

Fluïdummechanica

Leidingstelsels

Brecht Baeten¹

¹KU Leuven, Technologie campus Diepenbeek,
e-mail: brecht.baeten@kuleuven.be

1 december 2015

Inhoud

- 1 Inleiding
- 2 Mechanische energie
- 3 Lokale ladingsverliezen
- 4 Serie- en parallelschakeling
- 5 Pompen en ventilatoren

Voorbeeld



Bron: <http://hollandaptblog.com>

Inhoud

- 1 Inleiding
- 2 Mechanische energie
- 3 Lokale ladingsverliezen
- 4 Serie- en parallelschakeling
- 5 Pompen en ventilatoren

Bernoulli

Behoud van mechanisch energie:

$$p_2 + \rho \frac{1}{2} v_2^2 + \rho g z_2 = p_1 + \rho \frac{1}{2} v_1^2 + \rho g z_1$$

Bernoulli

Behoud van mechanisch energie:

$$p_2 + \rho \frac{1}{2} v_2^2 + \rho g z_2 = p_1 + \rho \frac{1}{2} v_1^2 + \rho g z_1$$

Door viskeuze wrijving wordt een gedeelte van de mechanische energie gedissipeerd:

$$p_2 + \rho \frac{1}{2} v_2^2 + \rho g z_2 = p_1 + \rho \frac{1}{2} v_1^2 + \rho g z_1 - \Delta E$$

Bernoulli

Behoud van mechanisch energie:

$$p_2 + \rho \frac{1}{2} v_2^2 + \rho g z_2 = p_1 + \rho \frac{1}{2} v_1^2 + \rho g z_1$$

Door viskeuze wrijving wordt een gedeelte van de mechanische energie gedissipeerd:

$$p_2 + \rho \frac{1}{2} v_2^2 + \rho g z_2 = p_1 + \rho \frac{1}{2} v_1^2 + \rho g z_1 - \Delta E$$

Voor een rechte horizontale cilindrische leiding:

$$\Delta E = p_1 - p_2$$

Bernoulli

Behoud van mechanisch energie:

$$p_2 + \rho \frac{1}{2} v_2^2 + \rho g z_2 = p_1 + \rho \frac{1}{2} v_1^2 + \rho g z_1$$

Door viskeuze wrijving wordt een gedeelte van de mechanische energie gedissipeerd:

$$p_2 + \rho \frac{1}{2} v_2^2 + \rho g z_2 = p_1 + \rho \frac{1}{2} v_1^2 + \rho g z_1 - \Delta E$$

Voor een rechte horizontale cilindrische leiding:

$$\Delta E = p_1 - p_2$$

$$\Delta E = f \frac{1}{2} \rho v^2 \frac{L}{D}$$

Ladingsverlies

Stel de vergelijking voor mechanische energie voor in eenheid hoogte:

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 - h_L \quad (1)$$

Ladingsverlies

Stel de vergelijking voor mechanische energie voor in eenheid hoogte:

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 - h_L \quad (1)$$

Ladingsverlies voor een cilindrische leiding:

$$h_L = f \frac{v^2}{2g} \frac{L}{D} \quad (2)$$

Ladingsverlies

Stel de vergelijking voor mechanische energie voor in eenheid hoogte:

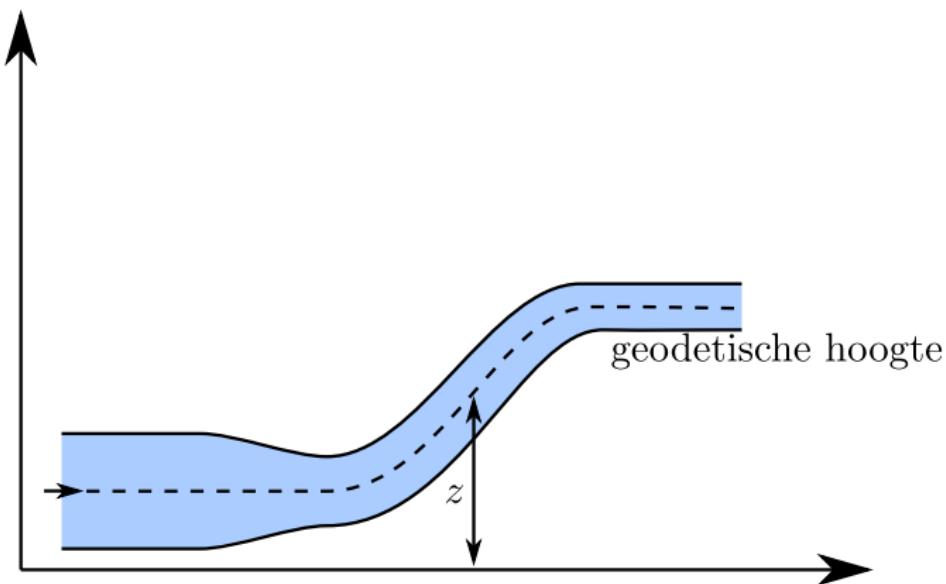
$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 - h_L \quad (1)$$

Ladingsverlies voor een cilindrische leiding:

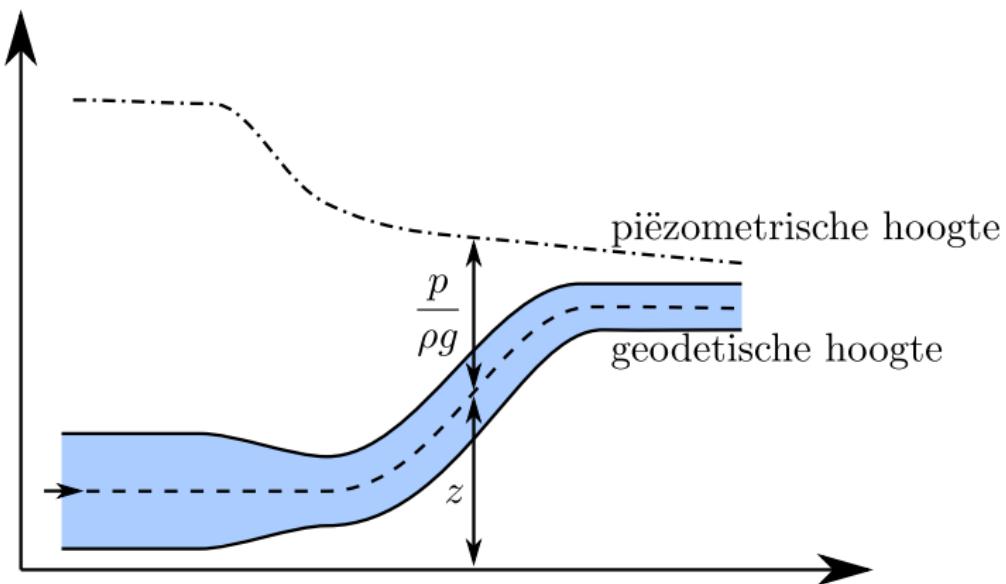
$$h_L = f \frac{v^2}{2g} \frac{L}{D} \quad (2)$$

$$h_L = 8f \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2} \frac{L}{D^5} \quad (3)$$

