

© ⓘ 2015 Brecht Baeten

Dit werk is gelicenseerd onder de licentie Creative Commons Naamsvermelding-GelijkDelen 4.0 Internationaal. Ga naar <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/> om een kopie van de licentie te kunnen lezen.

ir. Brecht Baeten  
Faculteit Industriële Ingenieurswetenschappen  
KULeuven, Technologicampus Diepenbeek  
Agoralaan gebouw B bus 1  
3590 Diepenbeek  
Email: [brecht.baeten@kuleuven.be](mailto:brecht.baeten@kuleuven.be)



## Sessie 1

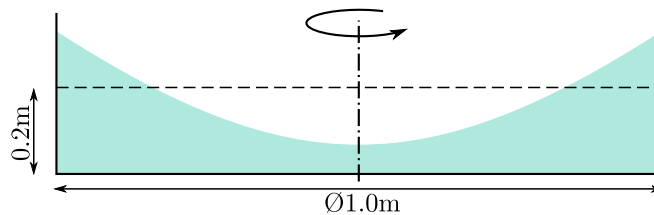
# Hydrostatica

**Toepassing 1.1:** De chauffeur van een wagen heeft zijn beker koffie in de bekerhouder gezet tijdens het rijden. De beker is cilindervormig met een diameter van 5cm, is gevuld tot op 1cm van de rand en staat horizontaal.

Bepaal hoe hard de chauffeur mag remmen of optrekken op een horizontale weg zonder dat hij koffie knoeit.

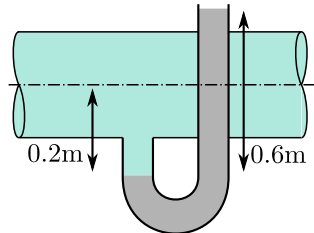
**Toepassing 1.2:** Een vloeistof bevindt zich in een ton met diameter 1.0m die rond zijn as draait met 40 toeren per minuut. In stilstand was de ton gevuld tot 0.20m van de bodem.

Bepaal de vorm van het vloeistof oppervlak na voldoende tijd en de maximale hoogte van de vloeistof.



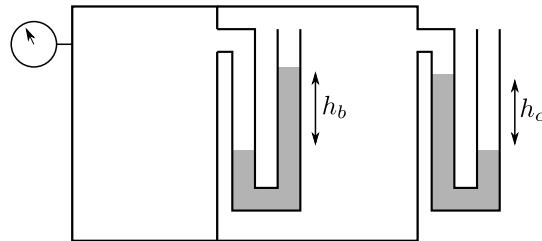
**Toepassing 1.3:** Een U-buis gevuld met kwik ( $\rho_{Hg} = 13600 \text{ kg/m}^3$ ) is aan één zijde verbonden met een leiding waarin olie met een dichtheid van  $820 \text{ kg/m}^3$  stroomt. De andere zijde is open aan de atmosfeer. In het linker been staat het kwikniveau  $0.2\text{m}$  onder de centerlijn van de leiding. Het niveau in het rechterbeen is  $0.6\text{m}$  hoger dan het linkerbeen.

Bepaal de overdruk in de leiding.



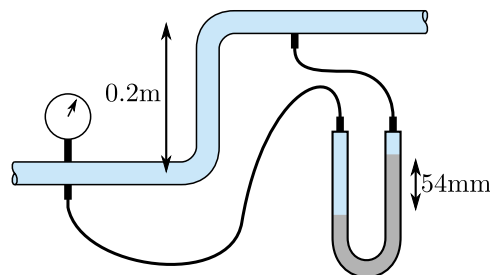
**Toepassing 1.4:** De tanks in onderstaande figuur zijn beide gevuld met lucht. De luchtdruk buiten de tanks is  $100 \text{ kPa}$ . De linker manometer toont een overdruk  $p_a = 206.9 \text{ kPa}$ . De 1e U-buis geeft  $h_b = 1.816 \text{ m}$ . Beide U-buizen bevatten kwik met een massadichtheid van  $13600 \text{ kg/m}^3$ .

Bepaal het niveau in de 2e U-buis.



**\*Toepassing 1.5:** Een leiding met een hoogteverschil heeft twee meetpunten die verbonden zijn met een kwikmanometer ( $\rho_{Hg} = 13600 \text{ kg/m}^3$ ) zoals op onderstaande figuur. Het hoogteverschil tussen de twee meetpunten is  $0.2\text{m}$ . Het hoogte verschil tussen de kwikniveaus in de manometer is  $54\text{mm}$ . Aan het eerste meetpunt is ook een bourdon manometer verbonden die een overdruk van  $1.2 \text{ bar}$  aangeeft.

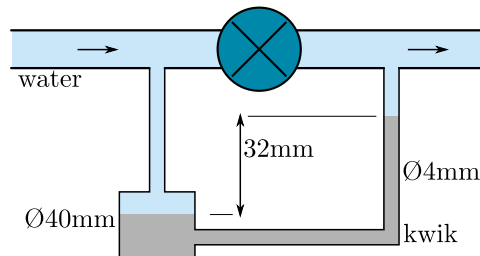
Bepaal de overdruk in de leiding aan het tweede meetpunt.



**Toepassing 1.6:** Een J-buis manometer is opgesteld zoals in de figuur om het drukverschil over een regelbare kraan te meten. In de leiding stroomt water met een massadichtheid van  $1000\text{kg/m}^3$ . De manometer is gevuld met kwik met een massadichtheid van  $13600\text{kg/m}^3$ . Bij de huidige stand van de kraan wordt er een hoogteverschil tussen de 2 kwikniveaus gemeten zoals aangegeven op de figuur.

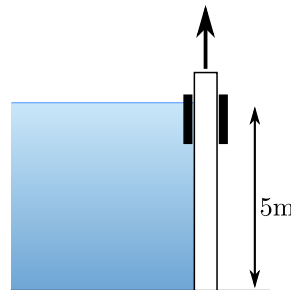
Bepaal de drukval over de klep.

Bepaal het niveau van het kwik ten opzichte van het huidige onderste niveau wanneer er geen drukval zou zijn. En bepaal de fout die gemaakt wordt wanneer we het hoogteverschil zouden bepalen als het verschil van het hoogste niveau en dit referentie niveau.



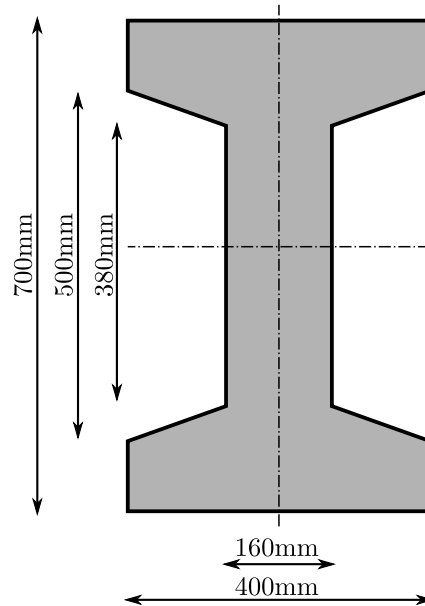
**\*Toepassing 1.7:** Een afsluiter van een kanaal is uitgevoerd als een rechthoekig massief paneel. Het paneel heeft een gewicht van  $36\text{kN}$  en kan verticaal bewogen worden in geleidingsrails. De wrijvingscoëfficiënt van deze rails ten opzichte van het paneel is  $0.2$ . Het kanaal dat afgesloten wordt is  $2\text{m}$  breed en  $5\text{m}$  diep.

Bepaal de initiële kracht nodig om het paneel naar boven te schuiven.



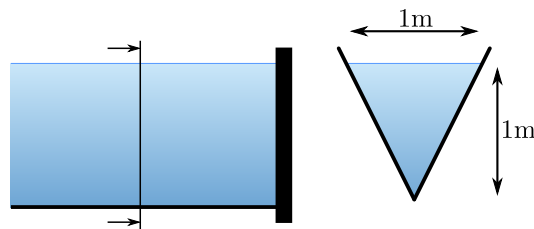
**\*Toepassing 1.8:** Een betonnen ligger is uitgevoerd zoals op de onderstaande figuur. Deze ligger wordt prefab gegoten met een betonsamenstelling met massadichtheid in vloeibare toestand van  $2400\text{kg/m}^3$ . De bekisting bestaat uit een bodem paneel, en twee panelen die elk een zijkant vormen. Tijdens het gieten blijft de bovenzijde open liggen.

