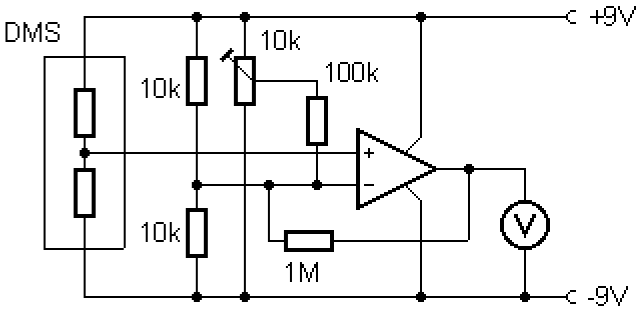
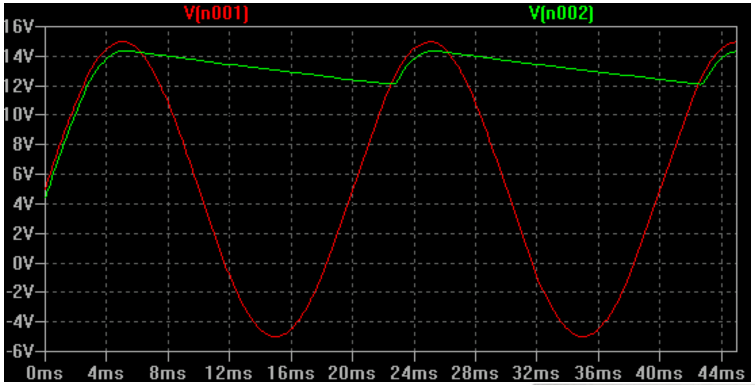
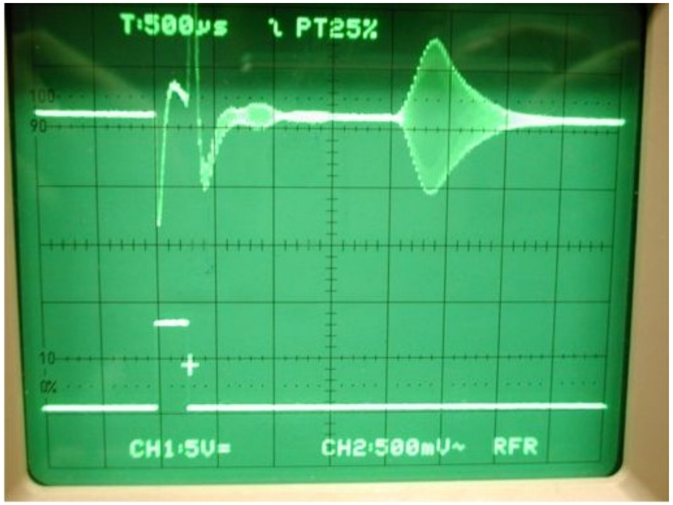
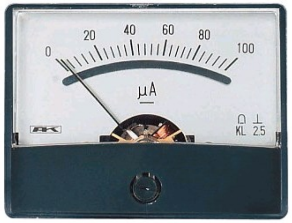
Grundlagen der Elektrotechnik 2

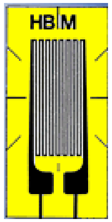
Prof. Dr.-Ing. Andreas Meisel

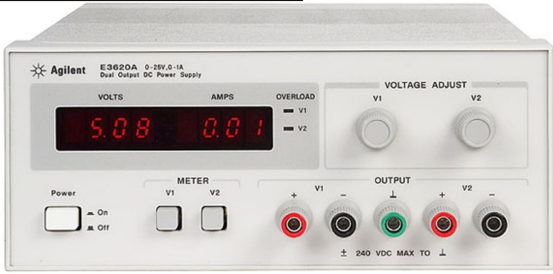


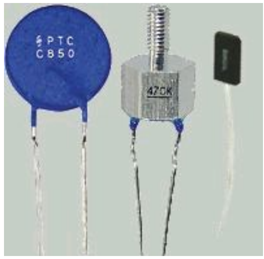












Gegenstand der Vorlesung/Praktikum → Messtechnik

- Messen, Fehler, Messunsicherheit und Fehlerfortpflanzung
- Strom-/Spannungsmessung, Messbereichserweiterung, systematische Fehler
- Analoge und digitale Messgeräte, Oszilloskop
- Sinusförmige Wechselspannung und -strom, Wechselstromwiderstand
- Messschaltungen (Brückenschaltung, Operationsverstärker)
- Messung nichtelektrischer Größen (Dehnung, Gewicht, Temperatur)

Vorgehensweise

- Vortragsfolien → Pub
- Vertiefungen und Herleitungen → Pub (mitbringen für eigene Anmerkungen)
- Übungsaufgaben → Pub (mitbringen für eigene Anmerkungen)

- Praktikum → 7 Versuche (vorzubereiten !)

Literatur

Vorlesungsskript von Prof. P. Schreiber (HAW-Hamburg)
„Grundlagen der Elektrotechnik 2 (Messtechnik)“ → im Pub-Verzeichnis

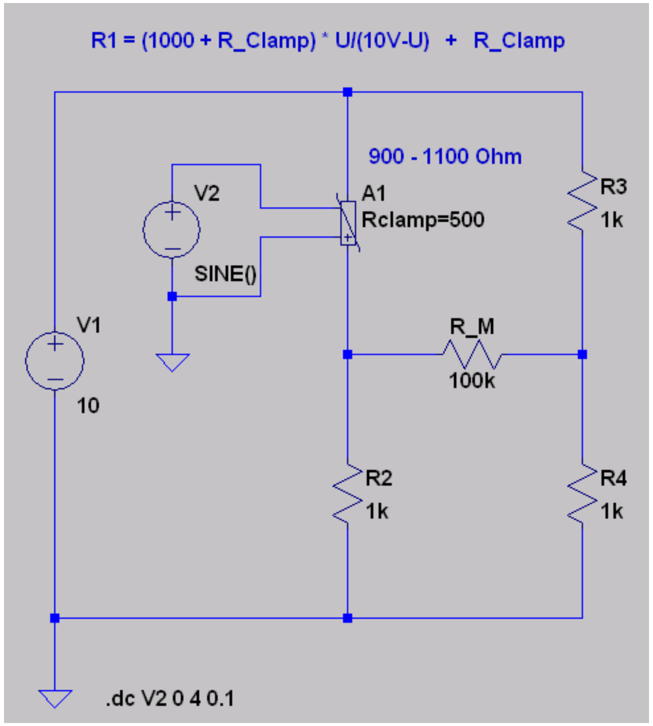
E. Schrüfer	Elektrische Messtechnik	Carl Hanser
K. Bergmann	Elektrische Messtechnik	Vieweg Verlag
Jörg Hoffmann	Taschenbuch der Messtechnik	Fachbuchverlag Leipzig
Gerhard Schnell	Sensoren in der Automatisierungstechnik	Vieweg Verlag

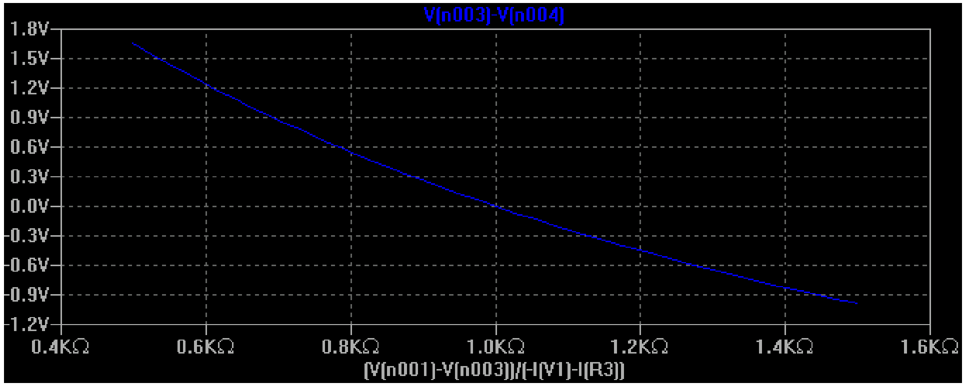
u.v.m.

Software

Schaltungssimulation mit „LTSpice IV“ → http://www.linear.com

- kostenfrei
- ohne Beschränkungen
- leicht bedienbar und mit vielen Beispielen
- leicht um eigene Komponenten erweiterbar





Übungsaufgaben

Der Vorlesungsstoff kann nur verstanden werden, wenn

- Sie den Stoff der **Vorlesung nachbereiten** (Vorlesung, Skripte, Bücher) und
- **Übungsaufgaben rechnen**,
- evtl. Schaltungssimulationen.

Eine Rechnung nachvollziehen ist lange nicht so gut wie **selber rechnen** !

Übungsaufgaben:

- Übungsblätter (s. Homepage)
- Skript von Prof. Schreiber (Aufgaben mit Musterlösungen)
- alte Klausuren
- Bücher

1. Messen physikalischer Größen (teilweise Wdh.)

1.1 Begriffe

Messgröße: eine zu messende physikalische Größe

Messen: Feststellen, wie oft eine Vergleichsgröße (*Maßeinheit*) in der Messgröße enthalten ist.

Eine physikalische Größe wird daher zweckmäßigerweise durch

- den Zahlenwert und
- die zugrunde liegende Maßeinheit (Vergleichsgröße) beschrieben.

$$G = \{G\} \cdot [G]$$

Einheit

Zahlenwert

physikalische Größe

Beispiele: Länge einer Straße $l = 11.4\ km$

Höhe einer Spannung $U = 12.3\ V$

Elektrische Messtechnik: Messen elektrischer Größen und anderer physikalischer Größen, die sich in elektrische Größen umformen lassen.

Um zu große oder kleine Zahlenwerte zu vermeiden, kann die Einheit durch eine Vorsilbe um einen wählbaren Faktor vergrößert oder verkleinert werden.

In der Elektrotechnik sind folgende Vorsilben gebräuchlich:

Faktor	**Vorsilbe**	**Kurzzeichen**
10^{+12}	Tera-	T
10^{+9}	Giga-	G
10^{+6}	Mega-	M
10^{+3}	Kilo-	k
10^{-3}	Milli-	m
10^{-6}	Mikro-	µ
10^{-9}	Nano-	n
10^{-12}	Pico-	p

Beispiele:

$$l = 11400 m = 11.4 km = 11400000 mm$$

$$t = 0.00000235 s = 0.00235 ms = 2.35 \mu s = 2350 ns$$

1.2 Maßsysteme und Basiseinheiten

Die Einheiten physikalischer Größen werden zweckmäßigerweise so festgelegt, dass möglichst wenige *Basiseinheiten* notwendig sind.

Beispiele: Spezielle Einheiten für Flächen (z.B. Hektar, Morgen, Ar, ….) können entfallen, wenn man stattdessen m^2 verwendet.

Geschwindigkeiten können z.B. durch die zusammengesetzte Einheit „Meter pro Sekunde“ beschrieben werden.

Tatsächlich konnten alle physik. Größen (nach langer Arbeit) auf nur 7 Basiseinheiten zurückgeführt werden.

SI-Einheiten :
(= Système International d‘Unités)

Länge	l	Meter	m
Masse	m	Kilogramm	kg
Zeit	t	Sekunde	s
el. Stromstärke	I	Ampere	A
Temperatur	T	Kelvin	K
Lichtstärke	I	Candela	cd
Stoffmenge	v	Mol	mol

Rückführung auf nachvollziehbare Basisgrößen

Die Basiseinheiten sind so beschaffen, dass Sie rückführbar sind

- auf einen Prototypen (früher),
- auf überall nachvollziehbare Experimente (aktueller Stand),
- auf Naturkonstanten, wie Plancksche Wirkungsquantum, Avogadrozahl, … (Ziel).

