一、填空题（本大题共 10 题，每小题 1 分，共 10 分）

静止电荷，变化的磁场。 0 ； $\oint_L \vec{E}_{涡旋} \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$； $\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_o} \sum_{S内} q_i$， 0 。

1、 变化的电场 ，产生磁场的规律相同 。

2、 0 ； 变弱

二、解: 根据牛顿第二定律

$$mg - Av = m\frac{dv}{dt} \qquad \textbf{(4 分)}$$

$$dt = \frac{mdv}{mg - Av}$$

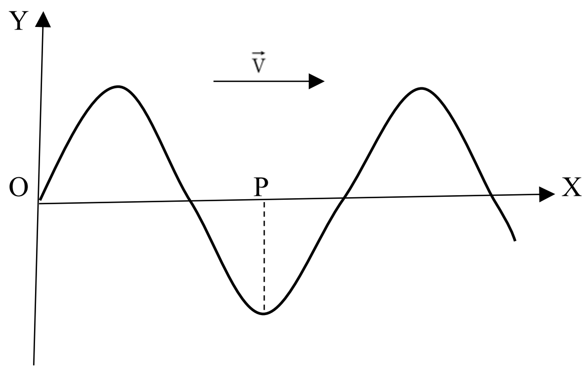
$$t = -\frac{m}{A}\ln(\text{mg} - A\text{v}) + \text{C} \qquad \textbf{（2 分）}$$

当 t=0 时,v=0,所以

$$C = \frac{m}{A}\ln(\text{mg}) \qquad \textbf{（2 分）}$$

$$v = \frac{mg}{A}(1 - \text{e}^{-\frac{A}{m}t}) \qquad \textbf{（2 分）}$$

三、解：1) 设 O 点振动为：



$$y = A\cos(\omega t + \phi)$$

$$\because t = 0时，y = 0$$
$$\therefore 0 = A\cos\phi$$

$$\phi = \pm\frac{\pi}{2}$$

因为Δt 后，y<0，故

$$\varphi = \frac{\pi}{2}$$

【4 分】

2) O 与 P 的相位差为

$$\Delta\varphi = \frac{x_2 - x_1}{\lambda}2\pi = \frac{\frac{3}{4}\lambda}{\lambda}\cdot 2\pi = \frac{3}{2}\pi$$

$$\therefore \varphi_o - \varphi_P = \frac{3}{2}\pi$$

$\varphi_P=\varphi_o-\frac{3}{2}\pi=\frac{\pi}{2}-\frac{3}{2}\pi=-\pi$

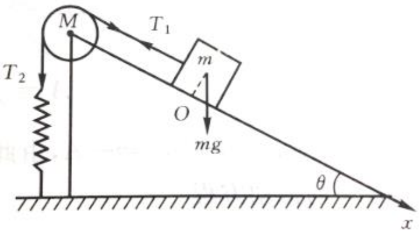
【4 分】

3）

$y=A\cos[\omega(t-\frac{x}{v})+\frac{\pi}{2}]$

【2 分】

四、



解：物体处于平衡位置时,弹簧伸长 l_0 ：

$mg\sin\theta=kl_0$ (1) （1 分）

物体在任一点的运动学方程:

$m\frac{d^2x}{dt^2}=mg\sin\theta-T_1$ (2) （1 分）

对滑轮有: $\frac{1}{2}MR^2\beta=T_1R-T_2R$ (3) （2 分）

$\frac{d^2x}{dt^2}=R\beta$ (4) （1 分）

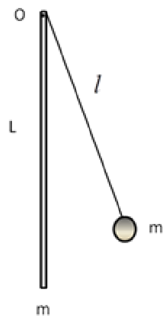
$T_2=k(x+l_0)$ (5) （1 分）

(1)(3)(4)(5)代物(2)求解得:

$\frac{d^2x}{dt^2}=-\frac{k}{\frac{1}{2}M+m}x=-\omega^2x$ 与简谐振动动力学方程形式一致，证明是简谐振动。

振动的角频率为 $\omega=\sqrt{\frac{2k}{M+2m}}$ （可以不明确给出角频率） （4 分）

五、解: 小球从释放到与直杆相碰, 机械能守恒, 完全弹性碰撞:



