南开大学2018级"一元函数积分(信)"结课统考试卷(A卷)2019年1月7日

(说明:答案务必写在装订线右侧,写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。)

题号	_	 三	四	五	六	七	卷面 成绩	核分 签名	复核 签名
得分									

一、选择题(每小题 4 分)

(1) 设 f(x) 是连续函数,  $F(x) = \int_{1/x}^{\ln x} f(t)dt$ , (x > 0),则 F'(x) = (

一 题 得分 草

(A) 
$$f(\ln x) + f(1/x)$$
; (B)  $f(\ln x) - f(1/x)$ ; (C)  $(1/x)f(\ln x) + (1/x^2)f(1/x)$ ; (D)  $(1/x)f(\ln x) - (1/x^2)f(1/x)$ 

(2) 
$$\int \frac{dx}{\sqrt{x(1-x)}} = ($$
 ): (A)  $\frac{1}{2} \arcsin \sqrt{x} + C$ ; (B)  $\arcsin \sqrt{x} + C$ ;

(C) 
$$2\arcsin(2x-1)+C$$
; (D)  $\arcsin(2x-1)+C$ 

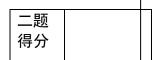
(3) 极限 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\int_0^{\infty} \operatorname{arcsin} t dt}{\ln(1+x^2)} = ($$

- (A) 连续且偏导数存在; (B) 连续但不可微; (C) 不连续但偏导数存在; (D) 不连续且偏导数不存在
- (5) 设有直线  $L: \begin{cases} x+3y+2z+1=0 \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$ , 平面  $\pi: 4x-2y+z-2=0$ ,则它们的位置关系为( ),
  - (A) L平行于 $\pi$ ; (B)  $L \perp \pi$ ; (C) L在 $\pi$ 上; (D) 不确定

(信) A4--1

二、填空题 (每小题 4 分):

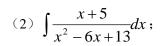
(1) 
$$\lim_{x \to 0, y \to 0} \frac{y^2 \sin x}{2x^2 + y^2} = \underline{\hspace{1cm}}$$



- (2) 设  $\ln x = \int_{2}^{x^{2}+1} f(t)dt, (x \ge 1),$ 其中 f(x) 为连续函数,则 f(5) =\_\_\_\_\_\_\_
- (3) yOz 平面上的曲线  $y^2 + 8z^2 = 1$ 绕 z 轴旋转一周,所得旋转曲面的方程为\_\_\_\_\_
- (4) 设函数 z = z(x, y) 由方程  $z + e^z = xy^2$  所确定,则 dz =\_\_\_\_\_\_
- (5) 曲线  $y = \frac{2}{3}x^{3/2}$  相应于 x 从 0 到 3 的那一段弧的长度为 \_\_\_\_\_\_
- 三、求下列不定积分: (每小题 6 分)
- (1)  $\int \cos \sqrt{x} dx$ ;

三题	
得分	

草



$$(3) \int \frac{2+x^2}{x^3} \cos x dx;$$

(信) A4--2

草

四、求下列定积分(每小题7分):

(1) 
$$\int_{0}^{1} \frac{8x}{\sqrt{1+8x}} dx$$
;

(2) 
$$\int_{0}^{4} x |x-2| dx;$$

四题 得分

(3) 
$$\int_{0}^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \sin x + \cos x}$$

五、(8分) 设函数 
$$f(x,y) = \begin{cases} (xy)\sin\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}, x^2+y^2 > 0 \\ 0, x = y = 0 \end{cases}$$
 试讨论  $f(x,y)$  在 (0,0) 点是否连续、是否可微?

五题 得分

六、(7分) 设函数 f''(x) 在  $[0,\pi]$  上连续,且  $f(0) = f(\pi) = 1$ ,试求  $\int_{0}^{\pi} [f(x) + f''(x)] \sin x dx$ 

六题 得分

七、(6分) 设 f(x) 在[0,1]上连续,且满足  $\int_{0}^{1} x^{2} f(x) dx = 1$ ,令  $M = \max\{|f(x)|; 0 \le x \le 1\}$ ,

七题 得分

证明: (1)  $M \ge 3$ ; (2) 又若  $\int_{0}^{1} x f(x) dx = 0$ , 则  $M \ge 8$ .