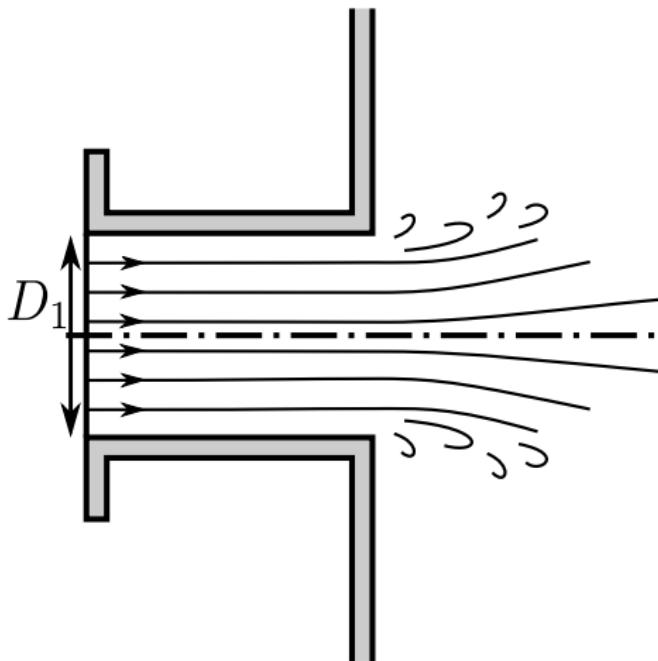
# Voorbeelden



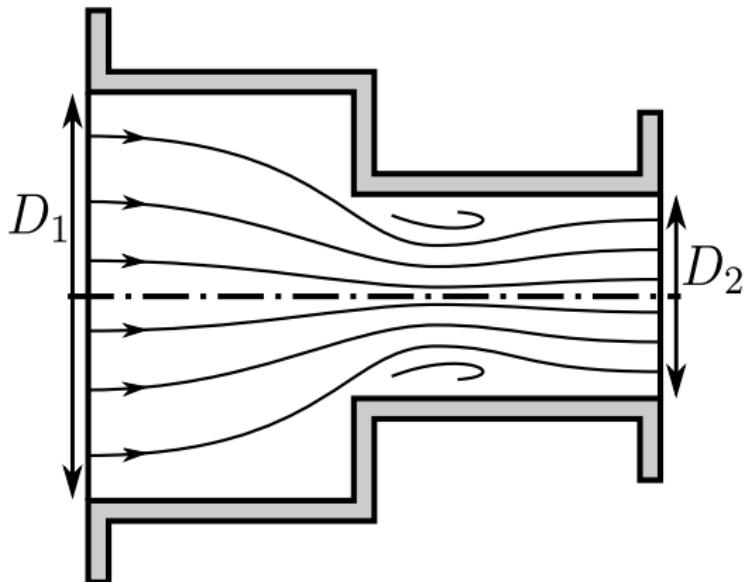
# Voorbeelden



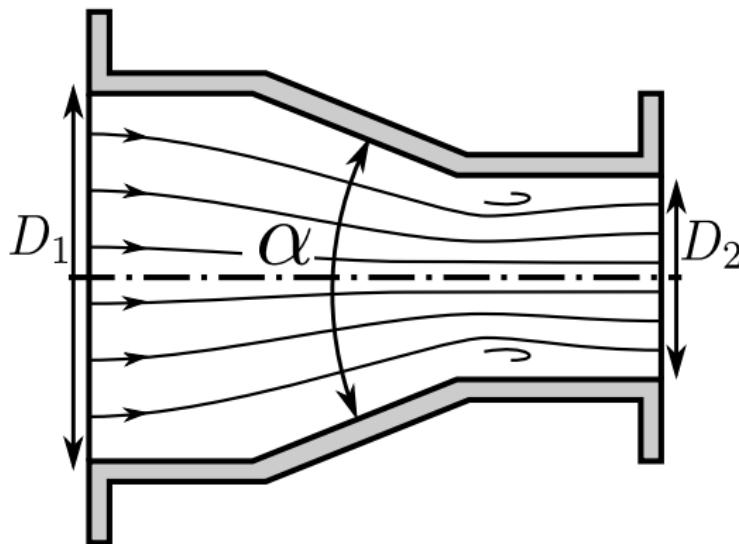
# Voorbeelden



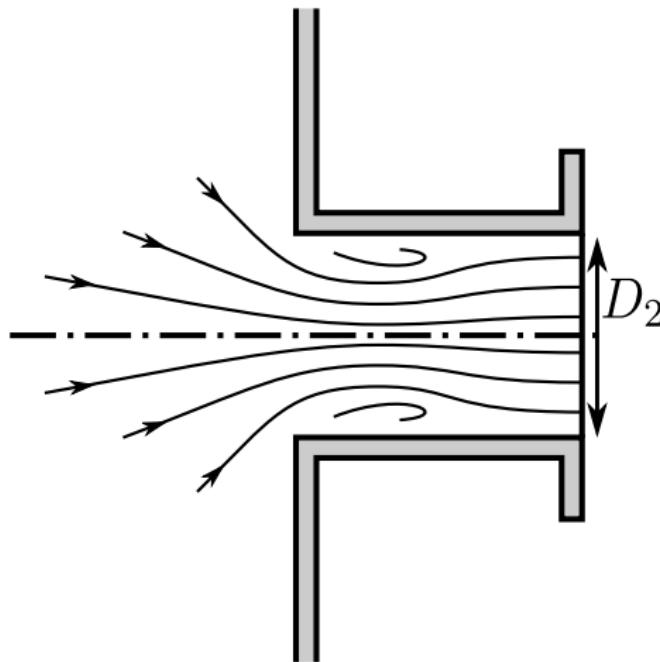
# Voorbeelden



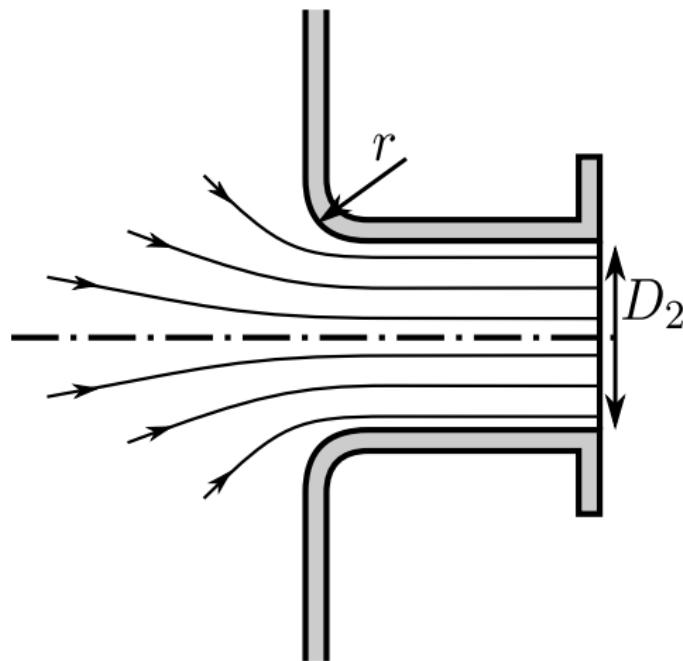
# Voorbeelden



# Voorbeelden



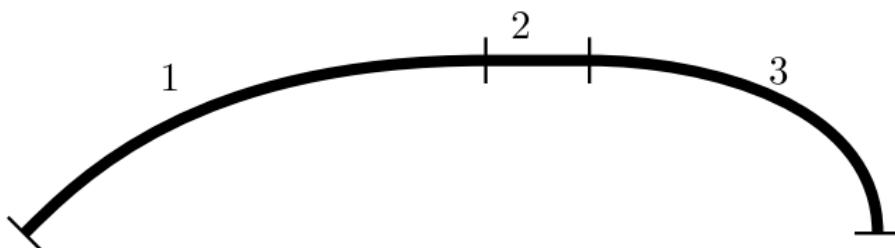
# Voorbeelden



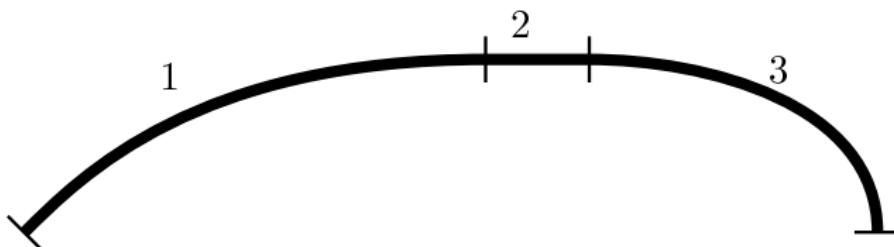
# Inhoud

- 1 Inleiding
- 2 Mechanische energie
- 3 Lokale ladingsverliezen
- 4 Serie- en parallelschakeling
- 5 Pompen en ventilatoren

# Serieschakeling



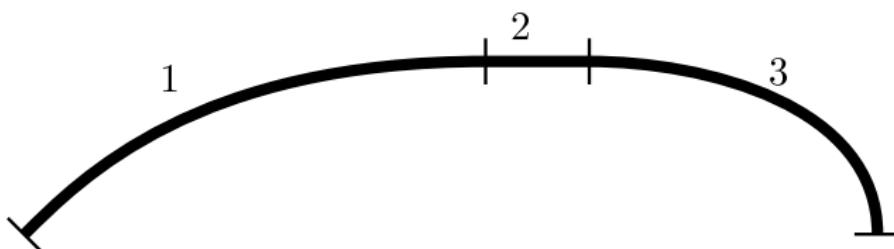
# Serieschakeling



$$\dot{V}_{\text{serie}} = \dot{V}_i$$