Beipiele:

1 Meter ist die Länge der Strecke, die das Licht im Vakuum während des Intervalls von 1/299792458 Sekunden durchläuft.

1 Ampere ist die Stärke eines elektrischen Gleichstromes, der durch zwei im Vakuum parallel im Abstand 1m voneinander angeordnete, geradlinige, unendlich lange Leiter und von vernachlässigbar kleinem kreisförmigen Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern pro 1m Leiterlänge eine Kraft $0.2*10^{-6}$ N hervorruft.

1 Kilogramm ist die Masse des internationalen Kilogrammprototyps (immer noch).

....

1.3 Abgeleitete Einheiten

Alle phys. Größen können mit Hilfe der *Basiseinheiten* angegeben werden.

Beispiele:

phys. Größe		Einheit	in Basiseinheiten
Fläche	A	Quadratmeter	m^2
Geschwindigkeit	v	Meter pro Sekunde	m/s
Beschleunigung	a	Meter pro Sekunde²	m/s^2
Kraft	F	Newton	$N = kg\,m/s^2$
Arbeit	W	Joule	$J = Nm = kg\,m^2/s^2$
Leistung	P	Watt	$W = J/s = Nm/s = kg\,m^2/s^3$
el. Spannung	U	Volt	$V = W/A = kg\,m^2/A\,s^3$
el. Widerstand	R	Ohm	$\Omega = V/A = kg\,m^2/A^2\,s^3$
el. Ladung	Q	Coulomb	$C = As$
Kapazität	C	Farad	$F = As/V = s^4\,A^2/kg\,m^2$
Induktivität	L	Henry	$H = Vs/A = kg\,m^2/A^2 s^2$

2. Messabweichungen (= Messfehler)

2.1 Fehlerarten

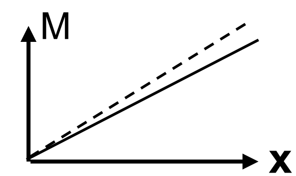
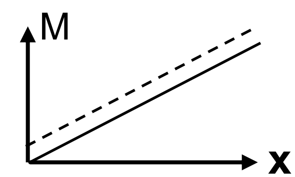
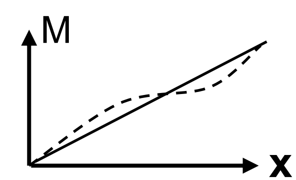
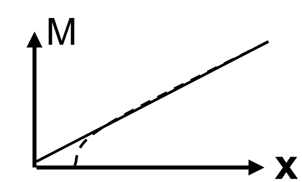
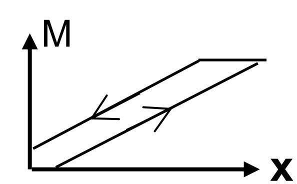
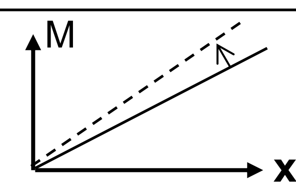
Systematische Fehler : einseitige Abweichungen vom wahren Wert, entweder in Richtung zu großer oder zu kleiner Werte.

Systematische Messfehler sind erfassbar und korrigierbar.

Beispiele:
- Durch schräges Betrachten des Messinstrumentenzeigers wird immer eine zu große Spannung abgelesen (*Parallaxenfehler*).
- Eine Stoppuhr läuft etwas zu langsam.
- Ein Stahlmaßband hat in der Sonne gelegen und sich etwas ausgedehnt. Die Messungen fallen daher alle etwas zu klein aus.
- Ein Zeiger schleift etwas auf der Skala. Bewegt sich der Zeiger von kleinen zu großen Werten, dann wird etwas zu klein gemessen, bewegt er sich von großen zu kleinen Werten wird zu groß gemessen.
- Mangelnde Objektivität des Messenden.

Systematische Fehler erzeugen eine **falsche Messung**.

Übersicht : Systematische Fehler

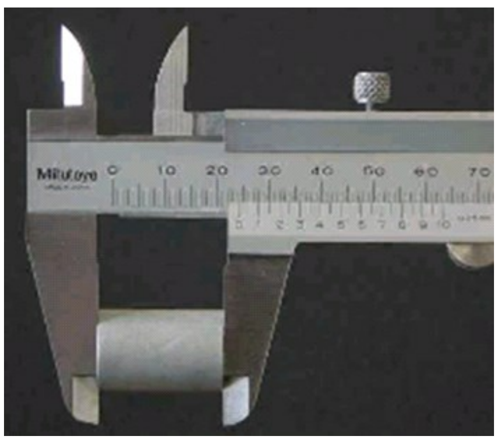
Empfindlichkeits-abweichung	Messverstärker hat nicht die Verstärkung 10.00 sondern 10.15.	
Nullpunkt-verschiebung	Der Zeiger eines Analoginstrumentes ist etwas verdreht.	
Nichtlinearität	Die Verstärkung eines Messverstärkers ist geringfügig vom Messwert abhängig (durch nichtlineare Bauteileigenschaften).	
Ansprech-empfindlichkeit	Die Luftschaufeln eines Windmessers beginnen erst ab einer Mindestwindgeschwindigkeit zu drehen.	
Hysterese	Ist häufig die Folge von Reibung und mech. Spiel im Messwerk.	
Drift	Die Verstärkung eines Messverstärkers verändert sich geringfügig mit der Zeit durch Erwärmung (Empfindlichkeitsdrift, Nullpunktdrift).	

Zufälliger Fehler : ungerichtete Schwankung um den wahren Wert
die <u>nicht erfassbar und korrigierbar</u> ist.

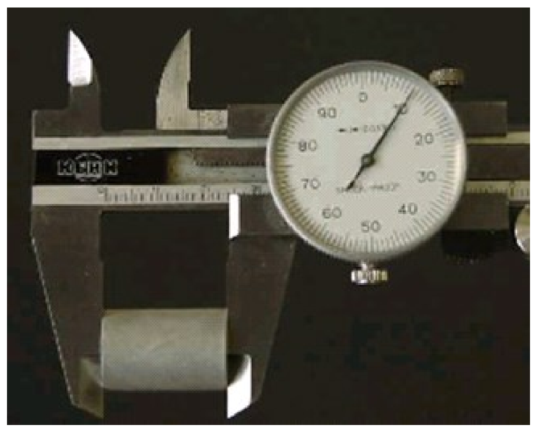
<u>Beispiele</u>: - Meßrauschen einer elektrischen Meßvorrichtung

- Quantisierungsfehler bei der Analog-Digital-Wandlung (s.u.)

- Ableseungenauigkeiten



Ablesegenauigkeit
0.1mm

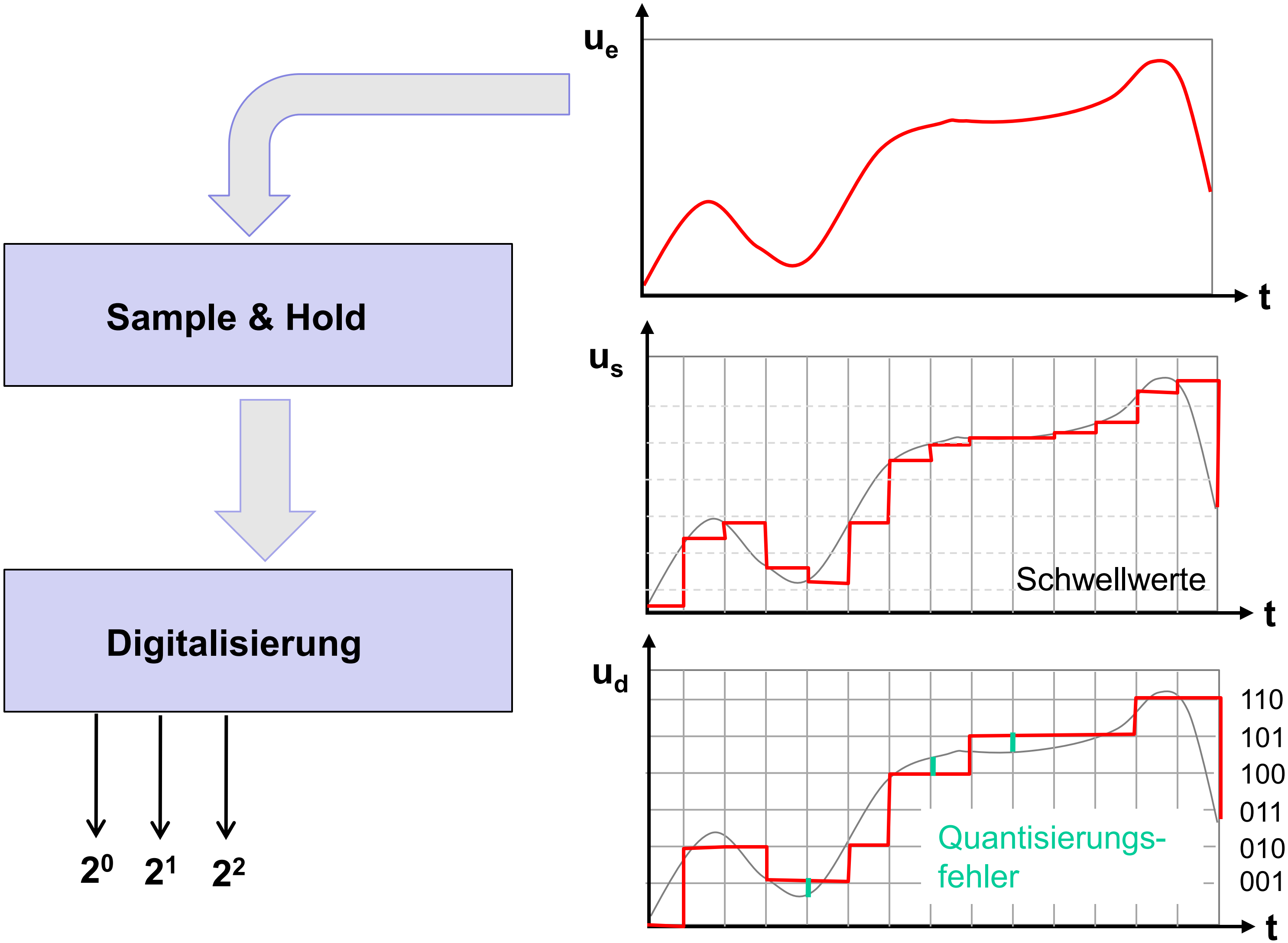


Ablesegenauigkeit
0.01mm

Ablesegenauigkeit
0.001mm

Zufällige (statistische) Fehler erzeugen eine **unsichere Messung**.

