

Fluïdummechanica

Open kanaalstroming

Brecht Baeten¹

¹KU Leuven, Technologie campus Diepenbeek,
e-mail: brecht.baeten@kuleuven.be

24 november 2016

Inhoud

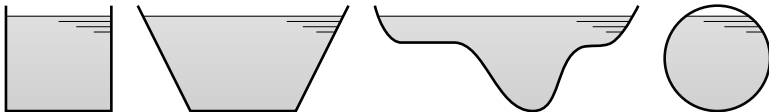
- 1 Inleiding
- 2 Oppervlaktegolven
- 3 Specifieke energie diagram
- 4 Stromingstypes
- 5 Analogie met samendrukbare stroming

Voorbeeld

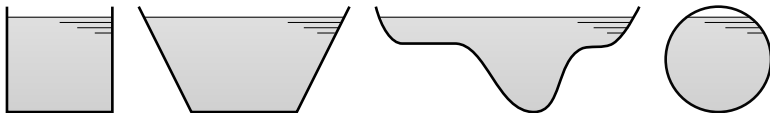


Bron: <http://billingsgazette.com/>

Doorsneden



Doorsneden

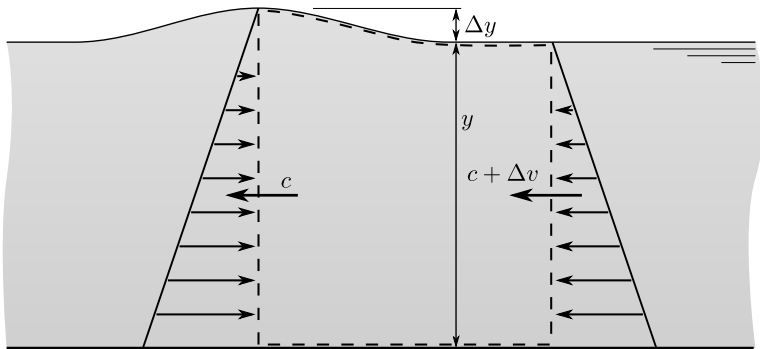


Het oppervlak is vrij om te vervormen

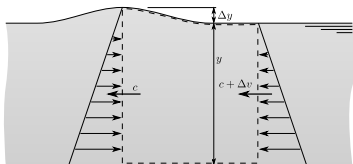
Inhoud

- 1 Inleiding
- 2 **Oppervlaktegolven**
- 3 Specifieke energie diagram
- 4 Stromingstypes
- 5 Analogie met samendrukbare stroming

Golfsnelheid



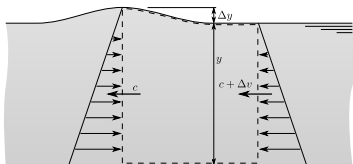
Golfsnelheid



Behoud van massa:

$$0 = (c + \Delta v)by - cb(y + \Delta y)$$

Golfsnelheid

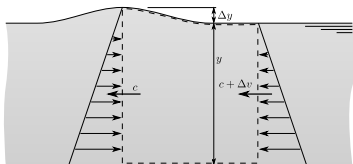


Behoud van massa:

$$0 = (c + \Delta v)by - cb(y + \Delta y)$$

$$c = y \frac{\Delta v}{\Delta y} \quad (1)$$

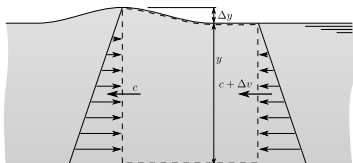
Golfsnelheid



Behoud van impuls:

$$\frac{1}{2}\rho g(y + \Delta y)^2 b - \frac{1}{2}\rho g y^2 b = \rho b(y + \Delta y)c(c + \Delta v - c)$$

Golfsnelheid

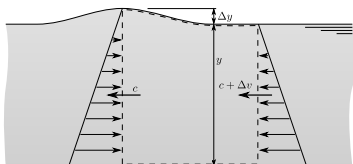


Behoud van impuls:

$$\frac{1}{2}\rho g(y + \Delta y)^2 b - \frac{1}{2}\rho g y^2 b = \rho b(y + \Delta y)c(c + \Delta v - c)$$

$$g \left(\frac{y}{\Delta y} + \frac{1}{2} \right) = c \left(\frac{y}{\Delta y} + 1 \right) \frac{\Delta v}{\Delta y}$$

