

Fluïdummechanica

Grenslagen en turbulentie

Brecht Baeten¹

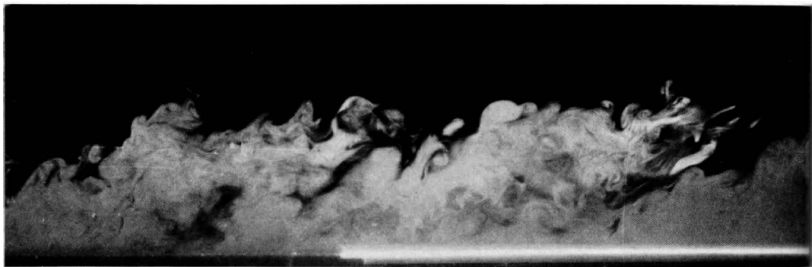
¹KU Leuven, Technologie campus Diepenbeek,
e-mail: brecht.baeten@kuleuven.be

20 oktober 2015

Inhoud

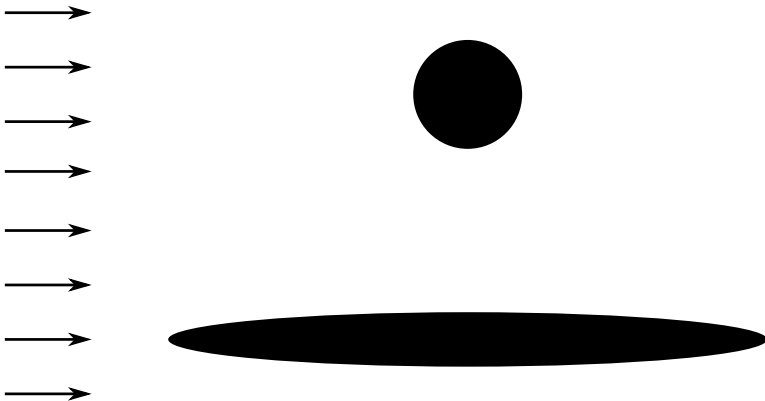
- 1 Inleiding
- 2 Grenslagen
- 3 Turbulentie

Voorbeeld



Bron: An Album of Fluid Motion (Van Dyke)

