

# Fluïdummechanica

## Open kanaalstroming

Brecht Baeten<sup>1</sup>

<sup>1</sup>KU Leuven, Technologie campus Diepenbeek,  
e-mail: brecht.baeten@kuleuven.be

16 september 2016

# Inhoud

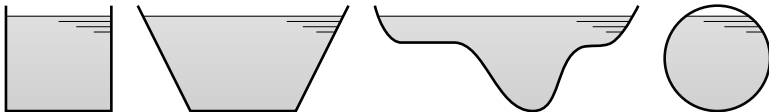
- 1 Inleiding
- 2 Oppervlaktegolven
- 3 Specifieke energie diagram
- 4 Stromingstypes
- 5 Analogie met samendrukbare stroming

# Voorbeeld

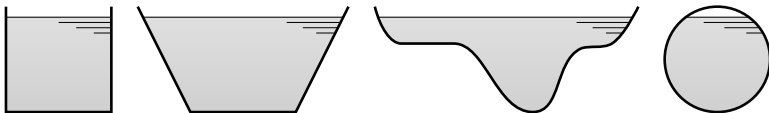


Bron: <http://billingsgazette.com/>

# Doorsneden



# Doorsneden

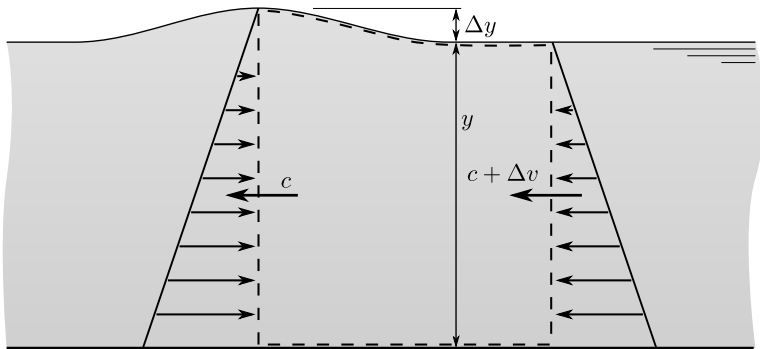


Het oppervlak is vrij om te vervormen

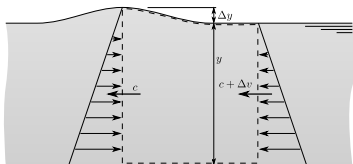
# Inhoud

- 1 Inleiding
- 2 **Oppervlaktegolven**
- 3 Specifieke energie diagram
- 4 Stromingstypes
- 5 Analogie met samendrukbare stroming

# Golfsnelheid



# Golfsnelheid

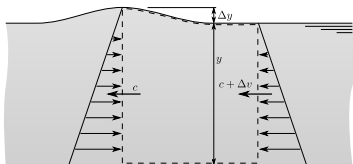


Behoud van massa:

$$0 = (c + \Delta v)by - cb(y + \Delta y)$$



# Golfsnelheid

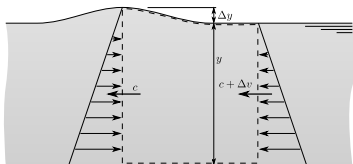


Behoud van massa:

$$0 = (c + \Delta v)by - cb(y + \Delta y)$$

$$c = y \frac{\Delta v}{\Delta y} \quad (1)$$

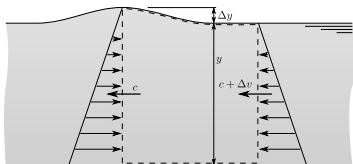
# Golfsnelheid



Behoud van impuls:

$$\frac{1}{2}\rho g(y + \Delta y)^2 b - \frac{1}{2}\rho g y^2 b = \rho b(y + \Delta y)c(c + \Delta v - c)$$