Golfsnelheid



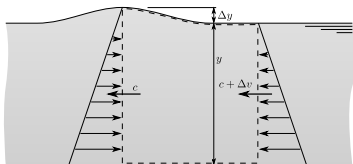
Behoud van impuls:

$$\frac{1}{2}\rho g(y + \Delta y)^2 b - \frac{1}{2}\rho g y^2 b = \rho b(y + \Delta y)c(c + \Delta v - c)$$

$$g \left(\frac{y}{\Delta y} + \frac{1}{2} \right) = c \left(\frac{y}{\Delta y} + 1 \right) \frac{\Delta v}{\Delta y}$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta y} = \frac{g}{c} \frac{\frac{y}{\Delta y} + \frac{1}{2}}{\frac{y}{\Delta y} + 1} \approx \frac{g}{c} \quad (2)$$

Golfsnelheid

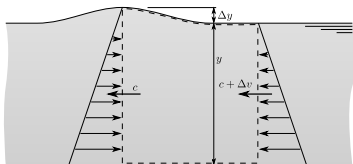


(1) en (2):

$$c = y \frac{\Delta v}{\Delta y}$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta y} \approx \frac{g}{c}$$

Golfsnelheid



(1) en (2):

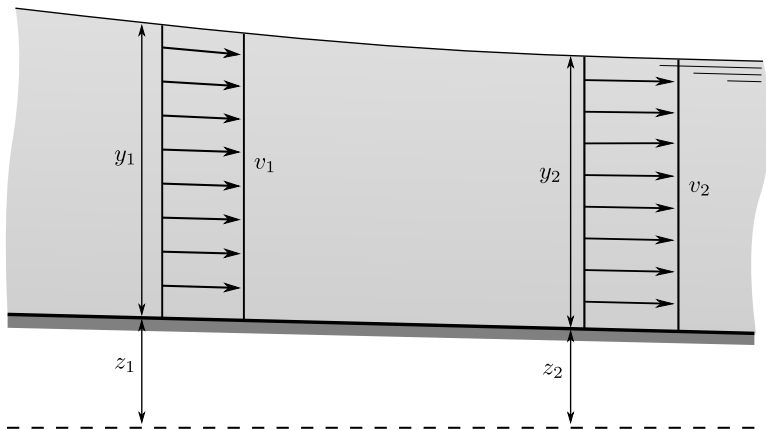
$$c = y \frac{\Delta v}{\Delta y}$$
$$\frac{\Delta v}{\Delta y} \approx \frac{g}{c}$$

$$c = \sqrt{gy} \quad (3)$$

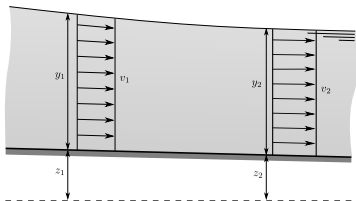
Inhoud

- 1 Inleiding
- 2 Oppervlaktegolven
- 3 Specifieke energie diagram**
- 4 Stromingstypes
- 5 Analogie met samendrukbare stroming

Bernoulli

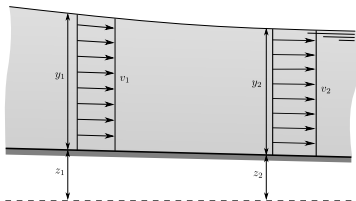


Bernoulli



$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2$$

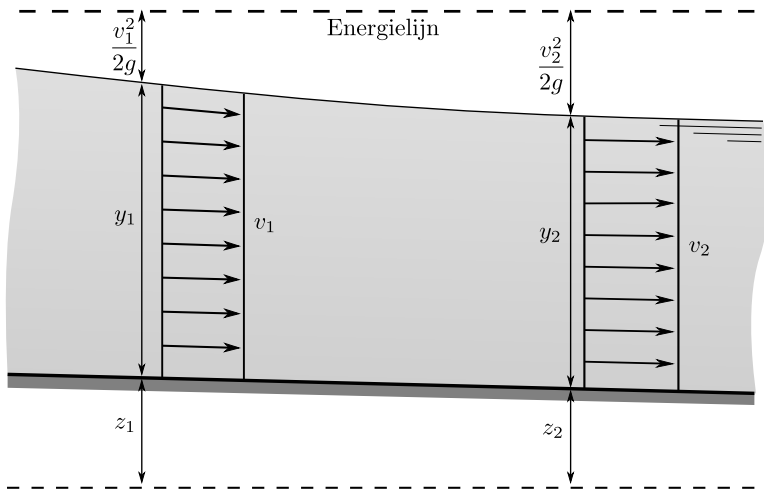
Bernoulli



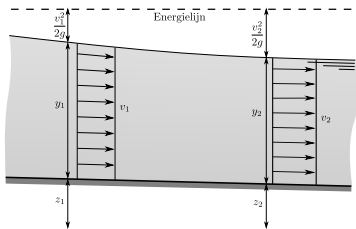
$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2$$

$$y_1 + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = y_2 + \frac{v_2^2}{2g} + z_2$$