Bepaal de kracht in de horizontale en verticale richting die op de zijpanelen moet worden uitgeoefend bij de productie van een ligger van 10m lang.



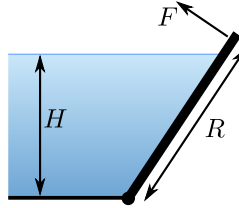
**Toepassing 1.9:** Een driehoekig kanaal met basis 1m en diepte 1m wordt afgesloten door een vlakke plaat.

Bepaal de grootte en het aangrijpingspunt van de kracht die op de plaat uitgeoefend wordt.



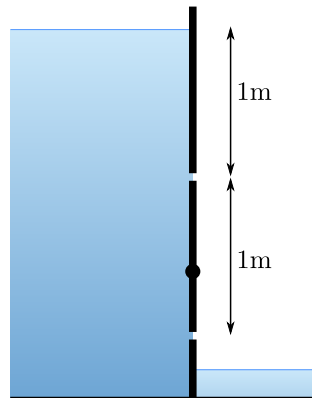
**Toepassing 1.10:** Een klep van 6m lengte is scharnierend opgesteld in een kanaal met diepte 4m en breedte 4m. Om de klep in evenwicht te houden wordt er op het uiteinde een constante kracht  $F$  op uitgeoefend loodrecht op het oppervlak van de klep.

Bepaal de hoek waaronder de klep zich zal bevinden.



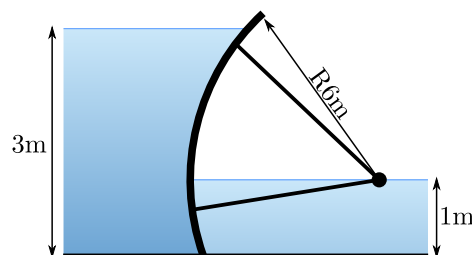
**\*Toepassing 1.11:** Een klep aan een sluis heeft een hoogte van 1m. De bovenkant van de klep bevindt zich op 1m onder het wateroppervlak zoals aangegeven op onderstaande figuur.

Bepaal de positie van een horizontaal scharnier van de klep zodat deze in evenwicht is in de huidige toestand.



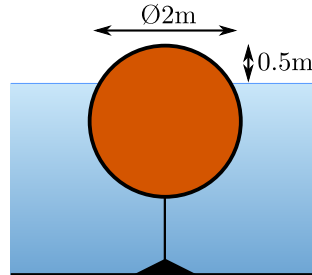
**\*Toepassing 1.12:** Bij hoogwater zijn de waterniveaus aan een stormvloedkering zoals afgebeeld op onderstaande figuur. De kering wordt beschreven door een deel van een cilinder met straal 6m, het middelpunt ligt op 1m van de bodem.

Bepaal de horizontale en verticale kracht per lopende meter die door het water wordt uitgeoefend op het oppervlak.



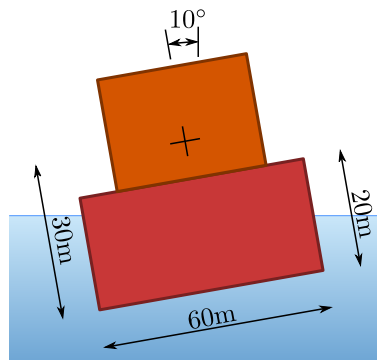
**Toepassing 1.13:** Een boei heeft de vorm van een bol met diameter 2m. De boei heeft een massa van 2000kg en bevindt zich in zeewater met een dichtheid van  $1045 \text{ kg/m}^3$ . De boei is aan de zeebodem verankerd met een staalkabel met verwaarloosbare massa.

Bepaal de kracht in de kabel wanneer de top van de boei 0.5m boven het water uitkomt.



**Toepassing 1.14:** De dwarsdoorsnede van een containerschip kan benaderd worden zoals op onderstaande figuur. Het schip is 300m lang en heeft een massa van 150000ton. Het massamiddelpunt van het schip bevindt zich in het midden en op een hoogte van 30m boven de kiel. Door ruwe zee is het schip  $10^\circ$  gekanteld zoals aangegeven op de figuur. De dichtheid van het zeewater wordt geschat op  $1045 \text{ kg/m}^3$

Zal het schip kapseizen?



## Antwoorden

1.1:  $a = 4 \text{ m/s}^2$

1.2:  $z = 0.31 \text{ m}$

1.3:  $p = 78.4 \text{ kPa}$

1.4:  $h = 0.265 \text{ m}$

1.5:  $p = 1.1 \text{ bar}$

1.6:  $\Delta p = 4032 \text{ Pa}$ ,  $\Delta h = 0.317 \text{ mm}$ ,

$\Delta p_{\text{fout}} = 40 \text{ Pa}$

1.7:  $F = 85.1 \text{ kN}$

1.8:  $F_x = 58.8 \text{ kN}$ ,  $F_y = 12.4 \text{ kN}$

1.9:  $F = 1.6 \text{ kN}$ ,  $z = 0.5 \text{ m}$  van de bovenzijde

1.10:  $\alpha = 68^\circ$

1.11:  $h = 0.44 \text{ m}$



**1.12:**  $F_x = 39.2 \text{ kN/m}$ ,  $F_y = -0.57 \text{ kN/m}$

**1.13:**  $F = 16.6 \text{ kN}$

**1.14:** Nee,

$x_{\text{zwaartepunt}} - x_{\text{aangrijpingspunt}} = 2.16 \text{ m}$

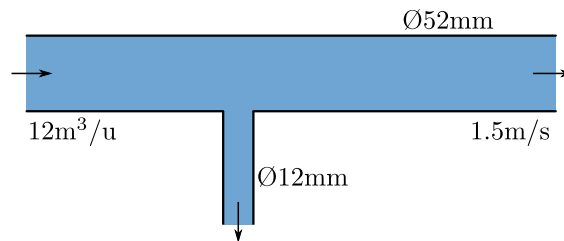


## Sessie 2

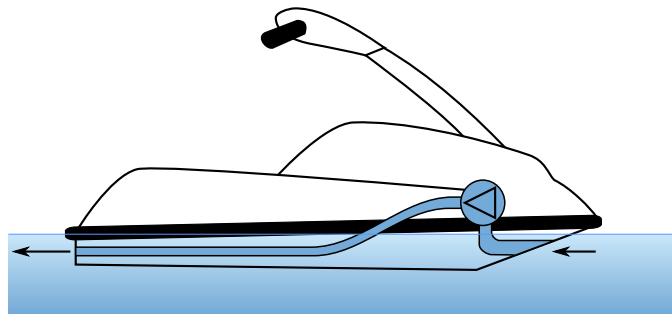
# Controlevolume's

**Toepassing 2.1:** In een buis met een aftap met afmetingen zoals aangegeven op de figuur stroomt water.

Bepaal de gemiddelde stromingssnelheid in de aftap.

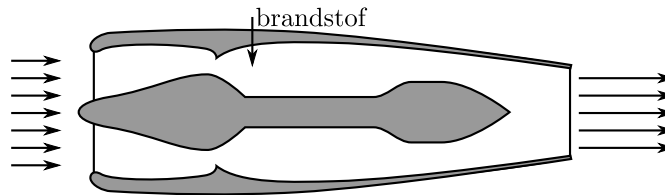


**Toepassing 2.2:** Bij een jetski wordt  $0.05\text{ m}^3/\text{s}$  water aan de voorzijde aangezogen door een pomp en aan de achterzijde weer uitgestuwd. De opening aan de voorzijde is  $0.006\text{ m}^2$  groot, aan de achterzijde  $0.002\text{ m}^2$ . Bepaal de kracht uitgeoefend door de aandrijving wanneer de jetski vanuit stilstand vertrekt en de druk aan de voor en achterzijde gelijk is, de dichtheid van water mag  $1000\text{ kg/m}^3$  verondersteld worden.



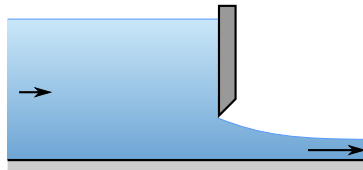
**Toepassing 2.3:** Een stilstaande turbojet motor werkt met lucht. De inlaat heeft een oppervlakte van  $2 \text{ m}^2$ , de gemiddelde snelheid is  $100 \text{ m/s}$  en de dichtheid is  $1.22 \text{ kg/m}^3$ , aan de uitlaat is de snelheid  $300 \text{ m/s}$ . In de motor wordt 2% van het inlaat massadebiet aan brandstof massa ingespoten.

