

姓名

学号

专业

任课教师

南开大学 2015 级“多元函数微积分（信）”结课统考试卷（A 卷） 2016 年 4 月 23 日

（说明：答案务必写在装订线右侧，写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	卷面成绩	核分签名	复核签名
得分											

一、求曲面 $2x^2 + y^2 + 2z^2 = 5$ 上点 $(1,-1,1)$ 处的切平面与法线方程.(本题 10 分)

一题得分

二、求函数 $f(x,y,z) = x + y + z$

在条件： $x^2 + 2y^2 + z^2 \leq 4$ 下的最大值、最小值（10 分）

二题得分

三、计算下列二重积分：（每小题 8 分）

(1) $\iint_D xy dx dy$ ，其中 D 是 $xy = 1, xy = 3, y = x, y = 2x$ 在第一象限所围成的区域；

三题得分

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师



(2) $\iint_D (x^2 + y^2)^2 dx dy$, 其中 $D: x^2 + y^2 \leq 1$

四、计算下列三重积分（每小题 8 分）：

(1) $\iiint_{\Omega} z^2 dx dy dz$, 其中 Ω 为由平面 $x + y + z = 1$ 和三个坐标面所围成的区域；

(2) $\iiint_{\Omega} (\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3 dx dy dz$, 其中: $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq 2z$

四题 得分	
----------	--

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师

五、计算下列曲线积分与曲面积分：（每小题 10 分）

（1）设 Σ 是三个坐标面和 $x + y + z = 1$ 围成的四面体的外侧，求曲面积分

$$I = \iint_{\Sigma} z dx dy;$$

五题 得分	
----------	--

（2）求 $\int_L x^2 y dx$ ，其中 L 为抛物线 $y^2 = x$ 上，从点 $A(1,-1)$

到 $B(1,1)$ 的那一段有向弧。

六、（10 分）求曲线积分 $\oint_L \frac{xdy - (y+1)dx}{4x^2 + (y+1)^2}$ ，其中 L 是以 $(0, 0)$ 为中心，

$R(R > 0, R \neq 1)$ 为半径的圆周，取逆时针方向；

六题 得分	
----------	--

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师



七、(10 分) 设 Σ 是单位球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 的外侧，求曲面积分：

$$I = \iint_{\Sigma} \frac{xdydz + ydzdx + zdxdy}{(x^2 + y^2 + 4z^2)^{3/2}}$$

七题 得分	
----------	--

八、(8 分) 求球面 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ 被平面 $x + y + z = R, (R > 0)$ 所截两部分的面积。

八题 得分	
----------	--

草稿区