Домашняя работа №8

Бредихин Александр

28 апреля 2020 г.

Задача 1

Задача: докажите, что $\mathcal{ZPP} = \mathcal{RP} \cap co\mathcal{RP}$

Докажем утверждение в две стороны:

1) Пусть $A \in \mathcal{ZPP}$ и докажем, что $A \in \mathcal{RP}$. Пусть B – алгоритм, распознающий A и рабоающий в среднем за $p(n)$ (по определению $\mathcal{ZPP}$). Запустим этот алгоритм на $2p(n)$ шагов и будем возвращать тот же ответ, если алгоритм завершается и 0 в противном случае. Получается:
если $x \in A$ по неравенству Маркова с вероятностью не меньше $1/2$ алгоритм закончит работу и потому ответ будет 1
если $x \notin A$ то в любом случае будет возвращён ответ 0

По определению $A \in \mathcal{RP}$, аналогично доказываем, что $A \in co\mathcal{RP}$ делаем то же самое, только теперь при отсутствие ответа возвращаем 0 вместо 1.

2) Обратно: пусть $A \in \mathcal{RP} \cap co\mathcal{RP}$, а B - алгоритм, который не допускает ошибок первого рода (то есть если $x \notin A$ но алгоритм выдаёт 1) (такой алгоритм найдётся по определению $\mathcal{RP}$) и алгоритм C, который не допускает ошибок 2го рода (то есть $x \in A$ но алгоритм выдаёт 0) (такой есть по определению $co\mathcal{RP}$).
Запустим алгоритм B на входе x. Если он вернул 1, то точно $x \in A$, иначе запустим C: если он вернул 0, то точно $x \notin A$. Так будем повторять с новыми битами пока не получим: $B(x) = 1$ или $C(x) = 0$. Вероятность получения ответа на каждой стадии не меньше $1/2$, , поэтому ожидаемое число стадий не больше 2.
Получили, что по определению $A \in \mathcal{ZPP}$.
Утверждение доказано.

Задача 2

Задача: пусть $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ — целочисленные матрицы $n \times n$, элементы которых по абсолютной величине не больше h. Для проверки равенства $\mathbf{AB} = \mathbf{C}$ пользуемся $\mathbf{x}$ — случайным n-мерным вектором, состоящим из чисел $0 \dots N-1$. Если $\mathbf{A}(\mathbf{Bx}) = \mathbf{Cx}$, предполагаем, что равенство верное, иначе неверное. Для решения обратите внимание на лемму Шварца-Зиппеля.

- Задаём некоторую вероятность ошибки p. Как надо выбрать N, чтобы достичь ошибку, не большую p?
- Определите, в каких вероятностных классах ($\mathcal{BPP}, \mathcal{RP}, co\mathcal{RP}, \mathcal{ZPP}$) лежит такая постановка задачи.
- Выбираем также случайный $\mathbf{y}$ с теми же параметрами. Равенство проверяем так: $\mathbf{y}^T\mathbf{ABx} = \mathbf{y}^T\mathbf{Cx}$. Оцените N для такого случая.

1) Рассмотрим поле вещественных чисел и конечное подмножество $S = 0 \dots N-1$ в этом поле. Возьмём вектор из одних 1 размером n (заметим, что $1 \in S$ для $N > 1$). Рассмотрим следующие выражение:

$$(1 \dots 1)\mathbf{AB} - \mathbf{C}\overrightarrow{x} = \text{многочлен 1ой степени от x} = F$$

Это выражение будет являться многочленом 1ой степени. Все условия леммы Шварца-Зиппеля выполнены, поэтому
$P(F = 0) \leqslant \frac{d}{|S|}$
Ошибкой в наше задаче является то, что $\mathbf{AB} \neq \mathbf{C}$, но $\mathbf{A}(\mathbf{Bx}) = \mathbf{Cx}$, то есть полученный многочлен равен 0 (что и получаем из леммы). В нашем случае $|S| = N$, $d = 1$. Поэтому, чтобы достичь ошибку, не большую p должно выполнится неравенство $\frac{1}{N} < p$, то есть возьмём $N = \left[\frac{1}{p}\right] + 1$ (это и будет ответом).