Bepaal de stuwkracht die de motor genereert als de druk aan de voor en achterzijde atmosferedruk is.



**Toepassing 2.4:** Door een gedeeltelijk geopende sluis stroomt water met een dichtheid van  $1000 \text{ kg/m}^3$ . Voor de sluis is de snelheid  $1.2 \text{ m/s}$  en de diepte  $3 \text{ m}$ . Na de sluis is de diepte nog  $0.45 \text{ m}$ .

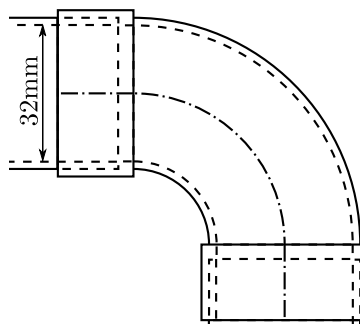
Bepaal de kracht per meter breedte die nodig is om de sluis op zijn plaats te houden.



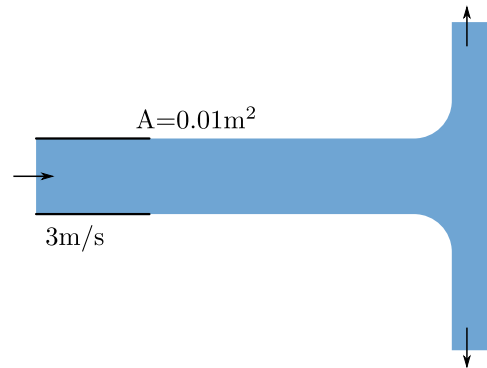
**Toepassing 2.5:** Een flexibele afvoerleiding met een diameter van  $22 \text{ mm}$  en een lengte van  $0.3 \text{ m}$  maakt een verticale bocht van  $180^\circ$ . De inlaat en uitlaat bevinden zich op gelijke hoogte en de leiding heeft een massa van  $0.1 \text{ kg}$ . Bepaal de kracht nodig om de bocht op zijn plaats te houden indien door de buis een water debiet ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) van  $50 \text{ l/min}$  stroomt, de uitlaat druk atmosferedruk is, en de stroming verliesvrij veronderstelt mag worden.

**Toepassing 2.6:** Een PVC bochtstuk van  $90^\circ$  voor afvoerleiding heeft een binnen diameter van  $32 \text{ mm}$ . De hartlijn heeft een straal van  $20 \text{ mm}$ . Door de buis stroomt water met een debiet van  $40 \text{ l/min}$ .

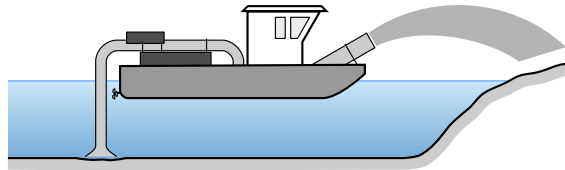
Als er geen drukverliezen optreden in de bocht en de druk aan de uitgang is atmosferedruk, bepaal dan de grootte en richting van de kracht die door de stroming uitgeoefend wordt op de buis.



**\*Toepassing 2.7:** Bereken de kracht die een vrije stationaire waterstraal die loodrecht op een wand spuit op de wand uitoefent.

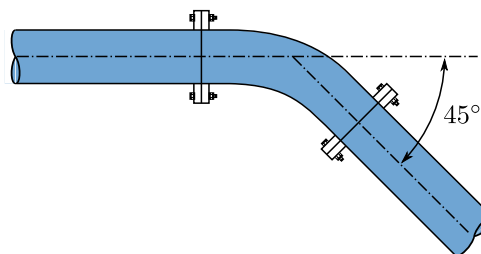


**Toepassing 2.8:** Een baggerboot zuigt een mengsel van water en zand op vanuit een rivierbodem en spuit dit door een uitlaat nozzle zoals afgebeeld op de figuur. De diameter van de uitlaat is 0.6m en de snelheid is 12m/s. Bepaal de kracht die de scheepsschroef moet leveren om de boot op zijn plaats te houden als de uitlaat onder een hoek van  $30^\circ$  met de horizontale staat en de dichtheid van het zand water mengsel  $1400 \text{ kg/m}^3$  bedraagt.



**\*Toepassing 2.9:** Een leiding met binnendiameter 300mm ligt in een horizontaal vlak. In de leiding stroomt water aan een debiet van  $0.25 \text{ m}^3/\text{s}$ .

Bepaal de grootte en de richting van de kracht die op het bochtstuk inwerkt indien de overdruk voor de bocht 0.4 bar bedraagt. De zwaartekracht mag buiten beschouwing gelaten worden.

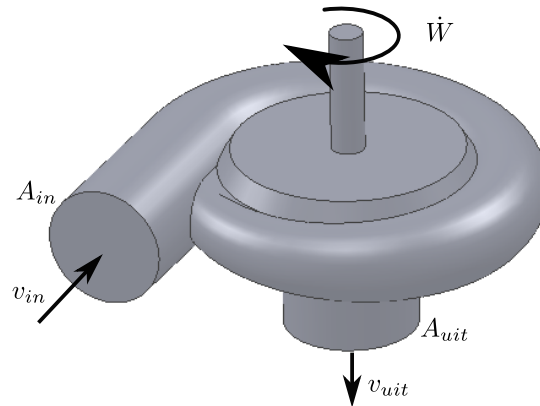


**\*Toepassing 2.10:** Olie met een dichtheid van  $800 \text{ kg/m}^3$  stroomt met een debiet van  $200 \text{ l/min}$  door een verwijding met een inlaat diameter van 28mm en een uitlaat diameter van 50mm. De overdruk aan de inlaat is 1.00 bar, aan de uitlaat is de overdruk 1.06bar.

Bepaal de grootte en richting van kracht die door de stroming op de verwijding uitgeoefend wordt.

**\*Toepassing 2.11:** Een hydraulische turbine onttrekt 600MW arbeid aan een waterdebiet van  $600 \text{ m}^3/\text{s}$ . De inlaat van de turbine heeft een diameter van 8m, de uitlaat een diameter van 10m. Aan de inlaat van de turbine is de druk 10 bar. Het hoogteverschil tussen in- en uitlaat mag verwaarloosd worden.

Bepaal de druk aan de uitlaat van de turbine.



## Antwoorden

**2.1:**  $v = 1.3 \text{ m/s}$

**2.2:**  $F = 833 \text{ N}$

**2.3:**  $F = 50.3 \text{ kN}$

**2.4:**  $F = 18.7 \text{ kN/m}$

**2.5:**  $F = 1.55 \text{ N}$

**2.6:**  $F_x = 0.55 \text{ N}$ ,  $F_y = 0.55 \text{ N}$

**2.7:**  $F = 90 \text{ N}$

**2.8:**  $F = 49.4 \text{ kN}$

**2.9:**  $F_x = 1.09 \text{ kN}$ ,  $F_y = 1.37 \text{ kN}$

**2.10:**  $F = 137 \text{ N}$  tegengesteld aan de stromings-richting

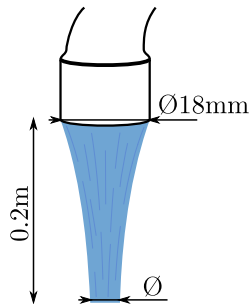
**2.11:**  $p = 0.4 \text{ bar}$

## Sessie 3

# Behoudsvergelijkingen

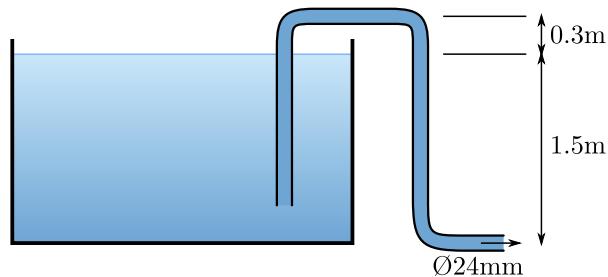
**\*Toepassing 3.1:** Uit een kraan stroomt water verticaal naar beneden met een debiet van 5 l/min. Tegen de kraan heeft de waterstraal een diameter van 18mm.

Bepaal de diameter van de waterstraal op een afstand van 0.2m onder de kraan.