$$h_{L,\text{serie}} = \sum h_{L,i}$$

# Serieschakeling

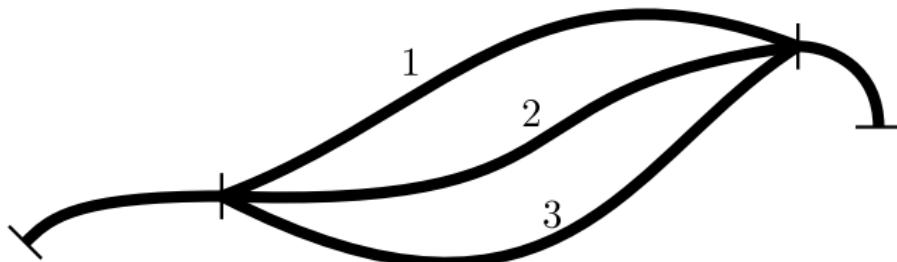


$$\dot{V}_{\text{serie}} = \dot{V}_i$$

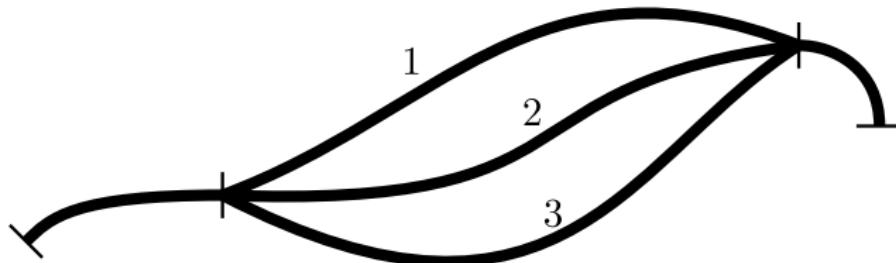
$$h_{L,\text{serie}} = \sum h_{L,i}$$

Het totale ladingsverlies in een serieschakeling van elementen is de som van de ladingsverliezen

# Parallelschakeling



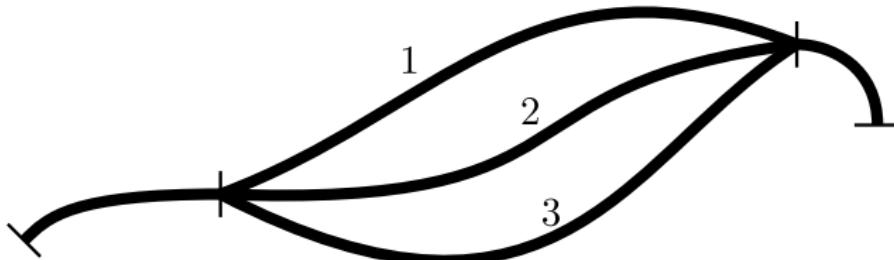
# Parallelschakeling



$$\dot{V}_{\text{parallel}} = \sum \dot{V}_i$$

$$h_{L,\text{parallel}} = h_{L,i}$$

# Parallelschakeling



$$\dot{V}_{\text{parallel}} = \sum \dot{V}_i$$

$$h_{L,\text{parallel}} = h_{L,i}$$

Het ladingsverlies in elke tak van een parallelschakeling is gelijk aan het totale ladingsverlies