2) заметим, что если $\mathbf{AB} = \mathbf{C}$, то всегда верно $\mathbf{A}(\mathbf{Bx}) = \mathbf{Cx}$ (из свойств линейной алгебры), поэтому вероятность

$$x \in L \implies \mathbb{P}\{M(x) = 1\} = 1$$

Если $\mathbf{AB} \neq \mathbf{C}$, то вероятность ошибки (из предыдущего пункта) равна $\frac{1}{N}$, следовательно вероятность правильного ответа: $1 - \frac{1}{N} \geqslant \frac{2}{3}$ (можем взять $N \geqslant 3$). Получается по определению наш язык лежит в $\mathcal{BPP}$ и в

$co\mathcal{RP}$

Язык не лежит в $\mathcal{RP}$, так как всегда будет вероятность ошибки $\frac{1}{N}$ (то есть вероятность правильного ответа уже не 1), следовательно не выполняется определение. Из первой задачи следует, что язык также не лежит в $\mathcal{ZPP}$

3) теперь выбираем вектор на который домнажаем слева произвольным образом, то есть он может также занулять коэффициенты и давать ошибку. Найдём её вероятность используя формулу полной вероятности:

$$P(F(x) = 0) = P(F(x) = 0|y = 0) \cdot P(y = 0) + P(F(x) = 0|y \neq 0) \cdot P(y \neq 0)$$

Заметим, что $P(F(x) = 0|y = 0) = 1$, $P(y = 0)$, $P(F(x) = 0|y \neq 0) \leqslant \frac{1}{N}$, $P(y \neq 0) = \frac{N-1}{N}$ (используем комбинаторику и 1ый пункт задачи). Получаем, что
$P(F(x) = 0) \leqslant \frac{1}{N} + \frac{N-1}{N^2} = \frac{2N-1}{N^2} < p$. Поэтому можем взять $N \geqslant \left[\frac{\sqrt{1-p}+1}{p}\right] + 1$ это и будет ответом.

Задача 3

Задача: Покажите, что в задаче сравнения больших чисел вероятность ошибки для больших n меньше $\frac{3}{4}$. Будут ли такие n, для которых вероятность ошибки окажется не больше $\frac{1}{2}$. Предложите способ улучшить этот результат: какие параметры задачи можно подкорректировать, чтобы вероятность ошибки была, к примеру, не больше $\frac{1}{8}$?

Из семинара: случайно выберем некоторое простое число p, лежащее на отрезке $[n, 2n]$. Оно точно найдётся по постулату Бертрана. Далее будем сравнивать остатки от деления X и Y на p (U и V) соответственно. $|p| \approx \log n \implies |U|, |V| \approx \log n$. Найдём вероятность ошибки, то есть $\mathbb{P}\{U = V, X \neq Y\} = \mathbb{P}\{X \neq Y, X \equiv_p Y\}$.
У числа $|X-Y|$ существует как минимум один делитель на отрезке $[n, 2n]$ (число p). Обозначим за $p_1, \ldots, p_m$ все делители из этого отрезка.

$$2^n \geqslant |X - Y| \geqslant p_1 p_2 \ldots p_m \geqslant n^m \implies m \leqslant c\frac{n}{\ln n}$$

Зная, что количество простых чисел в натуральном ряду растёт как $\frac{n}{\ln n}$ для достаточно больших n, осталось оценить вероятность неблагоприятного исхода. Сделаем это))

1) Количество всего простых чисел на отрезке $[n, 2n]$ из факта выше будет равно:

$$A = \frac{2n}{\ln(2n)} - \frac{n}{\ln(n)}$$

Тогда вероятность ошибки при сравнении чисел:

$$\frac{m}{A} \leq \frac{\ln 2 \cdot \frac{n}{\ln n}}{\frac{2n}{\ln 2n} - \frac{n}{\ln n}} = \frac{\ln 2 \frac{n}{\ln n}}{\frac{2n}{\ln n + \ln 2} - \frac{n}{\ln n}} = \frac{\ln 2}{\frac{2}{1+\frac{\ln 2}{2n}} - 1} = \ln 2$$

Получаем, что $P(\text{ошибка}) \leq \ln 2 < \frac{3}{4}$ что и требовалось показать.

