

姓名

学号

专业

任课教师

南开大学 2016 级信息类一元函数微分学统考试卷 (A 卷) 2016 年 11 月 12 日

(说明: 答案务必写在装订线右侧, 写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	卷面 成绩	核分 签名	复核 签名
得分											

一、选择题(每小题 4 分)

(1) 函数 $f(x)$ 在点 x_0 有极限是函数 $f(x)$ 在点 x_0 连续的 ():

(A) 充分条件; (B) 必要条件; (C) 充分必要条件; (D) 不充分, 也不必要条件.

(2) 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列无穷小量中最高阶的是():

(A) $2x^2$; (B) $1 - \cos x$; (C) $\sqrt{1+x^2} - 1$; (D) $3x^3$.

(3) 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{(x-1)^2}$ 的值为 ():

(A) ∞ ; (B) 1; (C) 0; (D) -1;

(4) 设 $f(x) = x^2 \ln(1+x)$, 则 (3 阶导数) $f'''(0)$ 是():

(A) 6; (B) 5; (C) 4; (D) 3.

(5) 曲线 $y^3 = 6y - x^2$ 在 $(-2, 2)$ 处的切线斜率为(),

(A) $1/3$; (B) $2/3$; (C) $1/2$; (D) 1.

二、填空题 (每小题 4 分):

(1) 设 $f(x) = \begin{cases} x \arctan(1/x), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 则 $f'_-(0) =$ _____

(2) 设 $f(x)$ 为可导函数, 且 $f'(1) = 1$, 令 $F(x) = f(1/x) - f(x^2)$, 则 $F'(1) =$ _____

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin x + (e^x - 1)}{\ln(1+4x)} =$ _____

(4) 设函数 $f(x) = x(x+1)(x+2) \dots (x+16)$, 则 $f'(0)$ 为 _____ ,

(5) 设 $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\frac{x^2+1}{x+1} - (ax+b)] = 1$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____

草稿区

一 题 得分	
-----------	--

二 题 得分	
-----------	--

姓名
学号
专业
任课教师



三、求下列极限：（每小题 5 分）

(1) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\cos \frac{1}{x} + 3 \sin \frac{1}{x})^x$;

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$;

三题 得分	
----------	--

(3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + e^x)^{1/x}$

四、求下列函数的导数（每小题 5 分）：

(1) 设 $y = (x^2 + x + 2)^{x+1}$, 求 $\frac{dy}{dx}$;

(2) 设 $y = y(x)$ 是参数方程 $\begin{cases} x = \ln(1+t^3) \\ y = t^2 \sin t \end{cases}$ 所确定的函数, 求 $\frac{dy}{dx}$;

(3) 设 $y = y(x)$ 由方程 $\arctan \frac{y}{x} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2)$ 所确定, 求 $\frac{dy}{dx}$

四题 得分	
----------	--

草稿

姓名
学号
专业
任课教师



五、证明下列不等式：（每小题 6 分）

(1) 当 $\frac{\pi}{2} \geq x > 0, (1 + \sin x) \ln(1 + \sin x) > x \cos x;$

(2) 当 $x > 0, 2\ln(1 + x) < x + \frac{x}{1 + x}$

六、求函数 $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 6$ 的极值.（本题 6 分）

五 题 得分	
-----------	--

六题 得分	
----------	--

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师

七、(6分) 设函数 $f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^\alpha \cos \frac{1}{x^\beta}, & x > 0 \end{cases}$, 其中 $\alpha, \beta > 0$, 试分别讨论 α, β 满足什么条件时,

(1) $f'(0)$ 存在; (2) $f'(x)$ 在 $x = 0$ 处连续。

七题 得分	
----------	--

八、(6分) 设 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上连续, 在 $(0,1)$ 内可导, 且 $f(0) = 0, f(1) = 1$,

证明: (1) 存在 $\xi \in (0,1)$, 使 $f(\xi) = 1 - \xi$;

(2) 存在不同的 $\alpha, \beta \in (0,1)$, 使 $f'(\alpha)f'(\beta) = 1$

八题 得分	
----------	--

草稿区