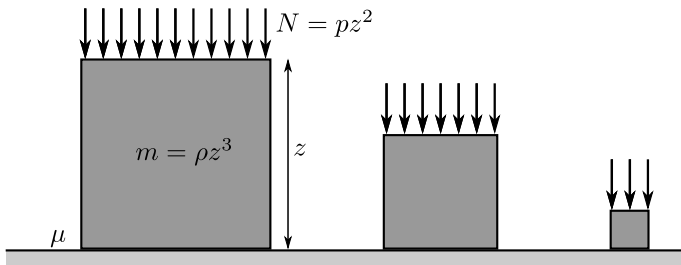
Voorbeeld



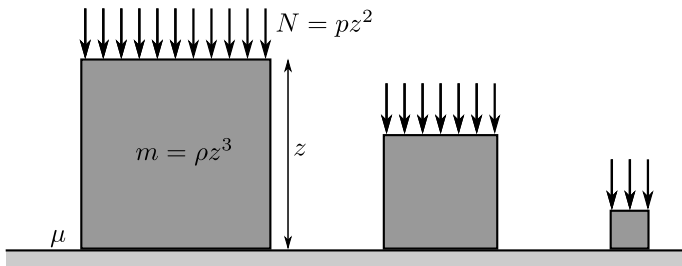
Inhoud

- 1 Inleiding
- 2 Grenslagen
- 3 Turbulentie

No-slip randvoorwaarde



No-slip randvoorwaarde



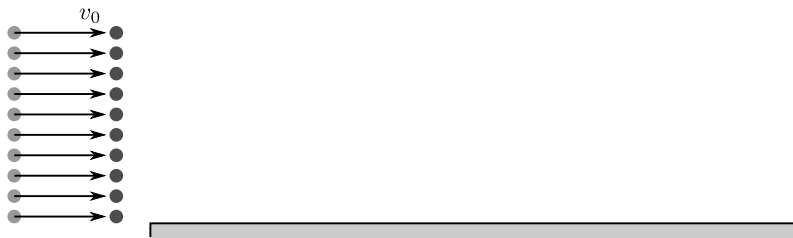
$$m \frac{dv}{dt} = -\mu N$$

No-slip randvoorwaarde

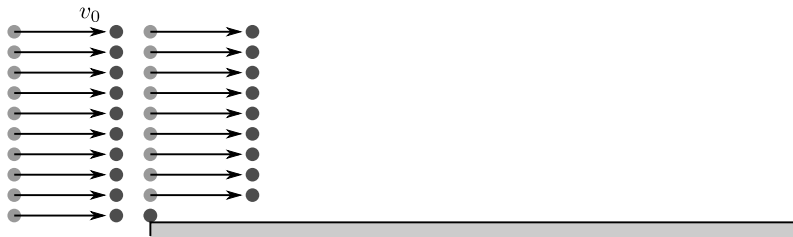


Bron: <https://www.youtube.com/watch?v=cUTkqZeiMow>

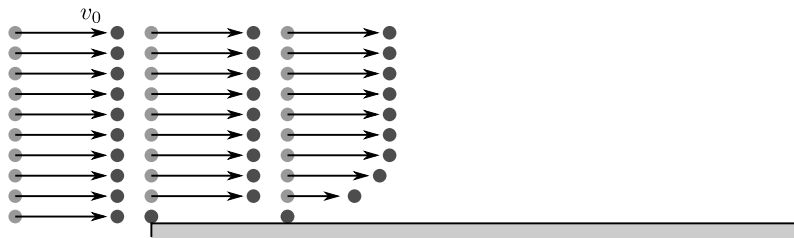
Het ontstaan van een grenslaag



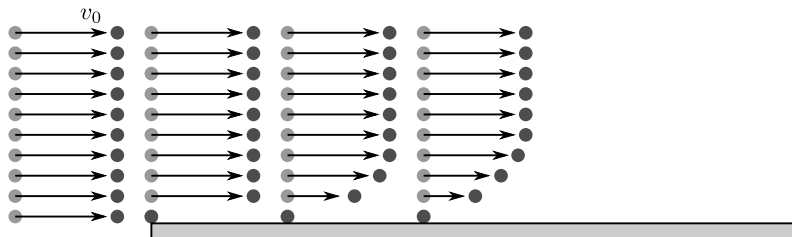
Het ontstaan van een grenslaag



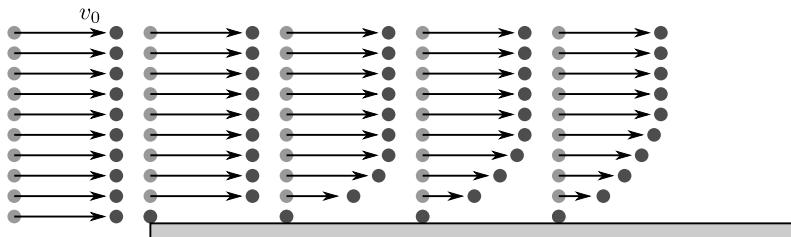
Het ontstaan van een grenslaag