2) От противного: пусть каждое второе плохое, тогда у $|X - Y|$ n/2 простых. Делаем аналогичные рассуждения и получаем противоречие, что $n^{n/2} > 2^n$ (из финального неравенства на семинаре).

3) Подкорректируем параметры алгоритма, чтобы получить вероятность ошибки не больше $\frac{1}{8}$ (то есть меньше $\frac{1}{8}$)
Для этого будем выбирать p лежащее на отрезке $[n, 8n]$. Все рассуждения сохраняются, но теперь

$$A = \frac{8n}{\ln(8n)} - \frac{n}{\ln(n)}$$

Тогда вероятность ошибки при сравнении чисел:

$$\frac{m}{A} \leq \frac{\ln 2 \cdot \frac{n}{\ln n}}{\frac{8n}{\ln 8n} - \frac{n}{\ln n}} = \frac{\ln 2 \frac{n}{\ln n}}{\frac{8n}{\ln n + \ln 8} - \frac{n}{\ln n}} = \frac{\ln 2}{\frac{8}{1+\frac{\ln 2}{2n}} - 1} = \frac{\ln 2}{7} \leqslant \frac{1}{8}$$

Увеличили точность до нужной.

Задача 4

Задача: определите, в каких из вероятностных классов лежит вероятностный алгоритм для поиска выполняющего набора РОВНО2КНФ, разобранный на семинаре.

Докажем, что данный алгоритм лежит в BPP, то есть разрешается за полиномиальное количество тактов с двусторонней ошибкой под двусторонней ошибкой подразумевается это

$$x \in L \implies \mathbb{P}\{M(x) = 1\} \geqslant \frac{2}{3}$$

$$x \notin L \implies \mathbb{P}\{M(x) = 0\} \geqslant \frac{2}{3}$$

Из семинара получили, что вероятность не найти набор за k раз по $2n^2$ шагов равна $\frac{1}{2^k}$ то есть мы можем установить точность (то есть полиномиальное количество шагов, которое нам нужно совершить) что если

$$S \in \text{РОВНО2КНФ} \implies \mathbb{P}\{M(x) = 1\} \geqslant \frac{2}{3}$$

(сделаем 3 раза по $2n^2$ шагов, тогда вероятность найти набор равна $\frac{7}{8} \geqslant \frac{2}{3}$). Также данный алгоритм если нет исполняющего набора, не ошибается (он не находит его за отведённое количество шагов и говорит, что его нет), то есть

$$S \notin \text{РОВНО2КНФ} \implies \mathbb{P}\{M(x) = 0\} = 1 \geqslant \frac{2}{3}$$

Получается, по определению данный алгоритм лежит в BPP.

Из данных рассждений также понятно, что он лежит и в RP по определению:

$$S \in \text{РОВНО2КНФ} \implies \mathbb{P}\{M(x) = 1\} \geqslant \frac{1}{2}$$
$$S \notin \text{РОВНО2КНФ} \implies \mathbb{P}\{M(x) = 0\} = 1$$

Но этот алгоритм не лежит в $coRP$, так как он не сможет с вероятностью 1 сказать есть выполняющий набор или нет: всегда есть неточность сделав k шагов с вероятностью $\frac{1}{2^k}$ совершить ошибку (то есть выполняющий набор будет, но мы прекратим наш алгоритм, так как достигнем наперёд заданной нам точности и не найдём его). Следовательно, $\notin coRP$.

Из задачи 1, так как $\mathcal{ZPP} = \mathcal{RP} \cap co\mathcal{RP}$ следует, что алгоритм не принадлежит $\mathcal{ZPP}$.

Задача 5

Задача: (Доп) Докажите теорему Татта о паросочетаниях.

Введём обозначения: $odd(G)$ – число нечетных компонент связности в графе G, где нечетная компонента это компонента связности, содержащая нечетное число вершин.

Множество Татта графа G — множество $S \subset V$, для которого выполнено условие: $odd(G/S) > |S|$

В графе G существует полное паросочетание $\Leftrightarrow$ $\forall S \subset V$ выполнено условие: $odd(G/S) \leqslant |S|$ (то есть в графе G нет ни одного множества Татта)
Доказательство:
$\Rightarrow$
Рассмотрим M — полное паросочетание в графе G и множество вершин V.

