

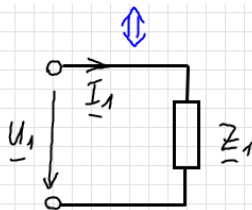
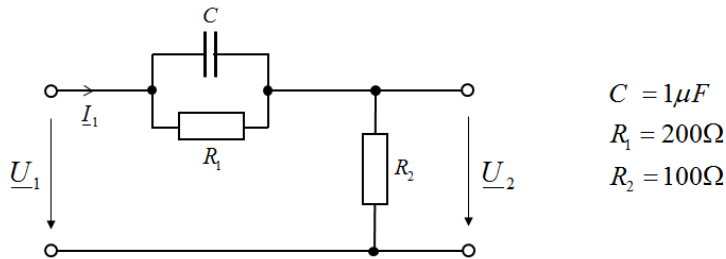
ÜBUNG: Vierpol 1 (Hochpass)

- a) Geben Sie die Eingangsimpedanz \underline{Z}_1 des unbelasteten Vierpols an.

Wie groß ist die Eingangsimpedanz bei $f \rightarrow 0$, $f \rightarrow \infty$ und $f \rightarrow 1\text{kHz}$.

- b) Geben Sie den Frequenzgang des Vierpols an.

Wie lautet der Frequenzgang bei $f \rightarrow 0$, $f \rightarrow \infty$ und $f \rightarrow 1\text{kHz}$?



Eingangsimpedanz =

Wechselstromwiderstand bezüglich der Eingangsanschlüssen.

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1}$$

a) Eingangsimpedanz

für $f \rightarrow 0$: Kondensator wie Unterbrechung

$$\underline{Z}_1(f \rightarrow 0) = R_1 + R_2 = 300\Omega$$

für $f \rightarrow \infty$: Kondensator wie Kurzschluss

$$\underline{Z}_1(f \rightarrow \infty) = R_2 = 100\Omega$$

Für beliebige Frequenzen gilt:

$$\underline{Z}_1 = \frac{R_1 \cdot \frac{1}{j\omega C} \cdot \cancel{j\omega d}}{R_1 + \frac{1}{j\omega d} \cdot \cancel{j\omega d}} + R_2 = \frac{R_1}{1 + j\omega R_1 d} + R_2$$

für $f = 1 \text{ kHz}$: $\omega R_1 C = 2\pi \cdot 1000 \frac{1}{\text{s}} \cdot 200 \frac{\text{V}}{\text{A}} \cdot 10^{-6} \frac{\text{As}}{\text{V}} = 1.257$

$$\underline{Z}_1 = \frac{200 \Omega \cdot (1 - j1.257)}{(1 + j1.257)(1 - j1.257)} + 100 \Omega$$

Anm.:
 $(a+jb)(a-jb) = a^2 + b^2$

$$\underline{Z}_1 = \frac{200 \Omega (1 - j1.257)}{1^2 + 1.257^2} + 100 \Omega$$

\Rightarrow konj.-komplex
erweitern

$$= \frac{200 \Omega - j251.4 \Omega}{2.58} + 100 \Omega$$

$$= 177 \Omega - j97.45 \Omega$$

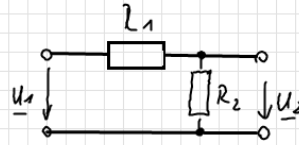
$$= \underline{\underline{202.5 \Omega \cdot e^{-j28.8^\circ}}}$$

b) Frequenzgang

für $f = 0$: Kondensator wie Unterbrechung

$$H(f \rightarrow 0) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \underline{\underline{0.33}}$$

$\rightarrow -9.54 \text{ dB}$



für $f \rightarrow \infty$: Kondensator wie Kurzschluss

$$H(f \rightarrow \infty) = 1 \quad \rightarrow 0 \text{ dB}$$



für beliebige Frequenzen :

$$\begin{aligned} H(j\omega) &= \frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_2 + \frac{R_1 \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}}} \cdot \frac{R_1 + \frac{1}{j\omega C}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} \\ &= \frac{R_2 (R_1 + \frac{1}{j\omega C})}{R_2 (R_1 + \frac{1}{j\omega C}) + \frac{R_1}{j\omega C}} \\ &= \frac{1 + j\omega R_1 C}{(1 + \frac{R_1}{R_2}) + j\omega R_1 C} \end{aligned}$$