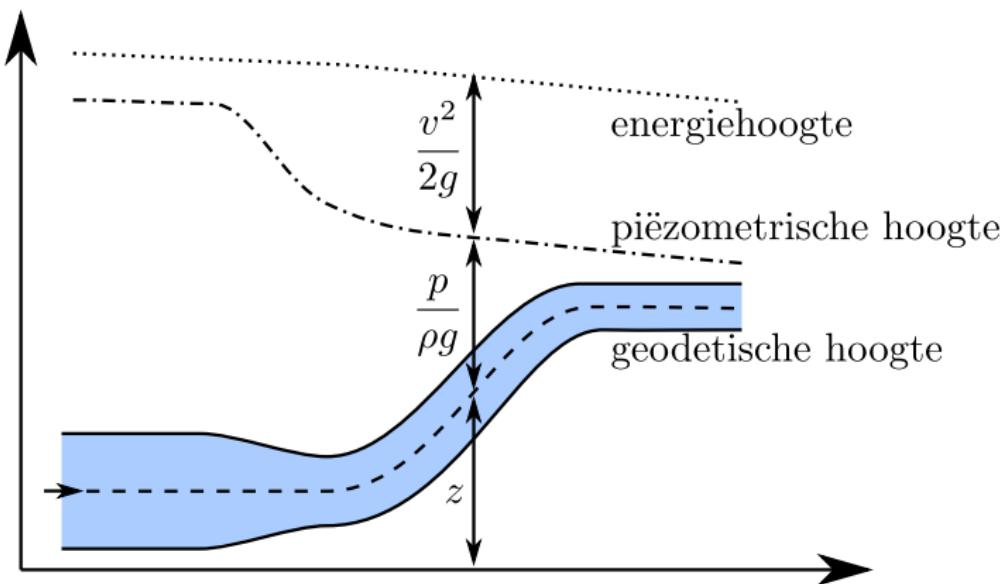
Grafische voorstelling



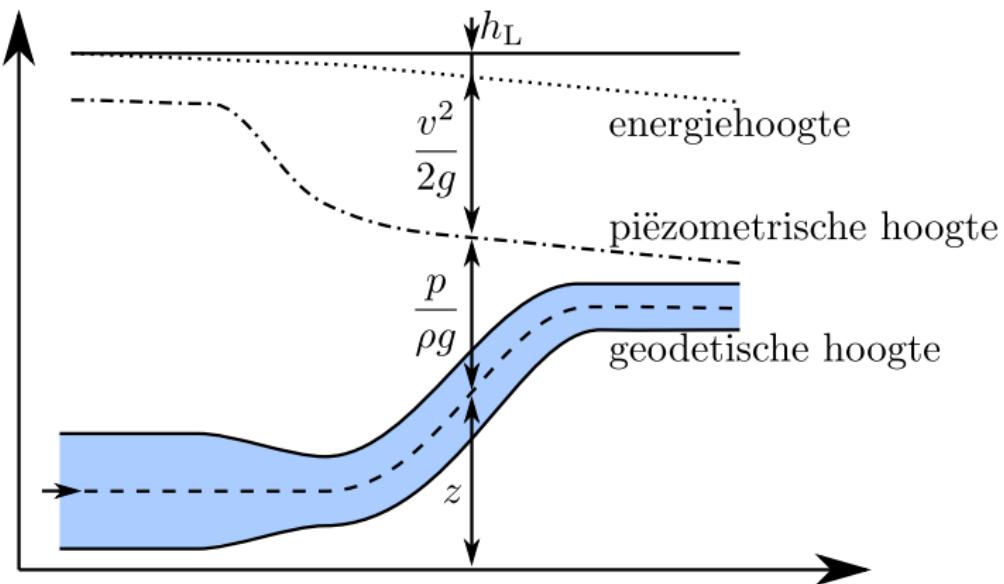
Grafische voorstelling



Grafische voorstelling



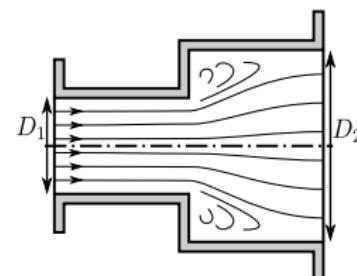
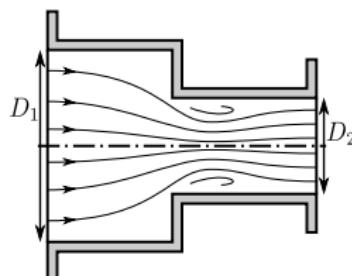
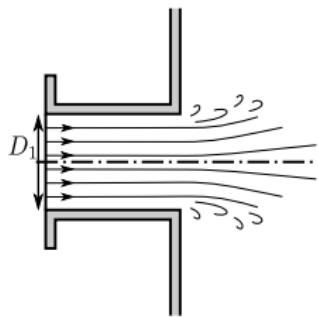
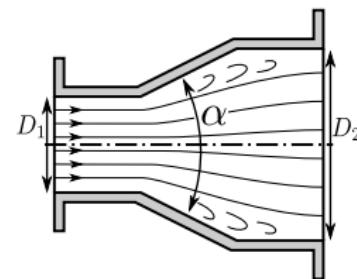
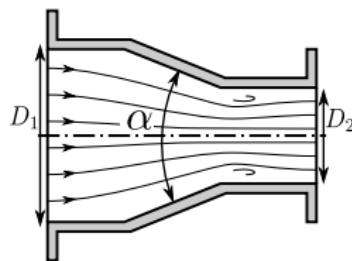
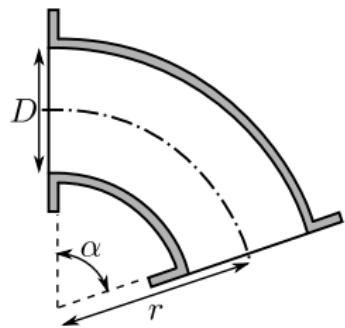
Grafische voorstelling



Inhoud

- 1 Inleiding
- 2 Mechanische energie
- 3 Lokale ladingsverliezen
- 4 Serie- en parallelschakeling
- 5 Pompen en ventilatoren

Voorbeelden



Verliescoëfficient

Lokale ladings verliezen kunnen in rekening gebracht worden met behulp van een empirisch bepaalde verliescoëfficient ζ

Verliescoëfficient

Lokale ladings verliezen kunnen in rekening gebracht worden met behulp van een empirisch bepaalde verliescoëfficient ζ

$$h_{\text{L,lokaal}} = \zeta \frac{v^2}{2g}$$

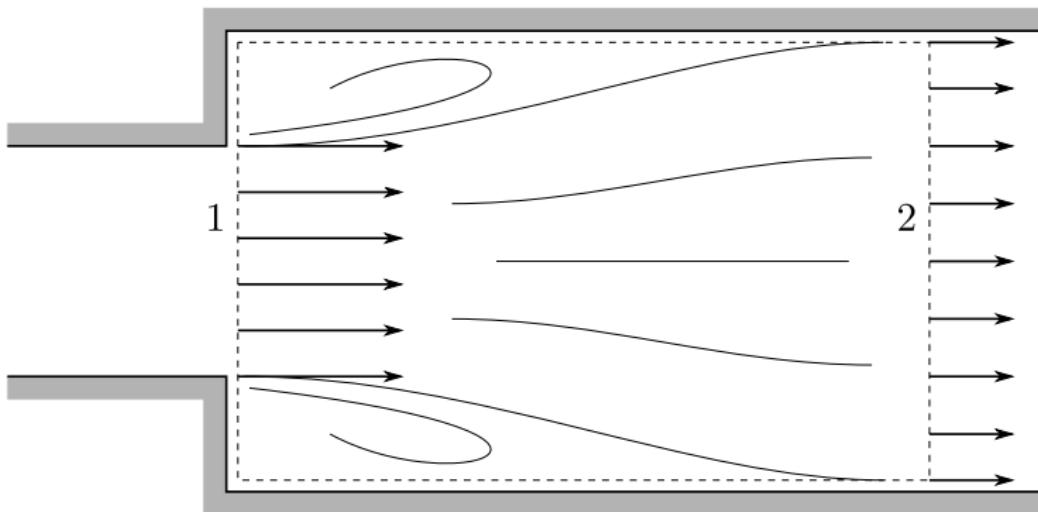
Verliescoëfficient

Lokale ladings verliezen kunnen in rekening gebracht worden met behulp van een empirisch bepaalde verliescoëfficient ζ