Одна из вершин каждой нечетной компоненты связности графа (G/S) соединена ребром паросочетания M с какой-то вершиной из S. Иначе мы не сможем покрыть паросочетанием все вершины этой компоненты связности и получим противоречие: полное паросочетание существует по условию теоремы. Таким образом, получаем, что $odd(G/S) \leqslant |S|$.
$\Leftarrow$
Пусть для графа G выполнено, что $odd(G/S) \leqslant |S|$, но полного паросочетания в этом графе не существует.

Рассмотрим граф K и множество вершин U, которое получается следующим образом: граф K – граф, полученный из G добавлением ребер, при этом в K нет полного паросочетания, но оно появляется при добавлении любого нового ребра. Так как новых вершин не добавлялось, то $K = (V, E_K)$, множество вершин $U = \{v \in V : deg_K(v) = n - 1\}$
Используем лемму, которая утверждает K
U – объединение несвязных полных графов. Так как число нечетных компонент не увеличивается при добавлении новых ребер, то $\forall S \subset V$ выполнено $odd(K/S) \leqslant (G/S) \leqslant |S|$. По лемме:$K/U$— объединение несвязных полных графов.
Понятно, что в каждой четной компоненте связности графа K/U мы можем построить полное паросочетание. В каждой нечетной компоненте этого графа построим паросочетание, которое покрывает все вершины кроме одной, оставшуюся непокрытой вершину, соединим с какой-то вершиной множества U. При этом мы будем использовать различные вершины из U. Почему это возможно? Так как $odd(K/S) \leqslant |U|$. Если все вершины множества U оказались покрытыми, то мы получили полное паросочетание в графе K. Получили противоречие с тем, что по построению в K нет полного паросочетания.
Значит, в U осталось какое-то количество непокрытых вершин, при этом их четное число, так как число вершин в K четно, так как $odd(K/\oslash) \leqslant |\oslash| = 0$ и уже покрыто паросочетанием четное число вершин. Зная что

в множество U входят вершины, которые в K смежны со всеми остальными, то мы сможем разбить оставшиеся вершины на пары и покрыть их паросочетанием.

Таким образом, получили в K полное паросочетание– противоречие первоначальному заданию графа. Значит, начальное предположение не верно, и в G существует полное паросочетание.

Задача 6

Докажите, что данная КНФ выполнима...
Заметим, что в каждом дизъюнкте, кроме последнего есть хотя бы одно отрицание переменной, которая не x_{11}. Поэтому если мы возьмём исполняющий набор все нули, кроме x_{11} (а $x_{11} = 1$), то он будет выполняющем в данной КНФ (так как в каждом дизъюнкте будет хотя бы одна 1)

