



Auteur : Pierre-Jean BOUVET
(site Brest)

Intervenant TD : Charles
VANWYNSBERGHE

Année 2021-2022

Traitement du signal

TD6 - Filtrage numérique

Exercice 1. *Système discret*

- Pour chaque système défini par une équation aux différences, on vous demande de calculer la réponse impulsionnelle $h[n]$, la fonction de transfert $H(z)$ et de préciser si le système est causal.

(a) $y[n] = 2x[n] + 3x[n - 1]$

(b) $y[n] = \sum_{k=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k x[n - k]$

- Pour chaque système défini par une fonction de transfert, on vous demande de calculer l'équation aux différences et de préciser si le système est causal.

(a)

$$H(z) = \frac{(1 - z^{-1})^2}{1 - \frac{z^{-1}}{2}}$$

(b)

$$H(z) = \frac{(z - 1)^2}{z - \frac{1}{2}}$$

(c)

$$H(z) = \frac{z - \frac{1}{4}}{\left(z - \frac{1}{2}\right)^2}$$

Exercice 2. *Filtre en cascade*

Soit le filtre numérique défini par la fonction transfert ci-dessous :

$$H(z) = \frac{23 + 40z^{-1} + 36z^{-2} + 19z^{-3}}{10 + 9z^{-1} + 8z^{-2} + 3z^{-3}}$$

- Décomposer de filtre en cascade sous la forme :

$$H(z) = H_1(z)H_2(z)$$

où $H_1(z)$ est un filtre du 1er ordre et $H_2(z)$ est un filtre du second ordre.

- Est-ce que le filtre est réalisable ?
- Faire une représentation graphique de la décomposition en utilisant des structures directes

Exercice 3. *Moyenneur mobile*

On considère un filtre linéaire invariant discret causal de type FIR, de signal d'entrée $x[n]$ et de signal de sortie $y(n)$. La réponse impulsionnelle du filtre possède une longueur finie égale à M points.

$$h[n] = \begin{cases} \frac{1}{M} & \text{pour } 0 \leq n \leq M-1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

1. Déterminer l'équation aux différences du filtre. En déduire que le traitement s'apparente bien à un moyenneur mobile. Déterminer la fonction de transfert $H(z)$ du filtre.
2. Il existe un filtre récursif (type IIR) équivalent et de même réponse impulsionnelle. À partir de l'expression de la fonction de transfert, retrouver une équation aux différences de type IIR. Quel est l'intérêt de ce filtre par rapport au précédent ?
3. Exprimez la réponse en fréquence du filtre $H(e^{jw})$.
4. Tracez le module de $H(e^{jw})$ pour $M = 3$