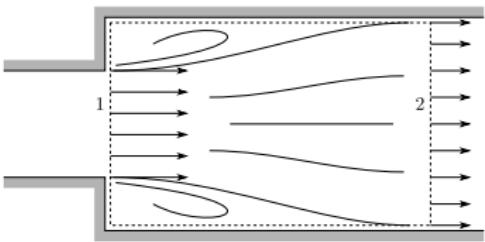
$$h_{\text{L,lokaal}} = \zeta \frac{v^2}{2g}$$

$$h_{\text{L,lokaal}} = \zeta \frac{\dot{V}^2}{2gA^2}$$

Plotse Verwijding

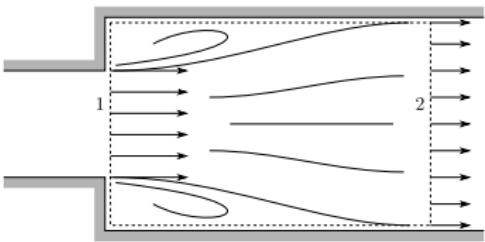


Plotse Verwijding



$$p_1 A_2 - p_2 A_2 = \rho A_2 v_2 (v_2 - v_1)$$

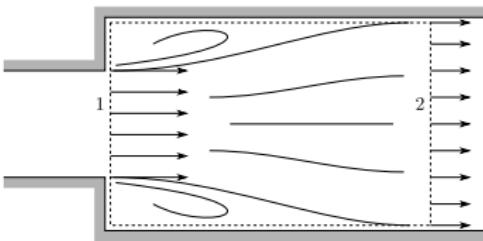
Plotse Verwijding



$$p_1 A_2 - p_2 A_2 = \rho A_2 v_2 (v_2 - v_1)$$

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} - h_L$$

Plotse Verwijding

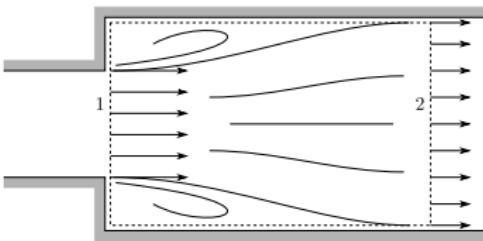


$$p_1 A_2 - p_2 A_2 = \rho A_2 v_2 (v_2 - v_1)$$

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} - h_L$$

$$h_L = \frac{v_1^2}{2g} \left(1 - 2\frac{v_2}{v_1} + \frac{v_2^2}{v_1^2} \right)$$

Plotse Verwijding



$$p_1 A_2 - p_2 A_2 = \rho A_2 v_2 (v_2 - v_1)$$

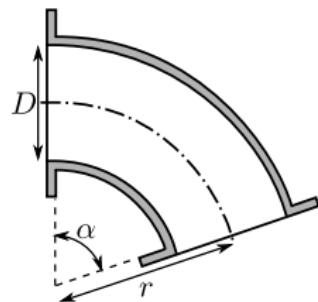
$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} - h_L$$

$$h_L = \frac{v_1^2}{2g} \left(1 - 2 \frac{v_2}{v_1} + \frac{v_2^2}{v_1^2} \right)$$

$$h_L = \frac{v_1^2}{2g} \left(1 - \frac{A_1}{A_2} \right)^2$$

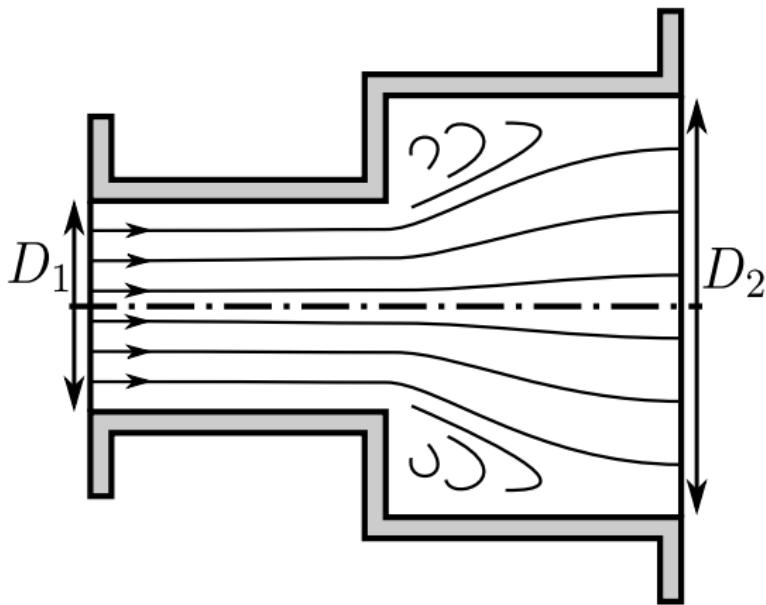
Voorbeeld van empirische data

r/D	1	2	4	6	10
ζ glad	0.21	0.14	0.11	0.09	0.11
ζ ruw	0.51	0.30	0.23	0.18	0.20

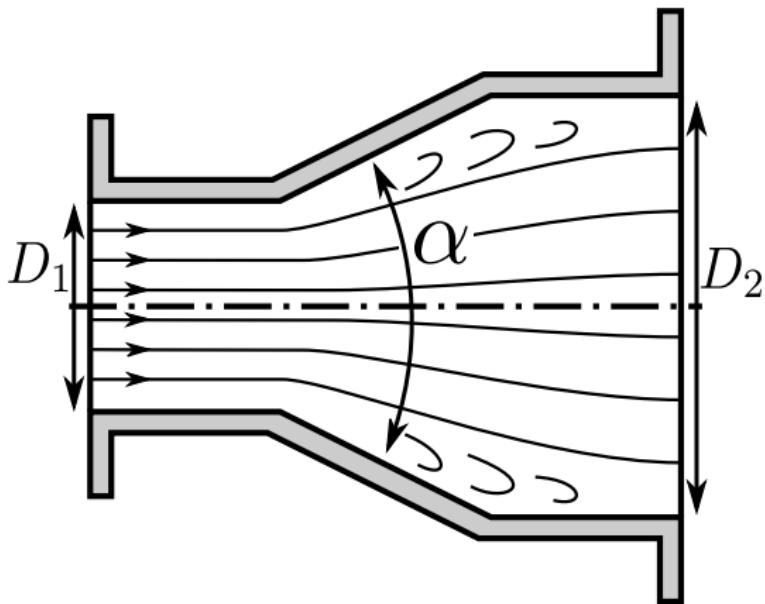


Het totale ladingsverlies is steeds het lokale verlies plus het verlies ten gevolge van de lengte van de leiding.