# Elektrisch analoog

$$h_L = 8f \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2} \frac{L}{D^5}$$

# Elektrisch analoog

$$h_L = 8f \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2} \frac{L}{D^5}$$

$$U = RI$$

# Elektrisch analoog

$$h_L = 8f \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2} \frac{L}{D^5}$$

$$U = RI$$

$$h_L = R\dot{V}^2$$

# Elektrisch analoog

$$h_L = 8f \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2} \frac{L}{D^5}$$

$$U = RI$$

$$h_L = R\dot{V}^2$$

Voor leidingen:

$$R = \frac{8f}{g\pi^2} \frac{L}{D^5}$$

Voor lokale verliezen:

$$R = \frac{\zeta}{2gA^2}$$

# Elektrisch analoog

Serieschakeling:

$$h_{L, \text{serie}} = R_{\text{serie}} \dot{V}^2$$

$$R_{\text{serie}} = \sum_i R_i$$

# Elektrisch analoog

Serieschakeling:

$$h_{L, \text{serie}} = R_{\text{serie}} \dot{V}^2$$

$$R_{\text{serie}} = \sum_i R_i$$

Parallelschakeling:

$$h_{L, \text{parallel}} = R_{\text{parallel}} \dot{V}^2$$

$$R_{\text{parallel}} = \left( \sum_i \frac{1}{\sqrt{R_i}} \right)^{-2}$$

# Iteratief elektrisch analoog

$$h_L = 8f \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2} \frac{L}{D^5}$$

# Iteratief elektrisch analoog

$$h_L = 8f \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2} \frac{L}{D^5}$$

$$U = RI$$

# Iteratief elektrisch analoog

$$h_L = 8f \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2} \frac{L}{D^5}$$

$$U = RI$$

$$h_L = R' \dot{V}$$

# Iteratief elektrisch analoog

$$h_L = 8f \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2} \frac{L}{D^5}$$

$$U = RI$$

$$h_L = R' \dot{V}$$

Voor leidingen:

$$R' = \frac{8f}{g\pi^2} \frac{L}{D^5} \dot{V}$$

Voor lokale verliezen:

$$R' = \frac{\zeta}{2gA^2} \dot{V}$$

# Iteratief elektrisch analoog

Serieschakeling:

$$h_{L, \text{serie}} = R'_{\text{serie}} \dot{V}$$

$$R'_{\text{serie}} = \sum_i R'_i$$

# Iteratief elektrisch analoog

Serieschakeling:

$$h_{L,\text{serie}} = R'_{\text{serie}} \dot{V}$$

$$R'_{\text{serie}} = \sum_i R'_i$$

Parallelschakeling:

$$h_{L,\text{parallel}} = R'_{\text{parallel}} \dot{V}$$

$$R'_{\text{parallel}} = \left( \sum_i \frac{1}{R'_i} \right)^{-1}$$

# Iteratief elektrisch analoog

$$R' = \frac{8f}{g\pi^2} \frac{L}{D^5} \dot{V}$$

Iteratieve oplossingsprocedure noodzakelijk

# Iteratief elektrisch analoog

$$R' = \frac{8f}{g\pi^2} \frac{L}{D^5} \dot{V}$$

Iteratieve oplossingsprocedure noodzakelijk

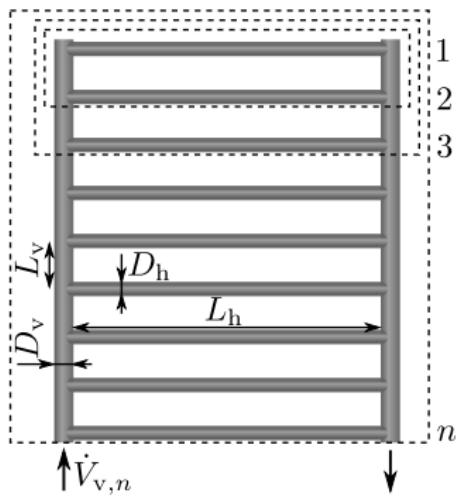
1. Schat  $\dot{V}_i$
2. Bepaal  $R'_i$
3. Bepaal  $\dot{V}_i$ , en andere grootheden
4. Indien de schatting te ver afwijkt van het resultaat: ga naar stap 2

# Voorbeeld

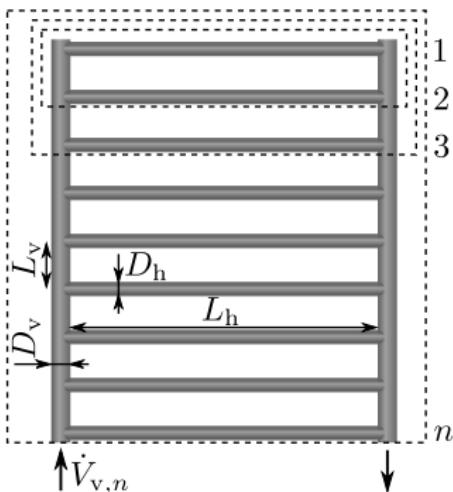


Bron: <http://www.aquaprestige.be>

# Voorbeeld



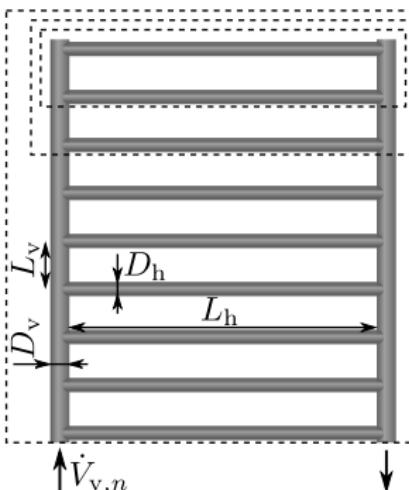
# Voorbeeld



$$h_{L,1 \rightarrow 2} = \left( \frac{1}{\sqrt{R_{h,2}}} + \frac{1}{\sqrt{2R_{v,1} + R_{h,1}}} \right)^{-2} \dot{V}_{v,2}^2$$

$$R_{1 \rightarrow 2} = \left( \frac{1}{\sqrt{R_{h,1}}} + \frac{1}{\sqrt{2R_{v,1} + R_{h,1}}} \right)^{-2}$$