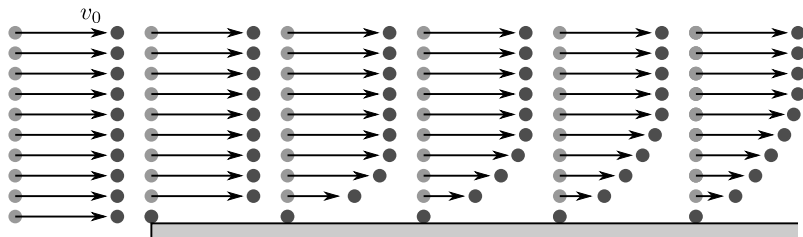
Het ontstaan van een grenslaag



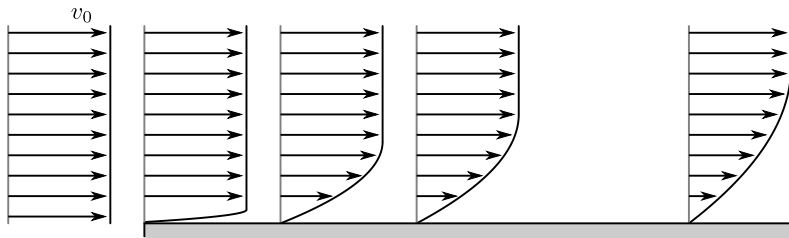
Het ontstaan van een grenslaag



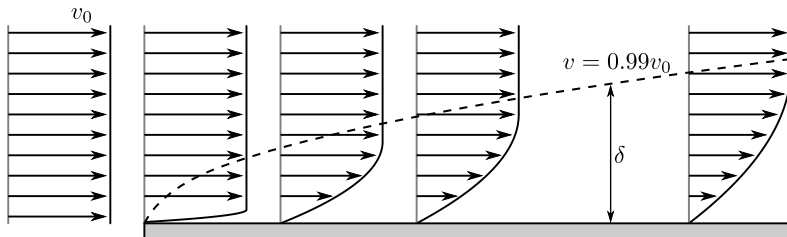
Het ontstaan van een grenslaag



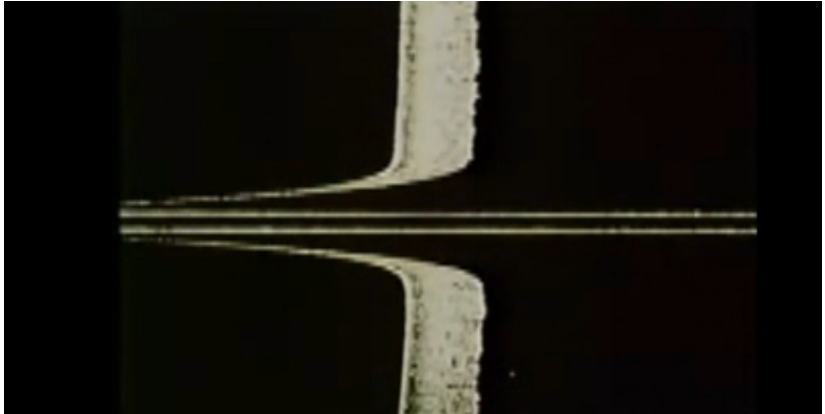
Het ontstaan van een grenslaag



Het ontstaan van een grenslaag



Het ontstaan van een grenslaag



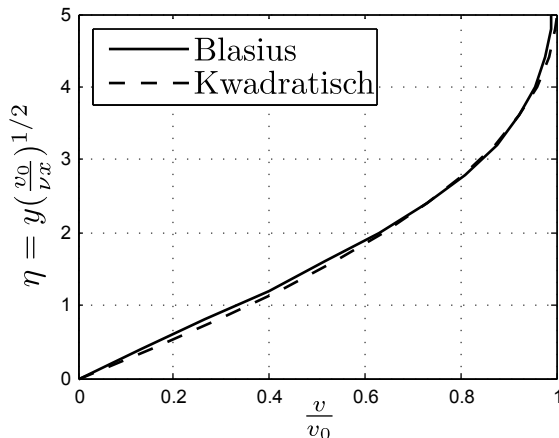
Bron: <https://www.youtube.com/watch?v=7SkWxEUXIoM>

Snelheidsprofiel

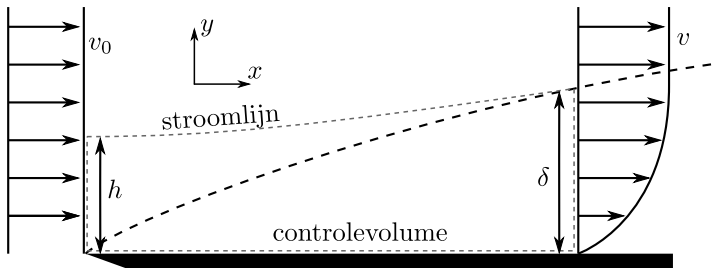
$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} \right)$$