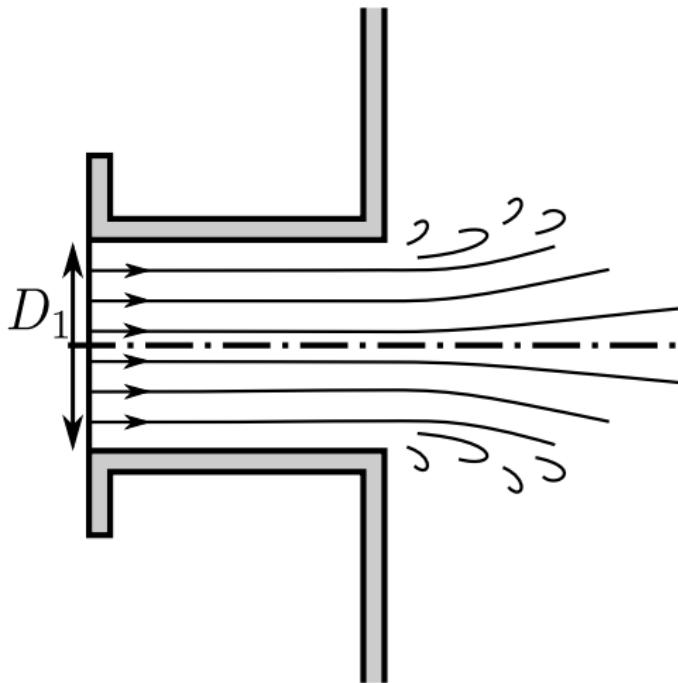
Voorbeelden



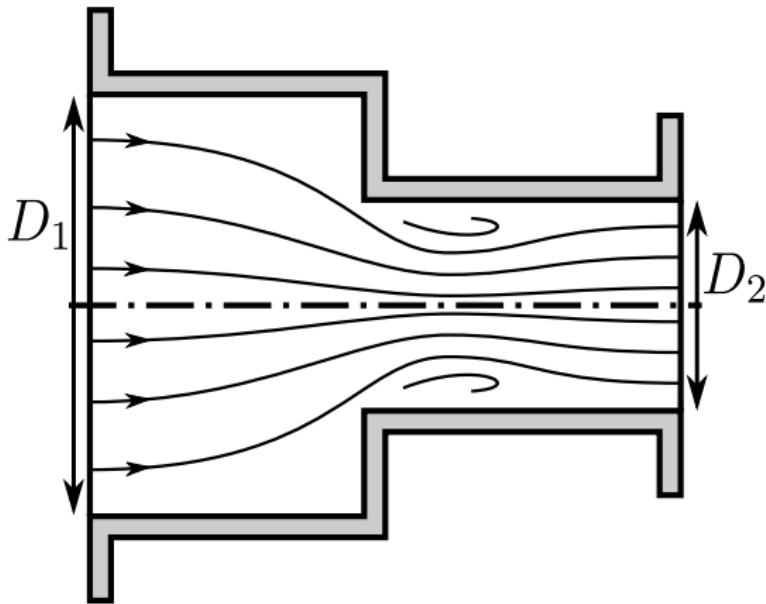
Voorbeelden



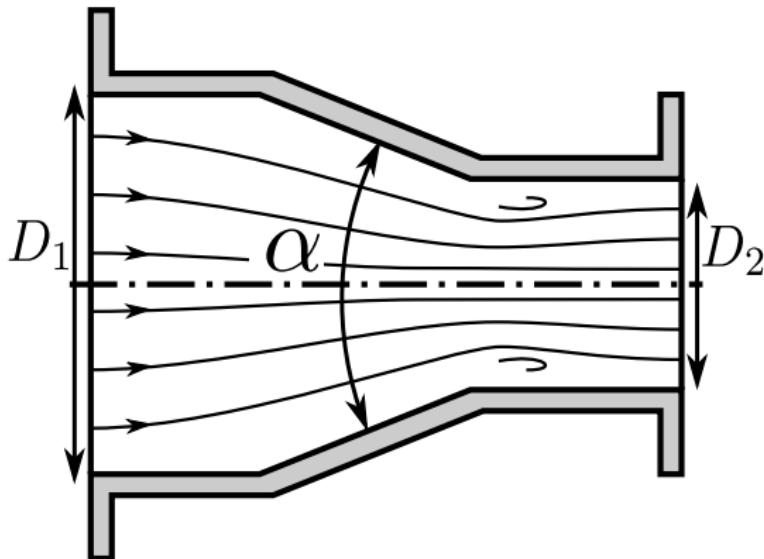
Voorbeelden



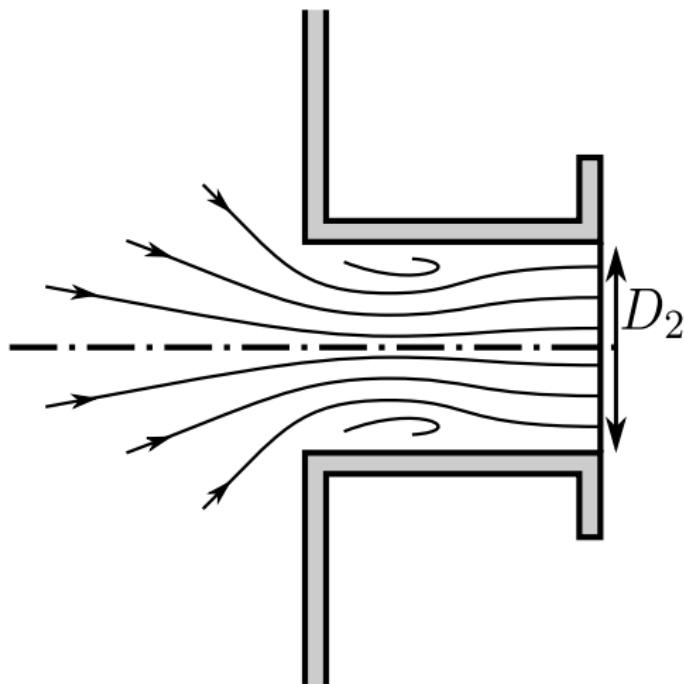
Voorbeelden



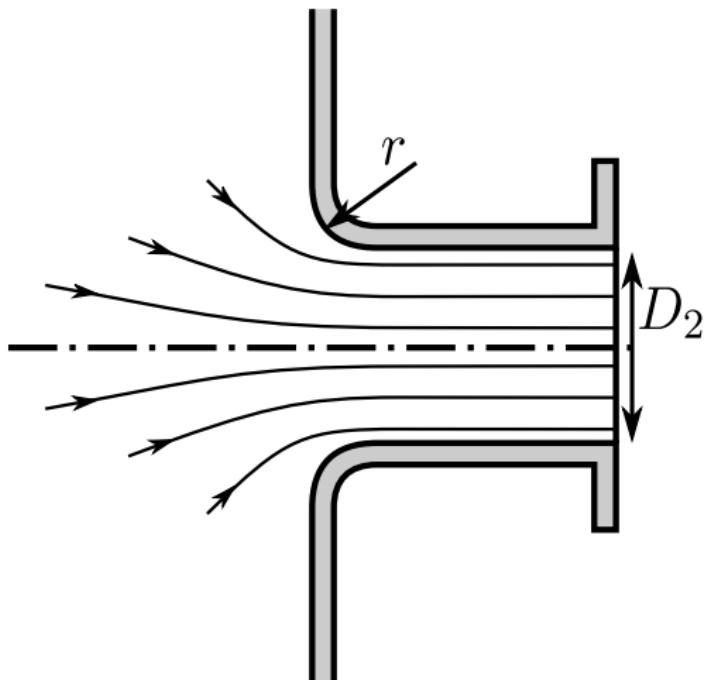
Voorbeelden



Voorbeelden



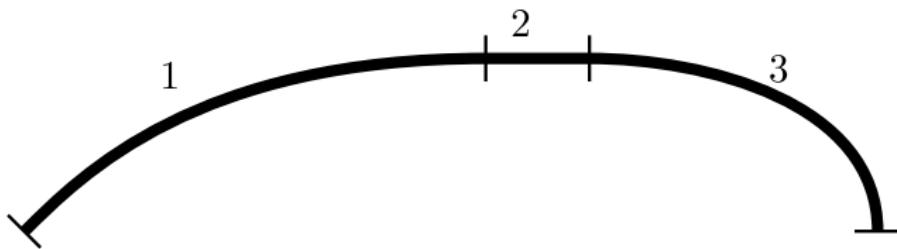
Voorbeelden



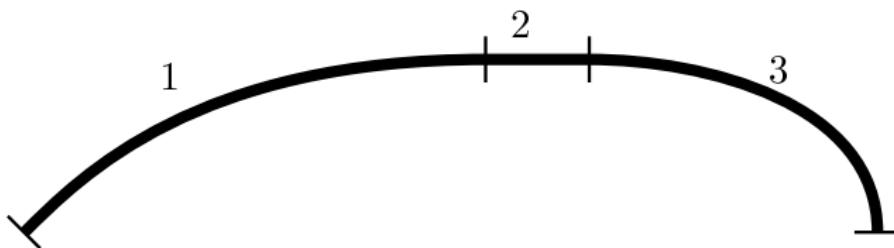
Inhoud

- 1 Inleiding
- 2 Mechanische energie
- 3 Lokale ladingsverliezen
- 4 Serie- en parallelschakeling
- 5 Pompen en ventilatoren