$1 \vee \overline{x_9} \vee \overline{x_5} \vee \overline{x_{14}} \vee \overline{x_{19}} \vee \overline{x_{12}} \vee \overline{x_{18}} \vee \overline{x_6} \vee \overline{x_8} \vee \overline{x_{10}} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_{11}} \vee \overline{x_7}) \wedge$
$(x_{13} \vee 1 \vee x_{19} \vee \overline{x_3} \vee x_7 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_{14}} \vee \overline{x_{10}} \vee x_8 \vee \overline{x_{11}} \vee \overline{x_6} \vee x_{16} \vee \overline{x_1}) \wedge$
$1 \vee \overline{x_1} \vee \overline{x_3} \vee x_2 \vee x_{10} \vee \overline{x_4} \vee x_5 \vee x_{17} \vee x_7 \vee x_{15} \vee \overline{x_{11}} \vee x_{19} \vee x_{18}) \wedge$
$(x_{17} \vee x_{12} \vee 1 \vee x_3 \vee x_4 \vee x_9 \vee x_{16} \vee x_{15} \vee x_7 \vee x_8 \vee x_{18} \vee x_{11} \vee x_{19}) \wedge$
$(x_3 \vee 1 \vee \overline{x_2} \vee x_8 \vee x_{10} \vee \overline{x_{17}} \vee \overline{x_7} \vee x_6 \vee \overline{x_{19}} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_{16}} \vee x_1 \vee x_9) \wedge$
$(1 \vee x_5 \vee x_9 \vee x_6 \vee x_{14} \vee \overline{x_{10}} \vee \overline{x_{12}} \vee \overline{x_4} \vee x_{17} \vee x_{18} \vee \overline{x_1} \vee x_{13} \vee \overline{x_2}) \wedge$
$(1 \vee \overline{x_7} \vee \overline{x_{14}} \vee \overline{x_{15}} \vee \overline{x_{13}} \vee x_4 \vee x_1 \vee x_{17} \vee x_{11} \vee x_3 \vee \overline{x_{12}} \vee x_{16} \vee x_8) \wedge$
$(x_{11} \vee 1 \vee \overline{x_7} \vee \overline{x_{14}} \vee x_3 \vee \overline{x_5} \vee x_{16} \vee \overline{x_{13}} \vee \overline{x_1} \vee x_9 \vee x_4 \vee \overline{x_{15}} \vee \overline{x_2}) \wedge$
$(x_{18} \vee 1 \vee x_{19} \vee x_{17} \vee \overline{x_1} \vee x_{14} \vee \overline{x_3} \vee x_7 \vee \overline{x_9} \vee \overline{x_{12}} \vee x_{10} \vee x_{11} \vee x_{15}) \wedge$
$(1 \vee x_2 \vee x_7 \vee x_{16} \vee x_{18} \vee x_{14} \vee \overline{x_{12}} \vee x_9 \vee \overline{x_1} \vee \overline{x_5} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_{10}} \vee \overline{x_{11}}) \wedge$
$(1 \vee \overline{x_{10}} \vee \overline{x_6} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_{11}} \vee x_{12} \vee \overline{x_{16}} \vee x_5 \vee x_{13} \vee x_{15} \vee x_1 \vee x_{14} \vee \overline{x_4}) \wedge$
$(x_5 \vee 1 \vee \overline{x_{11}} \vee \overline{x_{16}} \vee \overline{x_1} \vee x_{12} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_{18}} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_2} \vee x_{13} \vee x_6 \vee \overline{x_{14}}) \wedge$
$(1 \vee \overline{x_{19}} \vee \overline{x_9} \vee x_1 \vee \overline{x_5} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_{15}} \vee \overline{x_{10}} \vee x_{17} \vee x_6 \vee \overline{x_{18}} \vee \overline{x_{11}} \vee \overline{x_{14}}) \wedge$
$(x_3 \vee 1 \vee x_5 \vee x_6 \vee x_{14} \vee x_{13} \vee \overline{x_{15}} \vee x_{18} \vee \overline{x_8} \vee \overline{x_{11}} \vee \overline{x_4} \vee x_{19} \vee \overline{x_{17}}) \wedge$
$(1 \vee x_8 \vee \overline{x_{17}} \vee \overline{x_{13}} \vee x_{10} \vee \overline{x_9} \vee \overline{x_{18}} \vee x_{14} \vee \overline{x_4} \vee x_{11} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_{12}} \vee \overline{x_6}) \wedge$
$(1 \vee \overline{x_{19}} \vee x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_7} \vee x_{10} \vee \overline{x_{17}} \vee \overline{x_{11}} \vee x_{16} \vee x_5 \vee \overline{x_{15}} \vee \overline{x_8} \vee x_6) \wedge$
$(x_8 \vee x_{18} \vee 1 \vee \overline{x_1} \vee x_{15} \vee x_3 \vee \overline{x_{11}} \vee x_{10} \vee \overline{x_9} \vee x_{19} \vee \overline{x_4} \vee x_{13} \vee \overline{x_5}) \wedge$
$(1 \vee \overline{x_{16}} \vee \overline{x_9} \vee x_{14} \vee \overline{x_{17}} \vee x_5 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_{15}} \vee \overline{x_{10}} \vee \overline{x_7} \vee \overline{x_3} \vee x_6 \vee x_{12}) \wedge$
$(x_4 \vee x_8 \vee 1 \vee \overline{x_{16}} \vee \overline{x_{11}} \vee \overline{x_5} \vee \overline{x_{18}} \vee \overline{x_{19}} \vee x_{13} \vee \overline{x_9} \vee \overline{x_7} \vee x_1 \vee x_{14}) \wedge$
$(1 \vee \overline{x_3} \vee x_9 \vee \overline{x_7} \vee \overline{x_{16}} \vee x_{11} \vee x_1 \vee \overline{x_8} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_{17}} \vee \overline{x_{19}} \vee \overline{x_{14}} \vee x_4) \wedge$
$(1 \vee x_5 \vee \overline{x_{10}} \vee x_{17} \vee x_4 \vee \overline{x_1} \vee \overline{x_{18}} \vee x_{13} \vee x_8 \vee \overline{x_{15}} \vee x_2 \vee x_6 \vee x_{16}) \wedge$
$(1 \vee x_{16} \vee x_8 \vee \overline{x_9} \vee \overline{x_{14}} \vee x_6 \vee \overline{x_{11}} \vee x_{10} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_7} \vee \overline{x_4} \vee x_{18} \vee \overline{x_{15}}) \wedge$
$(x_{10} \vee 1 \vee x_3 \vee x_2 \vee x_{18} \vee x_6 \vee x_8 \vee x_{19} \vee x_{14} \vee x_{17} \vee \overline{x_9} \vee x_{13} \vee x_5) \wedge$
$(x_7 \vee x_4 \vee x_{12} \vee 1 \vee \overline{x_{11}} \vee x_{10} \vee x_3 \vee x_{17} \vee x_{14} \vee \overline{x_5} \vee x_1 \vee x_{19} \vee x_9) \wedge$
$(1 \vee x_{19} \vee \overline{x_{18}} \vee x_3 \vee \overline{x_5} \vee x_2 \vee x_9 \vee x_8 \vee \overline{x_{14}} \vee x_{17} \vee \overline{x_6} \vee \overline{x_1} \vee \overline{x_{16}}) \wedge$