Beispiel: Quantisierungsfehler eines Analog-/Digitalwandlers (3-bit)



<u>Beispiel</u>: Systematischer und zufälliger Fehler beim Scheibenschießen

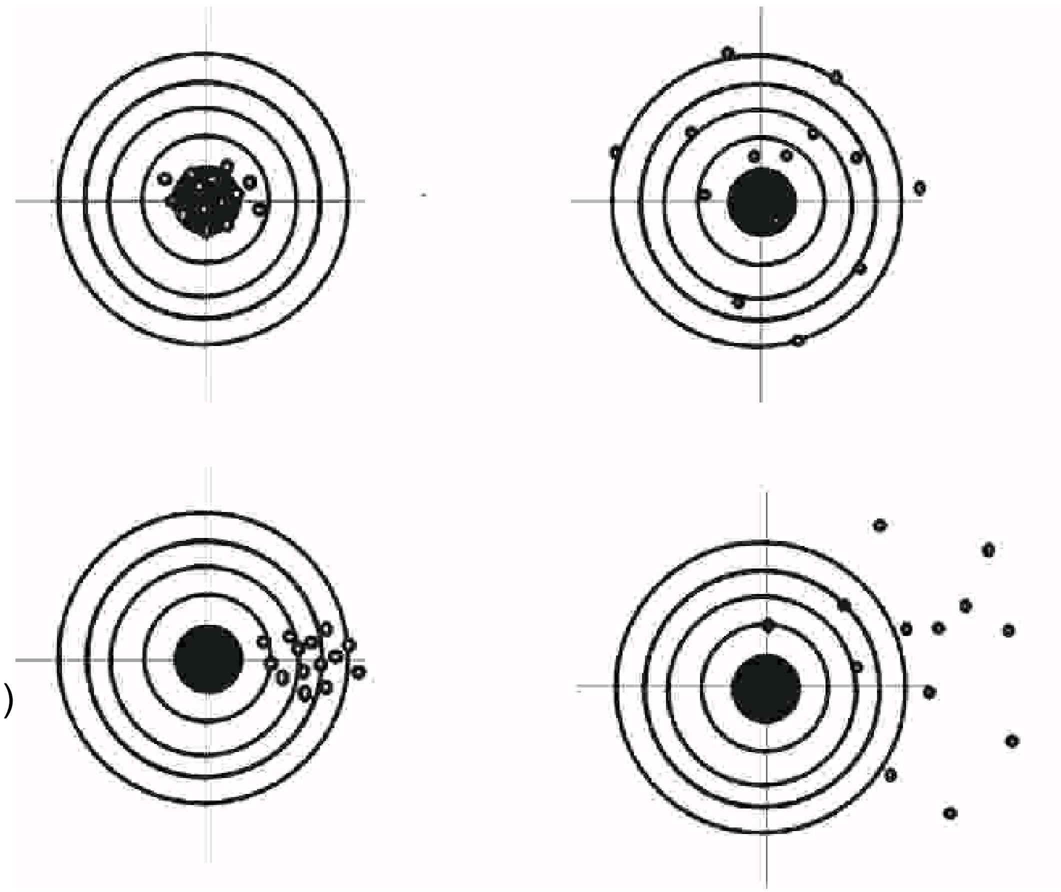
Messsystem: Zielvorrichtung

kleiner zufälliger Fehler (guter Schütze)

großer zufälliger Fehler (schlechter Schütze)

kleiner systematischer Fehler (gut eingestellte Zielvorrichtung)

großer systematischer Fehler (schlecht eingestellte Zielvorrichtung)



2.2 Messabweichung und Messunsicherheit

2.2.1 Messabweichung (=Fehler) einer Messung

absolute Messabweichung:

$$F_{abs} = x - x_w$$

x : Messwert (bekannt aber fehlerbehaftet)

x_w : wahrer Wert (i. Allg. unbekannt)

relative Messabweichung:

$$F_{rel} = \frac{x - x_w}{x_w} = \frac{F_{abs}}{x_w} \approx \frac{F_{abs}}{x}$$

x : Messwert

x_w : wahrer Wert (i. Allg. unbekannt)

Beispiel: Eine Spannung mit dem exakten Wert von 15V wird gemessen. Es wird 14.7V angezeigt.

Wie groß sind die absolute und relative Messabweichung?

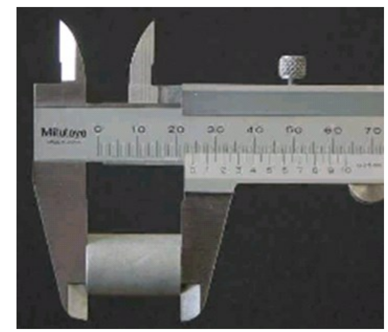
$$F_{abs} = 14.7V - 15V = -0.3V \qquad F_{rel} = \frac{-0.3V}{15V} = -0.02 \mathrel{\hat{=}} -2\%$$

2.2.2 Messunsicherheit einer Messung

Messgeräte liefern einen Messwert x.

Der Messwert ist mit einer mehr oder weniger großen unbekannten Messabweichung (= Fehler) behaftet.

Der maximal zu erwartende Fehler Δx wird als **absolute Messunsicherheit** bezeichnet.



Gute Messgeräte haben eine kleine Messunsicherheit, schlechte Messgeräte haben eine hohe Messunsicherheit.

Die absolute Messunsicherheit wird vorzeichenlos angenommen.

Der tatsächliche (wahre) Wert liegt im Bereich

$$x \pm \Delta x$$

Die **relative Messunsicherheit** ist definiert als:

$$\frac{\Delta x}{|x|}$$

2.3 Messunsicherheit bei Analoginstrumenten

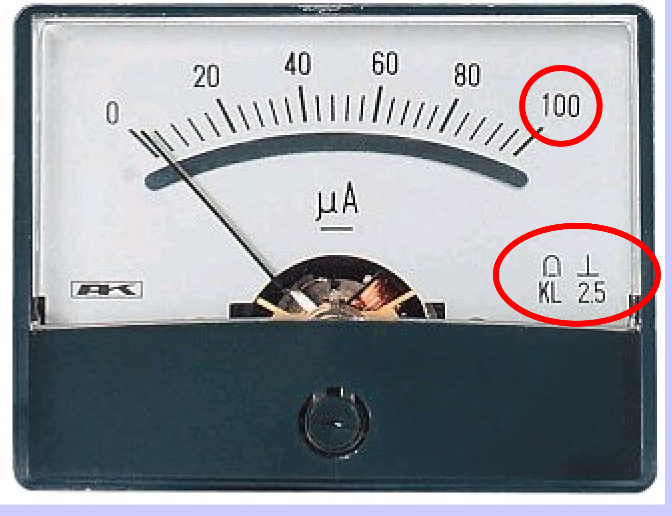
Bei Analoginstrumenten ist die **absolute Messunsicherheit** Δx im gesamten Messbereich konstant.

$$\Delta x = \frac{G(\%)}{100} \cdot x_M$$

Δx : Messunsicherheit (immer vorzeichenlos)

x_M : Messbereichsendwert

Die Messunsicherheit bei Analoginstrumenten wird durch die *Garantiefehlergrenze* ***G*** (%) (auch *Klasse oder Genauigkeitsklasse*) angegeben.



Beispiel: Das nebenstehende Amperemeter hat die Klasse 2.5%.

Es wird ein Strom von 10µA gemessen. Dann beträgt die Messunsicherheit:

$$\Delta x = G \cdot x_M = 0.025 \cdot 100\mu A = 2.5\mu A$$

$$\frac{\Delta x}{|x|} = \frac{2.5\mu A}{10\mu A} = 0.25 \hat{=} 25\%$$

ÜBUNG: Messunsicherheit von Analogmessgeräten

1. Wie lautet der Zusammenhang für die relative Unsicherheit als f(x) ?

2. Was folgert daraus für die praktische Messung?

3. Ein analoges Messinstrument der Klasse 1 misst im 100mV-Bereich die folgenden Spannungswerte:

   U_1=90mV U_2=50mV U_3=10mV

   Wie groß sind die absoluten und relativen Unsicherheiten?

2.4 Messunsicherheit bei Digitalinstrumenten

Digitalinstrumente für Strom- und Spannung gibt es mit bis zu 9 angezeigten Stellen.

Stellen die nicht den Zahlenumfang 0…9 haben, werden als ½ Stellen bezeichnet.

Beispiel:	Anzeigeumfang	Stellenzahl
	0000 …. 1999	3 ½
	00000 …. 99999	5
	000000 ….499999	5 ½

Angabe der Messunsicherheit: (übliche Varianten)

a) $\pm$(% vom Messwert + n Digits) Angabe: vM oder rdg

b) $\pm$(% vom Messwert + % vom Messbereichsendwert)

n Digits = Unsicherheit der letzten Stelle(n)
in der gewählten Messeinheit

Beispiel: 5.213 mA 3 Digits bedeutet:
→ 5.210 … 5.216 mA.

Bei <u>Digitalinstrumenten</u> setzt sich die Messunsicherheit zusammen aus

- einem messwertabhängigen Anteil (% vom Messwert),
- einem messwert**un**abhängigen Anteil (% vom Endwert oder n Digits).

$$\Delta x = \underbrace{\frac{G_{vM}}{100}\cdot x}_{\text{abhängig vom Messwert}} + \underbrace{nD}_{\text{konst.}} + \underbrace{\frac{G_{vE}}{100}\cdot x_M}_{\text{konst.}}$$

x : Messwert
Δx : Messunsicherheit
x_M : Messbereichsendwert
G_{vM} : in % vom Messwert
G_{vE} : in % vom Messbereichsendwert

Beim nebenstehenden Multimeter (4 ½ stellig: 00.000 …. 19.999) gilt im 20mA-Bereich die Messunsicherheit:
0.2% vM + 1Digit

Es wird ein Strom von 2mA gemessen. Dann beträgt die Messunsicherheit:

$$\Delta x = \frac{G}{100}\cdot x + nD = 0.002\cdot 2mA + 0.001mA = 4\mu A + 1\mu A = 5\mu A$$

$$\frac{\Delta x}{|x|} = \frac{5\mu A}{2mA} = 0.0025 \mathrel{\hat{=}} 0.25\%$$

ÜBUNG: Messunsicherheit von Digitalmessgeräten

1. Mit einem 4½-stelligen Digitalmessgerät werden im Messbereich 200mV (0.5% vM + 5D) die folgenden Spannungswerte gemessen:

   U_1=180mV U_2=100mV U_3=10mV

   Wie groß sind die absoluten und relativen Unsicherheiten?

2. Was folgert daraus für die praktische Messung?

2.5 Darstellung von Messergebnissen

Die Zahlenwerte von Messergebnissen gibt man mit sovielen Stellen an, dass
- die vorletzte Stelle noch sicher und
- die letzte Stelle unsicher ist.

Beispiel:

$U = 12.3216V \pm 0.2V$ unsinnig

$U = 12.3V \pm 0.2V$ sinnvoll

$U = 27.342V \pm 0.005V$ sinnvoll

Unsicherheiten werden mit max. 2 signifikanten Stellen angeben.

Beispiel:

$U = 12.3V \pm 0.21459V$ unsinnig

$U = 12.3V \pm 0.2V$ sinnvoll

3. Fehlerfortpflanzung

3.1 Problemstellung

Ein Größe wird aus mehreren Einzelmessungen gebildet.

Die Einzelmessungen sind unsicher
und ihre Unsicherheit ist bekannt.

Frage: Welche Unsicherheit hat das Ergebnis?

Beispiel

$$P = U \cdot I$$

$$U = 220V \pm 4V$$
$$I = 4A \pm 0.2A$$

$$P \pm \Delta P$$

3.2 Minimaler und maximaler worst-case der Messabweichung

Es wird berechnet, welches kleinst- und größtmögliche Ergebnis herauskommen könnte, wenn die Einzelunsicherheiten maximal ungünstig in das Ergebnis eingehen.

3.2.1 Fallbeispiel: Produkt der Eingangsgrößen

Beispiel: Berechnet werden soll die Leistung sowie die maximal und minimal mögliche Messabweichung.

Gemessen werden: $U = 220V \pm 4V$ und $I = 4A \pm 0.2A$

→ Leistung im fehlerfreien Fall: $P = U \cdot I = 220V \cdot 4A = \underline{880W}$

→ minimal mögliche Leistung (worst case)

$$P - \Delta P = (U - \Delta U) \cdot (I - \Delta I) = 216V \cdot 3.8A = \underline{820.8W}$$

$$\Delta P_{\min} = 880W - 820.8W = \underline{59.2W}$$

→ maximal mögliche Leistung (worst case)

$$P + \Delta P = (U + \Delta U) \cdot (I + \Delta I) = 224V \cdot 4.2A = \underline{940.8W}$$

$$\Delta P_{\max} = 940.8W - 880W = \underline{60.8W}$$

3.2.2 Worst-case-Fehler im allgemeinen Fall

Die Wirkung von Eingangsgrößen auf Ausgangsgrößen in komplexeren Funktionen ist nicht immer offensichtlich.

Beispiel: Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^3 - 2x^2 + \sin(x)$
Es sei x = 3.
Wird für Δx = 0.1 der Wert $f(x+\Delta x)$ größer oder kleiner ?

Worst-case-Betrachtungen von Ausgangsgrößen, die von mehreren Eingangsgrößen abhängig sind, können aufwendig werden.

Beispiel: Gegeben ist die Funktion $f(x,y,z) = x^3 y - 2x^2 z + \sin(x - y^z)$
Es sei x = 3, y = 2, z = -1.5.
Mit welchem Vorzeichen müssen die Δx, Δy, Δz eingesetzt werden, um den oberen Worst-case-Wert zu erhalten ?