Serieschakeling



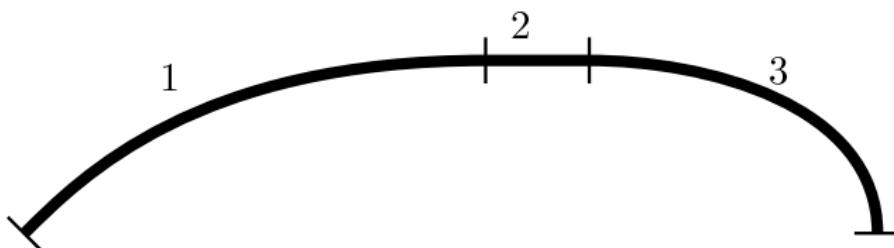
Serieschakeling



$$\dot{V}_{\text{serie}} = \dot{V}_i$$

$$h_{L,\text{serie}} = \sum h_{L,i}$$

Serieschakeling

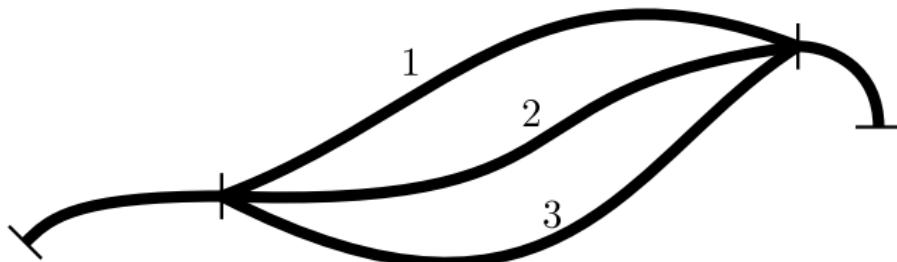


$$\dot{V}_{\text{serie}} = \dot{V}_i$$

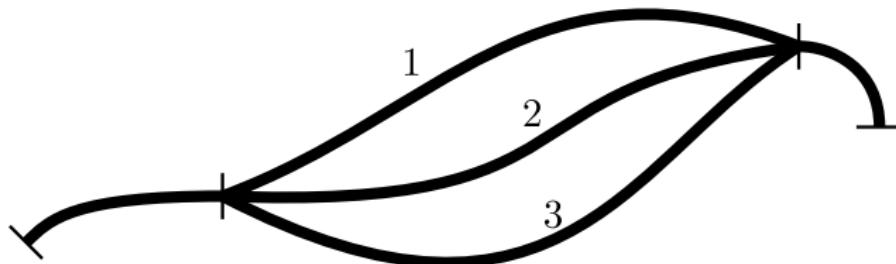
$$h_{L,\text{serie}} = \sum h_{L,i}$$

Het totale ladingsverlies in een serieschakeling van elementen is de som van de ladingsverliezen

Parallelschakeling



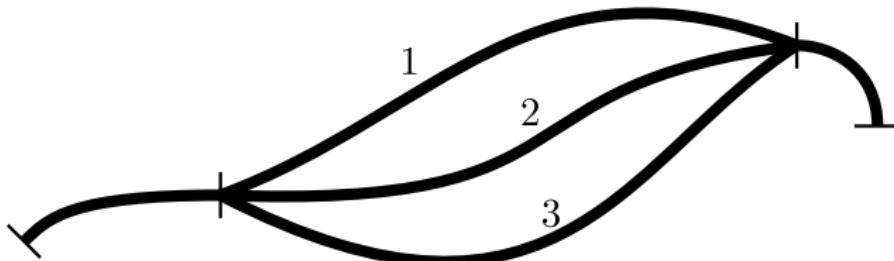
Parallelschakeling



$$\dot{V}_{\text{parallel}} = \sum \dot{V}_i$$

$$h_{L,\text{parallel}} = h_{L,i}$$

Parallelschakeling



$$\dot{V}_{\text{parallel}} = \sum \dot{V}_i$$

$$h_{L,\text{parallel}} = h_{L,i}$$

Het ladingsverlies in elke tak van een parallelschakeling is gelijk aan het totale ladingsverlies

Elektrisch analoog

$$h_L = 8f \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2} \frac{L}{D^5}$$

Elektrisch analoog

$$h_L = 8f \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2} \frac{L}{D^5}$$

$$U = RI$$

Elektrisch analoog

$$h_L = 8f \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2} \frac{L}{D^5}$$

$$U = RI$$

$$h_L = R\dot{V}^2$$

Elektrisch analoog

$$h_L = 8f \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2} \frac{L}{D^5}$$

$$U = RI$$

$$h_L = R\dot{V}^2$$

Voor leidingen:

$$R = \frac{8f}{g\pi^2} \frac{L}{D^5}$$

Voor lokale verliezen:

$$R = \frac{\zeta}{2gA^2}$$

Elektrisch analoog

Serieschakeling:

$$h_{L,serie} = R_{serie} \dot{V}^2$$

$$R_{serie} = \sum_i R_i$$

Elektrisch analoog

Serieschakeling:

$$h_{L,\text{serie}} = R_{\text{serie}} \dot{V}^2$$

$$R_{\text{serie}} = \sum_i R_i$$

Parallelschakeling:

$$h_{L,\text{parallel}} = R_{\text{parallel}} \dot{V}^2$$

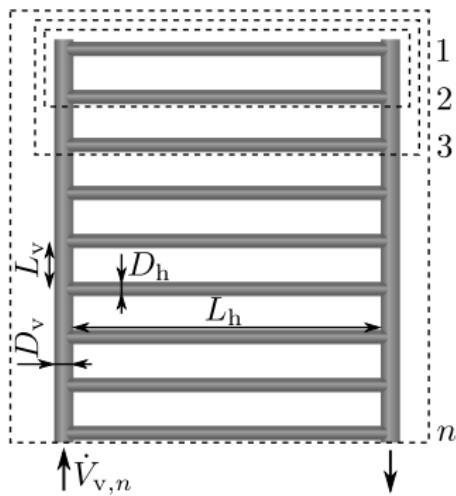
$$R_{\text{parallel}} = \left(\sum_i \frac{1}{\sqrt{R_i}} \right)^{-2}$$

Voorbeeld

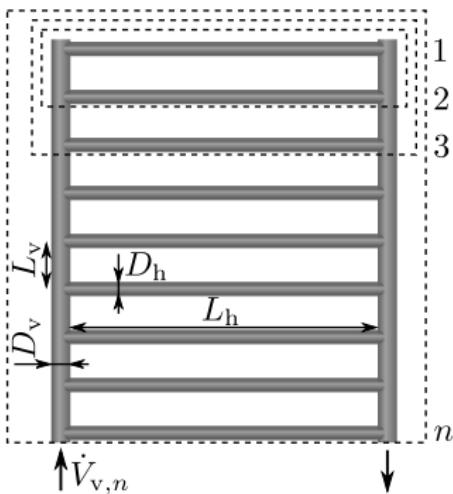


Bron: <http://www.aquaprestige.be>

Voorbeeld



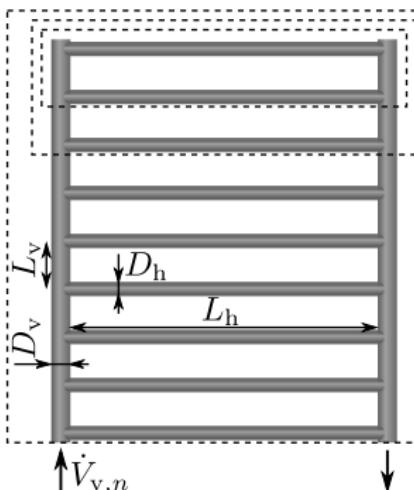
Voorbeeld



$$h_{L,1 \rightarrow 2} = \left(\frac{1}{\sqrt{R_{h,1}}} + \frac{1}{\sqrt{2R_{v,1} + R_{h,1}}} \right)^{-2} \dot{V}_{v,2}^2$$

$$R_{1 \rightarrow 2} = \left(\frac{1}{\sqrt{R_{h,1}}} + \frac{1}{\sqrt{2R_{v,1} + R_{h,1}}} \right)^{-2}$$

