南开大学 2014 级"多元函数微积分(信)"结课统考试卷(A卷) 2015年4月26日

(说明:答案务必写在装订线右侧,写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。)

题号	_	 三	四	五.	六	七	八	卷面 成绩	核分 签名	复核 签名
得分										

一、求曲面 $x^2 + 2y^2 + z^2 = 4$ 上点 (1,1,1) 处的切平面与法线方程.(本题 10 分)

一 题

二、求函数 f(x,y) = x - 2y 在条件 $x^2 + y^2 \le 5$ 下的最大值、最小值(10分)

二题 得分

三、计算下列二重积分: (每小题8分)

(1)
$$\iint_{D} \sin(\frac{x-y}{x+y}) dx dy$$
, 其中 $D \neq x + y = 1, x = 0, y = 0$ 在第一象限所围成的区域;

三题 得分 草稿区

(2)
$$\iint_D \ln(x^2 + y^2 + 1) dx dy$$
, $\sharp \div D : x^2 + y^2 \le 1$

四、计算下列三重积分(每小题8分):

(2)
$$\iiint_{\Omega} (\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^5 dx dy dz, \quad \sharp \div : \quad \Omega : \quad x^2 + y^2 + z^2 \le 2z$$

草稿

四题 得分

五、计算下列曲线积分与曲面积分: (每小题 10 分)

(1) 设 Σ 是三个坐标面和x + y + z = 2 围成的四面体的表面,计算曲面积分 $I = \iint xyzdS$:

五题 得分 草稿区

(2) 求 $\int_L (x^2 + y^2) dx + (x^2 - y^2) dy$, 其中 L 为曲线 y = 1 - |1 - x| 上,从点 O(0,0) 到 A(2,0) 的那一段有向折线。

六、(10分) 求曲线积分 $\oint_{L} \frac{xdy - (y+1)dx}{x^2 + (y+1)^2}$, 其中 L 是以 (0, 0) 为中心,

 $R(R \neq 1)$ 为半径的圆周, 取逆时针方向;

六题 得分

 $I = \iint_{\Sigma} \frac{x dy dz + y dz dx + z dx dy}{(x^2 + 3y^2 + 3z^2)^{3/2}}$

七、(10分) 设 Σ 是单位球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 的外侧, 求曲面积分:

草稿区

八、(8分) 求球面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ 被平面 z = a/4, 与 z = a/2, (a > 0) 所夹部分的面积。

八题 得分