# Voorbeeld

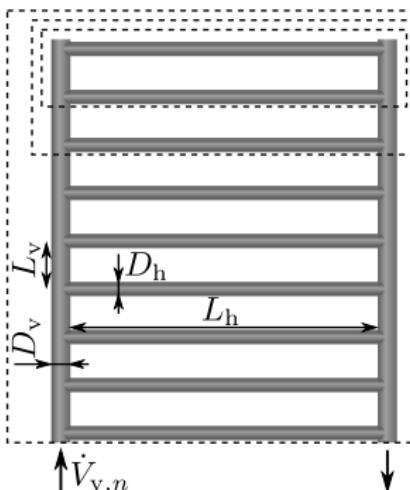


$$h_{L,1 \rightarrow 2} = \left( \frac{1}{\sqrt{R_{h,2}}} + \frac{1}{\sqrt{2R_{v,1} + R_{h,1}}} \right)^{-2} \dot{V}_{v,2}^2$$

$$R_{1 \rightarrow 2} = \left( \frac{1}{\sqrt{R_{h,1}}} + \frac{1}{\sqrt{2R_{v,1} + R_{h,1}}} \right)^{-2}$$

$$R_{1 \rightarrow 3} = \left( \frac{1}{\sqrt{R_{h,3}}} + \frac{1}{\sqrt{2R_{v,2} + R_{1 \rightarrow 2}}} \right)^{-2}$$

# Voorbeeld



$$h_{L,1 \rightarrow 2} = \left( \frac{1}{\sqrt{R_{h,2}}} + \frac{1}{\sqrt{2R_{v,1} + R_{h,1}}} \right)^{-2} \dot{V}_{v,2}^2$$

$$R_{1 \rightarrow 2} = \left( \frac{1}{\sqrt{R_{h,1}}} + \frac{1}{\sqrt{2R_{v,1} + R_{h,1}}} \right)^{-2}$$

$$R_{1 \rightarrow 3} = \left( \frac{1}{\sqrt{R_{h,3}}} + \frac{1}{\sqrt{2R_{v,2} + R_{1 \rightarrow 2}}} \right)^{-2}$$

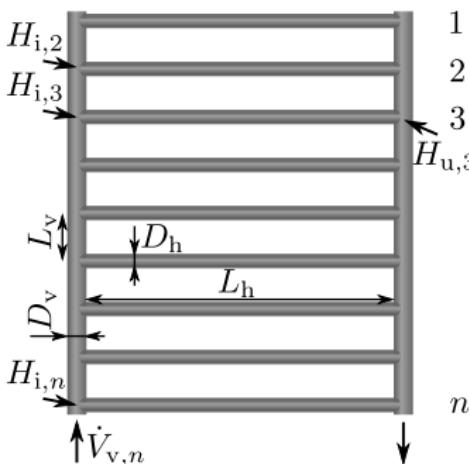
$$R_{1 \rightarrow n} = \left( \frac{1}{\sqrt{R_{h,n}}} + \frac{1}{\sqrt{2R_{v,n-1} + R_{1 \rightarrow n-1}}} \right)^{-2}$$

$$h_{L,1 \rightarrow n} = R_{1 \rightarrow n} \dot{V}_{v,n}^2$$

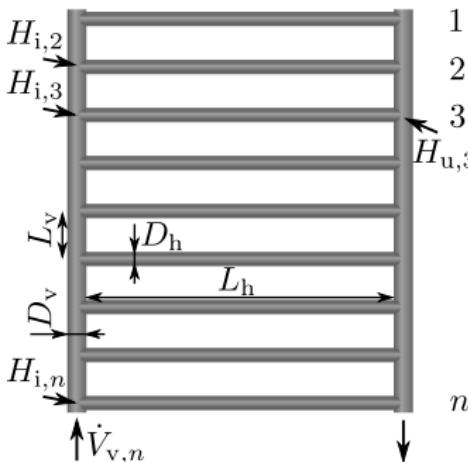
# Voorbeeld

code voorbeeld

# Voorbeeld iteratief

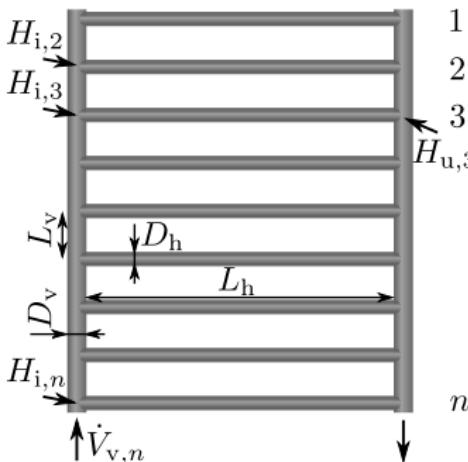


# Voorbeeld iteratief



$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 - h_L$$

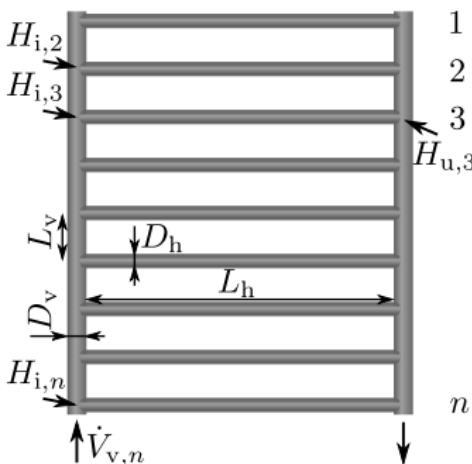
# Voorbeeld iteratief



$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 - h_L$$

$$H_2 = H_1 - h_L$$

# Voorbeeld iteratief

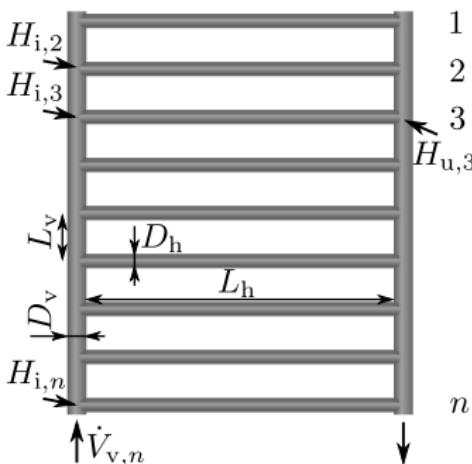
1  
2  
3 $H_{u,3}$  $n$ 

$$H_{2,i} = H_{3,i} - R'_{v,2} \dot{V}_{v,2}$$

$$H_{3,u} = H_{2,u} - R'_{v,2} \dot{V}_{v,2}$$

$$H_{2,u} = H_{2,i} - R'_{h,2} \dot{V}_{h,2}$$

# Voorbeeld iteratief

1  
2  
3 $H_{u,3}$  $L_v$  $D_h$  $L_h$  $D_v$  $H_{i,n}$  $n$  $\downarrow$ 

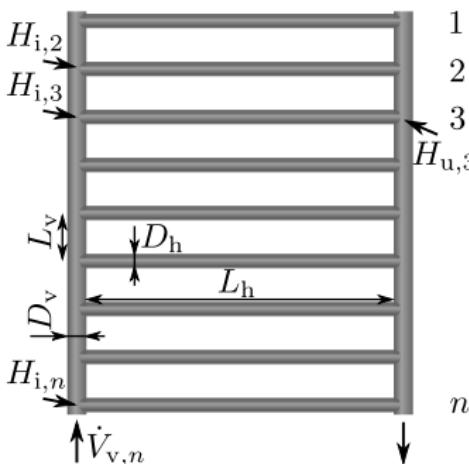
$$H_{2,i} = H_{3,i} - R'_{v,2} \dot{V}_{v,2}$$