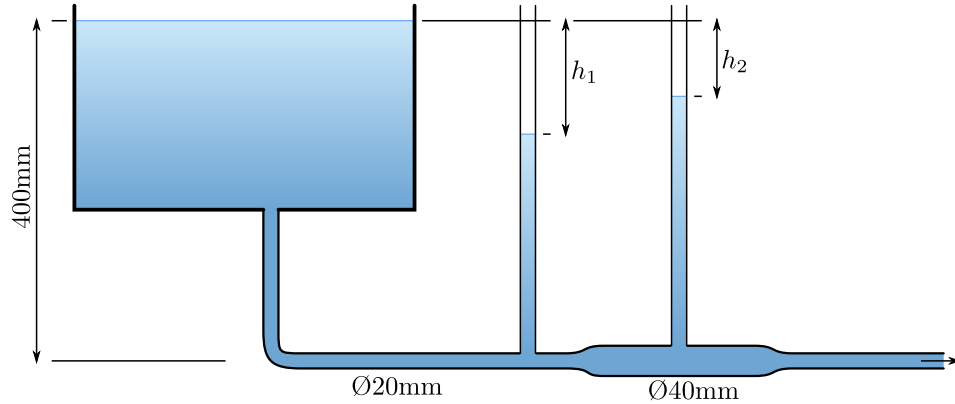
**\*Toepassing 3.2:** Een hevel wordt gebruikt om water uit een tank te halen, aan het uiteinde van de hevel heerst de atmosferedruk. De hoogtes zijn zoals aangegeven op onderstaande figuur, de buis heeft een constante diameter. Veronderstel dat het water zich niet viskeus gedraagt.

Bepaal de gemiddelde snelheid en de druk op het hoogste punt in de hevel.



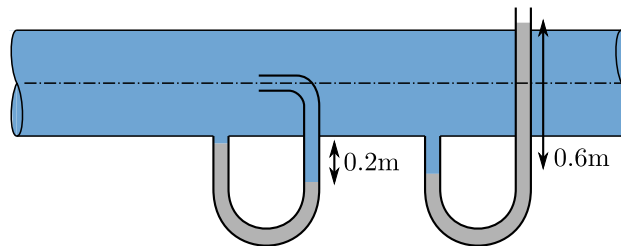
**Toepassing 3.3:** Een leidingstelsel is opgebouwd zoals weergegeven in onderstaande figuur. Er zijn twee verticale meetbuizen aangebracht om de druk in de leidingen te kunnen meten. In de leidingen stroomt water dat als niet viskeus beschouwd mag worden.

Bepaal de hoogte van de vloeistof in de twee meetbuizen t.o.v. het vloeistof niveau in de tank.



**Toepassing 3.4:** Een Pitot-buis en een manometer aangesloten op een leiding waarin lucht stroomt ( $\rho = 1.22 \text{ kg/m}^3$ ). Beide buizen zijn aangesloten op een U-buis manometer waarin een olie met een dichtheid van  $800 \text{ kg/m}^3$  zit. De hoogteverschillen in de U-buizen zijn 0.2m en 0.6m zoals aangegeven op de figuur.

Bepaal de statische en de dynamische druk in de buis en de snelheid in de buis.



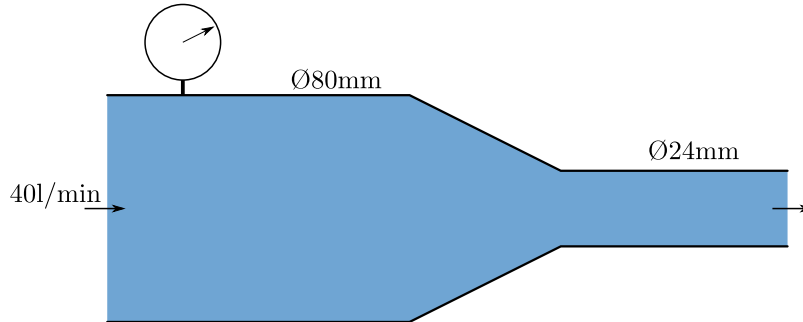
**Toepassing 3.5:** Door een annulair controle volume met gemiddelde straal 20m, en dikte 1m stroomt lucht ( $\rho = 1.22 \text{ kg/m}^3$ ). Een voorwerp in het controlevolume beïnvloedt de stroming. Aan de ene zijde heeft de snelheid een axiale component van 10m/s en een rotatiesnelheid van 1.26rad/s. Aan de andere zijde is de rotatiesnelheid verhoogd tot 1.29rad/s. Door de cilindrische zijwanden van het controlevolume is geen stroming.

Bepaal de axiale kracht uitgeoefend op het voorwerp in het controlevolume.

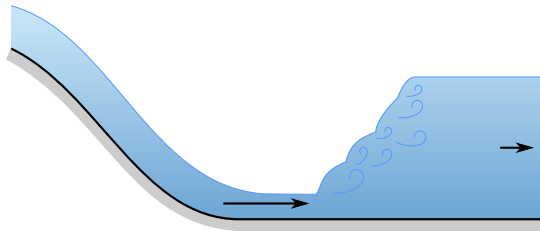


**Toepassing 3.6:** Een vernauwing in een buis heeft afmetingen zoals afgebeeld op de onderstaande figuur. Door de buis stroomt olie met een dichtheid van  $830 \text{ kg/m}^3$ . De druk vlak voor de vernauwing is 2 bar. De stroming mag stationair en zonder wrijving verondersteld worden.

Bepaal de kracht uitgeoefend op de vernauwing ten gevolge van de stroming.



**Toepassing 3.7:** In een hydraulische sprong gaat een open kanaal stroming van hoge snelheid en een lage diepte naar een veel lagere snelheid en een grote diepte zoals aangegeven in onderstaande figuur. Dit gaat gepaard met grote energieverliezen. Indien de oorspronkelijke stroming ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ) een diepte van 0.20m en een snelheid van 5m/s heeft en de stroming als uniform beschouwd wordt en er geen weerstandskrachten optreden aan de bodem, bepaal dan de uiteindelijke diepte.

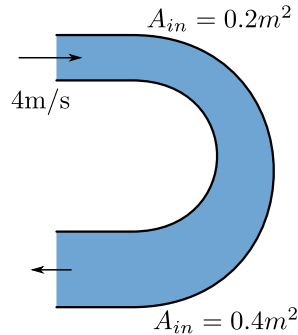


**\*Toepassing 3.8:** Het uitlaatstuk van een brandslang vormt een vernauwing van de slang diameter (50mm) tot de uitlaat (16mm). De stroming hierin mag zonder wrijving verondersteld worden.

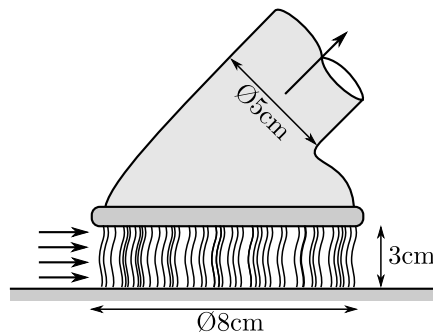
Bepaal de kracht die uitgeoefend wordt op het uitlaatstuk indien er een debiet van 180 l/min water door de slang stroomt en we de zwaartekracht niet beschouwen.

**\*Toepassing 3.9:** Door een U-buis in een horizontaal vlak, met verlopende doorsnede, stroomt water met een intredesnelheid van  $4\text{ m/s}$ . De oppervlaktes van de doorsneden bij in en uitrede zijn gegeven in de figuur. De druk aan de intrede wordt gemeten en is  $150\text{ kPa}$ .

Bepaal de grootte en de richting van de reactiekracht van de buis op het water.



**\*Toepassing 3.10:** Een stofzuiger met een borstel accessoire zuigt een lucht debiet aan van  $0.03\text{ m}^3/\text{s}$  ( $\rho = 1.22\text{ kg/m}^3$ ). De zuigmond maakt een hoek van  $45^\circ$  zoals aangegeven op de figuur. Indien de lucht uniform en volledig radiaal aangezogen wordt en de stroming verliesvrij verondersteld wordt, bepaal dan de kracht die op de zuigmond wordt uitgeoefend. Verwaarloos hoogteverschillen.



