Robotique mobile: Navigation des véhicules autonomes

Localisation et quantification des déplacements à la surface de la terre

Février 2025 – Pr Jean-Philippe BRUNET

Dans ce cours nous allons étudier les principes permettant de:

Savoir ou on est.

Aller ou on doit.

Appliqués aux véhicules autonomes

Qu'est-ce qu'un véhicule autonome

- Un véhicule autonome étant un robot capable de se déplacer sans l'assistance permanente d'un opérateur dans un espace a n(1-3) dimensions
- 1 dimension: ascenseur, train: 1 degré de liberté
- 2 dimensions: voiture, chariot industriel : 2 degrés de liberté+ 1 en orientation
- 3 dimensions: UAV, AUV, drone au sens grand public, rov … : 3 degrés de liberté + 3 en orientation

Véhicule holonome

- Un véhicule est appelé véhicule holonome si son système de propulsion maîtrise la totalité des degrés de liberté de l'espace dans lequel il est plongé
- la plupart des véhicules ne sont pas holonomes et sont holonomes par manœuvre.
- Cela veut dire qu'ils ont moins de degrés de de liberté en propulsion que de degrés de liberté dans l'espace dans lequel ils sont plongés Et qu'ils sont obligés de manœuvrer pour se déplacer ce qui crée un lien entre leurs axes de déplacement.
    - Exemple: Créneau pour faire un déplacement latéral avec une voiture

Systèmes d’unités, repères

- Un véhicule autonome évolue dans un domaine qui nécessite un certain repère , constitué d’une origine et une métrique pour se représenter.
- En mécanique on utilisera toujours le système international (mksA) Pour éviter toute erreur et on ne convertira en unité d’usage Au moment de la présentation à l’utilisateur (IHM)
- En géographie on utilisera des unités naturelles liées au globe terrestre qui sont raccordées au système mksA.
  - Lors de la création du mètre après la Révolution française où il fallait se détacher de toutes les mesures liées au souverain les géographes ont défini le maître comme la dix millionième partie du méridien terrestre

Repère terrestre

- Historiquement le repère terrestre a été défini au départ par l’observation des astres en particulier du soleil et des étoiles.
- Il y a 4000 ans la civilisation babylonienne a commencé à utiliser la base 60 et la base 12 pour leurs calculs. Cette tradition a duré jusqu'à nos jour, C’est à cause de cela
  - que le cercle est divisé en 360°
  - Que 01h00 compte 60 Min
  - Que un jour compte 12 h et une nuit 12 h => Et une journée 24 h

Contexte global contexte local

- **Localement**, nous sommes tous **platistes**. La terre nous apparait plate et les calculs géométriques euclidiens fonctionnent très bien.
- **Globalement** la terre est ronde et tout calcul géométrique rigoureux doit être fait en **géométrie sphérique**
- Sur la sphère, le trajet le plus court d'un point a un autre est appelé géodésique. Les géodésiques sont les grands cercles dont le centre est (presque) au centre de la terre reliant le début et la fin.
- Les autres concepts géométriques sont définis comme dans le plan euclidien, mais avec les grands cercles remplaçant les droites.
- Pour fixer les idées a 10 km de distance l'écart entre les deux géométries est de 4m
  - Il faut avoir une ligne de vue a 8m de hauteur pour avoir un horizon a 10 km.

Quelle erreur commettent les platistes?

- La distance entre deux points à la surface de la terre est la longueur de l’axe du grand cercle passant par ces deux points.
  - C’est le produit du rayon du cercle par l’angle en radians sous tendu par les deux points (Par définition du radian)
  - Rappel un radian égale 180/pi degré.
  - Il y a 60 minutes d'angle dans un degré. On appelle mile nautique la minute d'angle en latitude à la surface de la terre
  - Il y a 60 secondes d'angle dans une minute d'angle
- La distance que l’on calcule dans une hypothèse platistes correspond à un point qui serait à la verticale du point réel et donc a l'hypothénuse d'un triangle rectangle.
- Pour des angles petits elle est plus grande de 1/cos(phi) que l’arc géographique.
- Pour des angles plus grands ça n'a plus de sens

Calculez l'erreur

- Pour savoir si vous pouvez travailler dans un plan et pour programmer les déplacements d'un véhicule autonome sur une zone donnée
- prenez la plus grande dimension de la zone exprimée en miles nautiques c'est-à-dire en minutes d'angle
- Calculez le cosinus de cet angle attention à la conversion entre minutes d'angle et radians 1 mn = pi/(180x60) radians
- Diviser la distance par la fraction Diviser la distance par la fraction obtenue 1/cos(phi)

Distance de l’horizon

- La distance d’un horizon est donnée par $d = \sqrt{h \times (2 \times R + h)}.$
- A Brest R=6378 km ce qui nous donne $d = \sqrt{h \times (12\,756 + h)}.$
- Pour aller plus loin:
  - Quel est l’aplatissement de la terre?
  - En % quelle erreur commet-on sur l’horizon si on le néglige?
  - Exercice:
    - Calculer la distance de l’horizon à Brest pour un marin dont les yeux sont à 1m70 au-dessus du niveau de la mer
    - Calculer l’horizon sur la lune pour un astronaute dont les yeux sont a 1m70 du sol