$$H_{3,u} = H_{2,u} - R'_{v,2} \dot{V}_{v,2}$$

$$H_{2,u} = H_{2,i} - R'_{h,2} \dot{V}_{h,2}$$

$$\dot{V}_{h,2} = \dot{V}_{v,2} + \dot{V}_{h,1}$$

# Voorbeeld iteratief



$$\begin{array}{ll} 1 & H_{i,i} = H_{i,i+1} - R'_{v,i} \dot{V}_{v,i} \\ 2 & H_{u,i+1} = H_{u,i} - R'_{v,i} \dot{V}_{v,i} \end{array}$$

$$H_{u,i} = H_{i,i} - R'_{h,i} \dot{V}_{h,i}$$

$$\dot{V}_{h,i+1} = \dot{V}_{v,i+1} + \dot{V}_{h,i}$$

# Voorbeeld iteratief

$$\begin{pmatrix}
 0 & 1 & -1 & 0 & & R'_{v,i} \\
 & \ddots & \ddots & \ddots & & \\
 & & 0 & -1 & 1 & 0 & R'_{v,i} \\
 & & & \ddots & \ddots & \ddots & \\
 & & & & \ddots & \ddots & \\
 & & & & & \vdots & \\
 & & & & & &
 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}
 \vdots \\
 H_{i,i} \\
 H_{i,i+1} \\
 \vdots \\
 H_{u,i} \\
 H_{u,i+1} \\
 \vdots \\
 \dot{V}_{v,i} \\
 \dot{V}_{v,i+1} \\
 \vdots \\
 \dot{V}_{h,i} \\
 \dot{V}_{h,i+1} \\
 \vdots
 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix}
 \vdots \\
 0 \\
 \vdots \\
 0 \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 0 \\
 \vdots \\
 \vdots \\
 0 \\
 \vdots
 \end{pmatrix}$$

# Toepassingen

- Bepaal het ladingsverlies
- Bepaal het debiet
- Bepaal de leiding diameter

# Toepassingen

- Bepaal het ladingsverlies

Gegeven:

$$\dot{V}, L, D, \varepsilon$$

Gevraagd:

$$h_L$$

Oplossingsmethode voor een serieschakeling van leidingen of een parallelschakeling van gelijke leidingen:

1. Bepaal  $R_e$
2. Bepaal  $f$
3. Bepaal  $h_L$

# Toepassingen

- Bepaal het ladingsverlies

Gegeven:

$$\dot{V}, L, D, \varepsilon$$

Gevraagd:

$$h_L$$

Oplossingsmethode een parallelschakeling:

1. Schat  $\dot{V}_i$
2. Bepaal  $R_{e_i}$
3. Bepaal  $f_i$
4. Bepaal  $h_L$
5. Bepaal  $\dot{V}_i$
6. Ga naar stap 2

# Toepassingen

- Bepaal het debiet

Gegeven:

$$h_L, L, D, \varepsilon$$

Gevraagd:

$$\dot{V}$$

Oplossingsmethode:

1. Schat  $\dot{V}$
2. Bepaal  $Re$
3. Bepaal  $f$
4. Bepaal  $\dot{V}$
5. Ga naar stap 2

# Toepassingen

- Bepaal de leiding diameter

Gegeven:

$$\dot{V}, h_L, L, \varepsilon$$

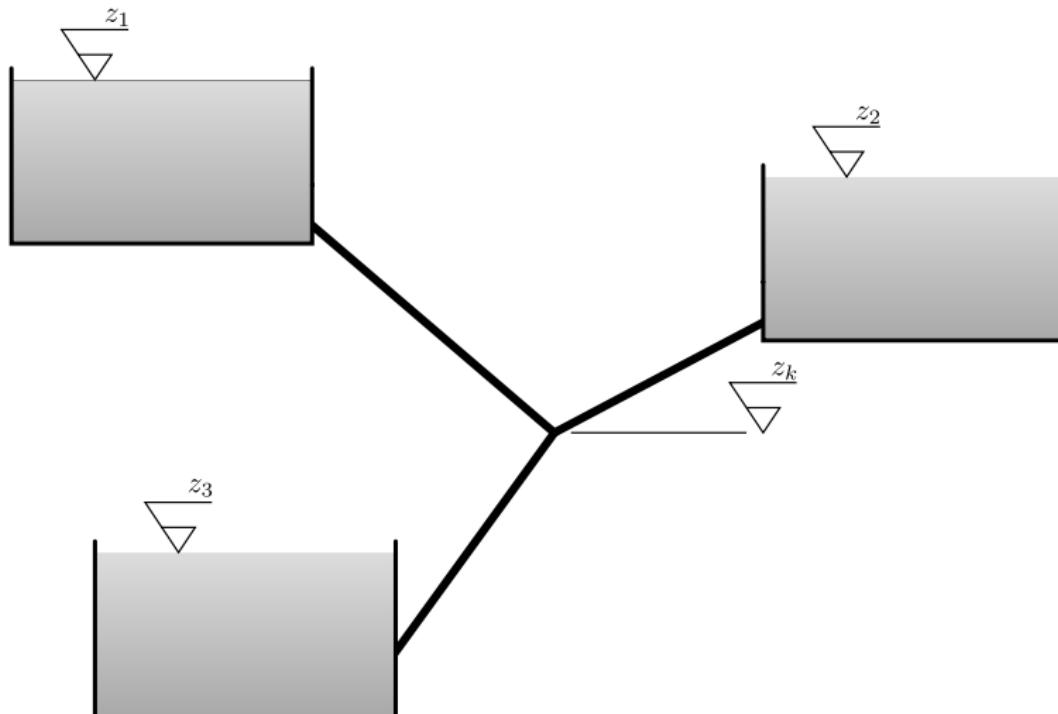
Gevraagd:

$$D$$

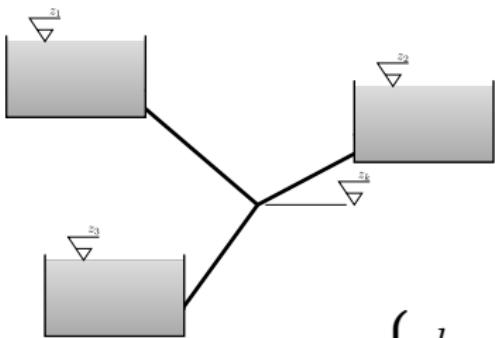
Oplossingsmethode:

1. Schat  $D$
2. Bepaal  $Re$
3. Bepaal  $f$
4. Bepaal  $D$
5. Ga naar stap 2

# Leidingnetwerk

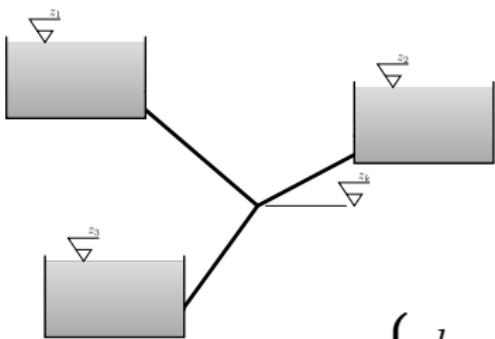


# Leidingnetwerk



$$\left\{ \begin{array}{lcl} h_k & = & \frac{p_1}{\rho g} + z_1 - h_{L,1} \\ h_k & = & \frac{p_2}{\rho g} + z_2 - h_{L,2} \\ \frac{p_3}{\rho g} + z_3 & = & h_k - h_{L,3} \end{array} \right.$$

# Leidingnetwerk



$$\left\{ \begin{array}{lcl} h_k & = & \frac{p_1}{\rho g} + z_1 - h_{L,1} \\ h_k & = & \frac{p_2}{\rho g} + z_2 - h_{L,2} \\ \frac{p_3}{\rho g} + z_3 & = & h_k - h_{L,3} \\ \dot{V}_3 & = & \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \end{array} \right.$$

# Inhoud

- 1 Inleiding
- 2 Mechanische energie
- 3 Lokale ladingsverliezen
- 4 Serie- en parallelschakeling
- 5 Pompen en ventilatoren

# Mechanische energie

**Een pomp of ventilator voegt mechanische energie toe aan de stroming**

# Mechanische energie

**Een pomp of ventilator voegt mechanische energie toe aan de stroming**

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 - h_L + h_P$$

Met  $h_P$  de opvoerhoogte.

# Mechanische energie

**Een pomp of ventilator voegt mechanische energie toe aan de stroming**

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 - h_L + h_P$$

Met  $h_P$  de opvoerhoogte.

**Een turbine onttrekt mechanische energie aan de stroming**

# Mechanische energie

**Een pomp of ventilator voegt mechanische energie toe aan de stroming**

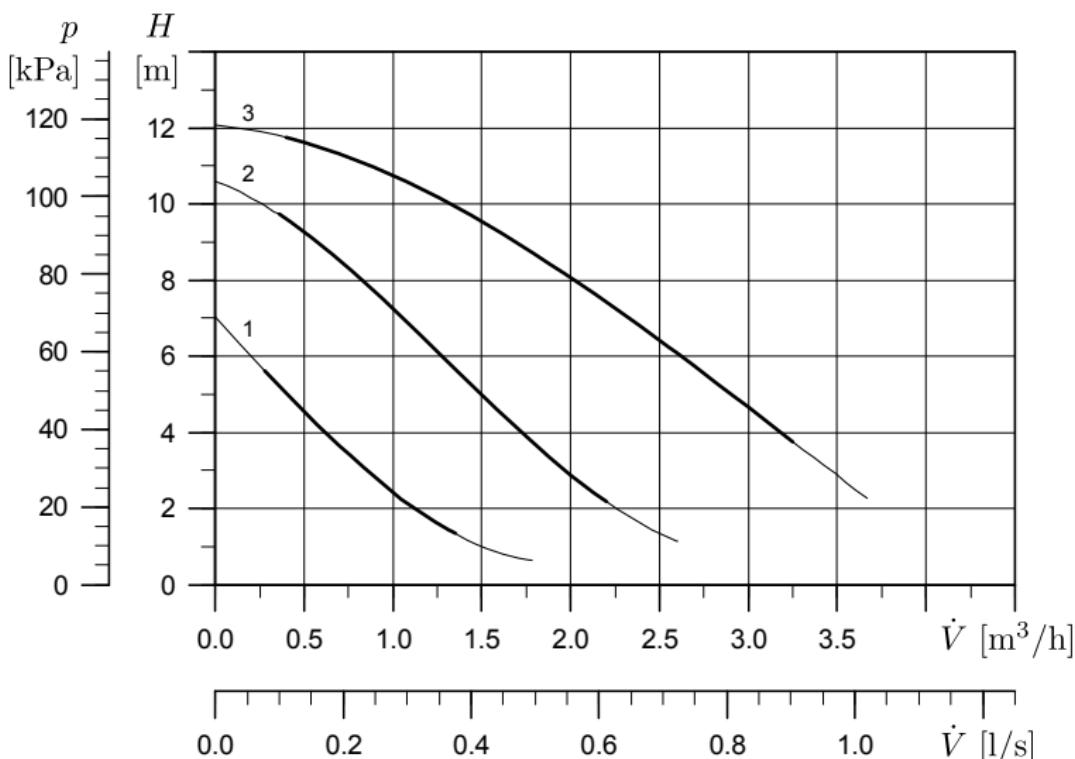
$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 - h_L + h_P$$

Met  $h_P$  de opvoerhoogte.