# Golfsnelheid

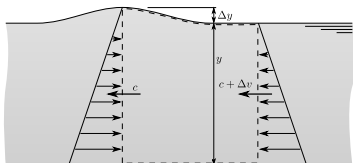


Behoud van impuls:

$$\frac{1}{2}\rho g(y + \Delta y)^2 b - \frac{1}{2}\rho g y^2 b = \rho b(y + \Delta y)c(c + \Delta v - c)$$

$$g \left( \frac{y}{\Delta y} + \frac{1}{2} \right) = c \left( \frac{y}{\Delta y} + 1 \right) \frac{\Delta v}{\Delta y}$$

# Golfsnelheid



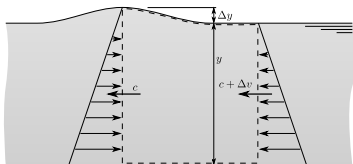
Behoud van impuls:

$$\frac{1}{2}\rho g(y + \Delta y)^2 b - \frac{1}{2}\rho g y^2 b = \rho b(y + \Delta y)c(c + \Delta v - c)$$

$$g \left( \frac{y}{\Delta y} + \frac{1}{2} \right) = c \left( \frac{y}{\Delta y} + 1 \right) \frac{\Delta v}{\Delta y}$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta y} = \frac{g}{c} \frac{\frac{y}{\Delta y} + \frac{1}{2}}{\frac{y}{\Delta y} + 1} \approx \frac{g}{c} \quad (2)$$

# Golfsnelheid

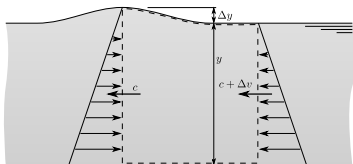


(1) en (2):

$$c = y \frac{\Delta v}{\Delta y}$$

$$\frac{\Delta v}{\Delta y} \approx \frac{g}{c}$$

# Golfsnelheid



(1) en (2):

$$c = y \frac{\Delta v}{\Delta y}$$

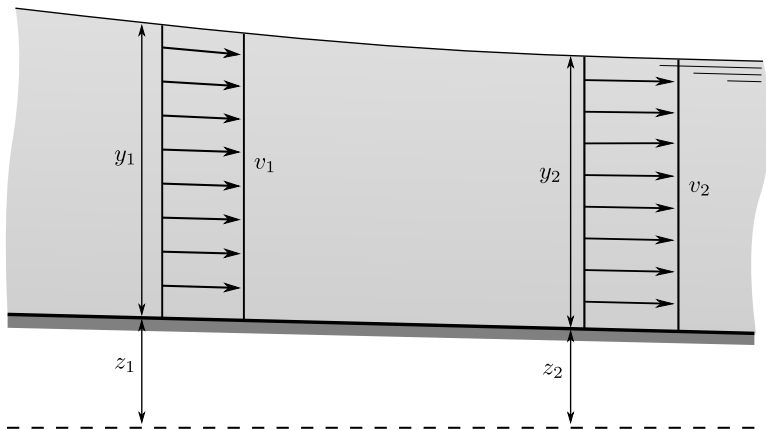
$$\frac{\Delta v}{\Delta y} \approx \frac{g}{c}$$

$$c = \sqrt{gy} \quad (3)$$

# Inhoud

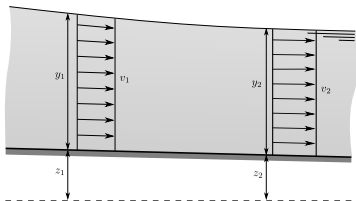
- 1 Inleiding
- 2 Oppervlaktegolven
- 3 Specifieke energie diagram**
- 4 Stromingstypes
- 5 Analogie met samendrukbare stroming

