

姓名	学号	院系	专业	任课教师	南开大学 2017 级一元函数微分试卷 (A 卷) 2017 年 11 月 25 日										草稿区	
					(说明: 答案务必写在装订线右侧, 写在装订线左侧无效, 影响成绩后果自负。)											
					题号	一	二	三	四	五	六	七	总分	核分签名		复核签名
					得分											
					一、选择题: (每小题 4 分, 共 24 分)					一题得分						
1. 设函数 $g(x)$ 可微, $h(x) = e^{g(x)}$, $h'(1) = 1$, $g'(1) = 2$, 则 $g(1)$ 等于 (C) A. $\ln 3$; B. $-\ln 3$; C. $-\ln 2$; D. $\ln 2$. 2. 设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续且严格单调, $f(a)f(b) < 0$, 则下列说法正确的是 (B) A. 函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上没有零点; B. 函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上只有一个零点; C. 函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上只有两个零点; D. 函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上至少有两个零点. 3. 设有函数 $x + \frac{1}{x}$, 则下列说法正确的是 (B) A. 函数 $x + \frac{1}{x}$ 只有垂直渐近线; B. 函数 $x + \frac{1}{x}$ 既有垂直渐近线也有斜渐近线; C. 函数 $x + \frac{1}{x}$ 只有斜渐近线; D. 函数 $x + \frac{1}{x}$ 没有渐近线. 4. 设 $f(x)$ 于 $x = 0$ 点可导, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$, 则下列说法错误的是 (D) A. $f(x)$ 于 $x = 0$ 点连续; B. $f(0) = 0$; C. $f'(0) = 1$; D. $f'(0+0) = 1$. 5. 设 $f(x)$ 在 $x = 0$ 点连续, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = a$, 则下列说法正确的是 (B) A. 当 $a > 0$ 时, $f(x)$ 在 $x = 0$ 点取得极大值; B. 当 $a > 0$ 时, $f(x)$ 在 $x = 0$ 点取得极小值; C. 当 $a = 0$ 时, $f(x)$ 在 $x = 0$ 点取得极大值; D. 当 $a < 0$ 时, $f(x)$ 在 $x = 0$ 点取得极小值. 6. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 用 $o(x)$ 表示 x 的高阶无穷小量, 则下列说法错误的是 (D) A. $x \cdot o(x) = o(x^2)$; B. $o(x) \cdot o(x) = o(x^2)$; C. $o(x) + o(x) = o(x)$; D. $o(x) + o(x^2) = o(x^2)$.												二题得分				
					二、填空题: (每小题 4 分, 共 16 分)											
1. 设函数 $f(x) = -\arctan x$, 则 $f(x)$ 于 $x = 0$ 点的微分 $df _{x=0} = -dx$. 2. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \geq 0 \\ x+a, & x < 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续, 则 $a = 1$. 3. 设函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = t + e^t \\ y = \sin t \end{cases}$ 确定, 则 $\frac{dy}{dx} _{x=1} = -\frac{1}{8}$. 4. 设曲线 $y = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 有拐点 $(1, -1)$, 则 $a = -3$, $b = 0$.												三题得分				

姓名	学号	院系	专业	任课教师	三、计算下列各题: (3 小题, 共 25 分)										草稿区
					1. 求函数 $f(x) = \arcsin \sqrt{x+1}$ 的导数. (9)										
					解: $(\arcsin \sqrt{x+1})'$ $= \frac{1}{\sqrt{1-(\sqrt{x+1})^2}} (\sqrt{x+1})'$ (6分) $= \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$ (9分)										
					2. 确定函数 $f(x) = x^2 - 2\ln x$ 的单调区间和极值点. (8分) 解: $f'(x) = 2x - \frac{2}{x} = \frac{2(x^2-1)}{x}$, $f'(1) = 0$ (2分) 当 $1 > x > 0$ 时, $f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ 单调减 (4分) 当 $x > 1$ 时, $f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ 单调增 (6分) $x = 1$ 是极小值点. (8分)										
3. 确定曲线 $f(x) = (x-2)^{\frac{2}{3}}$ 的凹凸性与拐点. (8分) 解: $f'(x) = \frac{2}{3}(x-2)^{-\frac{1}{3}}$ (2分) $f''(x) = -\frac{2}{9}(x-2)^{-\frac{4}{3}}$ (4分) 当 $x > 2$ 时, $f''(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ 下凹 (或...) (4分) 当 $x < 2$ 时, $f''(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ 上凸 (或...) (6分) $x = 2$ 是拐点. (8分)															

姓名	
学号	
院系	
专业	
任课教师	

四、求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\frac{1+x}{1-x}) - 2x}{2x^3}$, (10分)

解: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\frac{1+x}{1-x}) - 2x}{2x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - \ln(1-x) - 2x}{2x^3} \quad (2分)$

四题得分	
------	--

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1-x} - 2}{6x^2} \quad (3分)$

$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1-x^2} = \frac{1}{3} \quad (10分)$

五、证明当 $x > 0$ 时, $\frac{x}{2} > \frac{\pi}{2} - \arctan x$. (10分)

解: 设 $f(x) = 1 - x(\frac{\pi}{2} - \arctan x)$, $f(0) = 1$, \downarrow $(1分)$

则 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 - \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{\pi}{2} - \arctan x}{\frac{1}{x}} = 1 - \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x'}{(1+x^2)'} = 0 \quad (3分)$

五题得分	
------	--

$f'(x) = -\frac{\pi}{2} + \arctan x + \frac{x}{1+x^2}$, $f'(0) = -\frac{\pi}{2}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$, $(6分)$

$f''(x) = \frac{2}{(1+x^2)^2} > 0 \Rightarrow f'(x)$ 单调增 $\Rightarrow f'(x) < 0 \quad (3分)$

$\Rightarrow f(x)$ 单调减 $\Rightarrow f(x) > 0$. $(10分)$

草稿区