## Antwoorden

**3.1:**  $d = 7.3\text{ mm}$

**3.2:**  $v = 5.42\text{ m/s}$ ,  $p = 84\text{ kPa}$

**3.3:**  $h_1 = 400\text{ mm}$ ,  $h_2 = 25\text{ mm}$

**3.4:**  $p_{\text{statisch}} = 4709\text{ Pa}$ ,  $p_{\text{dynamisch}} = 1570\text{ Pa}$ ,  
 $v = 50.7\text{ m/s}$

**3.5:**  $F = 2.35\text{ kN}$

**3.6:**  $F = 919\text{ N}$

**3.7:**  $h = 0.91\text{ m}$

**3.8:**  $F_x = 176\text{ N}$

**3.9:**  $F = 97.2\text{ kN}$

**3.10:**  $F_x = F_y = -3.77\text{ N}$

## Sessie 4

# Gelijkvormigheid en uitwendige stroming

**Toepassing 4.1:** Olie met een viscositeit van  $0.5 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  en een dichtheid van  $830 \text{ kg/m}^3$  wordt door een pijplijn met een diameter van  $1 \text{ m}$  gepompt met een debiet van  $1800 \text{ m}^3/\text{h}$ . Er wordt een schaalmodel gebouwd dat gebruik maakt van buis met diameter  $74 \text{ mm}$  en water ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 1 \text{ mm}^2/\text{s}$ ).

Bepaal de snelheid voor het model om gelijkvormigheid met betrekking tot viskeuze krachten te verkrijgen.

**\*Toepassing 4.2:** De ontwerpers van een weerballon willen achterhalen wat de luchtweerstand van de ballon is bij de maximaal verwachte relatieve windsnelheid van  $5 \text{ m/s}$  bij standaard atmosfercondities ( $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$ ,  $\mu = 1.83 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ). Hiervoor wil men een 1:20 schaalmodel testen in water bij  $20^\circ\text{C}$  ( $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$ ,  $\mu = 1 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ ).

Bij welke watersnelheid moet men de tests uitvoeren opdat de data een voorspelling kunnen leveren van het gedrag van de balon in lucht?

Als er een dragkracht van  $2 \text{ kN}$  wordt opgemeten bij deze snelheid, wat is dan de verwachte weerstandskracht bij het prototype?

**\*Toepassing 4.3:** Het aerodynamisch gedrag van een vliegend insect wordt bestudeerd in een windtunnel met een 10:1 schaalmodel. In werkelijkheid klappert het insect 50 maal per seconde met de vleugels en vliegt het met een snelheid van  $1.25 \text{ m/s}$  ten opzichte van de lucht.

Kan volledige gelijkvormigheid behaald worden?

Bepaal de snelheid in de windtunnel en de klappfrequentie van het schaalmodel opdat de uitgevoerde metingen representatief zouden zijn voor de werkelijkheid.

**\*Toepassing 4.4:** Een onderzeeër moet tegen een snelheid van 10 knopen (1 knoop = 0,5144 m/s) onder zeewater ( $\rho = 1028 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 1.83 \text{ mm}^2/\text{s}$ ) kunnen varen. Er wordt een experiment gedaan op schaal 1:20 in zoetwater ( $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 1.00 \text{ mm}^2/\text{s}$ ).

Bepaal de snelheid waarop het model getest moet worden.

Bepaal het vermogen dat de onderzeeër voor voortstuwing nodig heeft als op het model een kracht van 200 kN wordt gemeten.

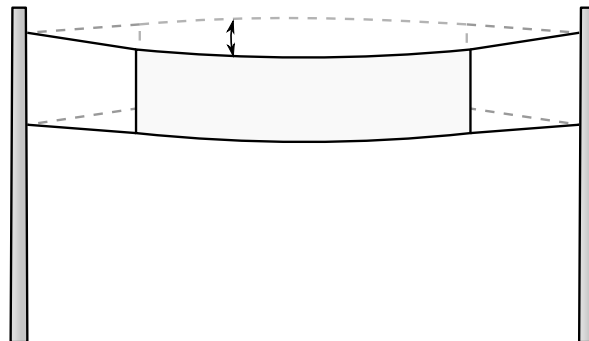
**\*Toepassing 4.5:** Een schip van 152.4 m lang vaart met een snelheid van 15 knopen (1 knoop = 0,5144m/s). Een model op schaal 1:25 wordt getest in hetzelfde water.

Bepaal de snelheid van het model voor :

- (i) Dynamische gelijkvormigheid voor oppervlaktegolven.
- (ii) Dynamische gelijkvormigheid voor wrijving.

**Toepassing 4.6:** Een vrij hangend spandoek opgespannen aan 2 lantaarnpalen kan onder bepaalde condities beginnen oscileren onder invloed van de wind. De oscilatie frequentie  $f$  afhankelijk is van de breedte  $b$  en hoogte  $h$  van het spandoek, de windsnelheid  $v$ , de luchtdichtheid  $\rho$  en de veerconstante  $k$  van de ophanging.

Bepaal geschikte dimensieloze parameters om de dimensieloze frequentie uit te drukken.

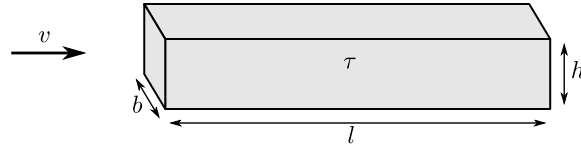


**Toepassing 4.7:** Bij een plotse vernauwing in een buis waarin een vloeistof stroomt is de drukval  $\Delta p$  over de vernauwing afhankelijk van de dichtheid  $\rho$  en de viscositeit  $\mu$  van de vloeistof, de diameter voor  $d_1$  en na  $d_2$  en de snelheid voor de vernauwing  $v$ .

Bepaal geschikte dimensieloze parameters om de dimensieloze drukval uit te drukken.

**Toepassing 4.8:** Bij een stroming rond een balk met lengte 200mm, breedte 50mm en hoogte 50mm die in de lange richting in de stroming is geplaatst word de druk op de vlakken in de stromingsrichting gemeten. De overdruk aan de voorzijde is uniform 60Pa, aan de achterzijde is dit -20Pa. De stroming oefent een weerstandskracht van 0.5N uit op de balk.

Bepaal de oppervlakte weerstandskracht en de gemiddelde schuifspanning op de zijvlakken van de balk.



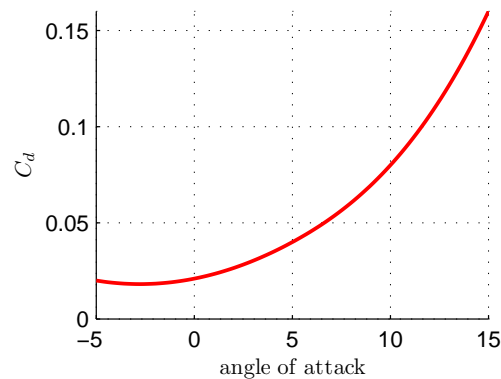
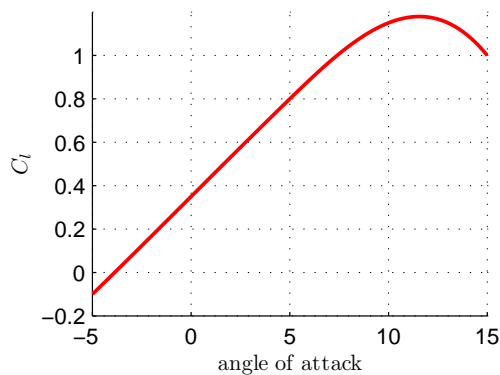
**\*Toepassing 4.9:** Een wolkenkrabber kan vereenvoudigd worden als een balk met grondvlakzijden van 50m en een hoogte van 300m. De weerstandscoefficiënt van een vierkante sectie is 2.2. Volgens metingen is de gemiddelde windsnelheid afhankelijk van de hoogte volgens  $v = Cz^{0.40}$ . De dichtheid van lucht is  $1.22 \text{ kg/m}^3$ .

Indien 3 dimensionale effecten aan de top van de wolkenkrabber verwaarloosd kunnen worden, bepaal dan de totale kracht en het krachtverdeling functie van de hoogte die de wind uitoefent indien op een hoogte van 10m de windsnelheid 5m/s bedraagt.

**Toepassing 4.10:** Een cabrio met open dak heeft een weerstandscoefficiënt van 0.45. Met het dak gesloten is de weerstandscoefficient 0.35. Bepaal de snelheid waarbij het vermogen nodig om de luchtweerstand te overwinnen met het dak open gelijk is aan het vermogen wanneer de auto met het dak dicht rijdt tegen 100 km/h. Veronderstel dat het frontaal oppervlak van de cabrio met open en gesloten dak gelijk is.