$\frac{1}{2}\mathrm{mv}^2=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\mathrm{mL}^2\omega^2$ （1） （4 分）

小球与直杆碰撞，角动量守恒

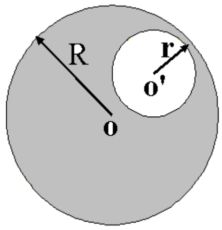
$\mathrm{mv}\,l=\frac{1}{3}\mathrm{mL}^2\omega$ （2） （4 分）

$l=\frac{\sqrt{3}}{3}L$ （2 分）

六、(**10** 分）半径为 R 电荷体密度为ρ的均匀带电球内有一半径为 r 的球形空腔，

求球形空腔内的电场分布，并简单说明其分布规律。

解：该带电体系可看做电荷密度为ρ，半径为 R 的带电大球体和一个电荷密度为-ρ，半径为 r 的带小电球体的叠加。（1 分）



在空腔内任选一点 P，做矢量$\overrightarrow{OP}$、$\overrightarrow{O'P}$和$\overrightarrow{OO'}$。

由高斯定理可得：

大球体在 P 点产生的电场为：$\vec{E}_1$=kQ$\frac{\overrightarrow{OP}}{R^3}=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\overrightarrow{OP}$（3 分）

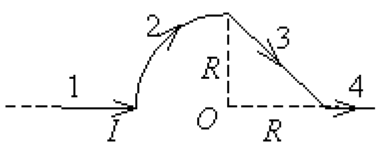
小球体在 P 点产生的电场为：$\vec{E}_2$=-kQ$\frac{\overrightarrow{O'P}}{R^3}=-\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\overrightarrow{O'P}$（3 分）

整个带电体系在 P 点产生的电场为：

$\vec{E}_1+\vec{E}_2=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\overrightarrow{OP}-\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\overrightarrow{O'P}=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}(\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{O'P})=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\overrightarrow{OO'}$（2 分）

由于 P 点实在空腔内任选的，而这一结果与 P 点的位置无关，因此空腔内的电场为均匀电场。　（1 分）

七、解：将导线分成 1、2、3、4 四部份，各部分在 *O* 点产生的磁感强度设为 B_1、B_2、B_3、B_4. 根据叠加原理 *O* 点的磁感强度为：



$$\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_2+\vec{B}_3+\vec{B}_4$$

∵　$\vec{B}_1$、$\vec{B}_4$均为 0，故　$\vec{B}=\vec{B}_2+\vec{B}_3$　（2 分）

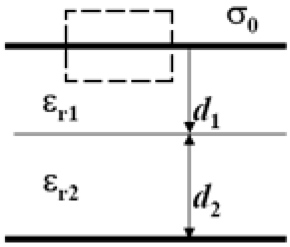
$B_2=\frac{1}{4}(\frac{\mu_0 I}{2R})$　方 向　⊗　（3 分）

$B_3=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\sin\beta_2-\sin\beta_1)=\frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{4\pi R}\sqrt{2}=\mu_0 I/(2\pi R)$ 方向　⊗（3 分）

∴　$B=\frac{\mu_0 I}{8R}+\frac{\mu_0 I}{2\pi R}=\frac{\mu_0 I}{2R}(\frac{1}{4}+\frac{1}{\pi})$　方向　⊗　（2 分）

八、

解：(1)设两电介质中场强分别为E_1和E_2，选如图所示的上下底面面积均为S'的柱面为高斯面，上底面在导体中，下底面在电介质中，侧面的法线与场强垂直，柱面内的自由电荷为



$$\sum Q_0 = \sigma_0 S'$$

根据高斯定理

$$\oiint_{S_1} \vec{D}\cdot d\vec{S} = DS_1 = \sigma_0 S_1$$

所以 $D=\sigma_0$

电介质中的电场强度

$$E_1 = \frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}}$$

$$E_2 = \frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}}$$

两极板的电势差为

$$U=\int \vec{E}\cdot d\vec{l} = E_1 d_1 + E_2 d_2 = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}\left(\frac{d_1}{\varepsilon_{r1}} + \frac{d_2}{\varepsilon_{r2}}\right)$$

电容

$$C = \frac{Q_0}{U} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2}S}{\varepsilon_{r1}d_2 + \varepsilon_{r2}d_1}$$ 4 分)