$(x_{14} \vee x_9 \vee x_8 \vee \overline{x_{11}} \vee x_2 \vee 1 \vee x_6 \vee x_4 \vee x_{12} \vee \overline{x_1} \vee x_{13} \vee \overline{x_{17}} \vee \overline{x_{18}})\wedge$
$(1 \vee \overline{x_5} \vee x_{10} \vee \overline{x_{16}} \vee \overline{x_1} \vee x_7 \vee \overline{x_{17}} \vee x_8 \vee x_6 \vee \overline{x_{11}} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_{12}} \vee \overline{x_{15}})\wedge$
$(1 \vee \overline{x_8} \vee \overline{x_4} \vee x_3 \vee x_{19} \vee x_9 \vee x_{11} \vee x_{17} \vee \overline{x_5} \vee x_{14} \vee x_{16} \vee \overline{x_{18}} \vee \overline{x_6})\wedge$
$(1 \vee x_5 \vee \overline{x_{16}} \vee \overline{x_4} \vee x_{18} \vee \overline{x_8} \vee \overline{x_{17}} \vee x_3 \vee x_7 \vee \overline{x_6} \vee x_{14} \vee x_9 \vee \overline{x_{11}})\wedge$
$(1 \vee \overline{x_{18}} \vee x_{19} \vee x_{13} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_1} \vee \overline{x_3} \vee x_{16} \vee \overline{x_{15}} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_{10}} \vee x_8 \vee x_6)\wedge$
$(1 \vee x_{14} \vee \overline{x_5} \vee \overline{x_4} \vee x_{12} \vee \overline{x_{16}} \vee \overline{x_9} \vee x_{13} \vee x_{17} \vee x_2 \vee \overline{x_7} \vee x_6 \vee x_{18})\wedge$
$(x_1 \vee 1 \vee x_{10} \vee x_8 \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_6} \vee \overline{x_{12}} \vee \overline{x_{14}} \vee \overline{x_{11}} \vee x_{18} \vee \vee x_7 \vee \overline{x_3})\wedge$
$(x_{16} \vee x_5 \vee x_3 \vee x_{14} \vee x_{18} \vee x_{13} \vee x_6 \vee x_7 \vee 1 \vee x_1 \vee x_{12} \vee x_8 \vee x_{19})$

Показали, что в каждом из дизъюнктов нашлась 1 $\longrightarrow$ подобрали исполняющиий набор.
P.s. не совсем понятно, какое решение предпалагалось, кроме подбора исполняющего набора, можно будет затем разобрать на семинаре или обсудить лично