Voorbeeld

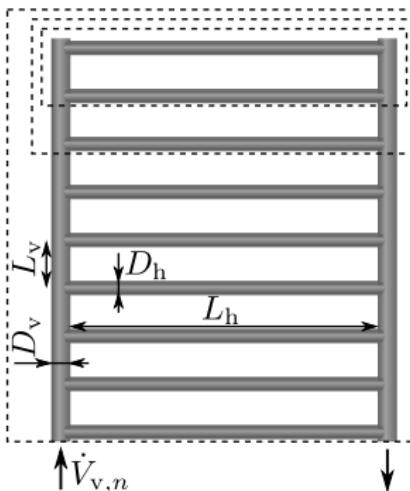


$$h_{L,1 \rightarrow 2} = \left(\frac{1}{\sqrt{R_{h,1}}} + \frac{1}{\sqrt{2R_{v,1} + R_{h,1}}} \right)^{-2} \dot{V}_{v,2}^2$$

$$R_{1 \rightarrow 2} = \left(\frac{1}{\sqrt{R_{h,1}}} + \frac{1}{\sqrt{2R_{v,1} + R_{h,1}}} \right)^{-2}$$

$$n R_{1 \rightarrow 3} = \left(\frac{1}{\sqrt{R_{h,2}}} + \frac{1}{\sqrt{2R_{v,2} + R_{1 \rightarrow 2}}} \right)^{-2}$$

Voorbeeld



$$h_{L,1 \rightarrow 2} = \left(\frac{1}{\sqrt{R_{h,1}}} + \frac{1}{\sqrt{2R_{v,1} + R_{h,1}}} \right)^{-2} \dot{V}_{v,2}^2$$

$$R_{1 \rightarrow 2} = \left(\frac{1}{\sqrt{R_{h,1}}} + \frac{1}{\sqrt{2R_{v,1} + R_{h,1}}} \right)^{-2}$$

$$R_{1 \rightarrow 3} = \left(\frac{1}{\sqrt{R_{h,2}}} + \frac{1}{\sqrt{2R_{v,2} + R_{1 \rightarrow 2}}} \right)^{-2}$$

$$R_{1 \rightarrow n} = \left(\frac{1}{\sqrt{R_{h,n-1}}} + \frac{1}{\sqrt{2R_{v,n-1} + R_{1 \rightarrow n-1}}} \right)^{-2}$$

$$h_{L,1 \rightarrow n} = R_{1 \rightarrow n} \dot{V}_{v,n}^2$$

Toepassingen

- Bepaal het ladingsverlies
- Bepaal het debiet
- Bepaal de leiding diameter

Toepassingen

- Bepaal het ladingsverlies

Gegeven:

$$\dot{V}, L, D, \varepsilon$$

Gevraagd:

$$h_L$$

Oplossingsmethode voor een serieschakeling van leidingen of een parallelschakeling van gelijke leidingen:

1. Bepaal R_e
2. Bepaal f
3. Bepaal h_L

Toepassingen

- Bepaal het ladingsverlies

Gegeven:

$$\dot{V}, L, D, \varepsilon$$

Gevraagd:

$$h_L$$

Oplossingsmethode een parallelschakeling:

1. Schat \dot{V}_i
2. Bepaal Re_i
3. Bepaal f_i
4. Bepaal h_L
5. Bepaal \dot{V}_i
6. Ga naar stap 2

Toepassingen

- Bepaal het debiet

Gegeven:

$$h_L, L, D, \varepsilon$$

Gevraagd:

$$\dot{V}$$

Oplossingsmethode:

1. Schat \dot{V}
2. Bepaal Re
3. Bepaal f
4. Bepaal \dot{V}
5. Ga naar stap 2

Toepassingen

- Bepaal de leiding diameter

Gegeven:

$$\dot{V}, h_L, L, \varepsilon$$

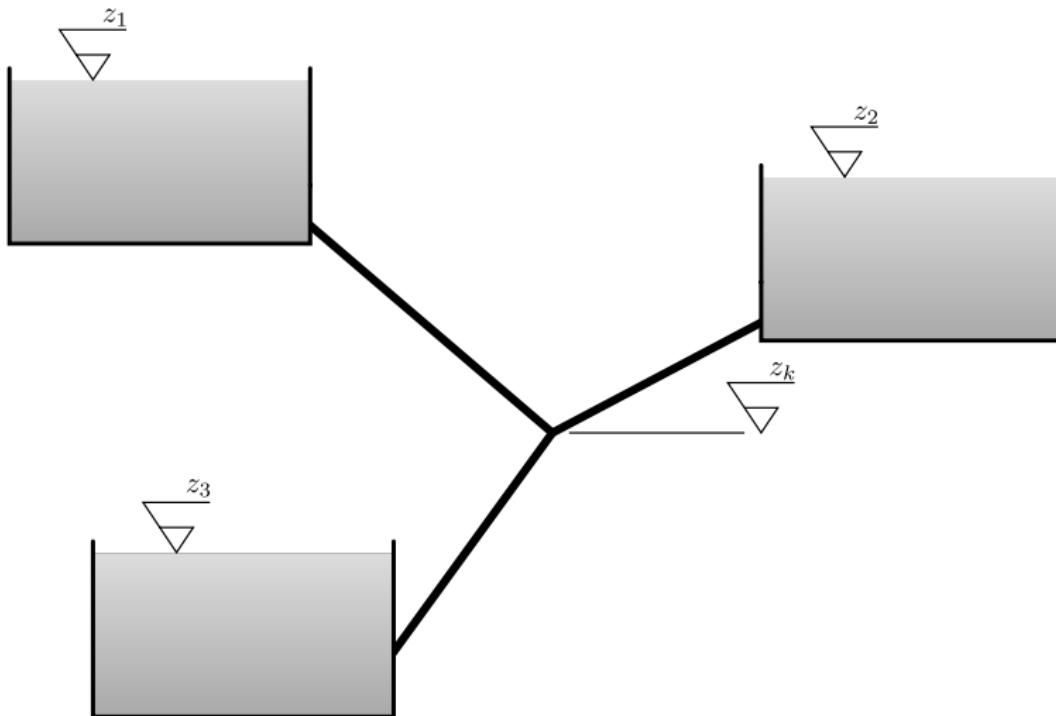
Gevraagd:

$$D$$

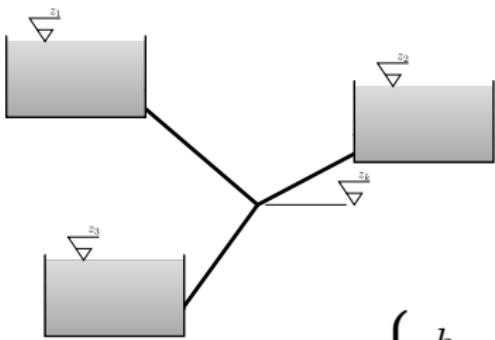
Oplossingsmethode:

1. Schat D
2. Bepaal Re
3. Bepaal f
4. Bepaal D
5. Ga naar stap 2

Leidingnetwerk

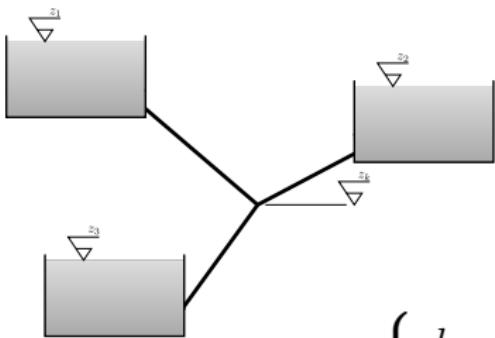


Leidingnetwerk



$$\left\{ \begin{array}{lcl} h_k & = & \frac{p_1}{\rho g} + z_1 - h_{L,1} \\ h_k & = & \frac{p_2}{\rho g} + z_2 - h_{L,2} \\ \frac{p_3}{\rho g} + z_3 & = & h_k - h_{L,3} \end{array} \right.$$

Leidingnetwerk



$$\left\{ \begin{array}{lcl} h_k & = & \frac{p_1}{\rho g} + z_1 - h_{L,1} \\ h_k & = & \frac{p_2}{\rho g} + z_2 - h_{L,2} \\ \frac{p_3}{\rho g} + z_3 & = & h_k - h_{L,3} \\ \dot{V}_3 & = & \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \end{array} \right.$$

Inhoud

- 1 Inleiding
- 2 Mechanische energie
- 3 Lokale ladingsverliezen
- 4 Serie- en parallelschakeling
- 5 Pompen en ventilatoren

Mechanische energie

Een pomp of ventilator voert mechanische energie toe aan de stroming

Mechanische energie

Een pomp of ventilator voert mechanische energie toe aan de stroming

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 - h_L + h_P$$

Met h_P de opvoerhoogte.

Mechanische energie

Een pomp of ventilator voert mechanische energie toe aan de stroming

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 - h_L + h_P$$

Met h_P de opvoerhoogte.

Een turbine onttrekt mechanische energie aan de stroming

Mechanische energie

Een pomp of ventilator voert mechanische energie toe aan de stroming

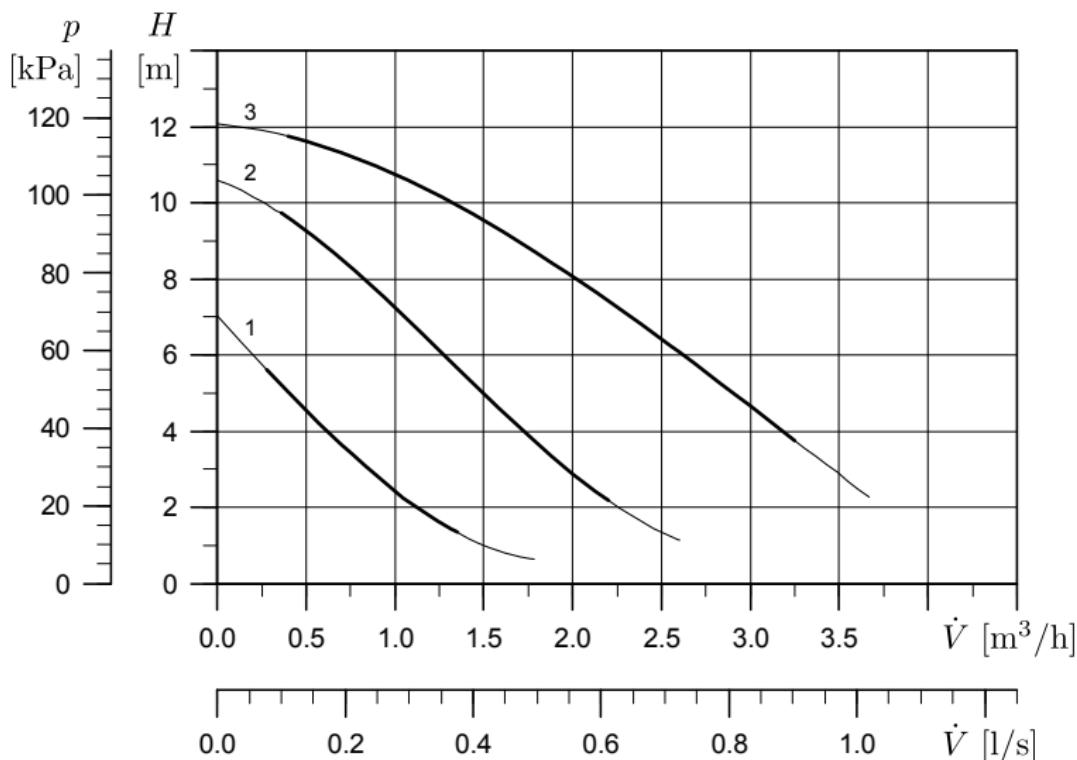
$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 - h_L + h_P$$

Met h_P de opvoerhoogte.

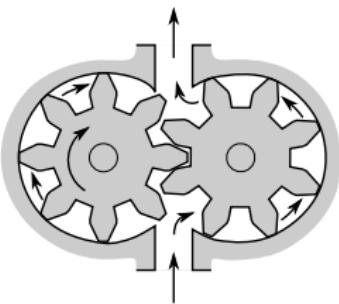
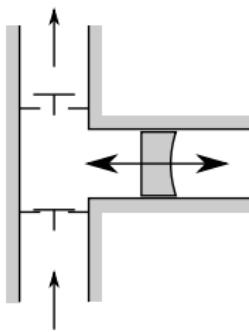
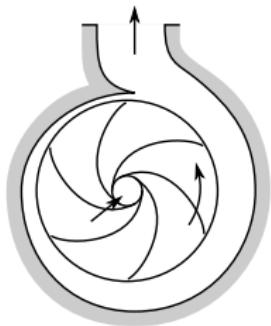
Een turbine onttrekt mechanische energie aan de stroming

$$\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 - h_L + h_P - h_T$$

Pomp- of ventilatorkarakteristiek



Types pompen



Leidingskarakteristiek

Het ladingsverlies plus het verschil in energiehoogte tussen uit- en inlaat is een functie van het debiet:

$$h_L(\dot{V}) + \left(\frac{p_2}{\rho g} + 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_2^4} + z_2 \right) - \left(\frac{p_1}{\rho g} + 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_1^4} + z_1 \right)$$

