南开大学 2019 级"一元函数积分(信)"结课统考试卷(A卷)2019年12月30日

(说明:答案务必写在装订线右侧,写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。)

题号	1	11	[11]	四	五	六	七	卷面 成绩	核分 签名	复核 签名
得分										

一、选择题(每小题4分)

(1) 
$$\partial \int f(x)dx = \sin x + C$$
,  $\partial \int x f(1-x^2)dx = 0$ 

一 题 得分

(A) 
$$2\sin(1-x^2) + C$$
; (B)  $-2\sin(1-x^2) + C$ ; (C)  $(1/2)\sin(1-x^2) + C$ ; (D)  $-(1/2)\sin(1-x^2) + C$ 

(2) 设
$$f(x)$$
的一个原函数为 $F(x)$ ,则 $\int f(2x)dx = ($  ):

(A) 
$$F(2x)+C$$
; (B)  $F(x/2)+C$ ; (C)  $(1/2)F(2x)+C$ ; (D)  $2F(x/2)+C$ 

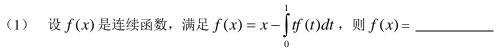
(3) 设函数 f(x) 在[ $-\delta$ , $\delta$ ]上有二次导数, $\delta > 0$ , f''(x) > 0, 且 f(0) = 0,则  $I = \int_{-\delta}^{\delta} f(x) dx$  满足(
(A) I = 0; (B) I > 0; (C) I < 0; (D) 正负号不确定

(4) 极限 
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\int_{0}^{x} |\sin t| dt}{x} = ($$
 ):

(A) 1; (B) 0; (C) 不存在; (D) 2/π

(A) 连续, 且偏导数存在, 但不可微; (B) 不连续; (C) 连续, 但偏导数不存在; (D) 可微

二、填空题 (每小题 4 分):



二题 得分

- (2) 设函数 z = z(x, y) 由方程  $e^{xz} = x^2 + y^2$  所确定,则  $\frac{\partial z}{\partial x}|_{(1,0)} =$ \_\_\_\_\_\_
- (3) 原点到平面 2x + 2y + z 9 = 0的距离为\_\_\_\_\_\_
- (4) 设一平面过原点和点(6,-3,2),且与平面4x-y+2z=7垂直,则此平面方程为\_\_\_\_\_
- (5) 曲线  $y = x^2$ ,  $(0 \le x \le 1)$ , 绕 y 轴旋转一周所得旋转体的体积为 \_\_\_\_\_\_

三、求下列不定积分: (每小题 6 分)

$$(1) \int \frac{x+1}{x(x^2+1)} dx;$$

(2) 
$$\int \sec^6 x dx$$
;

三题 得分

 $(3) \int x \sin^2 x dx;$ 

四、求下列定积分(每小题7分):

(1) 
$$\int_{0}^{1} \ln(1+\sqrt{x})dx$$
;

四题 得分

(2) 
$$\int_{0}^{\pi/2} \frac{dx}{1 + 3\cos^2 x};$$

(3) 
$$\int_{-2}^{2} x \ln(1 + e^x) dx$$

五、(7分) 设 
$$f(x) = x \int_{1}^{x} \frac{\arctan t^2}{t} dt$$
, 计算  $\int_{0}^{1} f(x) dx$ .

五题 得分

六、(8分)设二元函数f(u,v).具有连续二阶偏导数,z = f(2x+3y,x+y),

试求:  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 

七题 得分

七、(6分) 设函数 f(x) 在[0,2]上连续,在(0,2)内可导,

且满足 $|f'(x)| \le 1, f(0) = f(2) = 1,$ 证明:  $1 \le \int_0^2 f(x) dx \le 3$ 

七题 得分