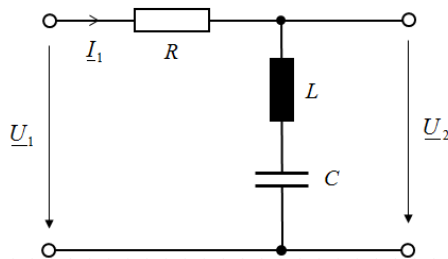
für 1 kHz : $\omega R_1 C = 1.256$

$$H(f = 1 \text{ kHz}) = \underline{\underline{0.494 \cdot e^{j28.8^\circ}}}$$

$\rightarrow -6.13 \text{ dB}$

ÜBUNG: Vierpol 2 (Reihenschwingkreis)

- a) Geben Sie die Eingangsimpedanz \underline{Z}_1 des unbelasteten Vierpols an.
Wie groß ist die Eingangsimpedanz bei $f \rightarrow 0$ und $f \rightarrow \infty$.
- b) Bei welcher Frequenz (Resonanzfrequenz f_0) ist die Impedanz rein reell und wie groß ist dann die Eingangsimpedanz \underline{Z}_1 ?
- c) Geben Sie die Frequenzgang des Vierpols an.
Wie lautet der Frequenzgang bei $f \rightarrow 0$, $f \rightarrow \infty$ und f_0 ?



$$\begin{aligned} R &= 10\Omega \\ C &= 5\mu F \\ L &= 20mH \end{aligned}$$

a) Eingangsimpedanz

für $f \rightarrow 0$: $\underline{Z}_1(f \rightarrow 0) \rightarrow \infty$ C wie Kurzschluss.

für $f \rightarrow \infty$: $\underline{Z}_1(f \rightarrow \infty) \rightarrow \infty$ L wie " "

für beliebige Frequenzen:

$$\underline{Z}_1 = \frac{U_1}{\underline{I}_1} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = \underline{\underline{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}}$$

\underline{Z}_1 ist rein reell, wenn:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{1}{LC}$$

$$2\pi f = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\underline{\underline{f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}} \Rightarrow \text{Resonanzfrequenz}$$

Berechnung der Resonanzfrequenz f_0 :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{0.02 \frac{\text{Vs}}{\text{A}} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{As}}{\text{V}}}}} = 503.3 \frac{1}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{Z_1 = 10 \Omega}}$$

c) Frequenzgang

$$\underline{H(j\omega)} = \frac{\underline{u_1}}{\underline{u_0}} = \frac{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} \quad \begin{array}{l} | \cdot j\omega C \\ | \cdot j\omega C \end{array}$$
$$\frac{1 - \omega^2 LC}{(1 - \omega^2 LC) + j\omega RC}$$

$$H(f \rightarrow 0) = 1$$

$$H(f \rightarrow \infty) = 1$$

$$H(f = f_0) : \quad \omega_0 LC = 1$$

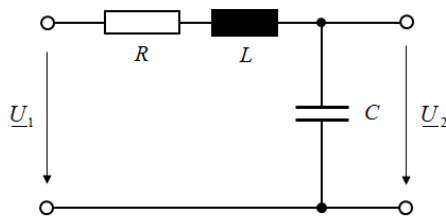
$$H(f = f_0) = \frac{0}{0 + j\omega_0 RC} = \underline{\underline{0}}$$

\Rightarrow Die Resonanzfrequenz kann das Filter nicht passieren (Notch-Filter).

ÜBUNG: Vierpol 3 (Reihenschwingkreis)

Geben Sie den Frequenzgang des Vierpols an.

Wie lautet der Frequenzgang bei $f \rightarrow 0$, $f \rightarrow \infty$ und f_0 ?



$$\begin{aligned} R &= 1\Omega \\ C &= 5\mu F \\ L &= 20mH \end{aligned}$$

Übertragungsfunktion:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} \quad \begin{matrix} \cdot j\omega C \\ \cdot j\omega C \end{matrix}$$

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{(1 - \omega^2 LC) + j\omega RC}$$

$$\underline{H}(f \rightarrow 0) = 1$$

$$\underline{H}(f \rightarrow \infty) = 0$$

$$\underline{H}(f \rightarrow f_0): \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad \Leftrightarrow \quad \omega_0^2 \cdot LC = 1$$

$$\underline{H}(f \rightarrow f_0) = \frac{1}{0 + j\omega_0 RC} = \frac{1}{j\omega_0 RC} = \underline{\underline{\frac{1}{\omega_0 RC} \cdot e^{-j90^\circ}}}$$

$$\text{Zahlenwerte einsetzen: } |\underline{H}(f \rightarrow f_0)| = 63.2 \rightarrow 36.1 \text{ dB}$$