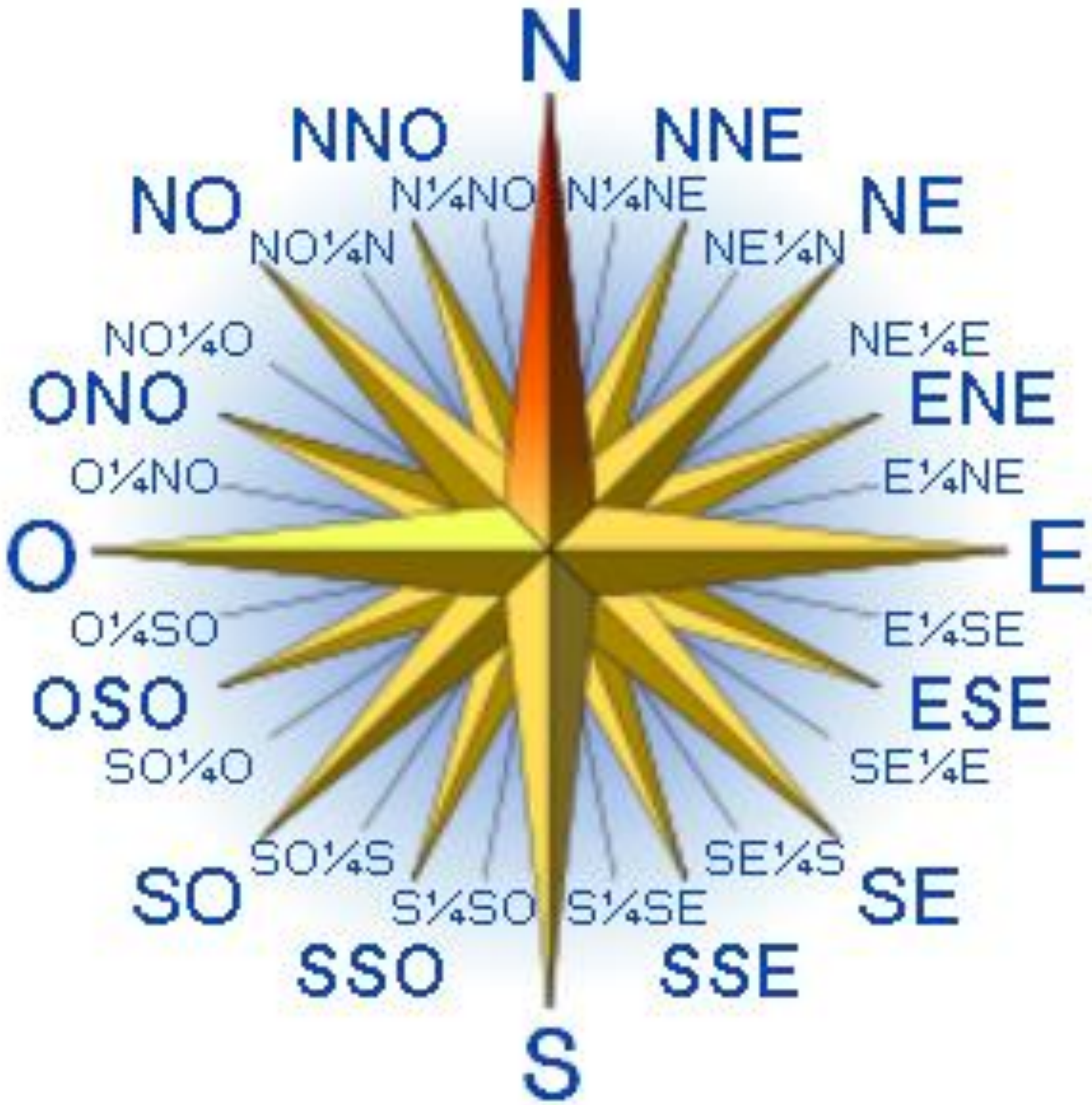
Géométrie sphérique

- Les angles de la géométrie sphérique sont définis entre les grands cercles, ce qui donne naissance à une trigonométrie sphérique, différant de la trigonométrie plane sous bien des aspects. Notamment, la somme des angles d'un triangle, en géométrie sphérique, excède 180° (elle varie de 180 à 540°).
  - C’est cet excès angulaire qui correspond au signe positif de la courbure de l’espace dans cette géométrie.
- La géométrie sphérique été utilisée comme cadre mathématique de la théorie de la relativité générale d'Albert Einstein.
  - On y utilise les géodésiques pour décrire le mouvement des corps dans un espace-temps a 4 dimensions.

Qu’est ce que la navigation

1. Sans aucun document calculette ou ordinateur, comment définiriez vous le terme?
2. Comment le terme est il défini par les grands sites de définition d’internet (wikipedia, larousse, etc…)
3. Faisons un bilan, que remarquons nous?