3.3 Allg. Lösung zur Fehlerfortpflanzung

3.3.1 Ziel

Die Überlegungen des Vorkapitels werden fortgeführt und verallgemeinert.

Szenario:

- Die Einzelmessungen und ihre Unsicherheit sind bekannt.
- Die Einzelmessungen werden durch eine Funktion zu einem Gesamtergebnis verknüpft.

Frage : Welche Unsicherheit hat das Gesamtergebnis ?

Beispiel: Berechnet werden soll die Leistung sowie die Unsicherheit des Ergebnisses.

Gemessen werden:

$$I = 4A \pm 0.2A$$

$$R = 50\Omega \pm 5\Omega$$

Es gilt die Funktion:

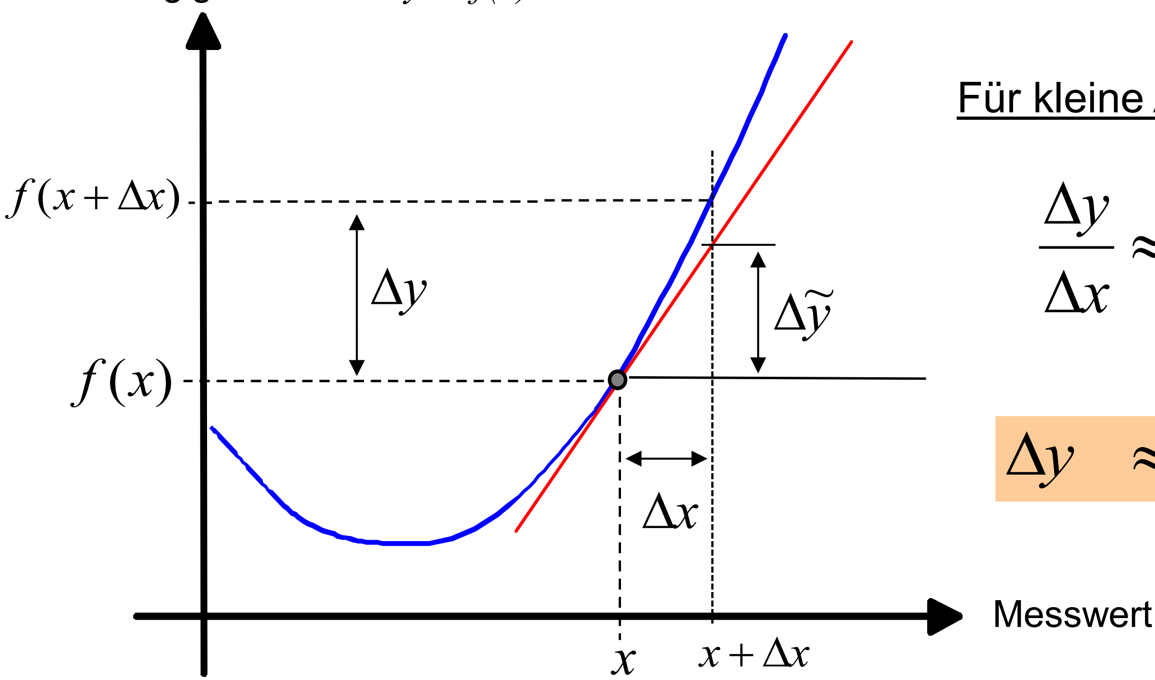
$$P = I^2 \cdot R$$

3.3.2 Mathematische Grundlagen: Eine unsichere Eingangsgröße

Szenario: $y = f(x)$ sei eine Funktion, die von einem Wert x abhängt.
Δx ist die Abweichung eines Messwertes vom wahren Wert x.

Frage: Welche Abweichung Δy hat der abhängige Funktionswert von $y=f(x)$?

vom Messwert
abhängige Funktion $y = f(x)$



Für kleine Abweichungen Δx gilt:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} \approx \frac{\Delta\tilde{y}}{\Delta x} = f'(x)$$

$$\Delta y \approx \Delta \qquad \cdot \Delta x$$

ÜBUNG: Fehlerfortpflanzung 1

Gegeben ist die Funktion: $y = f(x) = x^2 - 2x + 2$

Wie groß ist die Unsicherheit von y für folgende Fälle?

a) $x=1$, $\Delta x = 0.1$
b) $x=2$, $\Delta x = 0.1$
c) $x=3$, $\Delta x = 0.1$

3.3.3 Verallgemeinerung auf mehrere unsichere Eingangsgrößen

Gegeben sei eine Funktion, die von mehreren unsicherheitsbehafteten Größen abhängig ist:

$$z = f(x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots x_n)$$

Die (maximale) **Unsicherheit der abhängigen Größe** (hier z) erhält man in diesem Fall mit:

$$\Delta z = \left|\frac{\partial f}{\partial x_1}\right| \cdot \Delta x_1 + \left|\frac{\partial f}{\partial x_2}\right| \cdot \Delta x_2 + \ldots\ldots\ldots + \left|\frac{\partial f}{\partial x_n}\right| \cdot \Delta x_n$$

Ableitung der Funktion nach der Variablen x_1. $x_2 \ldots x_n$ werden als Konstanten betrachtet.

. . . .

Ableitung der Funktion nachder Variablen x_n. $x_1 \ldots x_{n-1}$ werden als Konstanten betrachtet.

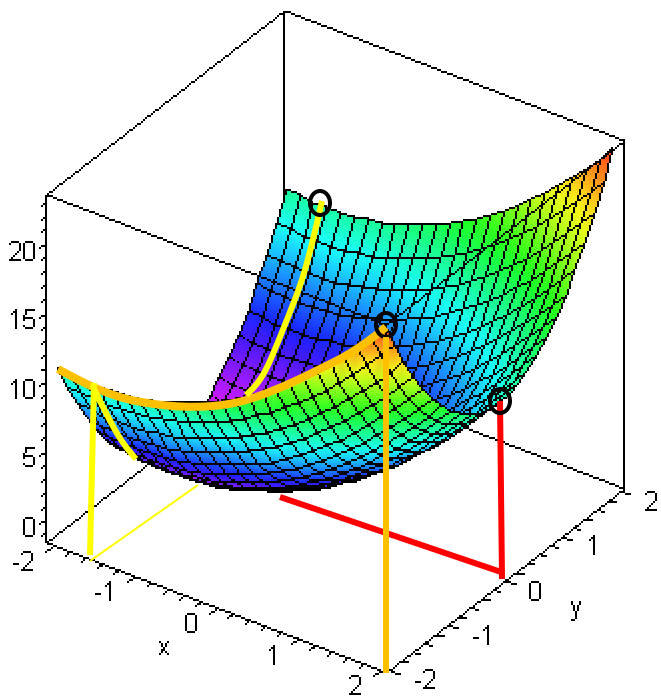
Da hier eine Funktion nach verschiedenen Variablen abgeleitet wird, spricht man von „*partiellen Ableitungen*“.

ÜBUNG: Fehlerfortpflanzung 2

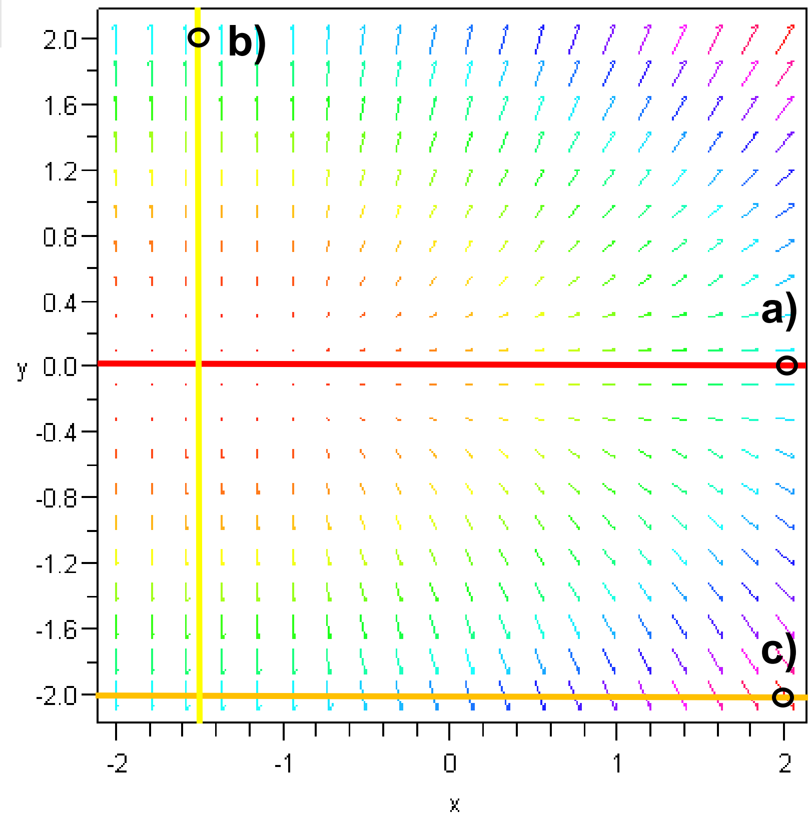
Gegeben ist die Funktion: $z = f(x,y) = x^2 + 3y^2 + 3x + 1$

Wie groß ist die Unsicherheit von z für folgende Fälle?

a) x= 2,	y= 0,	Δx= 0.2,	Δy= 0.2
b) x=-1.5,	y= 2,	Δx= 0.2,	Δy= 0.2
c) x= 2,	y=-2,	Δx= 0.2,	Δy= 0.2



Betrag und Richtung der max. Steigung



ÜBUNG: Fehlerfortpflanzung 3

a) Berechnet werden soll die Leistung P sowie die Unsicherheit ΔP des Ergebnisses.

Gemessen werden:

$$U = 220V \pm 4V$$

$$I = 4A \pm 0.2A$$

Vergleichen Sie das Ergebnis mit der Worst-case-Unsicherheit (s.o.).

b) Berechnet werden soll die Leistung P sowie die Unsicherheit ΔP des Ergebnisses.

Gemessen werden:

$$I = 4A \pm 0.2A$$

$$R = 50\Omega \pm 5\Omega$$

Herleitung der Sonderfälle: Addition und Subtraktion

Gegeben sind zwei unsicherheitsbehaftete Variablen A und B.

1. Für die absolute Unsicherheit der Summe $E = A + B$ gilt:

$$\boxed{\Delta E = \Delta A + \Delta B}$$

2. Für die absolute Unsicherheit der Differenz $E = A - B$ gilt:

$$\boxed{\Delta E = \Delta A + \Delta B}$$

Bei Summen und Differenzen unsicherheitsbehafteter Größen <u>addieren</u> sich die <u>absoluten Unsicherheiten</u>.

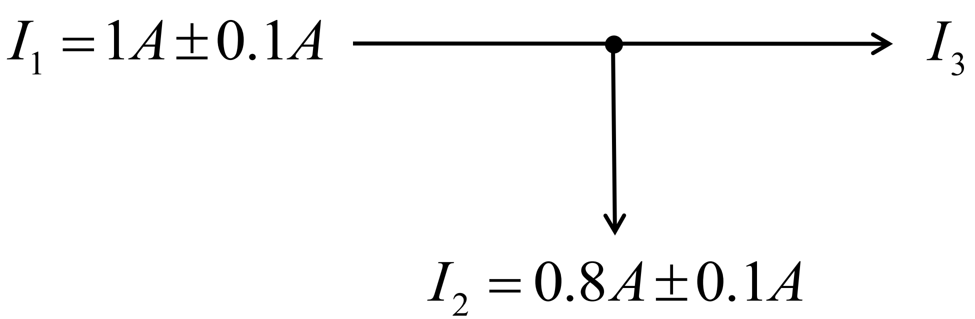
ÜBUNG: Unsicherheit bei Addition/Subtraktion

a) Drei Widerstände werden in Reihe geschaltet.

$$R_1 = 50\Omega \ (\pm 1\%)$$
$$R_2 = 100\Omega \ (\pm 2.5\%)$$
$$R_3 = 5\Omega \ (\pm 10\%)$$

Wie groß ist der Gesamtwiderstand und seine Toleranz ?

b) Berechnen Sie die absolute und relative Unsicherheit von I_3.