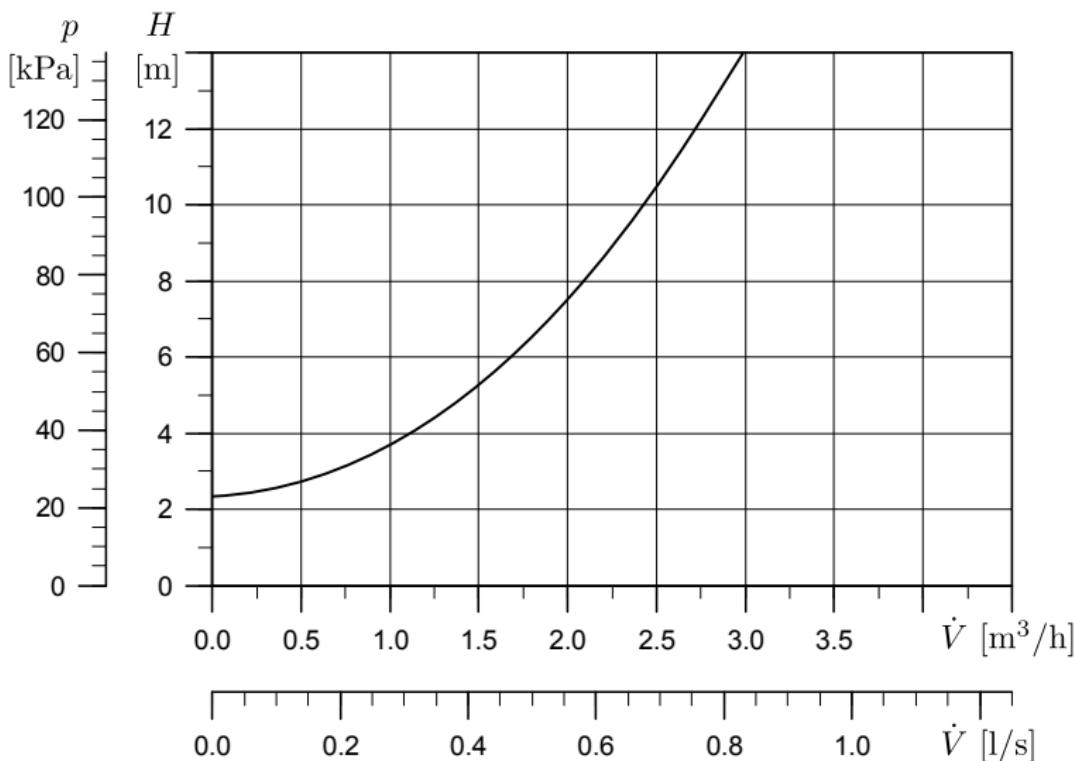
Leidingskarakteristiek

Het ladingsverlies plus het verschil in energiehoogte tussen uit- en inlaat is een functie van het debiet:

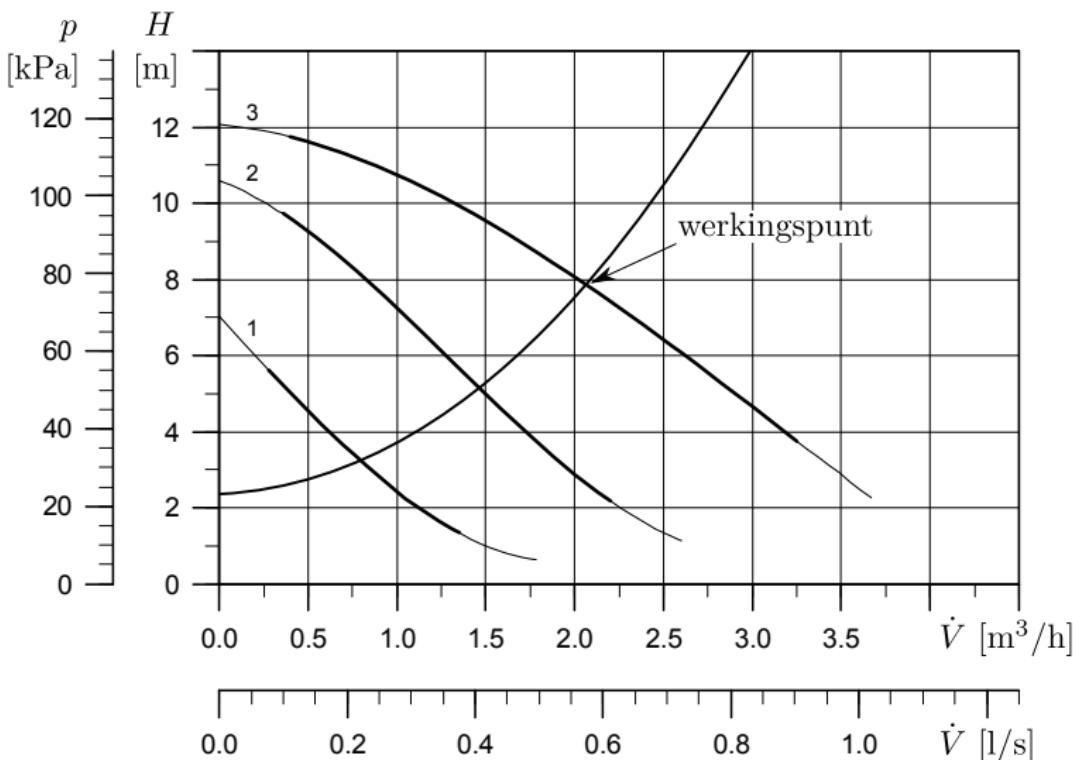
$$h_L(\dot{V}) + \left(\frac{p_2}{\rho g} + 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_2^4} + z_2 \right) - \left(\frac{p_1}{\rho g} + 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_1^4} + z_1 \right)$$

$$\frac{p_2}{\rho g} - \frac{p_1}{\rho g} + z_2 - z_1 + 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_2^4} - 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_1^4} + h_L(\dot{V})$$

Leidingskarakteristiek



Werkingspunt



Werkingspunt

Het werkingspunt is het snijpunt van de pomp- en leidingskarakteristiek

$$h_L(\dot{V}) + \left(\frac{p_2}{\rho g} + 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_2^4} + z_2 \right) - \left(\frac{p_1}{\rho g} + 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_1^4} + z_1 \right) = h_P$$

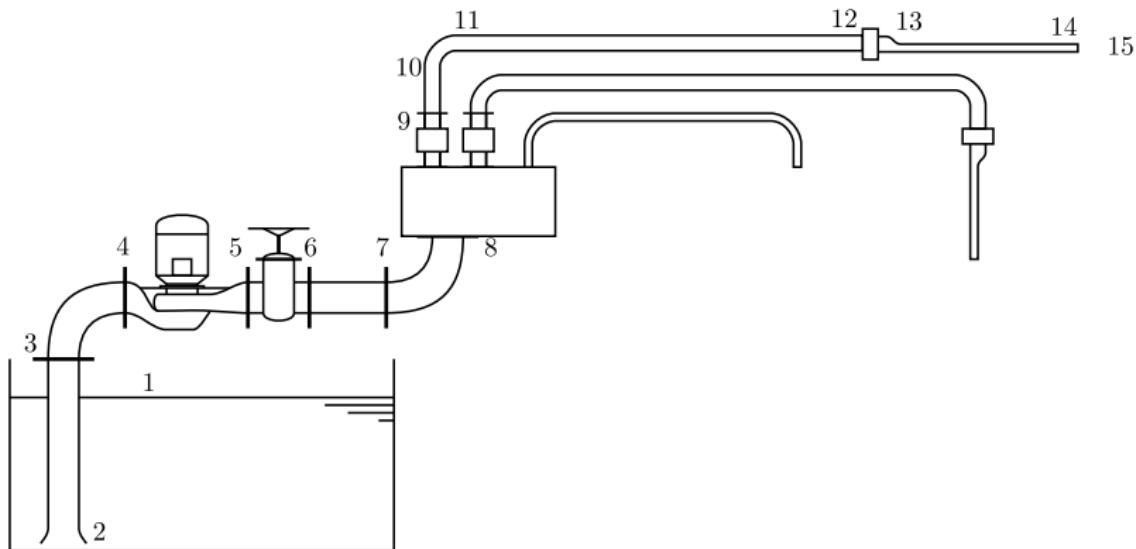
Werkingspunt

Het werkingspunt is het snijpunt van de pomp- en leidingskarakteristiek

$$h_L(\dot{V}) + \left(\frac{p_2}{\rho g} + 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_2^4} + z_2 \right) - \left(\frac{p_1}{\rho g} + 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_1^4} + z_1 \right) = h_P$$

$$\frac{p_2}{\rho g} + 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_2^4} + z_2 = \frac{p_1}{\rho g} + 8 \frac{\dot{V}^2}{g\pi^2 D_1^4} + z_1 - h_L(\dot{V}) + h_P$$

Grafische voorstelling



Grafische voorstelling