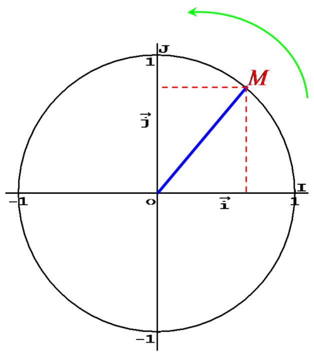
Rose des vents



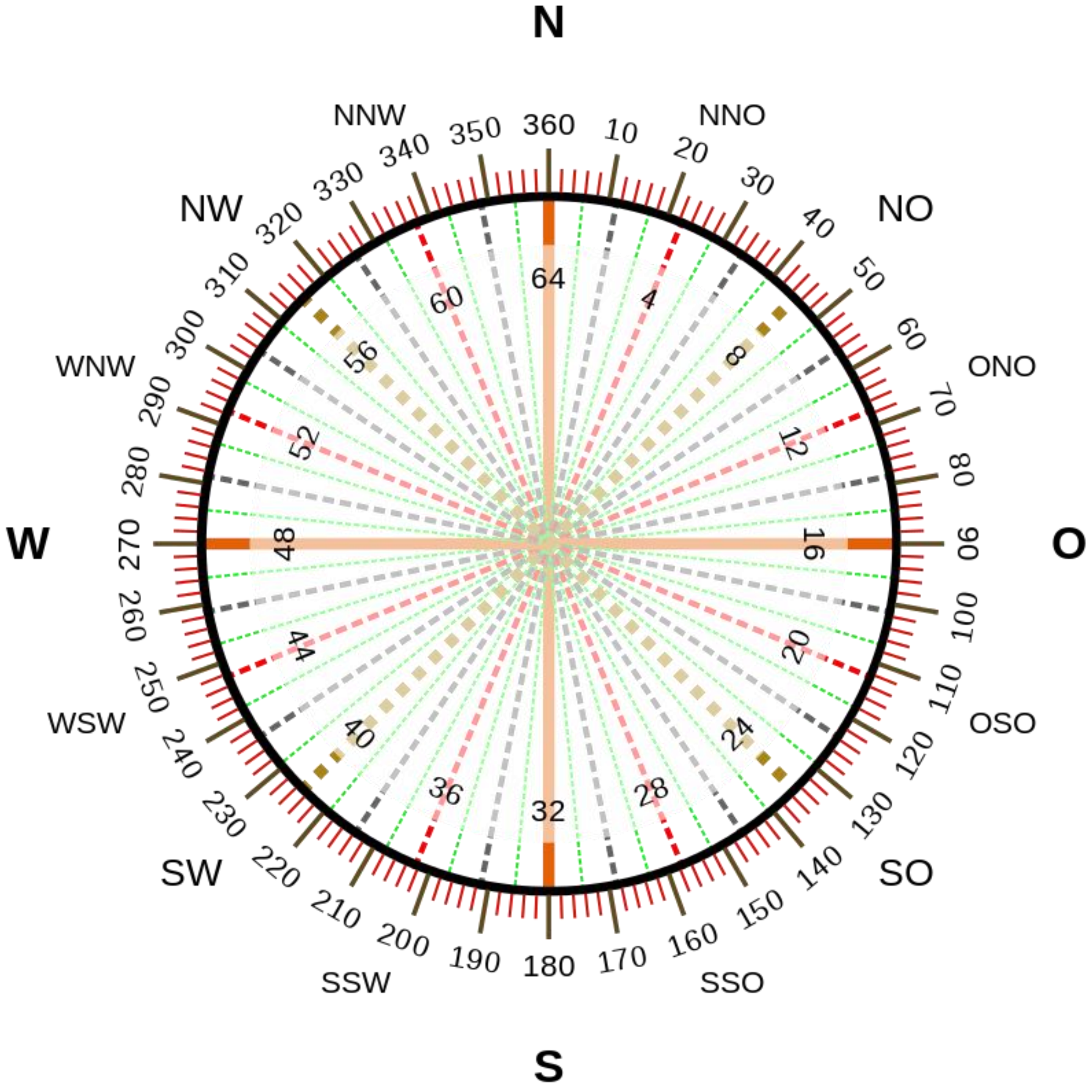
Gamepads

Cercle des caps – (Nato Compas)

W: Western
O: Orient (East dans d'autres compas)

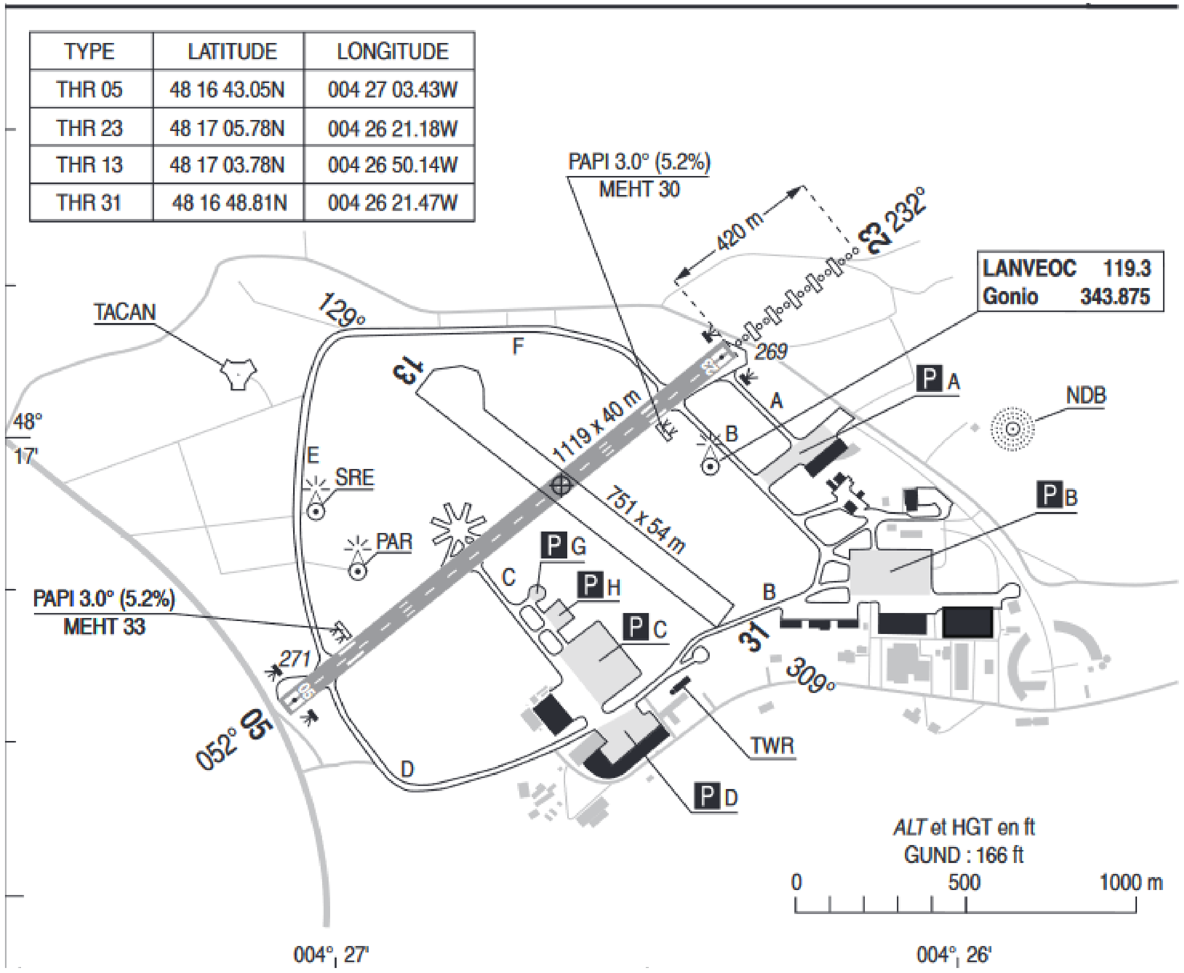


ATTENTION: Sur le compas les angles sont comptés a partir du nord en sens horaire.
Dans les calculs ils sont comptés a partir de l'ouest en sens trigonométrique….