（2）分界面处第一层（上层）电介质的极化电荷面密度为：

$$\sigma_1' = P_1 = (\varepsilon_{r1}-1)\varepsilon_0 E_1 = \frac{\varepsilon_{r1}-1}{\varepsilon_{r1}}\sigma_0$$

（2 分）

第二层（下层）电介质的极化电荷面密度为：

$$\sigma_2' = -P_2 = -(\varepsilon_{r2}-1)\varepsilon_0 E_2 = -\frac{\varepsilon_{r2}-1}{\varepsilon_{r2}}\sigma_0$$

（2 分）

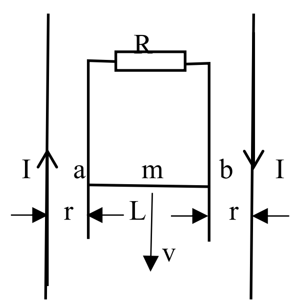
（3）电位移矢量为：

$$D_1 = D_2 = D = \sigma_0$$

（2 分）

九、解：（1）（4 分）取 ab 中点为坐标原点，x 处线元 dx 处的磁场为：

$$B=B_1+B_2=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{r+\frac{L}{2}+x} + \frac{1}{r+\frac{L}{2}-x}\right)$$



Dx 上的动生电动势：

$$d\zeta=\nu B dx=\frac{\mu_0 I\nu}{2\pi}\left(\frac{dx}{r+\frac{L}{2}+x} + \frac{dx}{r+\frac{L}{2}-x}\right)$$

整个金属杆上的电动势为：$\zeta=\int_{-L/2}^{L/2}\mathrm{d}\zeta=\dfrac{\mu_0 I v}{\pi}\ln\dfrac{r+L}{r}$，方向从 a 到 b

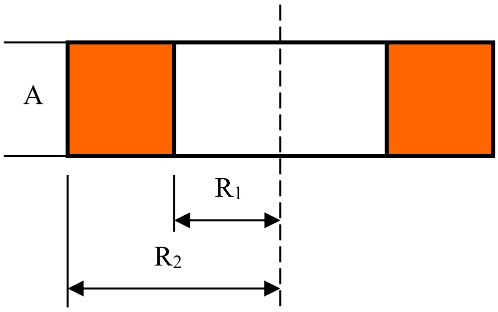
（2）（2 分）$I=\dfrac{\zeta}{R}=\dfrac{\mu_0 I v}{\pi R}\ln\dfrac{r+L}{r}$，方向从 a 到 b

（3）（4 分）x 处线元 dx 受磁场力为：

$$dF=IBdx=\frac{\mu_0{}^2 I^2 v}{2\pi^2 R}\ln\frac{r+L}{r}\cdot\left(\frac{1}{r+\frac{L}{2}+x}+\frac{1}{r+\frac{L}{2}-x}\right)dx$$

$F=\int_{-L/2}^{L/2}dF=\dfrac{\mu_0{}^2 I^2 v}{\pi^2 R}\left(\ln\dfrac{r+L}{r}\right)^2$，方向向上。

十、　　解：(1)选半径为 r 的同心圆为安培环路。



$\oint \vec{H}\bullet d\vec{l}=N$

$H2\pi r=NI$

$H=\dfrac{NI}{2\pi r}$　　　　(4 分)

$B=\mu H=\dfrac{\mu NI}{2\pi r}$

(2)

$dW=\dfrac{1}{2}BHdV=\dfrac{\mu N^2I^2}{8\pi^2r^2}2\pi rAdr=\dfrac{\mu N^2I^2A}{4\pi}\dfrac{dr}{r}$

$W=\int_{R_1}^{R_2}dW=\int_{R_1}^{R_2}\dfrac{\mu N^2I^2A}{4\pi}\dfrac{dr}{r}=\dfrac{\mu N^2I^2A}{4\pi}\int_{R_1}^{R_2}\dfrac{dr}{r}=\dfrac{\mu N^2I^2A}{4\pi}\ln\dfrac{R_2}{R_1}$　　(4 分)

(3)根据自感中的磁能：

$W=\dfrac{1}{2}LI^2$

$L=\dfrac{2W}{I^2}=\dfrac{\mu N^2A}{2\pi}\ln\dfrac{R_2}{R_1}$　　(2 分)