

姓名

学号

专业

任课教师

南开大学 2016 级“多元函数微积分（信）”结课统考试卷（A 卷） 2017 年 4 月 15 日

（说明：答案务必写在装订线右侧，写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	卷面成绩	核分签名	复核签名
得分											

一、求曲面 $x^3 + y^3 + z^3 = 3$ 上点 (1,1,1) 处的切平面与法线方程.(本题 10 分)

一题得分

二、求函数 $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - x$

在区域 $D: x^2 + y^2 \leq 1$ 上的最大值、最小值（10 分）

二题得分

三、计算下列二重积分：（每小题 8 分）

(1) $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$ ，其中 $D: x^2 + y^2 \leq R^2, (R > 0)$;

三题得分

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师

(2) $\iint_D (x^2 + y) dx dy$ ，其中区域 D 是由直线 $y + x = 1, x = 0, y = 0$ 所围成的三角形区域。

四、计算下列三重积分（每小题 8 分）：

(1) $\iiint_{\Omega} (x + y + z)^2 dx dy dz$ ，其中 Ω 为： $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ ；

四题 得分	
----------	--

(2) $\iiint_{\Omega} z dx dy dz$ ，其中 Ω 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ 与抛物面 $x^2 + y^2 = 2z$ 所围成的区域。

草稿区

姓名

学号

院系专业

任课教师

五、计算下列曲线积分与曲面积分：（每小题 10 分）

（1）计算曲线积分： $I = \int_{\Gamma} (x^2 y) dx$,其中 Γ 是抛物线 $y = 1 - x^2$ 上，从点 A(-1,0)到 B(1,0)那一段有向弧；

（2）求 $I = \iint_S f(x, y, z) dS$, 其中 S 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, (a > 0)$,
$$f(x, y, z) = \begin{cases} \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}, & z \geq \sqrt{x^2 + y^2} \\ 0, & z < \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$$

六、（10 分）求曲线积分 $\oint_L \frac{xdy - (y-1)dx}{6x^2 + (y-1)^2}$, 其中 L 是以 (0, 0) 为中心,

$R(R > 0, R \neq 1)$ 为半径的圆周，取逆时针方向；

草稿区

五题 得分	
----------	--

六题 得分	
----------	--

姓名
学号
专业
任课教师



七、(10 分) 设 Σ 是柱面 $x^2 + y^2 = 1$ 及平面 $z = 0, z = 3$ 所围成的闭区域的边界曲面外侧，

求曲面积分：
$$\oiint_{\Sigma} (x - y) dx dy + (y - z) x dy dz$$

七题 得分	
----------	--

草稿区

八、(8 分) 求球面 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ 被平面 $2x + 2y + z = R$ 所截两部分的面积，

($R > 0$)。