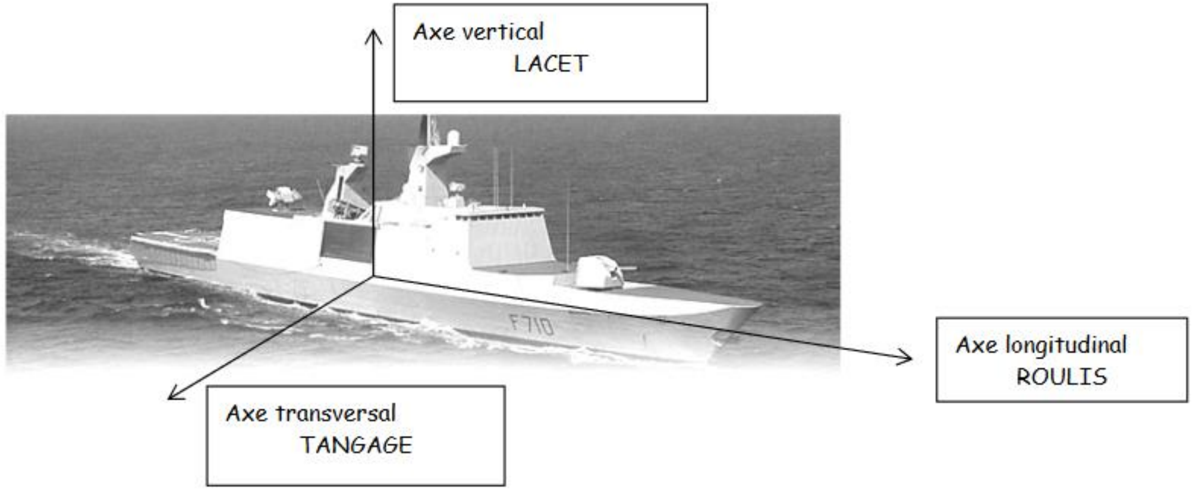


Orientation des pistes d’aéroports

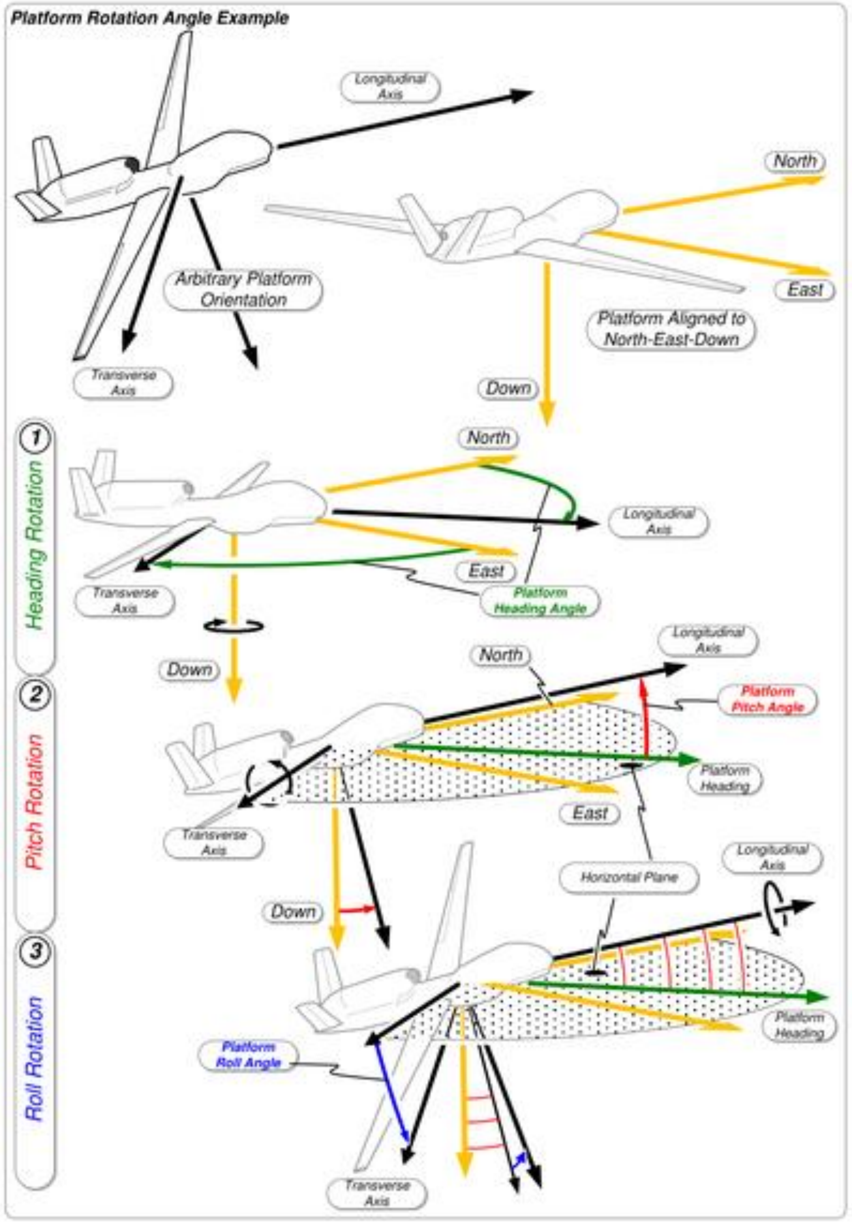
- Dans les aéroports on numérote les pistes en donnant leur orientation par rapport au nord divisée par 10.
- Chaque piste a deux orientations
  - Ici Lanvéoc-Poulmic: 05 et 23
- La différence entre la plus petite avec la plus grande vaut toujours 18. Pourquoi?



Les repères liés aux robots mobiles



Axe des rotations associées aux angles de CARDAN dans le cas d'un navire



Source
https://stringfixer.com/fr/Roll_(flight)

Petite piqure de rappel: unités d’angle

- Le cercle complet = un tour
- Un radian = un angle qui découpe un **arc** de longueur égale au diamètre
- Un tour = 2xΠ radians
- Un tour = 360 °
- 1° = 60’ (lire « minute » [d’angle])
- 1’ = 60 ’’ (lire « seconde)
- On peut aussi utiliser des degrés « décimaux » par exemple
  - 1,5° = 1° 30 minutes
  - 1° 20 minutes => convertir en degrés décimaux