Snelheidsprofiel

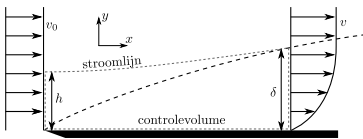
$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} \right)$$



Impulsbalans in een laminaire grenslaag

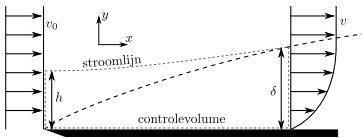


Impulsbalans in een laminaire grenslaag



$$-F_d = \int_0^{\delta} \rho v(y)^2 b dy - \int_0^h \rho v_0^2 b dy$$

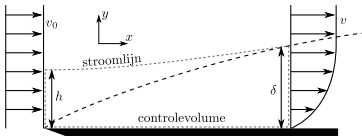
Impulsbalans in een laminaire grenslaag



$$-F_d = \int_0^{\delta} \rho v(y)^2 b dy - \int_0^h \rho v_0^2 b dy$$

$$\rho v_0 b h = \int_0^{\delta} \rho v(y) b dy$$

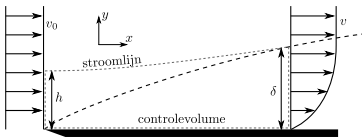
Impulsbalans in een laminaire grenslaag



$$-F_d = \int_0^{\delta} \rho v(y)^2 b dy - \int_0^h \rho v_0^2 b dy$$

$$\rho v_0^2 b h = \int_0^{\delta} \rho v_0 v(y) b dy$$

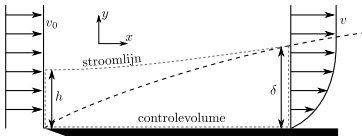
Impulsbalans in een laminaire grenslaag



$$-F_d = \int_0^\delta \rho v(y)^2 b dy - \int_0^h \rho v_0^2 b dy$$

$$\underline{\rho v_0^2 b h} = \int_0^\delta \rho v_0 v(y) b dy$$

Impulsbalans in een laminaire grenslaag



$$-F_d = \int_0^\delta \rho v(y)^2 b dy - \int_0^h \rho v_0^2 b dy$$

$$\rho v_0^2 b h = \int_0^\delta \rho v_0 v(y) b dy$$

$$F_d = \rho b \int_0^\delta v(y)(v_0 - v(y)) dy$$

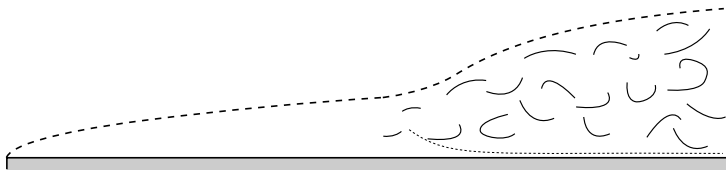
Inhoud

- 1 Inleiding
- 2 Grenslagen
- 3 **Turbulentie**

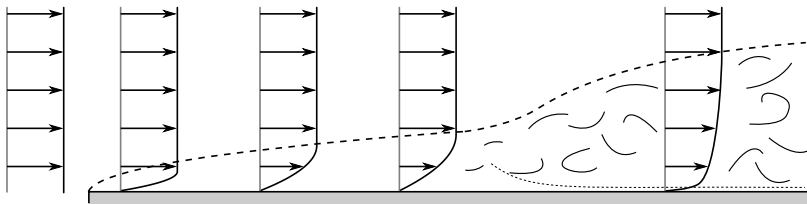
Turbulente grenslaag



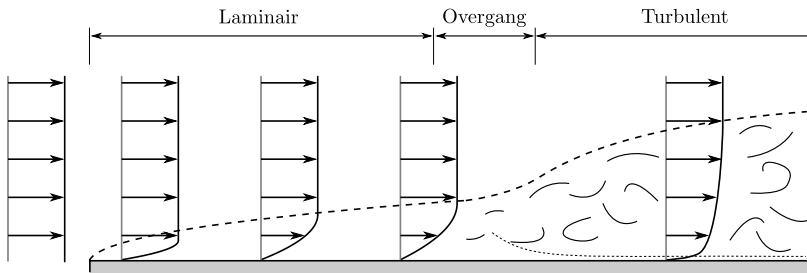
Turbulente grenslaag



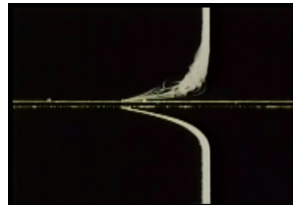
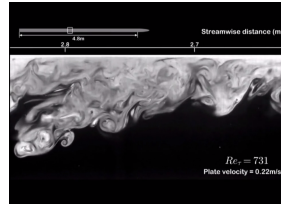
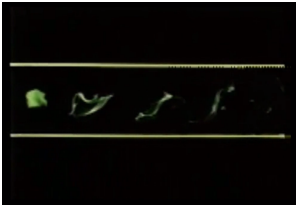
Turbulente grenslaag



Turbulente grenslaag



Turbulentie



Bron: https://www.youtube.com/watch?v=1_oyqLOqwnI
Bron: <https://www.youtube.com/watch?v=e1TbkLIDWys> Bron: <https://www.youtube.com/watch?v=wMxK2GtFFq0>

Turbulentie

Turbulentie

- Schijnbaar willekeurig

Turbulentie

- Schijnbaar willekeurig
- Zeer gevoelig aan begincondities

Turbulentie

- Schijnbaar willekeurig
- Zeer gevoelig aan begincondities
- Menging

Turbulentie

- Schijnbaar willekeurig
- Zeer gevoelig aan begincondities
- Menging
- Variatie in tijd en lengte schalen

Turbulentie

- Schijnbaar willekeurig