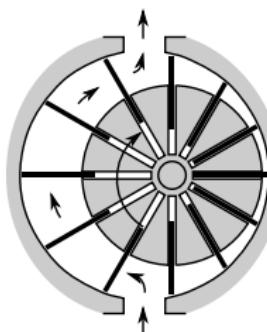
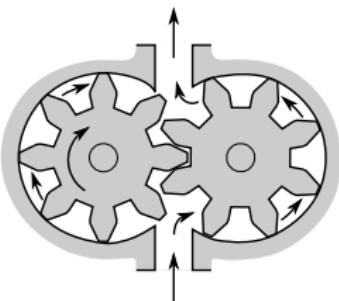
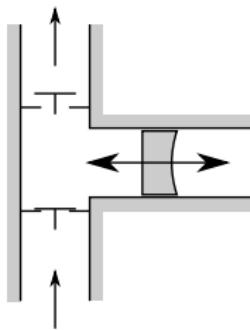
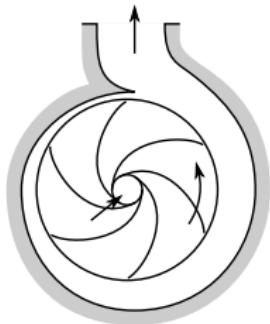
**Een turbine onttrekt mechanische energie aan de stroming**

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 - h_L + h_P - h_T$$

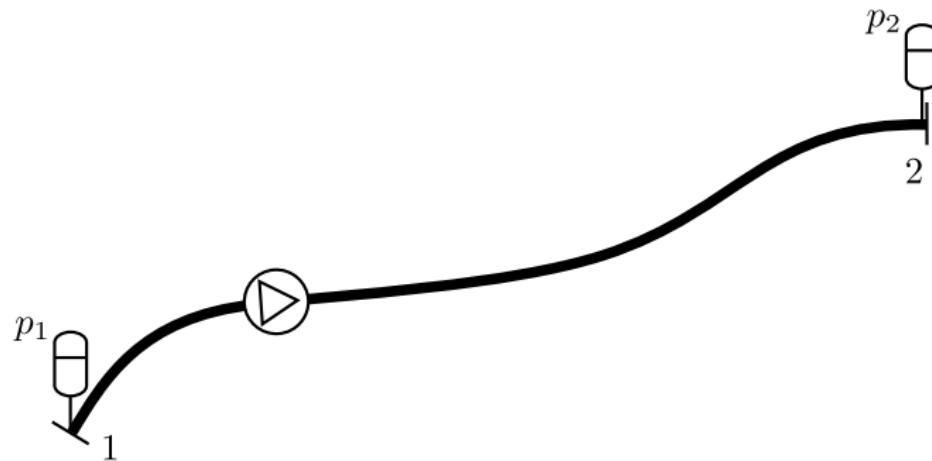
# Pomp- of ventilatorkarakteristiek



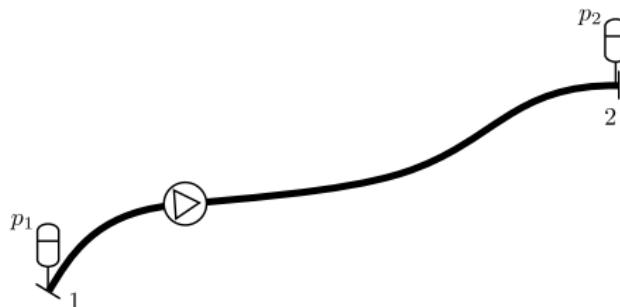
# Types pompen



# Leidingkarakteristiek



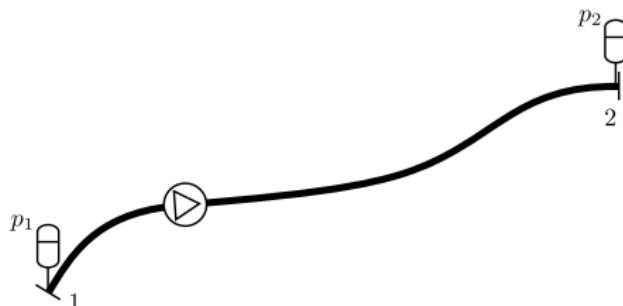
# Leidingkarakteristiek



Het ladingsverlies plus het verschil in energiehoogte tussen uit- en inlaat is een functie van het debiet:

$$h_L(\dot{V}) + \left( \frac{p_2}{\rho g} + 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_2^4} + z_2 \right) - \left( \frac{p_1}{\rho g} + 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_1^4} + z_1 \right)$$

# Leidingkarakteristiek

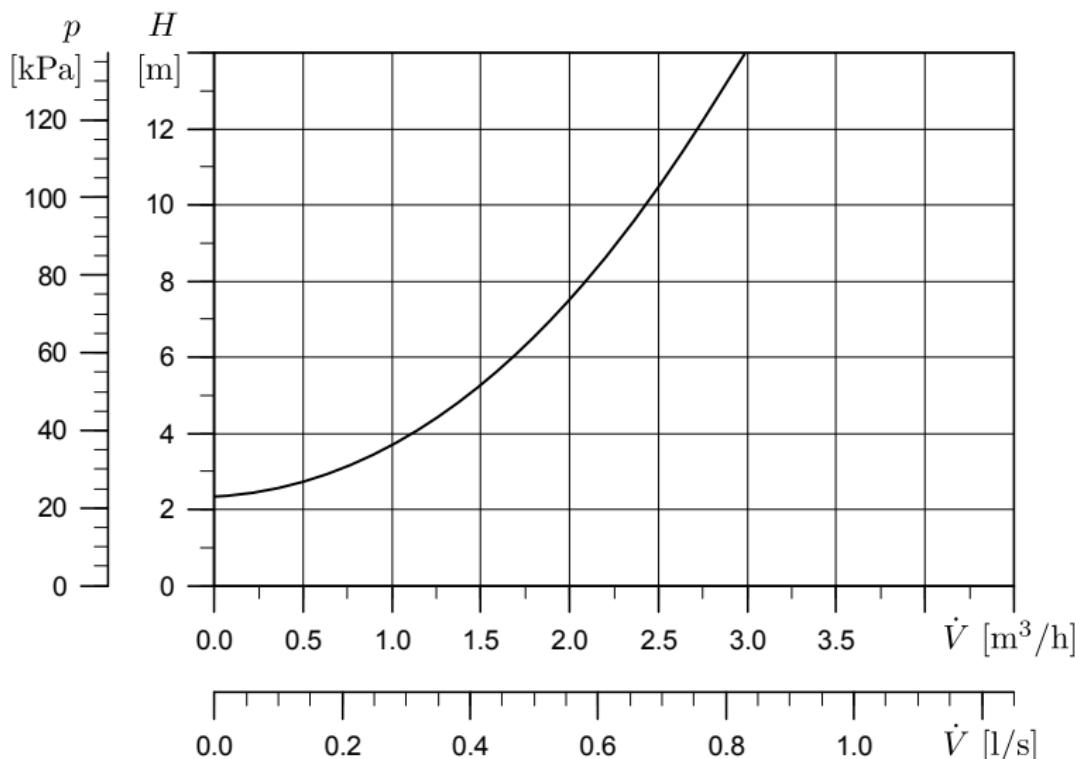


Het ladingsverlies plus het verschil in energiehoogte tussen uit- en inlaat is een functie van het debiet:

