南开大学 2017 级"一元函数积分(信)"结课统考试卷(A卷)2018年1月8日

草稿区

## (说明:答案务必写在装订线右侧,写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。)

题号	 =	111	四	五	六	七	成绩	核分签名	复核签名
得分									

一、选择题(每小题 4 分)

│一 题 │得分

(1) 设  $f(x) = \sin |x|, x \in (-\infty, +\infty)$ ,则 f(x) 的原函数为 F(x) = (

C, x > 0

(A) 
$$\cos x + C$$
; (B)  $-\cos x + C$ ; (C) 
$$\begin{cases} -\cos x + C_1, x > 0 \\ \cos x + C_2, x \le 0 \end{cases}$$
; (D) 
$$\begin{cases} 1 - \cos x + C, x > 0 \\ \cos x - 1 + C, x \le 0 \end{cases}$$

(2) 设 
$$f(x)$$
 在  $[a,b]$  上连续,  $a < b$  ,且  $\int_{a}^{b} f(x)dx = 0$  ,则有(

- (A) 在(a,b) 内不一定有x 使 f(x) = 0; (B) 在[a,b] 上的所有x,有f(x) = 0;
- (C) 在(a,b)内至少有一点x,使f(x) = 0; (D) 在[a,b]上某个小区间上有f(x) = 0

(3) 设
$$a_n = \frac{3}{2} \int_{0}^{\frac{n}{n+1}} x^{n-1} \sqrt{1+x^n} dx$$
,则极限 $\lim_{n \to \infty} na_n = ($ 

(A) 
$$(1+e)^{3/2}+1$$
; (B)  $(1+e^{-1})^{3/2}-1$ ; (C)  $(1+e^{-1})^{3/2}+1$ ; (D)  $(1+e)^{3/2}-1$ 

(4) 设函数 
$$f(x) = \int_{0}^{\sin x} \sin t dt, g(x) = \int_{0}^{2x} \ln(1+2t) dt$$
,则  $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{g(x)} = ($  ):

(A) 1/4: B) 1: C) 1/2: (D) 0

(5) 设平面 
$$\pi_1: x+y-2z+7=0$$
,平面  $\pi_2: 4x-2y+z-3=0$ ,则它们的位置关系为 ( ),

(A) 
$$\pi_1$$
 平行于 $\pi_2$ ; (B)  $\pi_1, \pi_2$  重合; (C)  $\pi_1 \perp \pi_2$ ; (D)  $\pi_1, \pi_2$  斜交。

二、填空题 (每小题 4 分):

(1) 
$$\lim_{x \to 0, y \to 0} \left[ \frac{x^2 \tan y}{x^2 + y^2} \right] = \underline{\hspace{1cm}}$$

二题 得分

(2) 设 
$$z = \ln(x^2 + xy + y^2), (x, y) \neq (0,0)$$
,则  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} =$ 

- (3) 原点到平面 2x-2y-z+9=0 的距离为\_\_\_\_\_\_
- (4)  $\forall y = y(x)$  连续可导,满足  $\int_{1}^{e^{x}} \frac{\ln t}{t} dt + \int_{1}^{y} (3 + \cos t) dt = 2$ , 则  $\frac{dy}{dx} =$ \_\_\_\_\_\_
- (5) 曲线  $y = x^2, x = y^2$  所围的图形绕 y 轴旋转所得旋转体的体积= \_\_\_\_\_\_\_

三、求下列不定积分: (每小题 6 分)

(1) 
$$\int \frac{x^2}{(x-1)^6} dx$$
;

(2) 
$$\int \frac{x^3}{(1+x^2)^5} dx$$
;

三题得分

$$(3) \int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} dx;$$

草稿

Ė

四、求下列定积分(每小题7分):

$$(1) \int_0^{\pi/4} \frac{x}{\cos^2 x} dx;$$

四题 得分

学号

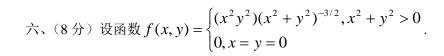
专业

任课教师

(2) 
$$\int_{1}^{3} |x^{2} - 3x + 2| dx;$$

(3) 
$$\int_{-2}^{0} \frac{(x+2)}{x^2 + 2x + 2} dx$$

五、(7分) 设  $f(x) = \int_{x^3}^x e^{-y^2} dy$ , 计算  $\int_0^1 x^2 f(x) dx$ .



试讨论 f(x,y) 在(0,0) 点是否连续、是否可微?

五题 得分

七、(6分) 设
$$f''(x) \le 0, x \in [0,1]$$
, 证明: 
$$\int_0^1 f(x^2) dx \le f(\frac{1}{3})$$

七题 得分