**\*Toepassing 4.11:** Een volgeladen Airbus A380 heeft een massa van 650ton, het totale vleugeloppervlak is  $845 \text{ m}^2$ . De vleugels zijn opgebouwd uit NACA SC(2) 0610 profielen met een lift en weerstands karakteristiek zoals hieronder weergegeven. De romp vereenvoudigen we als een cilinder met 8m diameter en een weerstandscoefficiënt van 1.2. De weerstand van de staart en de ophanging van de motoren worden verwaarloosd. De gewenste kruissnelheid is 900km/u. De dichtheid van lucht op de kruishoogte is ongeveer  $0.35 \text{ kg/m}^3$ .

Bepaal de aanvalshoek van de vleugels nodig voor horizontale vlucht aan kruissnelheid en de stuwkracht die de motoren moeten leveren in deze omstandigheden.



## Antwoorden

**4.1:**  $v = 0.0143 \text{ m/s}$

**4.2:**  $v = 6.71 \text{ m/s}$ ,  $F = 0.55 \text{ kN}$

**4.3:**  $v = 0.125 \text{ m/s}$ ,  $f = 0.5 \text{ Hz}$

**4.4:**  $v = 56.2 \text{ m/s}$ ,  $P = 3549 \text{ kW}$

**4.5:**  $v_{\text{oppervlaktegolven}} = 1.54 \text{ m/s}$ ,  $v_{\text{wrijving}} = 192.9 \text{ m/s}$

**4.6:**  $\frac{f}{vb} = \phi \left( \frac{h}{b}, \frac{k}{\rho v^2 b} \right)$

**4.7:**  $\frac{\Delta p}{\rho v^2} = \phi \left( \frac{d_1}{d_2}, \frac{\rho v d_1}{\mu} \right)$

**4.8:**  $F_s = 0.3N$ ,  $\tau = 7.5N/m^2$

**4.9:**  $f = 638z^{0.8} \text{ N/m}$ ,  $F = 10196 \text{ kN}$

**4.10:**  $v = 92 \text{ km/h}$

**4.11:**  $\alpha \approx 4^\circ$ ,  $F \approx 983 \text{ kN}$

## Sessie 5

# Stroming in leidingen

**Toepassing 5.1:** Water ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 1 \text{ mm}^2/\text{s}$ ) van vloeit in een buis van 40mm diameter over een afstand van 500m. Het debiet is 3 liter/s. De ruwheid van de buis is 0.046mm.

Bepaal de drukval over de buis voor turbulente stroming.

Wat zou de drukval zijn indien we er zouden in slagen om de stroming laminair te houden?

**\*Toepassing 5.2:** Een buis met ruwheid  $\varepsilon = 0.0015 \text{ mm}$  moet 2 liter/s water ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 1 \text{ mm}^2/\text{s}$ ) transporteren over een afstand van 400m. Het verlies in drukhoogte mag hoogstens 30m bedragen.

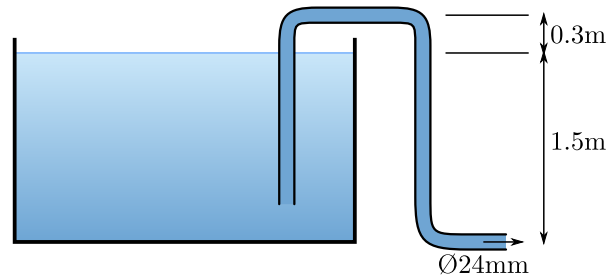
Bepaal de minimale diameter van de buis.

**Toepassing 5.3:** Voor een ventilatiekanaal van in een vloer in een woning, waardoor een luchtdebiet van  $80 \text{ m}^3/\text{h}$  stroomt, heeft men de keuze tussen een rechthoekig kanaal met hoogte 60mm en breedte 200mm en ruwheid 0.1mm of een aantal parallelle buizen met diameter 60mm en ruwheid 0.02mm.

Bepaal het aantal buizen dat nodig is om een lagere drukval te genereren.  $\rho = 1.22 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 15 \text{ mm}^2/\text{s}$ , verwaarloos verliezen aan in- en uitstroming.

**Toepassing 5.4:** Een hevel wordt gebruikt om water ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 1 \text{ mm}^2/\text{s}$ ) uit een tank te halen, aan het uiteinde van de hevel heerst de atmosferedruk. De hoogtes zijn zoals aangegeven op onderstaande figuur, de buis heeft een constante diameter. De gebruikte buis heeft een diameter van 24mm een ruwheid van 0.1mm en een lengte van 3m, alle lokale verliezen mogen verwaarloosd worden.

Bepaal het debiet.



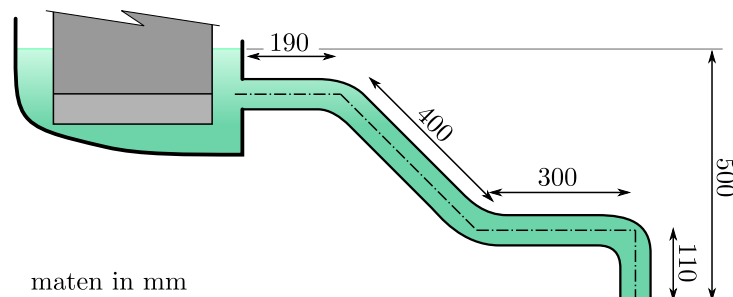
**\*Toepassing 5.5:** Bepaal voor de hevel uit Toepassing 5.4 het debiet indien ook rekening gehouden wordt met de lokale verliezen veroorzaakt door de bochten.

**\*Toepassing 5.6:** Water ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 1 \text{ mm}^2/\text{s}$ ) wordt door een rechte leiding met binnendiameter 24mm ruwheid 0.002mm en lengte 10m van een laag reservoir gepompt naar een reservoir dat 3m hoger gelegen is. De pomp heeft een karakteristiek  $H = 5 - 2 \cdot \dot{V}^2$  met  $H$  uitgedrukt in meter en  $\dot{V}$  in  $\text{m}^3/\text{h}$ .

Bepaal het debiet door de leiding als alle lokale verliezen verwaarloosd mogen worden.

**\*Toepassing 5.7:** In een machine dient olie met een dichtheid van  $830 \text{ kg/m}^3$  en viscositeit van  $240 \text{ mm}^2/\text{s}$  afgevoerd te worden uit een carter. Door de smering van verschillende componenten stroomt er een debiet van  $80 \text{ l/min}$  naar het carter. De afvoerleiding dient een pad te volgen zoals aangegeven op de tekening. Alle bochten hebben dezelfde straal als de buisdiameter. De druk in de machine en aan de olieafvoer is atmosferedruk.

Bepaal de nodige leiding diameter zodat het niveau in het carter niet hoger komt dan 500mm boven de afvoer.

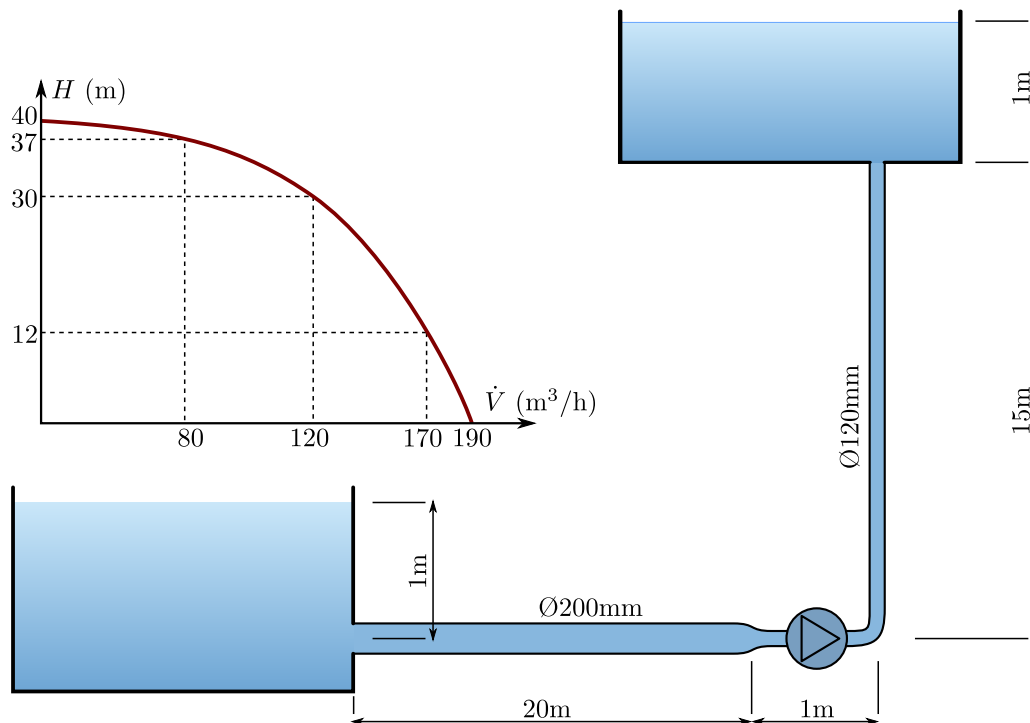




**\*Toepassing 5.8:** Water ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 1 \text{ mm}^2/\text{s}$ ) wordt door leidingen zoals op de figuur aangegeven van een lager naar een hoger gelegen reservoir gepompt. Alle leidingen hebben een ruwheid van  $0.5 \text{ mm}$ . De pomp heeft een karakteristiek zoals aangegeven op de figuur. De bocht heeft een gemiddelde straal van  $120 \text{ mm}$ , de intrede heeft een verliescoëfficiënt  $\xi = 0.1$ , de uittrede heeft een verliescoëfficiënt  $\xi = 0.8$ .