Herleitung der Sonderfälle: Multiplikation und Division

Gegeben sind zwei unsicherheitsbehaftete Variablen A und B.

1. Für die relativen Unsicherheit des Produktes $E = A \cdot B$ gilt:

$$\boxed{\frac{\Delta E}{|E|} = \frac{\Delta A}{|A|} + \frac{\Delta B}{|B|}}$$

2. Für die relativen Unsicherheit des Quotienten $E = \frac{A}{B}$ gilt:

$$\boxed{\frac{\Delta E}{|E|} = \frac{\Delta A}{|A|} + \frac{\Delta B}{|B|}}$$

Bei Produkten und Quotienten unsicherheitsbehafteter Größen <u>addieren</u> sich die <u>relativen Unsicherheiten</u>.

ÜBUNG: Unsicherheit bei Multiplikation/Division

An einem unbekannten Widerstand werden der Strom und der Spannungsabfall gemessen: $U = 12.3V \pm 0.2V$ $I = 43.4mA \pm 0.25mA$

Wie groß ist der Widerstand und seine absolute Unsicherheit?

Im Falle mehrerer unsicherer Eingangsgrößen ist es sehr unwahrscheinlich, dass gleichzeitig für alle Eingangsgrößen genau der „worst case“ auftritt.

Für statistische Betrachtungen von Messungen kann es daher sinnvoll sein, den mittleren zu erwartenden Fehler des Gesamtergebnisses anzugeben. Dieser Wert ist kleiner als die „worst-case“ Unsicherheit.

Den mittleren **zu erwartenden Fehler** (Gauß'sches Fehlergesetz) erhält man mit (o. Bew.):

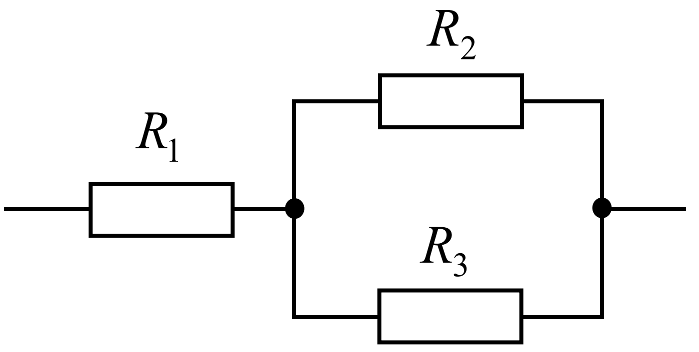
$$y = f(x_1, x_2, x_3, \ldots. x_n)$$

$$\overline{\Delta y} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \cdot \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \cdot \Delta x_2\right)^2 + \ldots\ldots\ldots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \cdot \Delta x_n\right)^2}$$

ÜBUNG: Maximale Messunsicherheit und mittl. zu erwartender Fehler

Gegeben ist die folgende Schaltung:

$$R_1 = 10\Omega \pm 1\Omega$$
$$R_2 = 40\Omega \pm 2\Omega$$
$$R_3 = 60\Omega \pm 8\Omega$$



Die Werte der Widerstände sind mit den angegebenen Unsicherheiten behaftet.

Wie groß ist der Gesamtwiderstand sowie

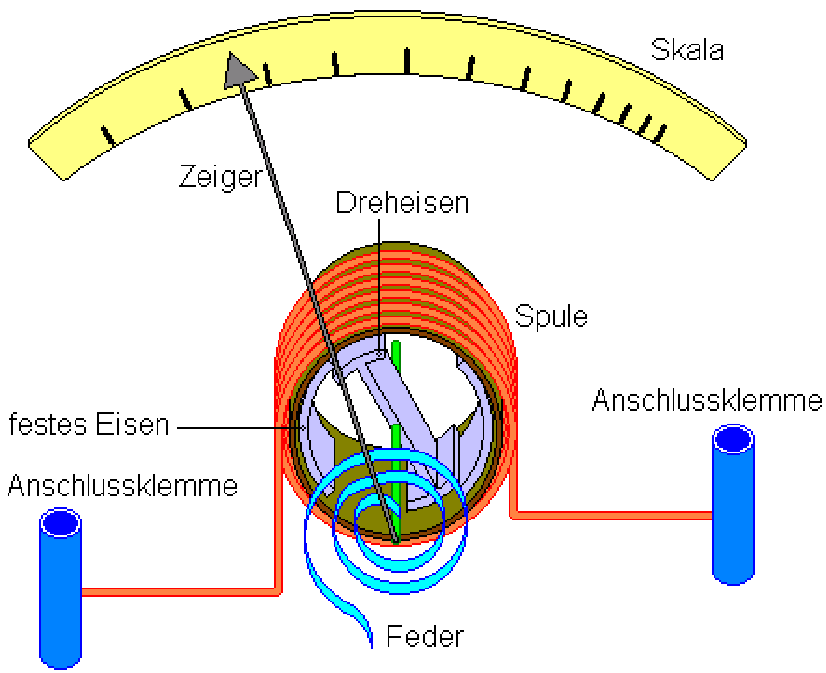
- die maximale Unsicherheit und
- der mittlere zu erwartende Fehler?

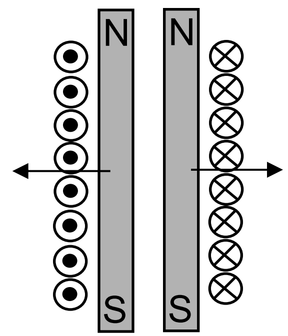
Übungsblatt 1 rechnen !

4. Gleichstrom- und Gleichspannungsmessung

4.1 Analoge elektrische Instrumente (einige Beispiele)

4.1.1 Dreheiseninstrument

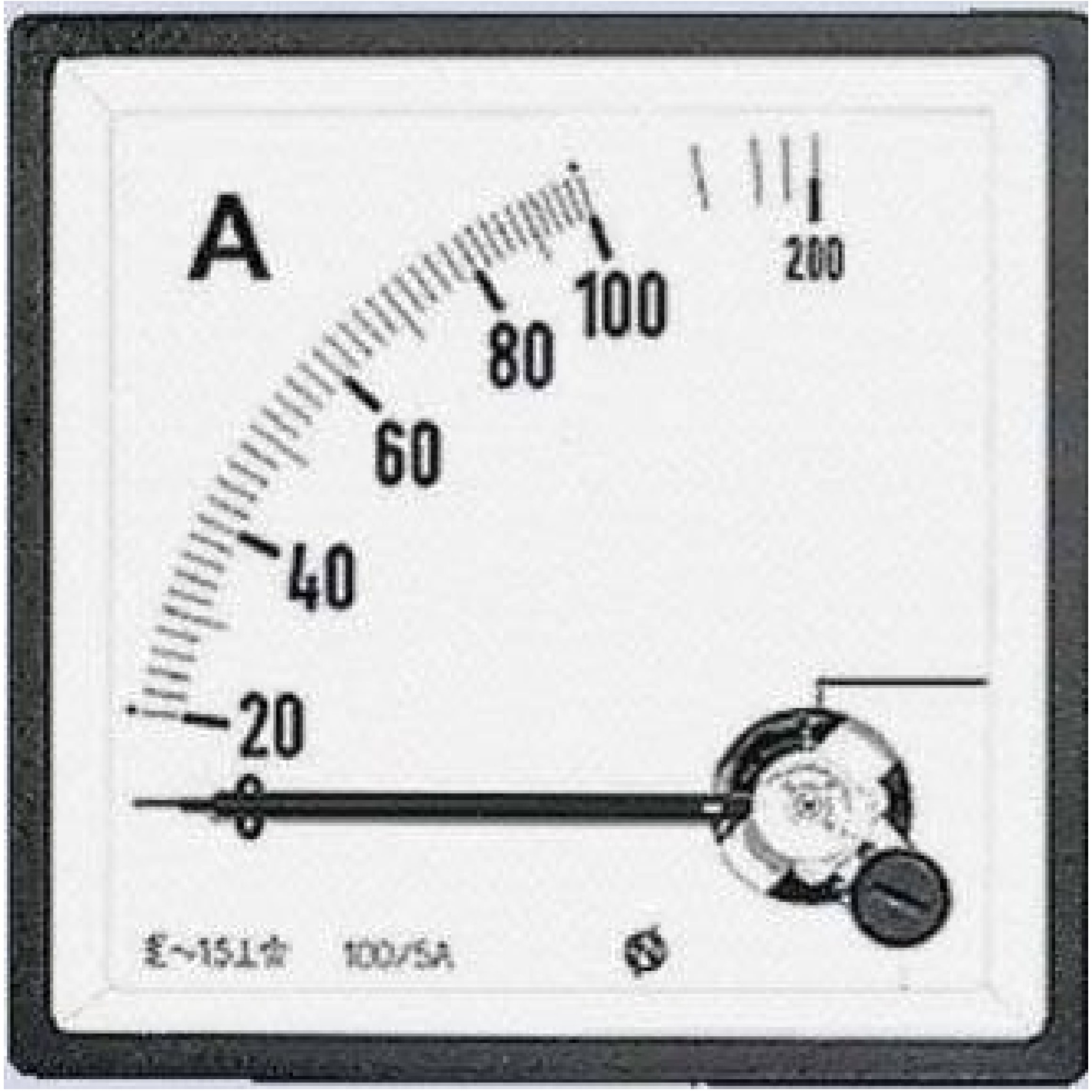




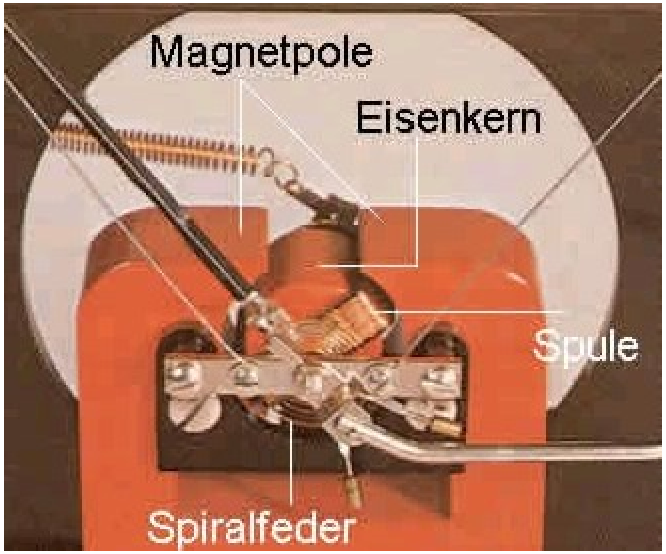
- zwei bewegliche Eisenteile in einer Spule stoßen sich ab
- unabhängig von der Stromrichtung
- Kraft ist Abhängig von der Entfernung