# Bernoulli



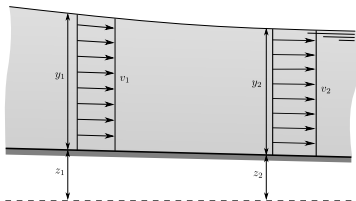


# Bernoulli



$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2$$

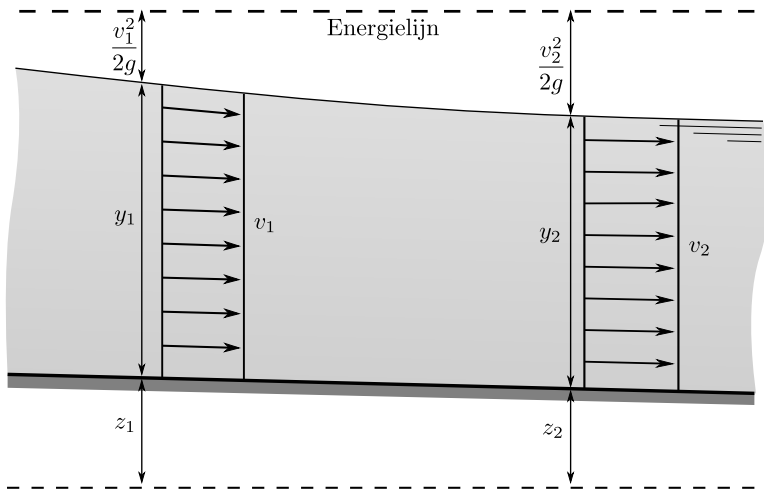
# Bernoulli



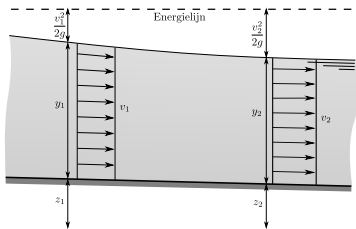
$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2$$

$$y_1 + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = y_2 + \frac{v_2^2}{2g} + z_2$$

# Bernoulli

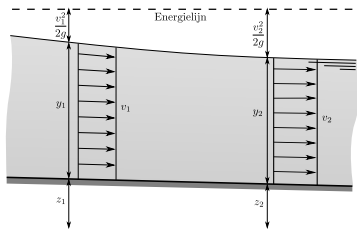


# Specifieke energie



$$y_1 + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 = y_2 + \frac{v_2^2}{2g} + z_2$$

# Specifieke energie

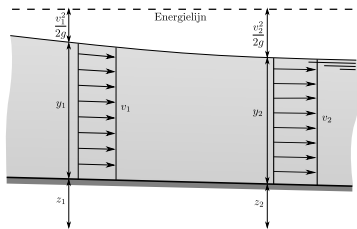


$$\underline{y_1 + \frac{v_1^2}{2g}} + z_1 = \underline{y_2 + \frac{v_2^2}{2g}} + z_2$$

$$E = y + \frac{v^2}{2g}$$

$$E_1 + z_1 = E_2 + z_2$$

# Specifieke energie



$$\underline{y_1 + \frac{v_1^2}{2g}} + z_1 = \underline{y_2 + \frac{v_2^2}{2g}} + z_2$$

$$E = y + \frac{v^2}{2g}$$

$$E_1 + z_1 = E_2 + z_2$$

Op een gegeven locatie kan enkel de specifieke energie  $E$  variëren

# Specifieke energie diagram

$$E = y + \frac{v^2}{2g}$$

# Specifieke energie diagram

$$E = y + \frac{v^2}{2g}$$

De hoogte en de snelheid in een kanaal zijn niet onafhankelijk:

$$\dot{V} = v y b$$



# Specifieke energie diagram

$$E = y + \frac{v^2}{2g}$$

De hoogte en de snelheid in een kanaal zijn niet onafhankelijk:

$$\dot{V} = v y b$$

$$E = y + \frac{\dot{V}^2 / b^2}{2g y^2}$$

# Specifieke energie diagram

$$E = y + \frac{v^2}{2g}$$

De hoogte en de snelheid in een kanaal zijn niet onafhankelijk:

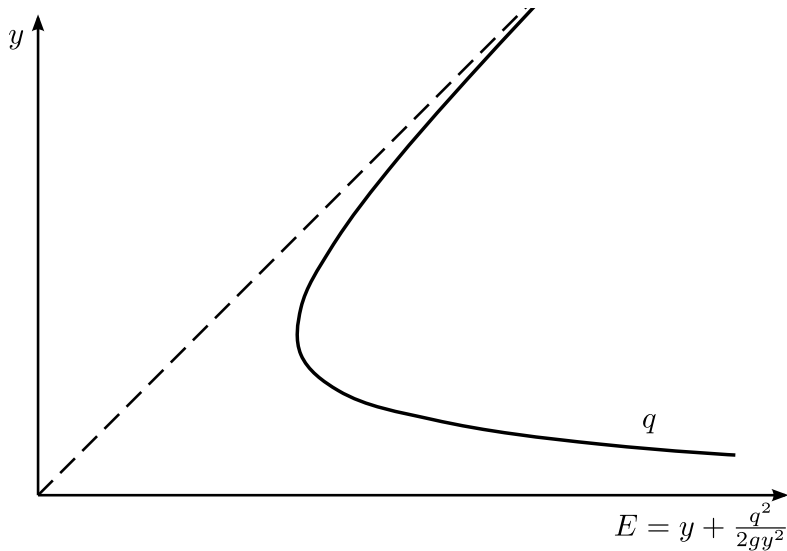
$$\dot{V} = v y b$$

$$E = y + \frac{\dot{V}^2 / b^2}{2g y^2}$$

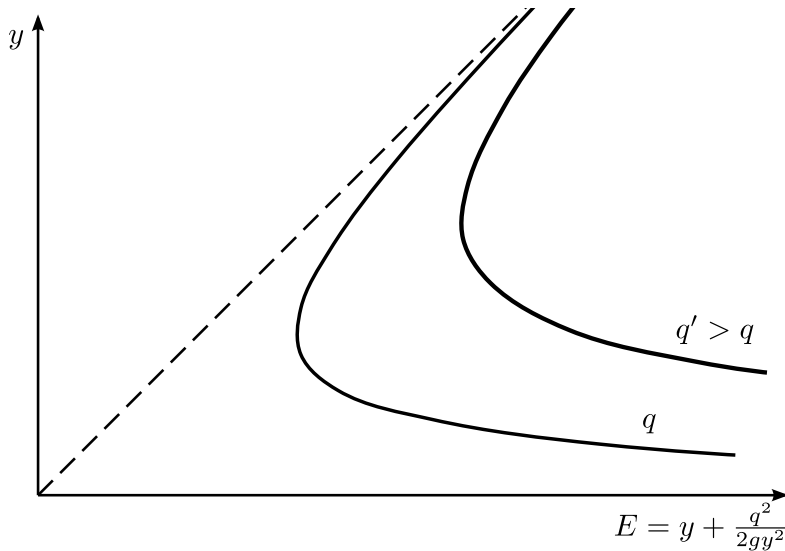
Met het debiet per eenheid breedte,  $q$ :

