南开大学 2016 级"多元函数微积分(信)"结课统考试卷(A卷)2017年4月15日

(说明:答案务必写在装订线右侧,写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。)

题号	_	<u> </u>	=	四	五	六	七	八	卷面 成绩	核分 签名	复核 签名
得分											

一 题 得分 草稿区

一、求曲面 $x^3 + y^3 + z^3 = 3$ 上点 (1,1,1) 处的切平面与法线方程.(本题 10 分)

二、求函数 $f(x,y) = x^2 + 2y^2 - x$

在区域 $D: x^2 + y^2 \le 1$ 上的最大值、最小值(10分)

二题 得分

三、计算下列二重积分: (每小题8分)

(1)
$$\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$$
, $\sharp \oplus D: x^2 + y^2 \le R^2, (R > 0)$;

三题 得分

(2) $\iint_D (x^2 + y) dxdy$, 其中区域 D 是由直线 y + x = 1, x = 0, y = 0 所围成的三角形区域。

四、计算下列三重积分(每小题8分):

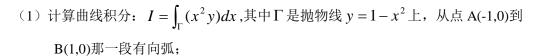
(1)
$$\iiint_{\Omega} (x+y+z)^2 dx dy dz$$
, 其中 Ω 为: $x^2 + y^2 + z^2 \le 1$;

四题 得分

(2) $\iint\limits_{\Omega} z dx dy dz$, 其中 Ω 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ 与抛物面 $x^2 + y^2 = 2z$ 所围成的区域。

草稿区

五、计算下列曲线积分与曲面积分: (每小题 10 分)



五题 得分 草稿区

(2) 求
$$I = \iint_{S} f(x, y, z) dS$$
,其中 S 为球面 $x^{2} + y^{2} + z^{2} = a^{2}, (a > 0)$,
$$f(x, y, z) = \begin{cases} \sqrt{a^{2} - x^{2} - y^{2}}, z \ge \sqrt{x^{2} + y^{2}} \\ 0, z < \sqrt{x^{2} + y^{2}} \end{cases}$$

六、(10分) 求曲线积分 $\oint_L \frac{xdy - (y-1)dx}{6x^2 + (y-1)^2}$, 其中 L 是以 (0,0) 为中心,

六题 得分

R(R > 0, R ≠ 1) 为半径的圆周,取逆时针方向;

草稿区

七、(10分)设 Σ 是柱面 $x^2 + y^2 = 1$ 及平面z = 0, z = 3所围成的闭区域的边界曲面外侧, 求曲面积分: $\oint_{z} (x-y)dxdy + (y-z)xdydz$

七题 得分

八、(8分) 求球面 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ 被平面 2x + 2y + z = R 所截两部分的面积, (R > 0).