- festes Eisen und Dreheisen stoßen einander ab
- für <u>Gleich- und Wechselstrom</u> geeignet
- Ausschlag nicht proportional zum Strom → nichtlineare Skala

s. Wikipedia

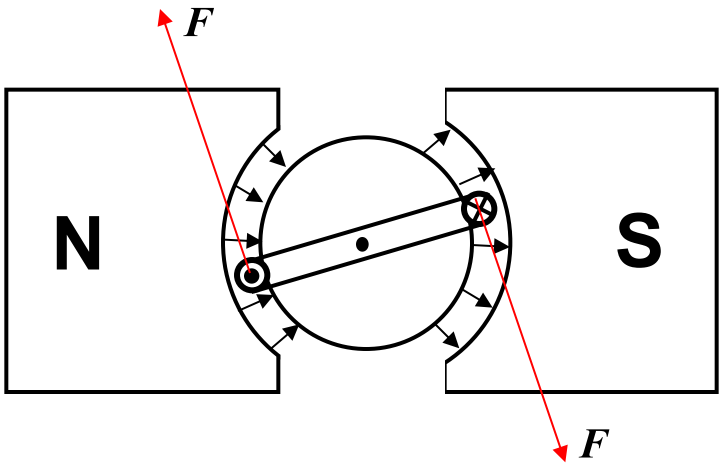

A
20
40
60
80
100
200
100/5A

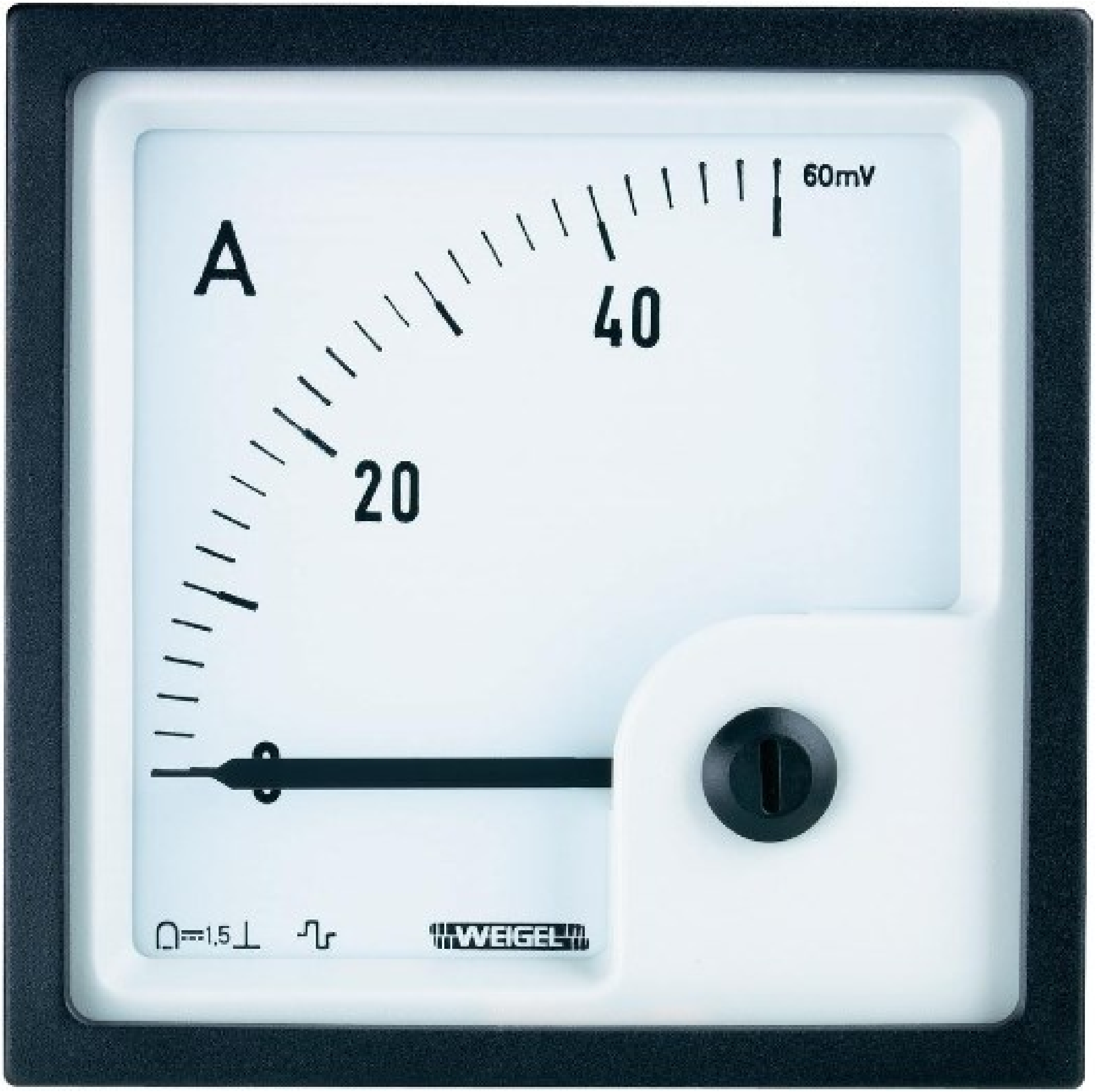
4.1.2 Drehspulinstrument

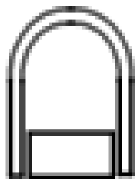


www.physik.uni-muenchen.de/leifiphysik

- die Drehspule wird im Magnetfeld ausgelenkt (gegen Federkraft)
- Ausschlag proportional zum Strom
  → die Federkraft nimmt proportional mit dem Ausschlagwinkel zu
- Richtung des Ausschlags ist polaritätsabhängig
- für die Messung von Wechselstrom muss ein Gleichrichter vorgeschaltet werden



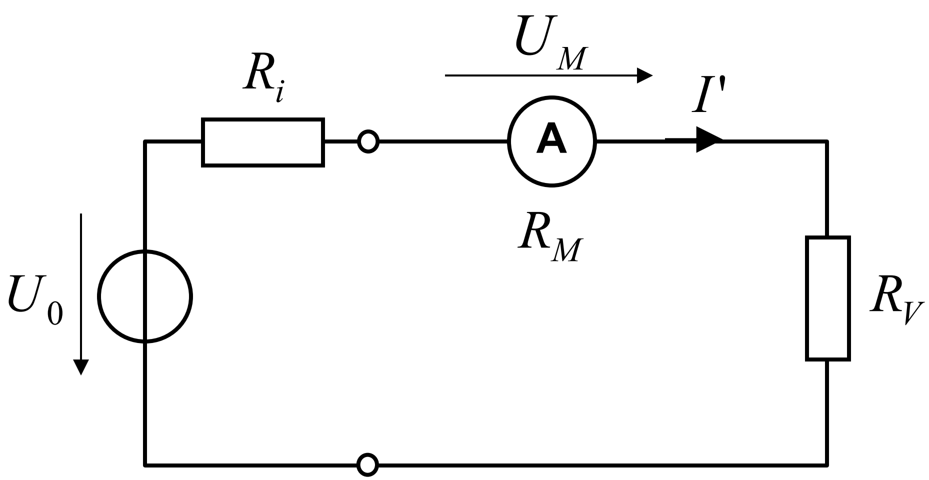

A
20
40
60mV
1,5
WEIGEL



4.2 Strommessung und systematischer Fehler

4.2.1 Grundprinzip

- Das **Strom-Messgerät liegt in Reihe zum Verbraucher**.
- Das Messgerät soll den Strom durch den Verbraucher möglichst wenig verändern.



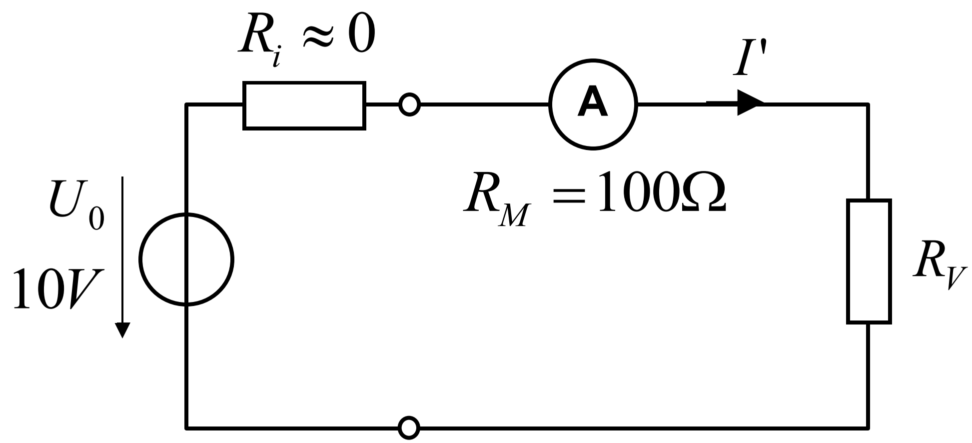
Um den Einfluss des Messgerät-widerstandes R_M auf die Messung so klein wie möglich zu halten muss gelten:

$$\boxed{R_M \ll R_V + R_i}$$

Bei der Strommmessung soll der Messgerätwiderstand **so klein wie möglich** sein.

Das Messgerät verursacht (durch den Spannungsabfall am Messgerät) einen systematischen Fehler. Es wird immer ein etwas zu kleiner Strom gemessen.

ÜBUNG: Systematischer Messfehler bei der Strommessung



Wie groß ist der relative, systematische Messfehler der Strommessung für folgende Fälle:

a) $R_V = 400\Omega$

b) $R_V = 400k\Omega$

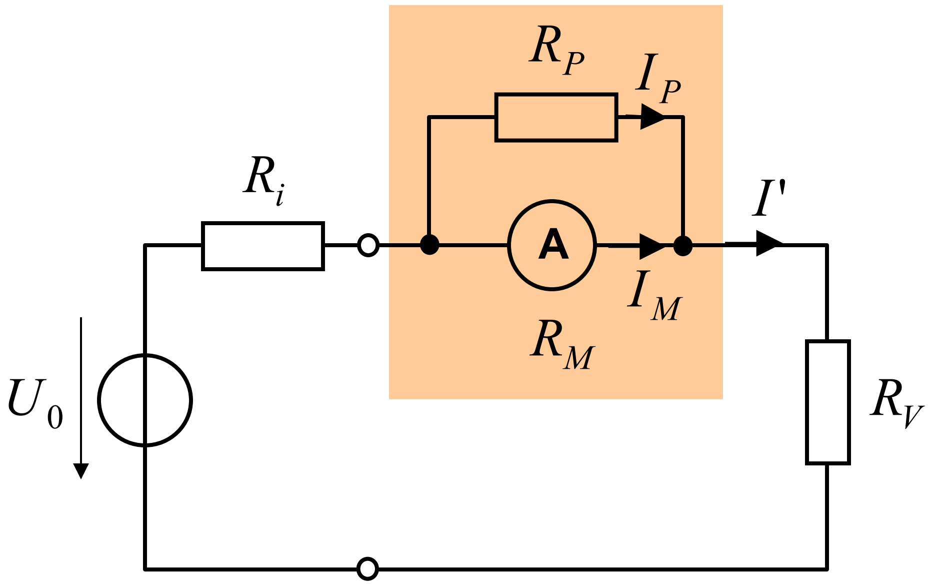
ÜBUNG: Einige Beispiele

	Gerät	Messbereich	Spannungsabfall
Analog	PM2503 : (elektronisch)	1uA…1mA 1A	< 100mV < 250mV
	Multizet :	0.06A 6 A	< 1.3V < 0.15V
Digital	Metra Hit 15S:	3mA 300mA 10A	< 150mV < 1V < 270mV
	Metra Hit 29S :	300uA 10 A	< 160mV < 350mV

4.2.2 Messbereichserweiterung für Strommessungen

Aufgabe: - Ein Messgerät kann nur einen bestimmten Maximalstrom messen.

- Das Messgerät soll so erweitert werden, dass auch ein größerer Strom gemessen werden kann.



Lösung:

Ein Parallelwiderstand R_P nimmt den „überschüssigen“ Strom auf.

ÜBUNG: Messbereichserweiterung eines Strommessers

Es steht ein Messgerät zu Verfügung mit einem Messbereichsendwert von 2mA.
Der Widerstand des Messgerätes beträgt R_M=80Ω.