$$E = y + \frac{q^2}{2g y^2}$$

# Specifieke energie diagram



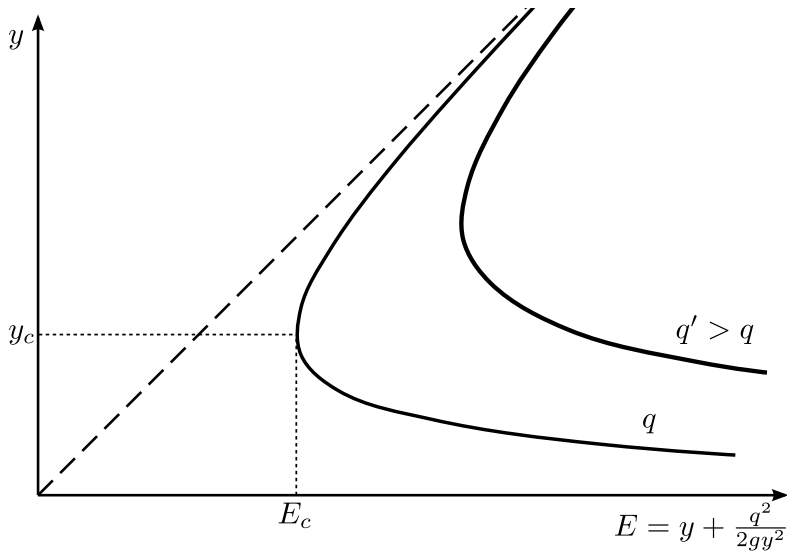
# Specifieke energie diagram



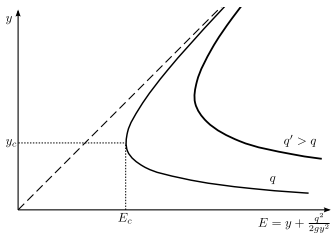
# Inhoud

- 1 Inleiding
- 2 Oppervlaktegolven
- 3 Specifieke energie diagram
- 4 Stromingstypes**
- 5 Analogie met samendrukbare stroming

# Kritische stroming

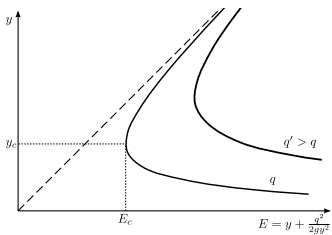


# Kritische stroming



$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{q^2}{gy^3} = 0$$

# Kritische stroming

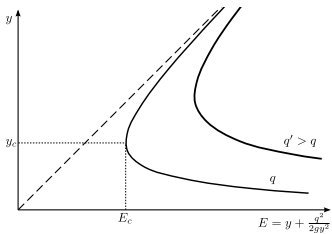


$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{q^2}{gy^3} = 0$$

$$y_c = \left( \frac{q^2}{g} \right)^{1/3}$$



# Kritische stroming

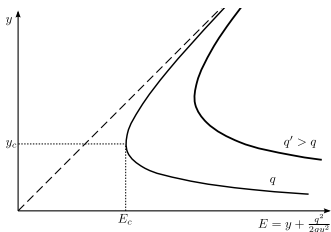


$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{q^2}{gy^3} = 0$$

$$y_c = \left( \frac{q^2}{g} \right)^{1/3}$$

$$v_c = \sqrt{gy_c}$$

# Kritische stroming



$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{q^2}{gy^3} = 0$$

$$y_c = \left( \frac{q^2}{g} \right)^{1/3}$$

$$v_c = \sqrt{gy_c}$$

Bij kritische stroming is de snelheid gelijk aan de golfsnelheid

# Stromingstypes

Snelheid kleiner dan de golfsnelheid:

*Subkritische stroming*

# Stromingstypes

Snelheid kleiner dan de golfsnelheid:

*Subkritische stroming*

Snelheid groter dan de golfsnelheid:

*Superkritische stroming*

# Stromingstypes

Snelheid kleiner dan de golfsnelheid:

*Subkritische stroming*

Snelheid groter dan de golfsnelheid:

*Superkritische stroming*

Dimensieloze uitdrukking:

$$\text{Fr} = \frac{v}{c} = \frac{v}{\sqrt{gy}}$$

# Stromingstypes

Snelheid kleiner dan de golfsnelheid:

*Subkritische stroming*

Snelheid groter dan de golfsnelheid:

*Superkritische stroming*

Dimensieloze uitdrukking:

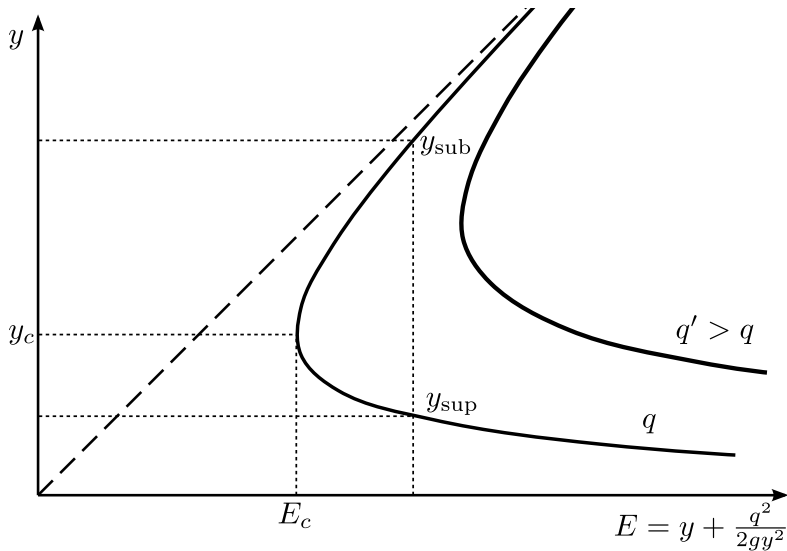
$$Fr = \frac{v}{c} = \frac{v}{\sqrt{gy}}$$