Bernoulli

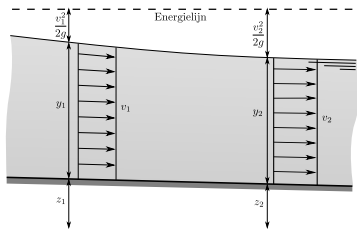


Specifieke energie



$$y_1 + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = y_2 + \frac{v_2^2}{2g} + z_2$$

Specifieke energie

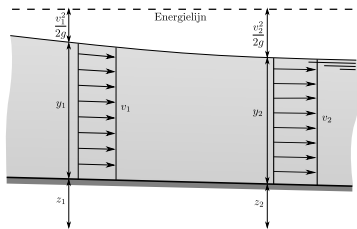


$$\underline{y_1 + \frac{v_1^2}{2g}} + z_1 = \underline{y_2 + \frac{v_2^2}{2g}} + z_2$$

$$E = y + \frac{v^2}{2g}$$

$$E_1 + z_1 = E_2 + z_2$$

Specifieke energie



$$\underline{y_1 + \frac{v_1^2}{2g}} + z_1 = \underline{y_2 + \frac{v_2^2}{2g}} + z_2$$

$$E = y + \frac{v^2}{2g}$$

$$E_1 + z_1 = E_2 + z_2$$

Op een gegeven locatie kan enkel de specifieke energie E variëren

Specifieke energie diagram

$$E = y + \frac{v^2}{2g}$$

Specifieke energie diagram

$$E = y + \frac{v^2}{2g}$$

De hoogte en de snelheid in een kanaal zijn niet onafhankelijk:

$$\dot{V} = v y b$$

Specifieke energie diagram

$$E = y + \frac{v^2}{2g}$$

De hoogte en de snelheid in een kanaal zijn niet onafhankelijk:

$$\dot{V} = v y b$$

$$E = y + \frac{\dot{V}^2 / b^2}{2g y^2}$$

Specifieke energie diagram

$$E = y + \frac{v^2}{2g}$$

De hoogte en de snelheid in een kanaal zijn niet onafhankelijk:

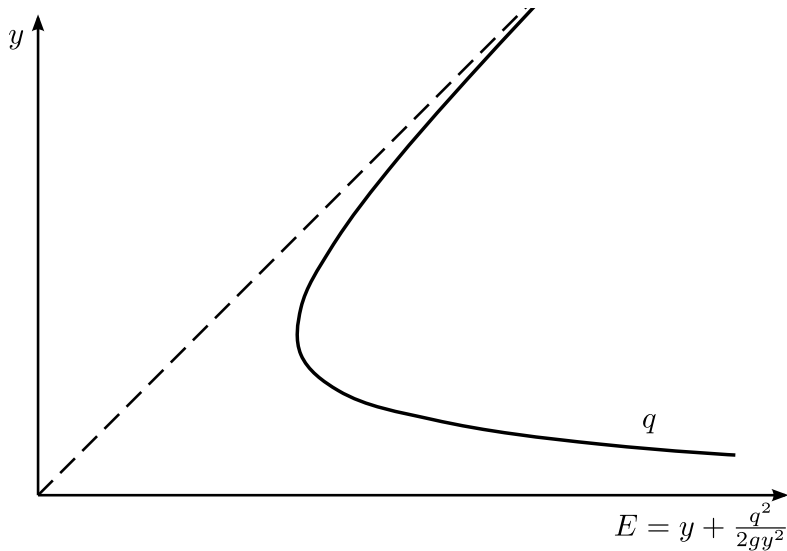
$$\dot{V} = v y b$$

$$E = y + \frac{\dot{V}^2 / b^2}{2g y^2}$$

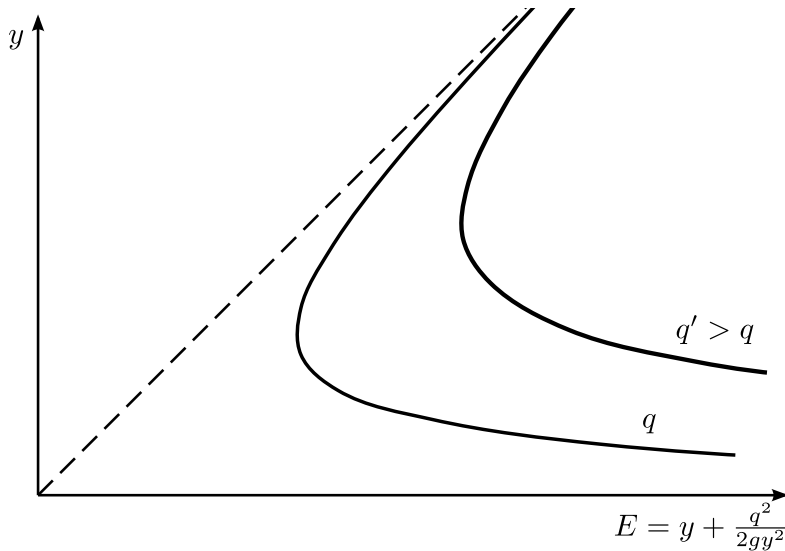
Met het debiet per eenheid breedte, q :

$$E = y + \frac{q^2}{2g y^2}$$

Specifieke energie diagram



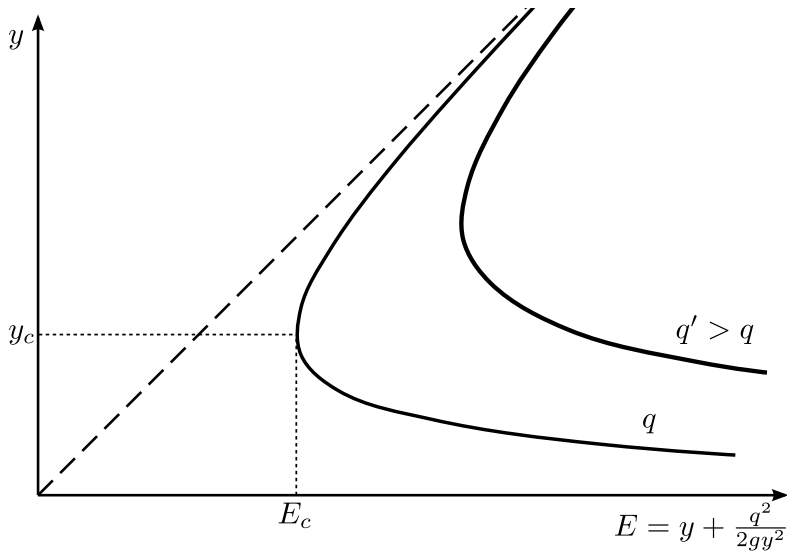
Specifieke energie diagram



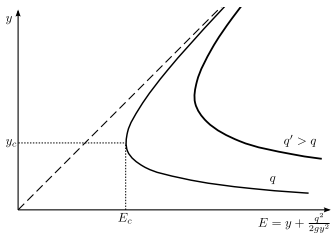
Inhoud

- 1 Inleiding
- 2 Oppervlaktegolven
- 3 Specifieke energie diagram
- 4 Stromingstypes**
- 5 Analogie met samendrukbare stroming

Kritische stroming

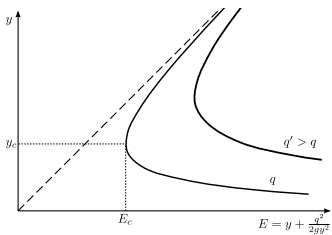


Kritische stroming



$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{q^2}{gy^3} = 0$$

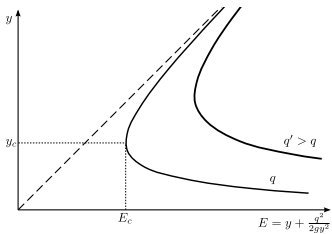
Kritische stroming



$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{q^2}{gy^3} = 0$$

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3}$$

Kritische stroming

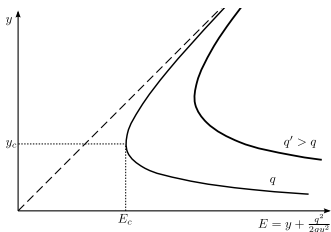


$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{q^2}{gy^3} = 0$$

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3}$$

$$v_c = \sqrt{gy_c}$$

Kritische stroming



$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{q^2}{gy^3} = 0$$

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3}$$

$$v_c = \sqrt{gy_c}$$

Bij kritische stroming is de snelheid gelijk aan de golfsnelheid

Stromingstypes

Snelheid kleiner dan de golfsnelheid:

Subkritische stroming

Stromingstypes

Snelheid kleiner dan de golfsnelheid:

Subkritische stroming

Snelheid groter dan de golfsnelheid:

Superkritische stroming

Stromingstypes

Snelheid kleiner dan de golfsnelheid:

Subkritische stroming

Snelheid groter dan de golfsnelheid:

Superkritische stroming

Dimensieloze uitdrukking:

$$\text{Fr} = \frac{v}{c} = \frac{v}{\sqrt{gy}}$$

Stromingstypes

Snelheid kleiner dan de golfsnelheid:

Subkritische stroming

Snelheid groter dan de golfsnelheid:

Superkritische stroming

Dimensieloze uitdrukking:

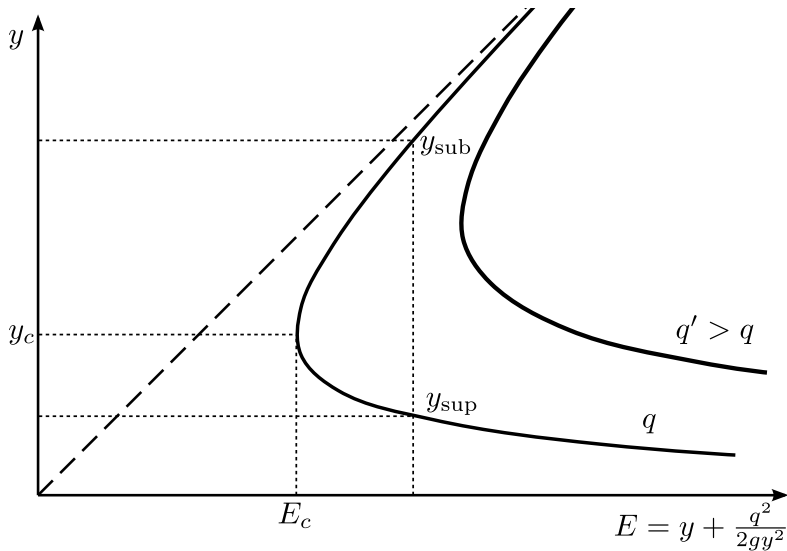
$$Fr = \frac{v}{c} = \frac{v}{\sqrt{gy}}$$

