

姓名

学号

专业

任课教师

## 南开大学 2019 级“一元函数积分（信）”结课统考试卷（A 卷） 2019 年 12 月 30 日

（说明：答案务必写在装订线右侧，写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。）

草稿区

题号	一	二	三	四	五	六	七	卷面成绩	核分签名	复核签名
得分										

一、选择题(每小题 4 分)

一题  
得分(1) 设  $\int f(x)dx = \sin x + C$ , 则  $\int xf(1-x^2)dx =$  ( ):(A)  $2\sin(1-x^2) + C$ ; (B)  $-2\sin(1-x^2) + C$ ; (C)  $(1/2)\sin(1-x^2) + C$ ; (D)  $-(1/2)\sin(1-x^2) + C$ (2) 设  $f(x)$  的一个原函数为  $F(x)$ , 则  $\int f(2x)dx =$  ( ):(A)  $F(2x) + C$ ; (B)  $F(x/2) + C$ ; (C)  $(1/2)F(2x) + C$ ; (D)  $2F(x/2) + C$ (3) 设函数  $f(x)$  在  $[-\delta, \delta]$  上有二次导数,  $\delta > 0, f''(x) > 0$ , 且  $f(0) = 0, f'(0) = 0$ , 则  $I = \int_{-\delta}^{\delta} f(x)dx$  满足 ( ):(A)  $I = 0$ ; (B)  $I > 0$ ; (C)  $I < 0$ ; (D) 正负号不确定(4) 极限  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_0^x |\sin t| dt}{x} =$  ( ):(A) 1; (B) 0; (C) 不存在; (D)  $2/\pi$ (5) 设  $z = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & x = y = 0 \end{cases}$ , 则该函数在  $(0, 0)$  点 ( ):

(A) 连续, 且偏导数存在, 但不可微; (B) 不连续; (C) 连续, 但偏导数不存在; (D) 可微

姓名

姓名

学号

专业

任课教师

二、填空题（每小题 4 分）：

(1) 设  $f(x)$  是连续函数, 满足  $f(x) = x - \int_0^1 tf(t)dt$ , 则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_

二题  
得分

(2) 设函数  $z = z(x, y)$  由方程  $e^{xz} = x^2 + y^2$  所确定, 则  $\frac{\partial z}{\partial x}|_{(1,0)} =$  \_\_\_\_\_

(3) 原点到平面  $2x + 2y + z - 9 = 0$  的距离为 \_\_\_\_\_

(4) 设一平面过原点和点  $(6, -3, 2)$ , 且与平面  $4x - y + 2z = 7$  垂直, 则此平面方程为 \_\_\_\_\_

(5) 曲线  $y = x^2$ ,  $(0 \leq x \leq 1)$ , 绕  $y$  轴旋转一周所得旋转体的体积为 \_\_\_\_\_

三、求下列不定积分：（每小题 6 分）

(1)  $\int \frac{x+1}{x(x^2+1)} dx;$

(2)  $\int \sec^6 x dx;$

三题  
得分

(3)  $\int x \sin^2 x dx;$

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师



四、求下列定积分（每小题 7 分）：

(1)  $\int_0^1 \ln(1 + \sqrt{x}) dx$  ;

(2)  $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + 3\cos^2 x}$  ;

五、(7 分) 设  $f(x) = x \int_1^x \frac{\arctan t^2}{t} dt$ , 计算  $\int_0^1 f(x) dx$  .

四题 得分	
----------	--

(3)  $\int_{-2}^2 x \ln(1 + e^x) dx$

五题 得分	
----------	--

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师



六、(8分) 设二元函数  $f(u,v)$  具有连续二阶偏导数,  $z = f(2x+3y,x+y)$ ,

试求:  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

七题 得分	
----------	--

七、(6分) 设函数  $f(x)$  在  $[0,2]$  上连续, 在  $(0,2)$  内可导,

且满足  $|f'(x)| \leq 1, f(0) = f(2) = 1$ , 证明:  $1 \leq \int_0^2 f(x)dx \leq 3$

七题 得分	
----------	--

草稿区