$Fr = 1$       Kritische stroming

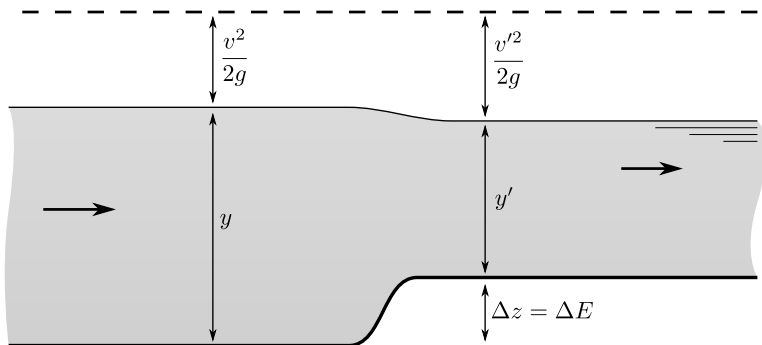
$Fr < 1$       Subkritische stroming

$Fr > 1$       Superkritische stroming

# Stromingstypes

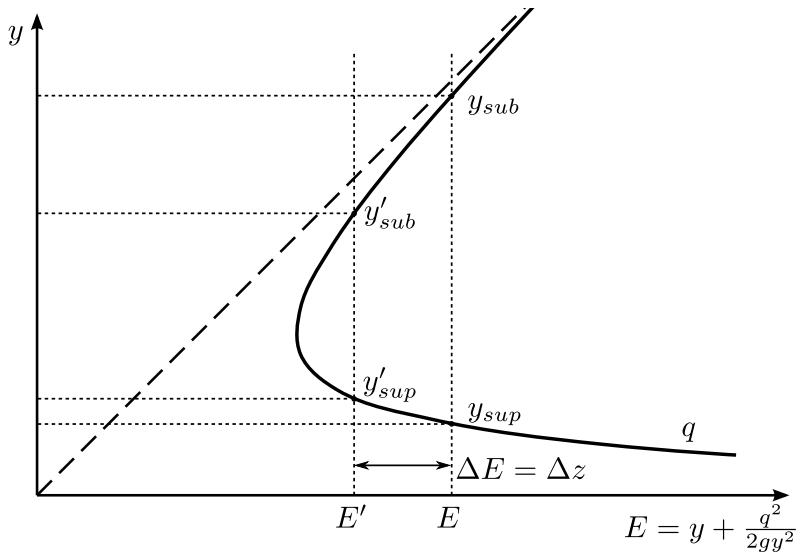


# Veranderingen in de bodem

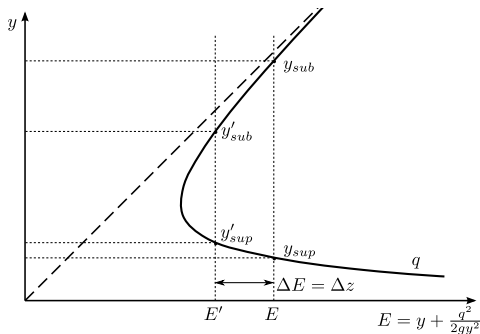
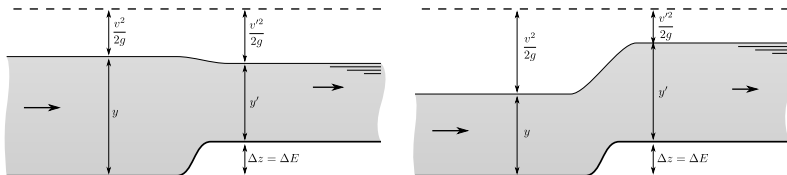




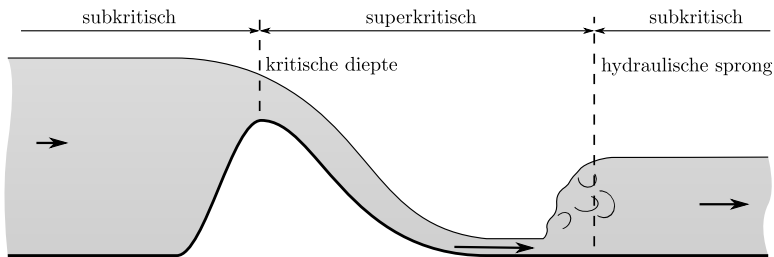
# Veranderingen in de bodem



# Veranderingen in de bodem



# Overgangen tussen stromingstypes



# Overgangen tussen stromingstypes



Bron: <http://billingsgazette.com/>

# Inhoud

- 1 Inleiding
- 2 Oppervlaktegolven
- 3 Specifieke energie diagram
- 4 Stromingstypes
- 5 Analogie met samendrukbare stroming

# Samendrukbare stroming

In een samendrukbare stroming kunnen drukgolven ontstaan  
De voortplantingssnelheid is de snelheid van het geluid  $c$

# Samendrukbare stroming

In een samendrukbare stroming kunnen drukgolven ontstaan  
De voortplantingssnelheid is de snelheid van het geluid  $c$

$$\text{Ma} = \frac{v}{c}$$

# Samendrukbare stroming

In een samendrukbare stroming kunnen drukgolven ontstaan

De voortplantingssnelheid is de snelheid van het geluid  $c$

$$\text{Ma} = \frac{v}{c}$$

$\text{Ma} < 1$ , Subsone stroming:

Verkleinen van de doorstroom opening zal de snelheid doen stijgen



# Samendrukbare stroming

In een samendrukbare stroming kunnen drukgolven ontstaan

De voortplantingssnelheid is de snelheid van het geluid  $c$

$$\text{Ma} = \frac{v}{c}$$

$\text{Ma} < 1$ , Subsone stroming:

Verkleinen van de doorstroom opening zal de snelheid doen stijgen

$\text{Ma} > 1$ , Supersone stroming:

Vergroten van de doorstroom opening zal de snelheid doen stijgen

# Samendrukbare stroming

In een samendrukbare stroming kunnen drukgolven ontstaan

De voortplantingssnelheid is de snelheid van het geluid  $c$

$$\text{Ma} = \frac{v}{c}$$

$\text{Ma} < 1$ , Subsonic stroming:

Verkleinen van de doorstroom opening zal de snelheid doen stijgen

$\text{Ma} > 1$ , Supersonic stroming:

Vergroten van de doorstroom opening zal de snelheid doen stijgen

Convergerend - divergerend nozzle om een stroming tot boven de  
geluidssnelheid te versnellen

Overgang van supersonic naar subsonic stroming gaat gepaard met  
een schokgolf

# Samendrukbare stroming



# Samendrukbare stroming