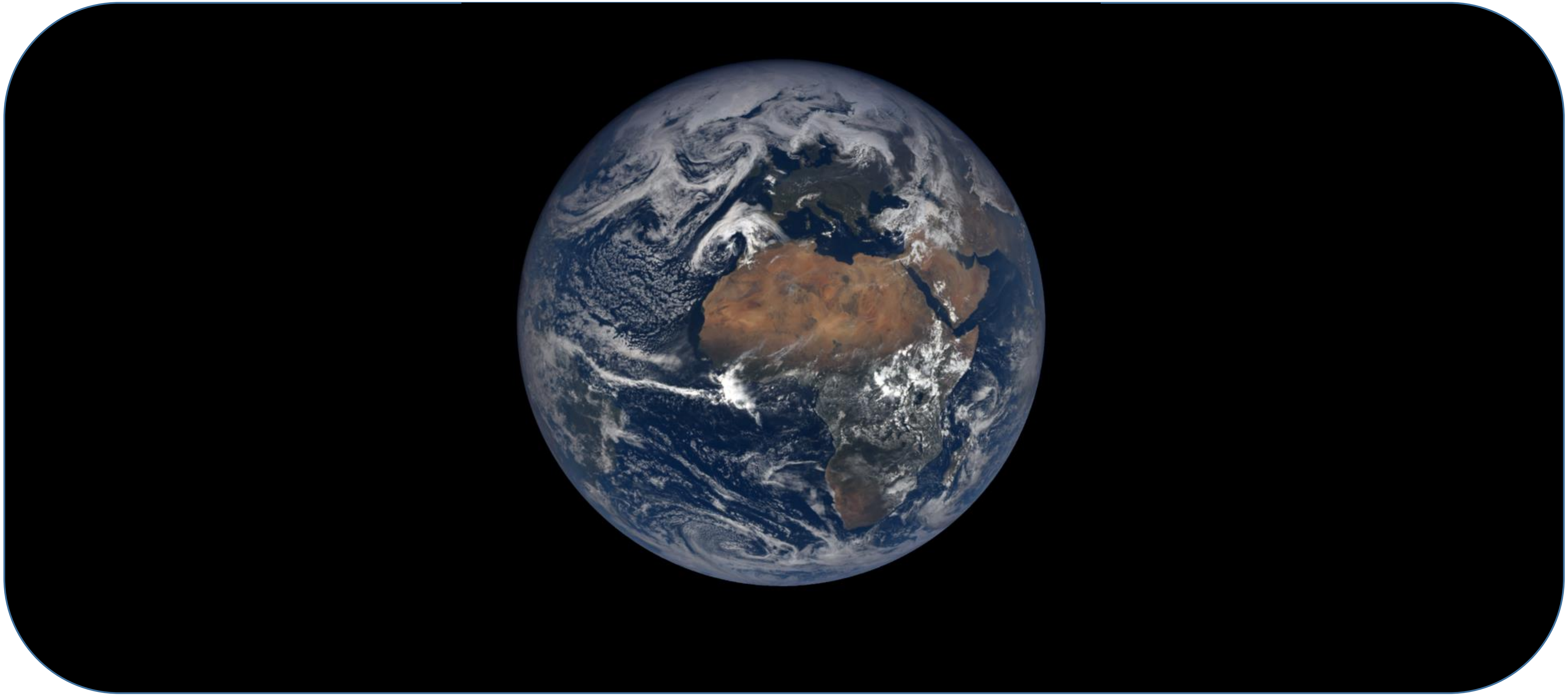
Géodésie et Projections

Modéliser et quantifier la surface terrestre

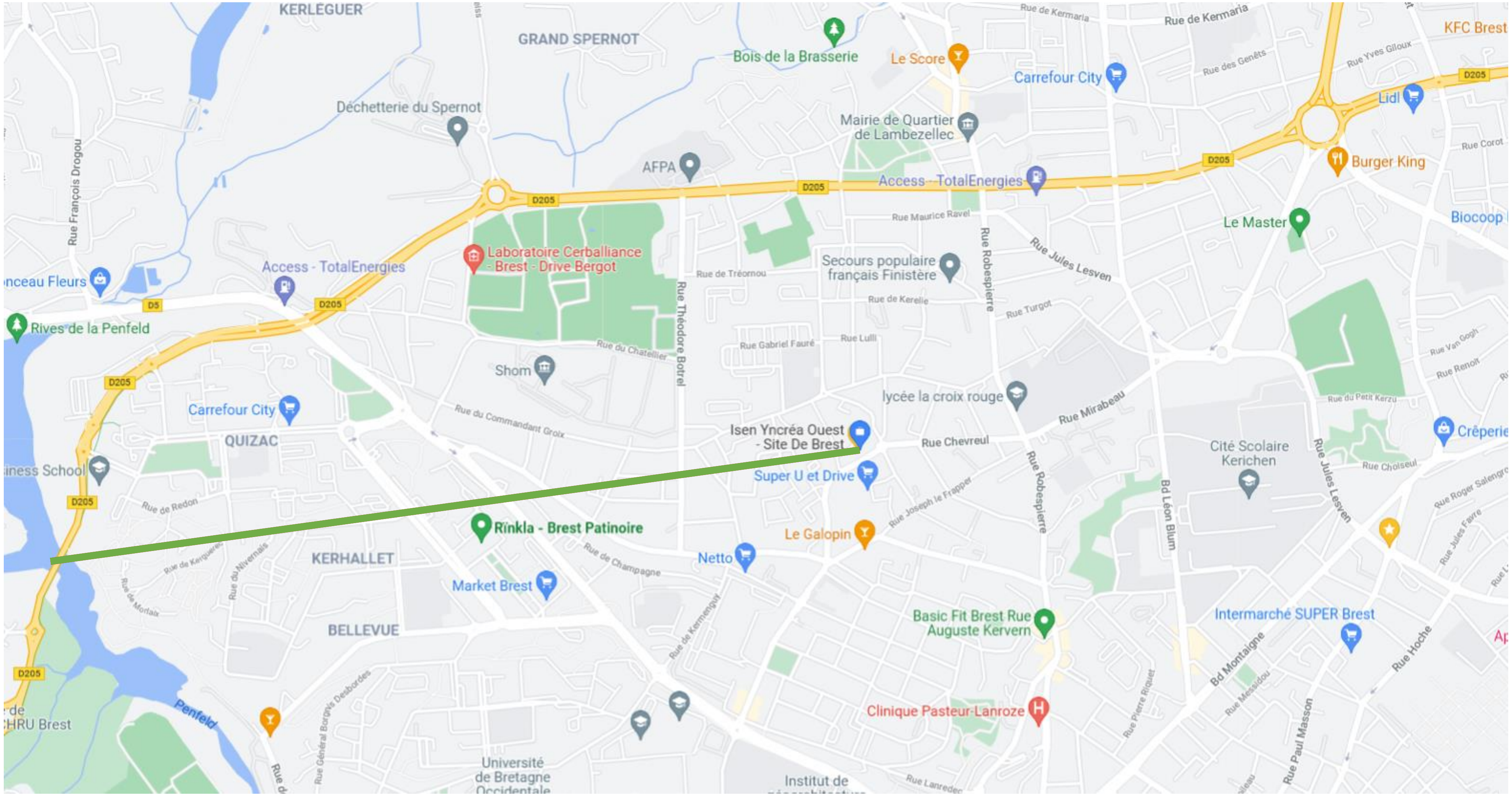
Local versus global

- En informatique on distingue les réseaux locaux (LAN) et les réseaux globaux (WAN)
  - LAN : Local area network
  - WAN : global area network
- Les supports physiques et les techniques utilisées en général ne sont pas les mêmes, mais les protocoles diffèrent peu (scalabilité)