Bepaal het debiet en het werkingpunt van de pomp.

Teken het verloop van de hoogte, snelheidshoogte, drukhoogte en het drukhoogte verlies op één figuur.



## Antwoorden

5.1:  $\Delta p = 784 \text{ kPa}$ ,  $\Delta p_{\text{laminair}} = 23 \text{ kPa}$

5.2:  $d = 39 \text{ mm}$

5.3:  $n = 3$

5.4:  $\dot{V} = 67.1 \text{ l/min}$

5.5:  $\dot{V} = 44.5 \text{ l/min}$

5.6:  $\dot{V} = 2.27 \text{ m}^3/\text{h}$

5.7:  $\dot{d} = 42 \text{ mm}$

5.8:  $\dot{V} = 155 \text{ m}^3/\text{h}$



## Sessie 6

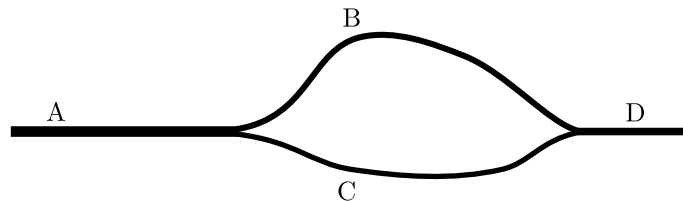
# Leidingstelsels

**\*Toepassing 6.1:** Een sectie van een warmtewisselaar bestaat uit 100 parallele kanalen met een cilindrische doorsnede, een binnendiameter van 10mm en lengte 400mm en een ruwheid van 0.005mm. Door deze warmtewisselaar stroomt lucht ( $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 15 \text{ mm}^2/\text{s}$ ) met een debiet van  $360 \text{ m}^3/\text{u}$ .

Bepaal de drukval over de warmtewisselaar, verwaarloos lokale verliezen aan in en uitlaat.

**\*Toepassing 6.2:** Een leidingstelsel bestaat uit 4 leidingen A-D zoals aangegeven op onderstaande figuur. Leiding A heeft lengte 2000m en diameter 0.200m, leiding B heeft lengte 3000m en diameter 0.150m, leiding C heeft lengte 2000m en diameter 0.100m en , leiding B heeft lengte 1000m en diameter 0.180m. Alle leidingen hebben een ruwheid van 0.5mm. Doorheen het stelsel stroomt water ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 1 \text{ mm}^2/\text{s}$ ) met een debiet van  $200 \text{ m}^3/\text{h}$ .

Bepaal de drukval over het leidingstelsel indien beide uiteindes zich op dezelfde hoogte bevinden. Verliezen in de splitsing en samenvoeging mogen verwaarloosd worden.



**Toepassing 6.3:** Een hoofdleiding met een diameter van 675mm loopt horizontaal over 1500m en splitst dan in 2 dezelfde leidingen  $d = 450$  mm en  $l = 3000$  m. Beide leidingen zijn open op het einde en komen op de zelfde eindhoogte uit, maar één van de twee leidingen heeft ook openingen in de zijwand. Hierdoor gaat de helft van het water afgevoerd worden over de totale lengte van de leiding.

Als de wrijvingsfactor 0.024 is voor alle leidingen en het debiet is  $0.28 \text{ m}^3/\text{s}$  water ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 1 \text{ mm}^2/\text{s}$ ) in de hoofdleiding, bereken dan het hoogteverschil tussen het vloeistof oppervlak en de plaats waar de vloeistof in de atmosfeer komt. Men mag de vertragsingsverliezen verwaarlozen.

**Toepassing 6.4:** Twee open water reservoirs ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 1 \text{ mm}^2/\text{s}$ ) zijn met elkaar verbonden door 3 afzonderlijke leidingen met diameters  $d$ ,  $2d$ ,  $3d$ . De leidingen hebben allen dezelfde lengte.

Veronderstel dat de wrijvingsfactoren gelijk zijn, wat zal dan het volumedebiet doorheen de twee grootste leidingen zijn als het debiet door de kleinste leiding gelijk is aan  $0.03 \text{ m}^3/\text{s}$ ?

**\*Toepassing 6.5:** Twee open water reservoirs ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 1 \text{ mm}^2/\text{s}$ ) zijn met elkaar verbonden door een leiding met diameter 100mm en lengte 200m en een leiding met diameter 10mm en lengte 20m. De ruwheid van beide leidingen is 0.01mm

Bepaal het debiet door elk van de leidingen indien het hoogteverschil tussen de 2 water niveau's 0.1m bedraagt en je de lokale verliezen aan in en uitlaat mag verwaarlozen.

**Toepassing 6.6:** Twee open water reservoirs ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 1 \text{ mm}^2/\text{s}$ ), waarvan het verschil tussen de twee vloeistofniveaus 6 meter is, zijn door een leiding met elkaar verbonden. De leiding ( $d = 600$  m) vertrekt in het reservoir met het hoogste waterniveau. Na 3000m splitst de leiding in 2 leidingen ( $d = 300$  m) van elk 3000m lang. Deze leidingen komen beide aan in het tweede reservoir.

Als de wrijvingsfactor gelijk is aan 0.04 bepaal dan het totale volumedebiet.

**\*Toepassing 6.7:** Een open water reservoirs ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 1 \text{ mm}^2/\text{s}$ ), stroomt leeg via een leiding met een diameter van 200mm. Na 20m splitst de leiding in 2 leidingen waarvan de eerste een diameter van 120mm heeft en de tweede een diameter van 80mm. Na 10m stromen beide leidingen vrij uit in de atmosfeer op een hoogte 10m onder het waterniveau in het reservoir. Alle leidingen hebben een ruwheid van 0.01mm.

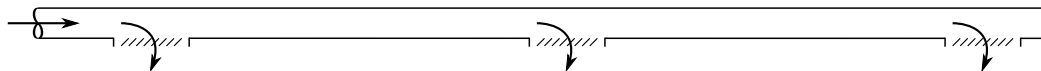
Bepaal het debiet in elke leiding, verwaarloos lokale verliezen.

**\*Toepassing 6.8:** Een open water reservoir ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 1 \text{ mm}^2/\text{s}$ ) voedt een leiding van 300m lang, diameter 200mm. Deze leiding splitst in 2 gelijke leidingen 150mm in diameter en 150m lang. Beide leidingen zijn open op het einde en bevinden zich beide op een hoogte van 15m onder het vloeistofoppervlak van het reservoir. Eén leiding heeft een uniforme afvoer langs de zijwand en verliest over de volledige lengte de helft van de hoeveelheid water door die leiding. De wrijvingsfactor is 0.024 voor beide leidingen. Alle lokale verliezen mogen verwaarloosd worden.

Bereken het volumedebiet van de twee leidingen afzonderlijk.

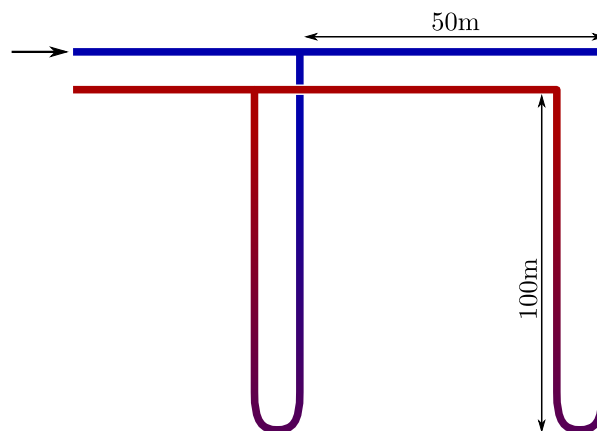
**Toepassing 6.9:** Een ventilatieleiding met diameter 300mm en ruwheid 1mm heeft 3 regelbare uitlaten op onderling gelijke afstand van 12m. De ventielen moeten zo geregeld worden dat door elke uitlaat hetzelfde debiet stroomt.  $\rho = 1.22 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 15 \text{ mm}^2/\text{s}$ .