- Zeer gevoelig aan begincondities
- Menging
- Variatie in tijd en lengte schalen
- 3 dimensionaal

Laminaire stroming



Bron: https://www.youtube.com/watch?v=p08_KITKP50

Energiecascade

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) =$$
$$- \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x + \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right)$$

Energiecascade

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) =$$
$$- \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x + \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right)$$

Stel:

$$v_x = \sin \omega x$$

Energiecascade

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + \underline{v_x \frac{\partial v_x}{\partial x}} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) =$$
$$- \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x + \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right)$$

Stel:

$$v_x = \sin \omega x$$

Dan:

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} = \omega \sin(\omega x) \cos(\omega x) = \frac{1}{2} \omega \sin(2\omega x)$$

Energiecascade

$$\rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + \underline{v_x \frac{\partial v_x}{\partial x}} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) =$$
$$- \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x + \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right)$$

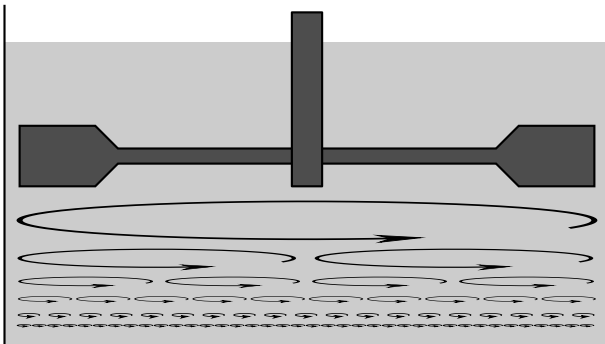
Stel:

$$v_x = \sin \omega x$$

Dan:

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} = \omega \sin(\omega x) \cos(\omega x) = \frac{1}{2} \omega \sin(2\omega x)$$

Energiecascade



Turbulentie en het Reynoldsgetal

$$\text{Re} = \frac{vx}{\nu} = \frac{\text{traagheidskracht}}{\text{viskeuze krachten}}$$

Dus

Turbulentie en het Reynoldsgetal

$$\text{Re} = \frac{vx}{\nu} = \frac{\text{traagheidskracht}}{\text{viskeuze krachten}}$$

Dus

$\text{Re klein} \implies \text{Laminair}$

Turbulentie en het Reynoldsgetal

$$\text{Re} = \frac{vx}{\nu} = \frac{\text{traagheidskracht}}{\text{viskeuze krachten}}$$

Dus

$\text{Re klein} \implies \text{Laminair}$

$\text{Re groot} \implies \text{Turbulent}$