- De même, en navigation on devra distinguer la navigation locale, ou on peut faire un certain nombre d’approximations, et la navigation globale (au long cours) ou il faudra aller au bout des calculs.
- Pourquoi: parce que la terre est ronde!!!

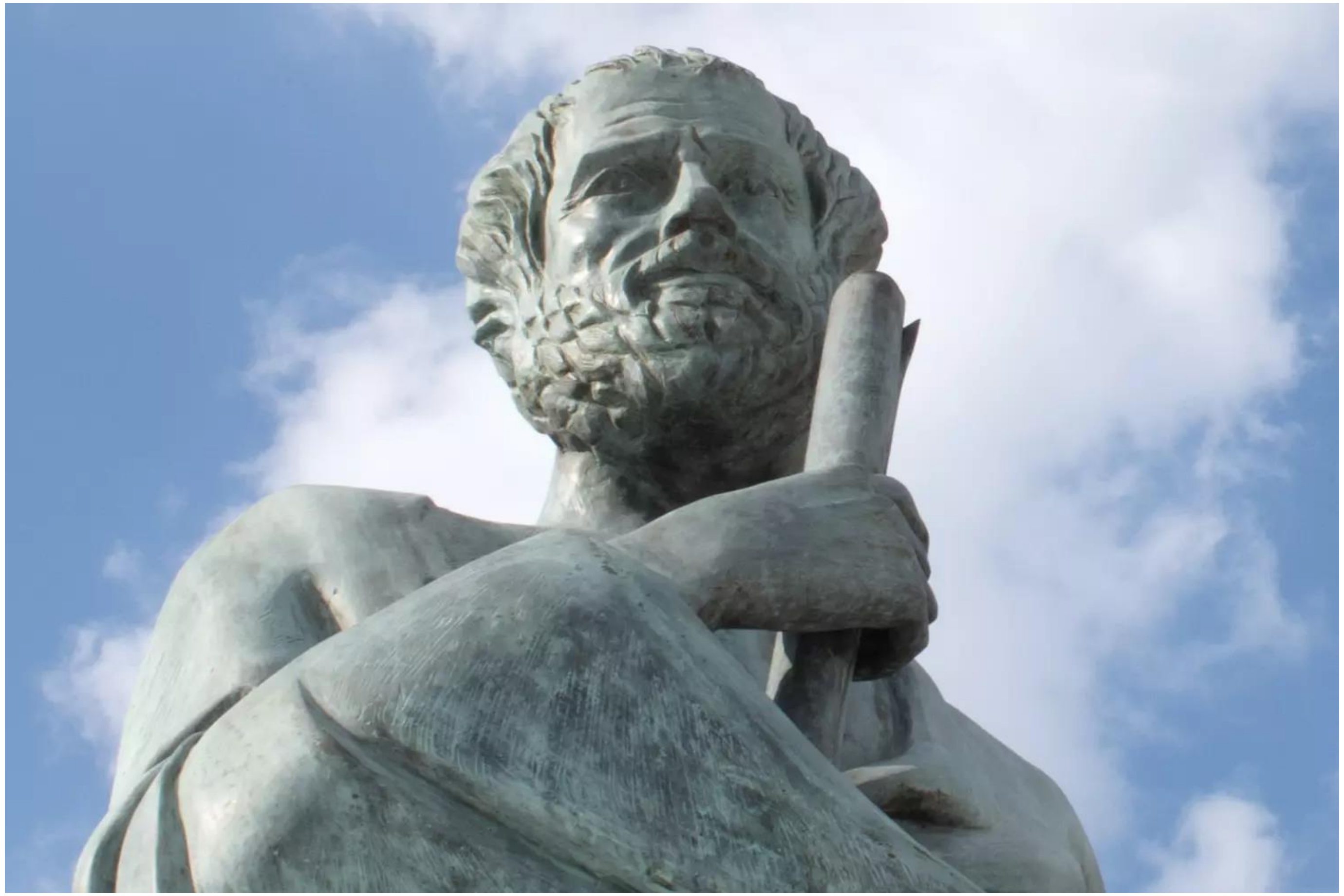
La terre est une sphère légèrement aplatie



Une carte est un plan (environs de l'ISEN)