Bepaal het ladingsverlies dat moet ingesteld worden aan de eerste twee uitlaten indien er vlak voor de eerste uitlaat een statische overdruk heerst van 50Pa en de laatste uitlaat een ladingsverlies van 5.00m veroorzaakt.



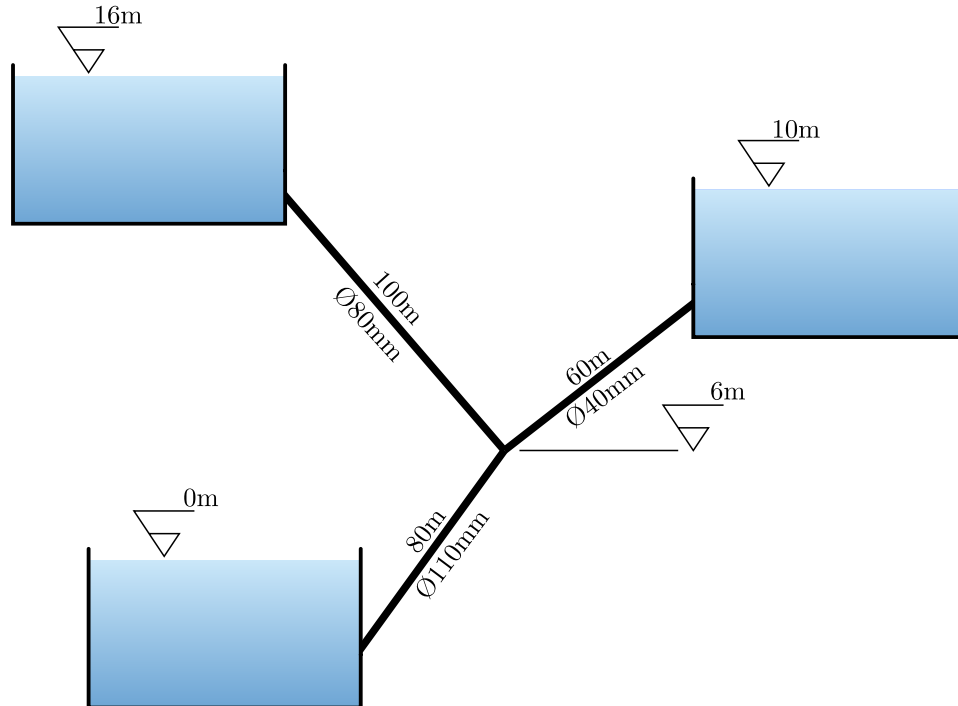
**\*Toepassing 6.10:** Een grondwarmtewisselaar bestaat uit 2 parallele boringen van elk 100m diepte. De twee boringen liggen 50m uit elkaar. Het volledige systeem is opgebouwd uit leidingen met een binnendiameter van 37mm en een ruwheid van 0.015mm. Door de leidingen stroomt een anti-vries oplossing met een dichtheid van  $1130 \text{ kg/m}^3$  en een viscositeit van 1.463 mPas.

Bepaal de het debiet door de twee boringen indien in de hoofdleiding een debiet van 20l/min stroomt.



**\*Toepassing 6.11:** Drie open water reservoirs ( $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\nu = 1 \text{ mm}^2/\text{s}$ ) zijn verbonden zoals op onderstaande afbeelding. De wrijvingsfactor van de drie leidingen is 0.032. In en uitstroom verliezen worden verwaarloosd.

Bepaal het debiet in alle drie de leidingen en de overdruk in het knooppunt.



## Antwoorden

**6.1:**  $\Delta p = 128 \text{ Pa}$

**6.2:**  $\Delta p = 2081 \text{ kPa}$

**6.3:**  $\Delta h = 6.42 \text{ m}$

**6.4:**  $\dot{V}_2 = 0.17 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $\dot{V}_3 = 0.47 \text{ m}^3/\text{s}$

**6.5:**  $\dot{V}_1 = 88 \text{ l/min}$ ,  $\dot{V}_2 = 0.72 \text{ l/min}$

**6.6:**  $\dot{V} = 0.723 \text{ m}^3/\text{s}$

**6.7:**  $\dot{V}_0 = 0.151 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $\dot{V}_1 = 0.112 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  
 $\dot{V}_2 = 0.039 \text{ m}^3/\text{s}$

**6.8:**  $\dot{V}_1 = 0.034 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $\dot{V}_2 = 0.045 \text{ m}^3/\text{s}$

**6.9:**  $h_{l,1} = 6.98 \text{ m}$ ,  $h_{l,2} = 5.41 \text{ m}$

**6.10:**  $\dot{V}_1 = 11.6 \text{ l/min}$ ,  $\dot{V}_2 = 8.4 \text{ l/min}$

**6.11:**  $\dot{V}_1 = 764 \text{ l/min}$ ,  $\dot{V}_2 = 128 \text{ l/min}$ ,  $\dot{V}_3 = 893 \text{ l/min}$ ,  $p = -31.6 \text{ kPa}$

# Studeerplan

Hier worden de doelstellingen voor elke oefeningen sessie opgelijst. De toepassingen met een "\*" worden aangeraden om zeker zelf te maken.

## Sessie 1

Voor de start van sessie 1 dient men de theorie van Hoofdstuk 1 en Hoofdstuk 2 te beheersen.

Leerdoelstellingen:

- De student kan de hydrostatische wet toepassen om drukverschillen door hoogteverschillen in verschillende media te bepalen
- De student kan krachten en momenten op vlakke oppervlakken ten gevolge van hydrostatische druk uitrekenen
- De student kan krachten op eenvoudige gebogen oppervlakken ten gevolge van hydrostatische druk uitrekenen

## Sessie 2

Voor de start van sessie 2 dient men de theorie van Hoofdstuk 3 te beheersen.

Leerdoelstellingen:

- De student kan een geschikt controlevolume definiëren om een analyse uit te voeren
- De student kan debieten of snelheden bepalen met behulp van de vergelijking voor behoud van massa
- De student kan krachten ten gevolgen van stromingen en drukken uitrekenen aan de hand van het snelheidsveld
- De student kan drukken bepalen met behulp van de vergelijking voor behoud van energie

## Sessie 3

Voor de start van sessie 3 dient men de theorie van Hoofdstuk 3 en Hoofdstuk 4 te beheersen.

Leerdoelstellingen:

- De student weet wanneer de vergelijking van Bernoulli toegepast mag worden en kan deze toepassen
- De student kan de behoudsvergelijkingen combineren om een systeem te analyseren

## Sessie 4

Voor de start van sessie 4 dient men de theorie van Hoofdstuk 5 te beheersen en de theorie van Hoofdstuk 6 doorgenomen te hebben.

Leerdoelstellingen:

- De student kan dimensieloze getallen gebruiken om een gelijkvormig experiment op schaal te definiëren
- De student kan dimensieloze getallen gebruiken om resultaten van experimenten te vertalen naar gelijkvormige situaties
- De student kan weerstands- en liftcoëfficiënten gebruiken om krachten te berekenen

## Sessie 5

Voor de start van sessie 5 dient men de theorie van Hoofdstuk 8 te beheersen.

Leerdoelstellingen:

- De student kan bepalen of de stroming in een leiding laminair of turbulent is
- De student kan drukverliezen in een leiding ten gevolge van stroming van een viskeuze vloeistof bepalen
- De student kan een leiding dimensioneren op basis van een maximaal drukverlies
- De student kan het debiet in een serieschakeling van leidingen gedreven door een pomp bepalen

## Sessie 6

Voor de start van sessie 6 dient men de theorie van Hoofdstuk 9 te beheersen.



Leerdoelstellingen:

- De student kan de drukval doorheen een combinatie van serie en parallelschakelingen van leidingen bepalen bij een gekend totaal debiet
- De student kan het debiet bepalen doorheen een combinatie van serie en parallelschakelingen van leidingen aangedreven door een pomp
- De student kan het debiet in een leidingnetwerk met constante inlaat drukken bepalen