$Fr = 1$ Kritische stroming

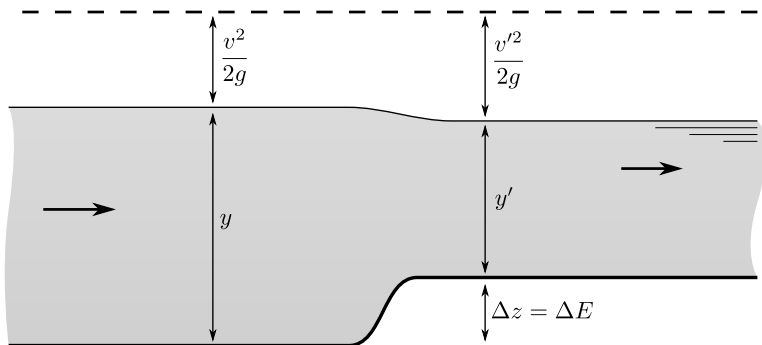
$Fr < 1$ Subkritische stroming

$Fr > 1$ Superkritische stroming

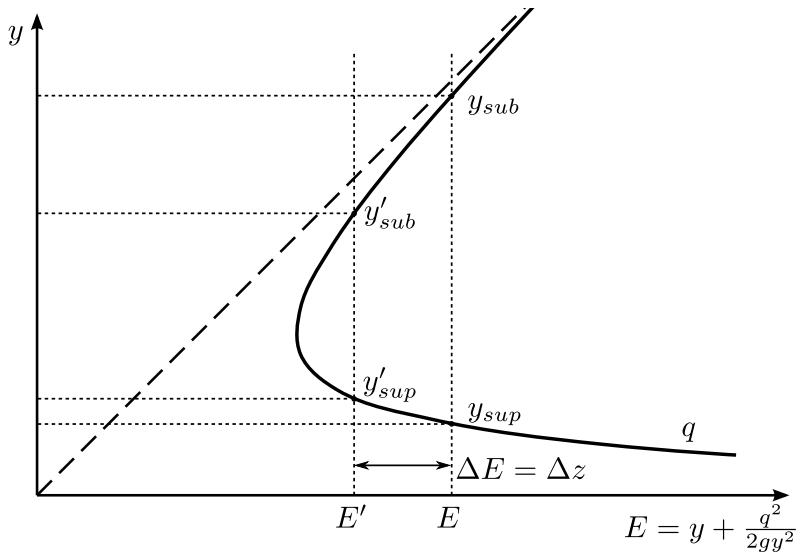
Stromingstypes



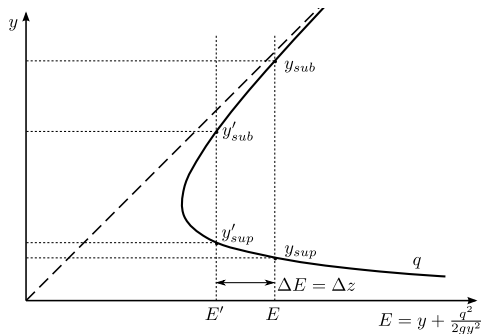
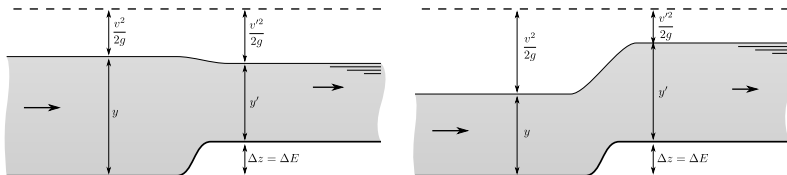
Veranderingen in de bodem



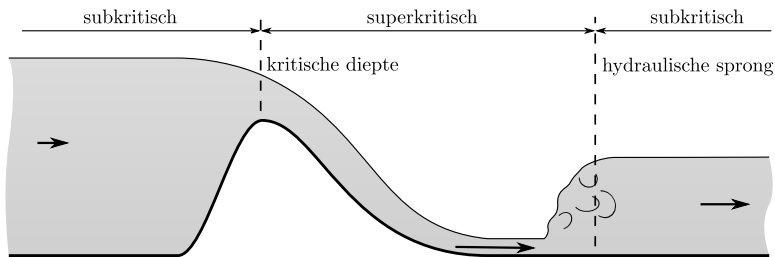
Veranderingen in de bodem



Veranderingen in de bodem



Overgangen tussen stromingstypes



Overgangen tussen stromingstypes



Bron: <http://billingsgazette.com/>

Inhoud

- 1 Inleiding
- 2 Oppervlaktegolven
- 3 Specifieke energie diagram
- 4 Stromingstypes
- 5 Analogie met samendrukbare stroming

Samendrukbare stroming

In een samendrukbare stroming kunnen drukgolven ontstaan
De voortplantingssnelheid is de snelheid van het geluid c

Samendrukbare stroming

In een samendrukbare stroming kunnen drukgolven ontstaan
De voortplantingssnelheid is de snelheid van het geluid c

$$\text{Ma} = \frac{v}{c}$$

Samendrukbare stroming

In een samendrukbare stroming kunnen drukgolven ontstaan

De voortplantingssnelheid is de snelheid van het geluid c

$$\text{Ma} = \frac{v}{c}$$

$\text{Ma} < 1$, Subsone stroming:

Verkleinen van de doorstroom opening zal de snelheid doen stijgen

Samendrukbare stroming

In een samendrukbare stroming kunnen drukgolven ontstaan

De voortplantingssnelheid is de snelheid van het geluid c

$$\text{Ma} = \frac{v}{c}$$

$\text{Ma} < 1$, Subsone stroming:

Verkleinen van de doorstroom opening zal de snelheid doen stijgen

$\text{Ma} > 1$, Supersone stroming:

Vergroten van de doorstroom opening zal de snelheid doen stijgen

Samendrukbare stroming

In een samendrukbare stroming kunnen drukgolven ontstaan

De voortplantingssnelheid is de snelheid van het geluid c

$$\text{Ma} = \frac{v}{c}$$

$\text{Ma} < 1$, Subsonic stroming:

Verkleinen van de doorstroom opening zal de snelheid doen stijgen

$\text{Ma} > 1$, Supersonic stroming:

Vergroten van de doorstroom opening zal de snelheid doen stijgen

Convergerend - divergerend nozzle om een stroming tot boven de geluidssnelheid te versnellen

Overgang van supersonic naar subsonic stroming gaat gepaard met een schokgolf

Samendrukbare stroming



Samendrukbare stroming