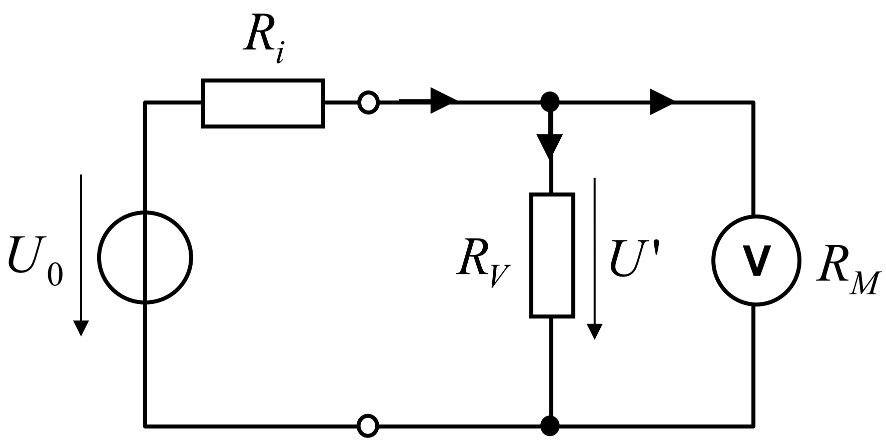
Das Messgerät soll so erweitert werden, dass es einen Messbereichsendwert von 50mA hat.

Wie groß ist dann der Widerstand des erweiterten Messgerätes?
Welche Leistung muss der Widerstand vertragen können?

4.3 Spannungsmessung und systematischer Fehler

4.3.1 Grundprinzip

- Das **Spannungs-Messgerät liegt parallel zum Verbraucher** R_V, dessen Spannungsabfall gemessen werden soll.
- Das Messgerät soll die Spannung über dem Verbraucher nicht verändern.



Um den Einfluss des Messgerät-widerstandes R_M auf die Messung so klein wie möglich zu halten muss gelten:

$$\boxed{R_M \gg R_V}$$

Bei der Spannungsmessung soll der Messgerätwiderstand **so groß wie möglich** sein.

Das Messgerät verursacht einen systematischen Fehler.
Es wird immer eine etwas zu kleine Spannung gemessen.

Einige Beispiele

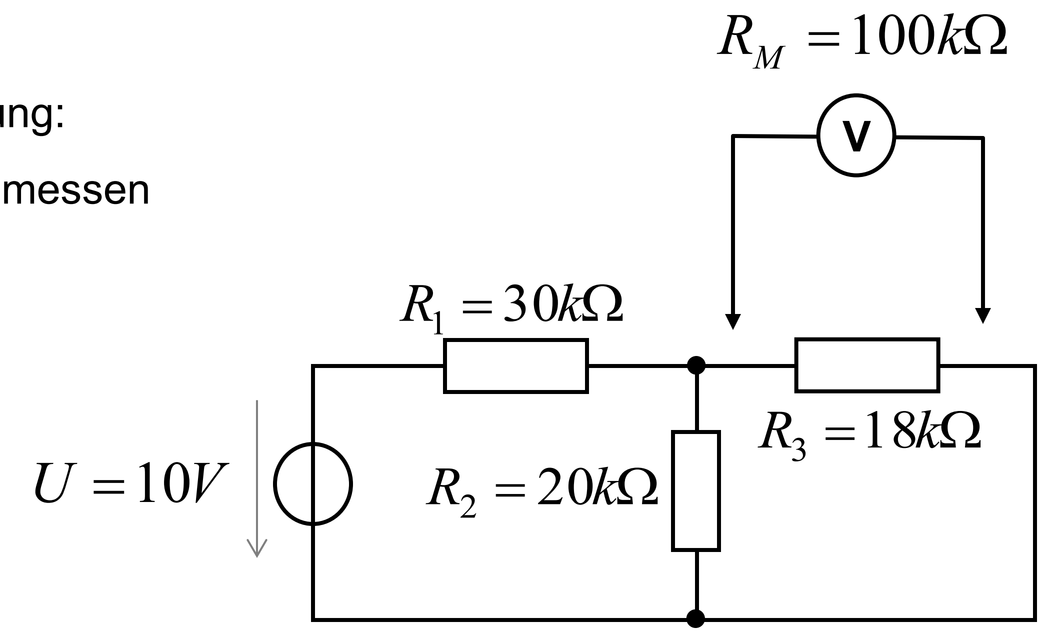
	Gerät	Messbereich	Gerätewiderstand (Messstrom)
Analog	PM2503 : (elektronisch)	100mV 1V…1000V	20MΩ 10MΩ
	Multizet :	6V 600V	< 60mA (ca. 100Ω) < 5mA (ca. 120kΩ)
Digital	Metra Hit 15S:	30mV 3V…3000V	10GΩ 10MΩ
	Metra Hit 29S :	300mV 3V…1000V	>20MΩ 10MΩ

ÜBUNG: Systematischer Messfehler eines Spannungsmessers

Gegeben ist folgende Schaltung:

Die Spannung über R_3 soll gemessen werden.

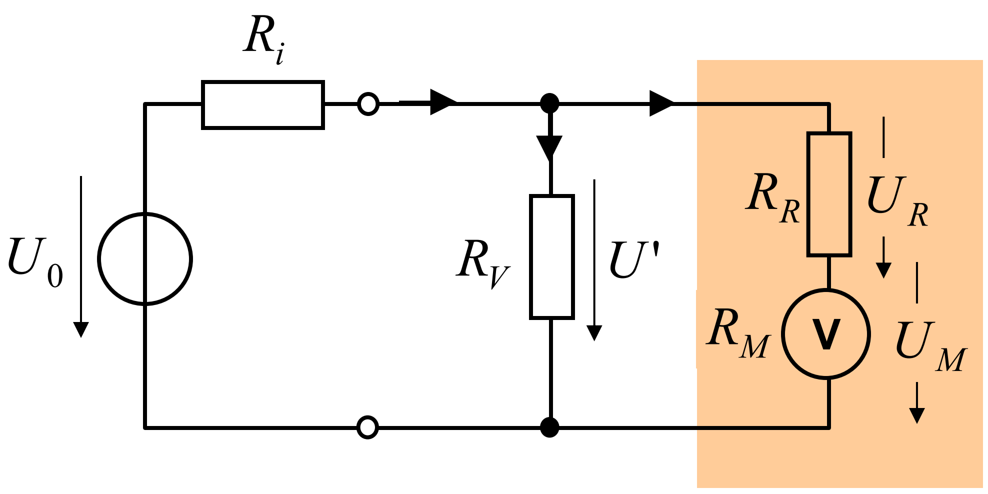
Wie groß ist der <u>systematische Messfehler</u>?



4.3.2 Messbereichserweiterung für Spannungsmessungen

Aufgabe: - Ein Messgerät kann nur eine bestimmten Maximalspannung messen.

- Das Messgerät soll so erweitert werden, dass auch eine größere Spannung gemessen werden kann.



Lösung:

An einem Reihenwiderstand R_R fällt die „überschüssige“ Spannung ab.

ÜBUNG: Messbereichserweiterung eines Spannungsmessers

Es steht ein Messgerät zu Verfügung mit einem Messbereichsendwert von 10mV. Der Widerstand des Messgerätes beträgt R_M = 600Ω.

Das Messgerät soll so erweitert werden, dass es einen Messbereichsendwert von 2V hat.

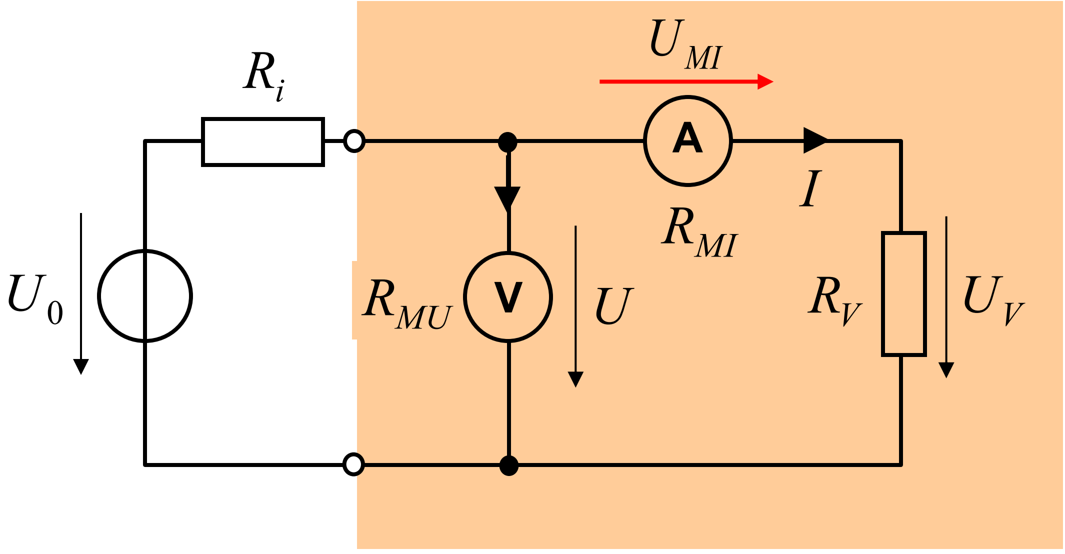
Wie groß ist dann der Widerstand des erweiterten Messgerätes? Welche Leistung muss der Widerstand vertragen können?

4.4 Simultane Strom- und Spannungsmessung

Aufgabe: Es sollen **gleichzeitig** Strom und Spannung an einem Verbraucherwiderstand R_V gemessen werden.

Zweck: Bestimmung des Widerstandes R_V oder der in R_V umgesetzten Leistung.

4.4.1 Stromrichtige Messung

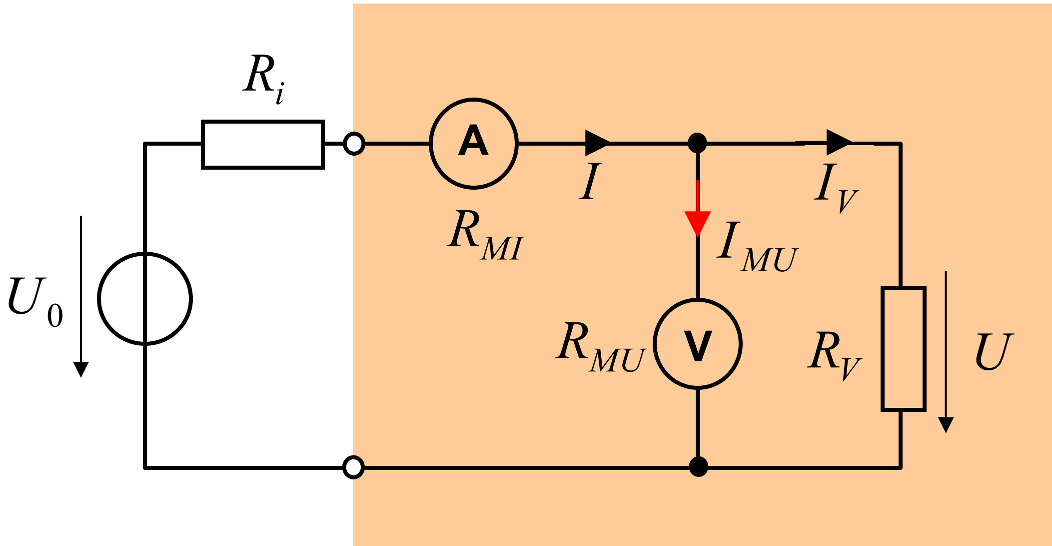


Syst. Fehler der gemessenen Spannung:

$$\Delta U_{sys} = U_{MI} = I \cdot R_{MI}$$

Der Strom I durch den Widerstand R_V wird richtig gemessen.
Die gemessene Spannung U ist etwas zu hoch (aufgrund des Spannungsabfalls U_{MI}).

4.4.2 Spannungsrichtige Messung



Syst. Fehler des gemessenen Stromes:

$$\Delta I_{sys} = I_{MU} = \frac{U}{R_{MU}}$$

Die Spannung U über dem Widerstand R_V wird richtig gemessen.
Der gemessene Strom I ist etwas zu hoch (aufgrund des Stromes I_{MU}).

ÜBUNG: Strom- und spannungsrichtige Widerstandsmessung

Ein unbekannter Widerstand R_V soll mit einer simultanen Strom-/Spannungsmessung gemessen werden.