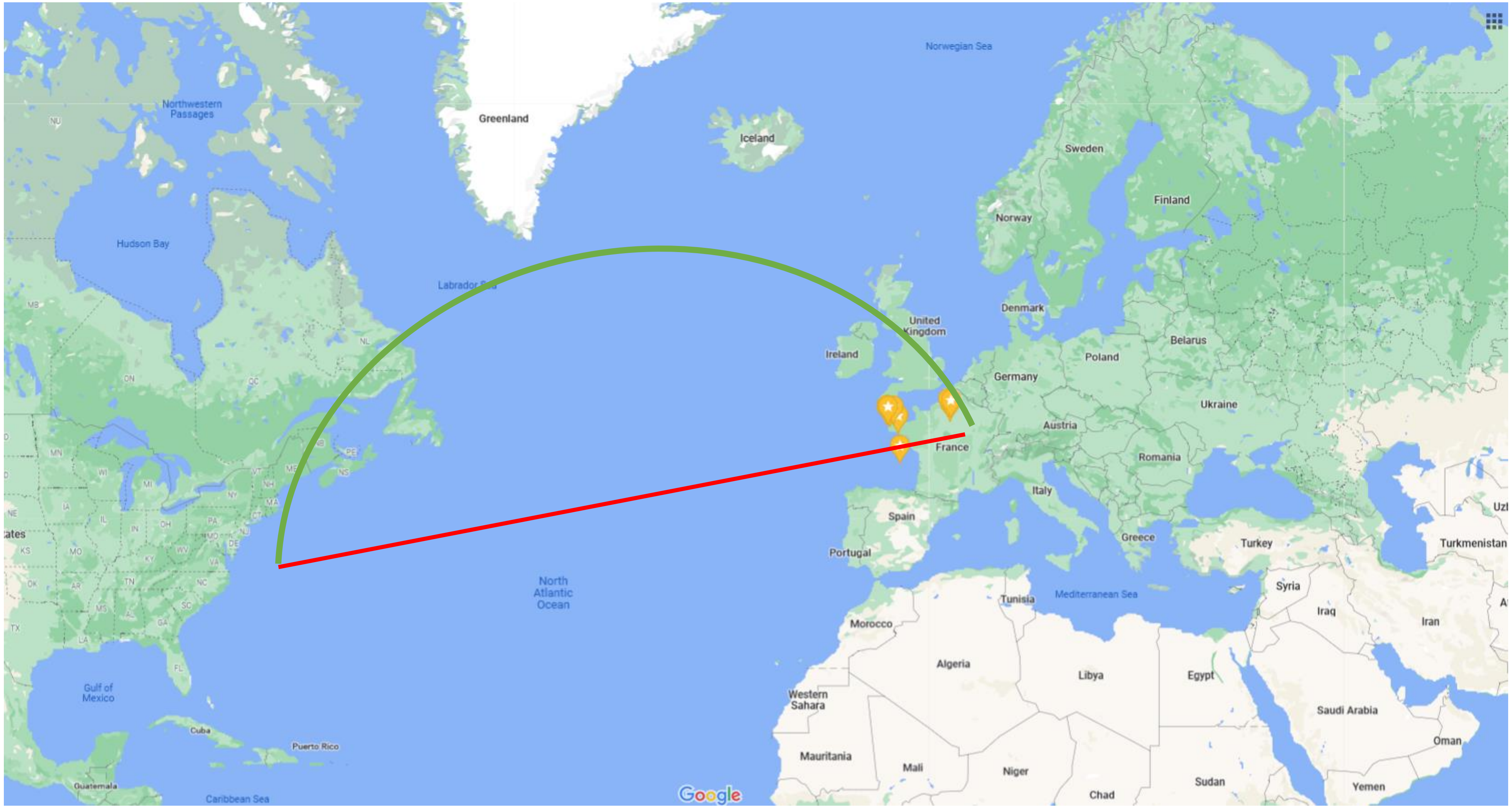
Aristote – La pensée non Aristotélicienne (Ã)