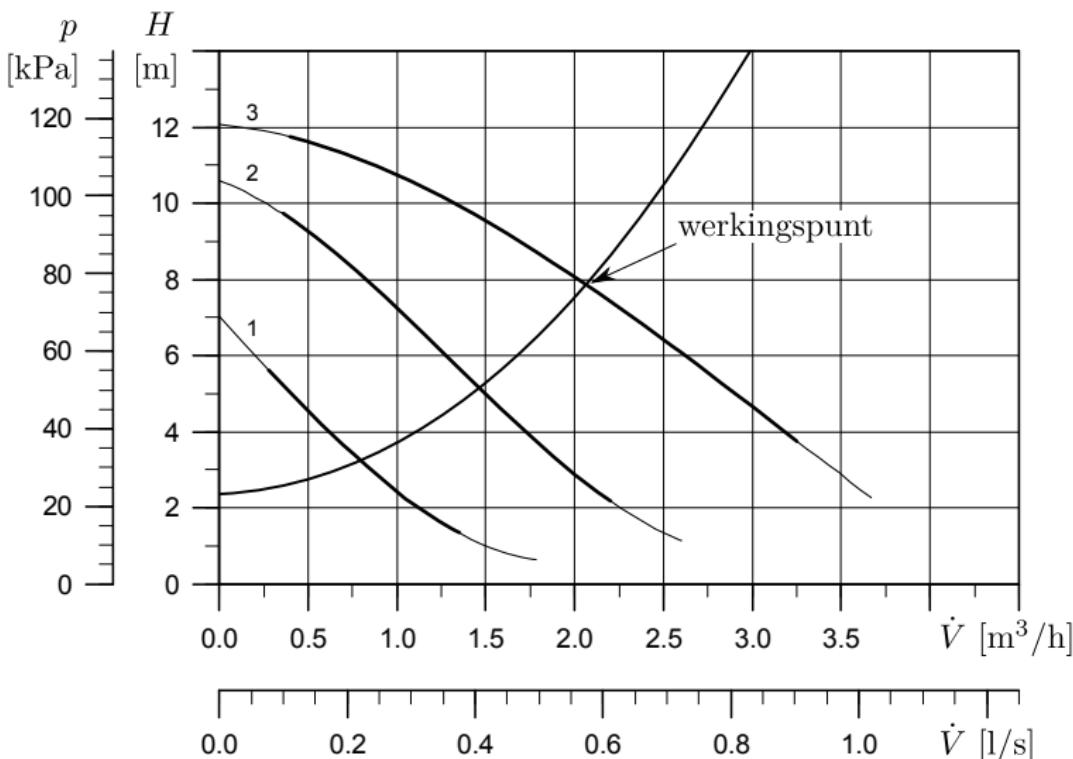
$$h_L(\dot{V}) + \left( \frac{p_2}{\rho g} + 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_2^4} + z_2 \right) - \left( \frac{p_1}{\rho g} + 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_1^4} + z_1 \right)$$

$$\frac{p_2}{\rho g} - \frac{p_1}{\rho g} + z_2 - z_1 + 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_2^4} - 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_1^4} + h_L(\dot{V})$$

# Leidingkarakteristiek



# Werkingspunt



# Werkingspunt

**Het werkingspunt is het snijpunt van de pomp- en leidingkarakteristiek**

$$h_L(\dot{V}) + \left( \frac{p_2}{\rho g} + 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_2^4} + z_2 \right) - \left( \frac{p_1}{\rho g} + 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_1^4} + z_1 \right) = h_P(\dot{V})$$

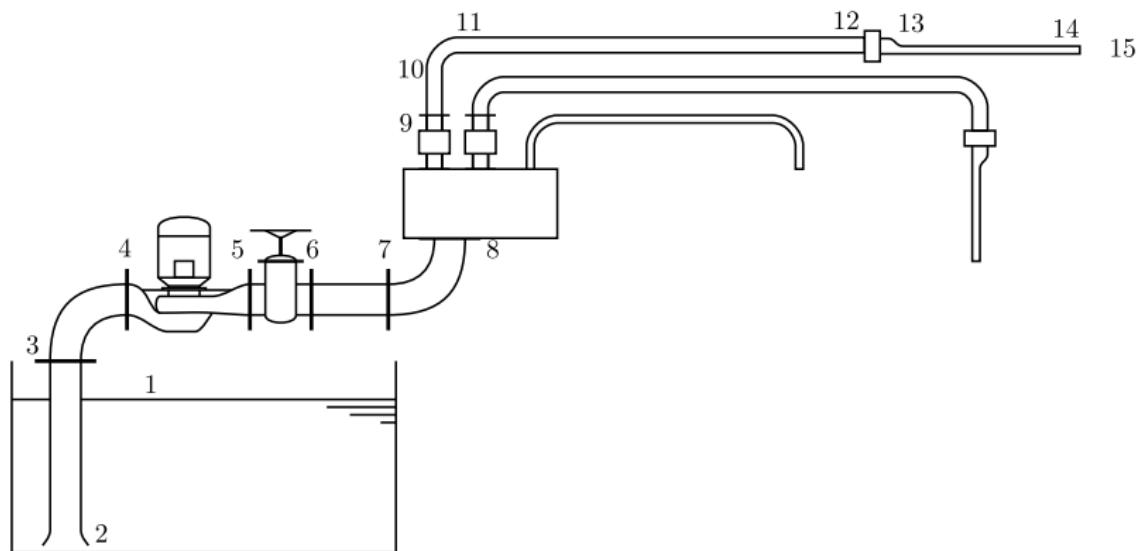
# Werkingspunt

**Het werkingspunt is het snijpunt van de pomp- en leidingkarakteristiek**

$$h_L(\dot{V}) + \left( \frac{p_2}{\rho g} + 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_2^4} + z_2 \right) - \left( \frac{p_1}{\rho g} + 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_1^4} + z_1 \right) = h_P(\dot{V})$$

$$\frac{p_2}{\rho g} + 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_2^4} + z_2 = \frac{p_1}{\rho g} + 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_1^4} + z_1 - h_L(\dot{V}) + h_P(\dot{V})$$

# Grafische voorstelling



# Grafische voorstelling