Wie groß ist der systematische absolute und relative Messfehler

a) bei stromrichtiger Schaltung

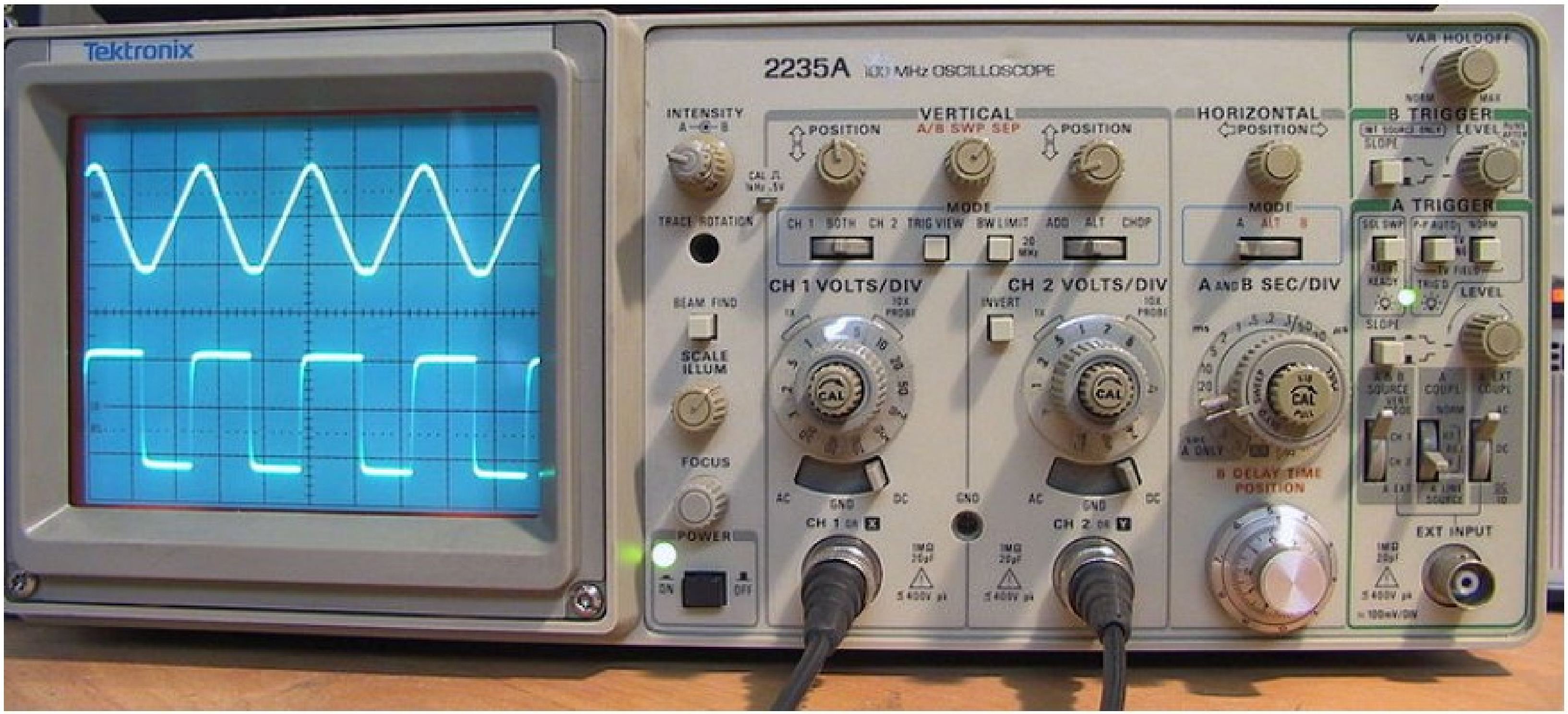
b) bei spannungsrichtiger Schaltung?

Welche generelle Empfehlung zur Schaltungsauswahl (stromrichtig/spannungsrichtig) kann angeben werden?

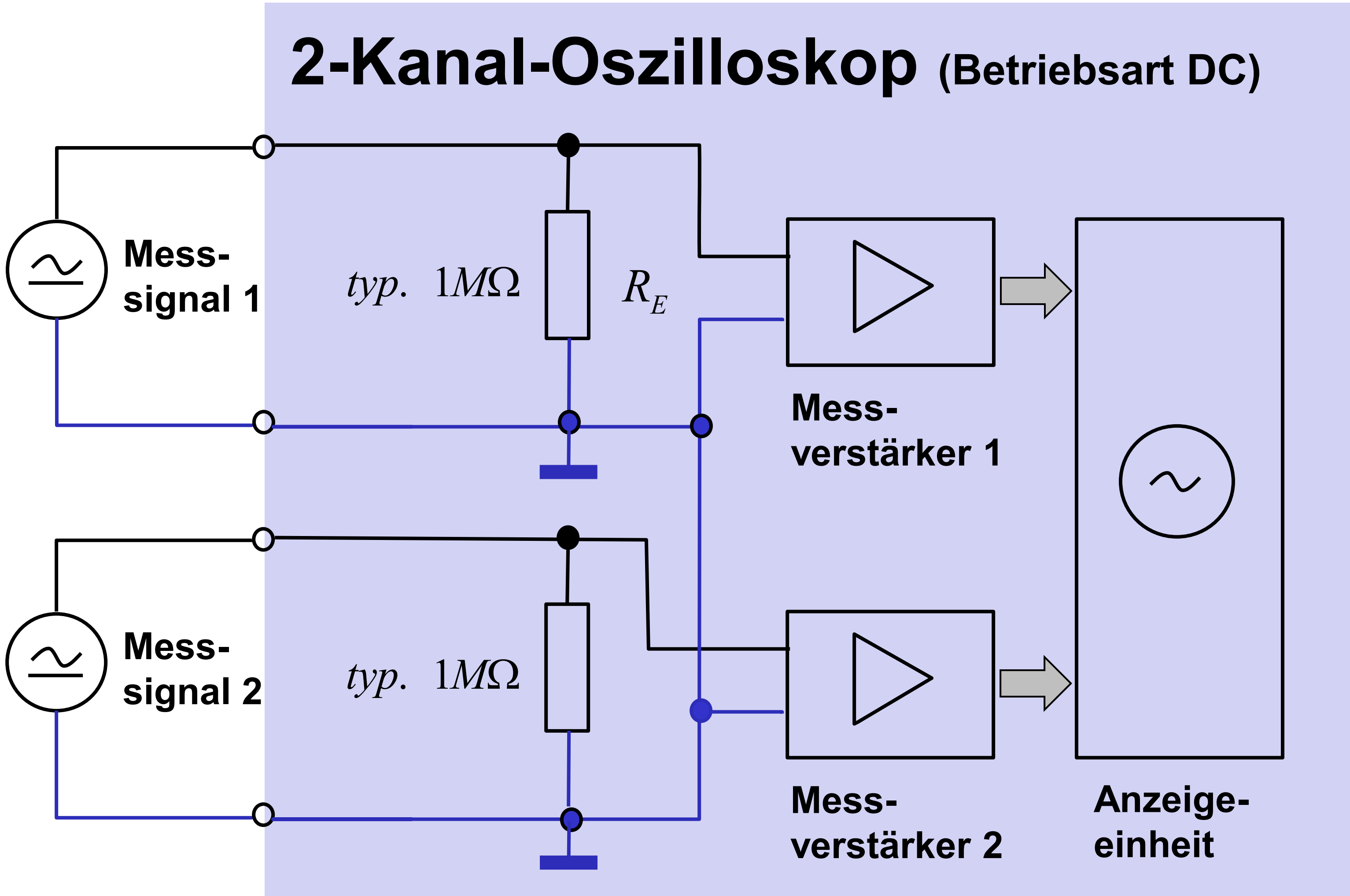
Übungsblatt 2 rechnen !

4.5 Oszilloskop

4.5.1 Zweck und Einordnung



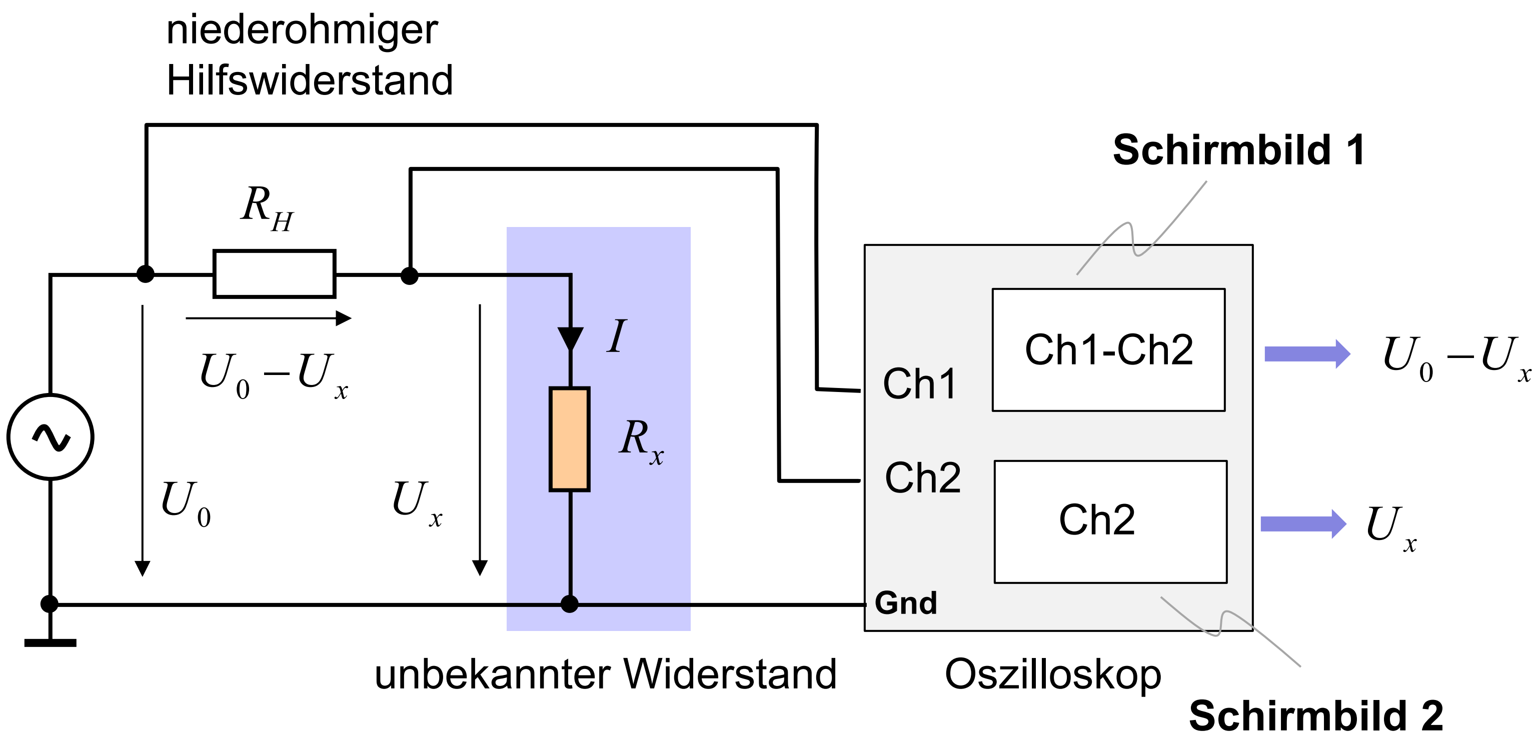
Zweck: - Messung des zeitlichen Verlaufs von Spannungen (Spannungsmessgerät)
- Eingangswiderstand typ. 1MΩ



Alle Signale werden gegen einen gemeinsamen Bezugspunkt gemessen.
→ Masse, Ground (Gnd)

4.5.2 Messung von Strom und Spannung an einem unbekannten Widerstand R_x

Prinzip: Gemessen wird der Strom (indirekt gemessen mit Hilfe des Spannungsabfalls über R_H) und die Spannung am Widerstnd R_x.



Schirmbild 1 entspricht dem Stromverlauf
und ist skaliert entsprechend der Umrechnung: $$I = \frac{U_0 - U_x}{R_H}$$