Rade de Brest

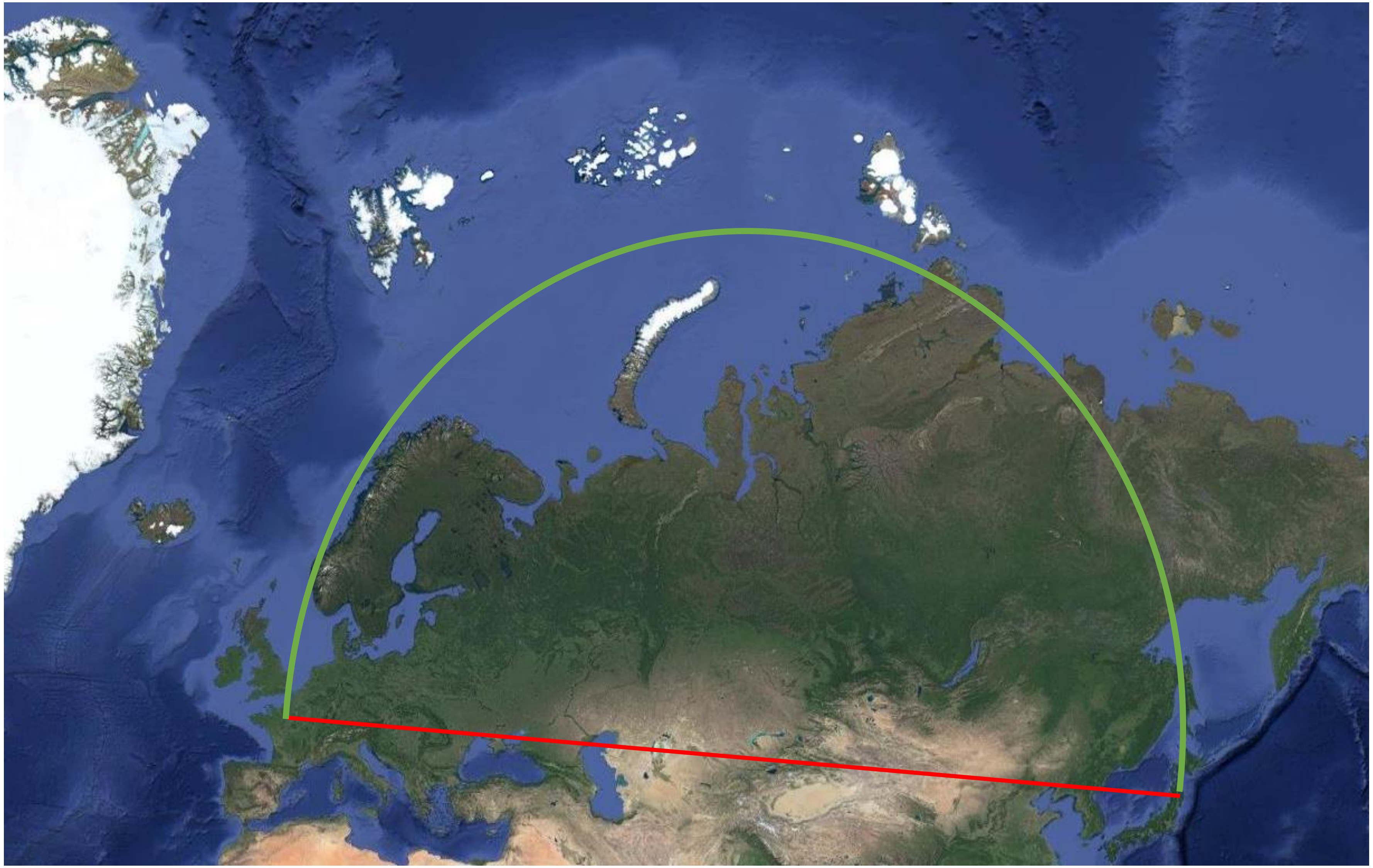
- Erreur de 4m plan/sphère

Atlantique



Erreur de
3000 km
plan/spère

Terre



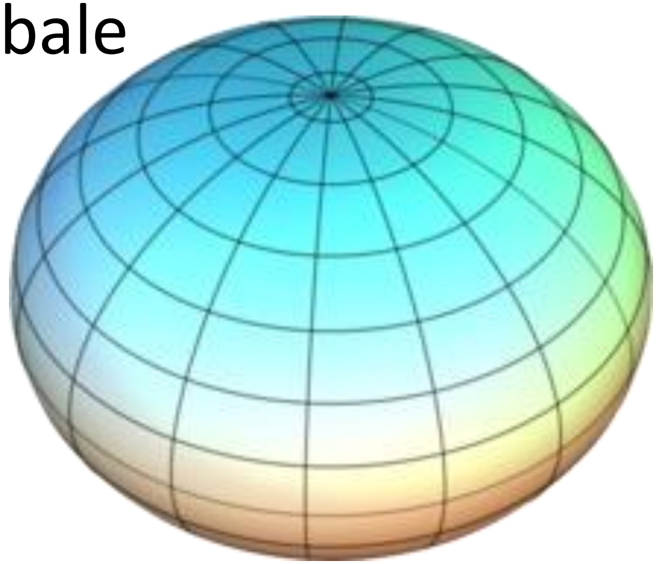
Erreur de
6000 km
plan/spère

Problème: la terre est ronde, et on la représente a plat

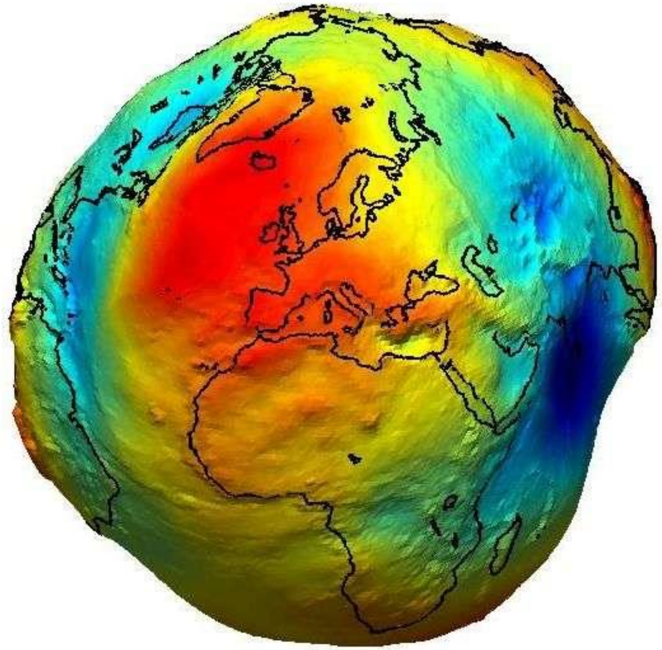
- Pour nos calculs locaux une représentation plate est implicite.
- De ce fait, on visualise sur un papier imprimé, un écran plat une surface sphérique dans un repère 2D.
- On pourrait imaginer un écran gonflable avec un projecteur laser qui s’ajuste a la courbure locale mais le marché serait assez limité
- En général nos écrans seront plats (on trouve des écrans cylindriques)
- La mise a plat de la surface de la sphère terrestre (en fait du géoïde) suppose une PROJECTION c’est-à-dire une mise en correspondance des points de la sphère avec les points du plan

Le géoide terrestre

- C’est un ellipsoide isostatique. On peut calculer sa déformation partir de la vitesse de rotation de la terre en la supposant parfaitement plastique à l’échelle globale



- Dans la réalité, des anomalies de densité créent des déformations visibles en surface [ici exagérées]



Cartes et projections

Les globes sont difficiles à fabriquer et à transporter, et ils ne peuvent pas être agrandis pour montrer les détails d'une zone particulière. En conséquence, les gens ont besoin de cartes.

Latitude et longitude

- La terre étant en gros sphérique on peut la **découper en tranches parallèles à l'équateur**. L'intersection d'une telle tranche avec la surface du globe est un parallèle.
- On repère un parallèle par l'angle du cône qui passe par ce parallèle avec l'équateur. On appelle lattitude cet angle.
- Les parallèles ne sont pas tous égaux en longueur. Le parallèle à 90° est de longueur nulle. L'équateur (0°) fait a peu près 40075 km, le parallèle 60° fait 20088 km de long.
- Hors aplatissement: Longueur = Longueur équateur X **cos(latitude)**

Latitude et longitude

- **Si on découpe la terre en tranches passant par le pôle**, l’intersection de ces tranches avec le globe s’appelle un méridien.
- Les méridiens ont tous la même longueur: 40000 km par définition du mètre. 1 m = 1/10 millionième d’un quart de méridien. (Révolution francaise)
- Il n’y a pas de méridien « naturel » on a choisi par convention internationale le méridien passant par le centre de la coupole de l’observatoire de Greenwitch a l’ouest de londres comme référence.
- En France il passe un peu a l’ouest du Mans. Paris est a 2°20'13,82« de Greenwitch. Relisez « le secret de la licorne » (album de Tintin)
- L’ISEN Brest est à xxx° de ce méridien? (vous avez une minute)

Heure de référence

- L’heure UTC (Universal Time Coordinate), anciennement GMT (Greenwich Meridian Time) est l’heure universelle de référence.
- Unix et la plupart des systèmes informatique utilisent un temps de référence 0 au 1er Janvier 1970 0H GMT
- Window utilise le 1er Janvier 1900
- Le GPS américain utilise le 6 Janvier 1980
- Savoir l’heure c’est connaitre sa longitude. 1s d’erreur c’est 31 m d’écart à l’équateur.
- A retenir: un degré de latitude c’est 111 km environ.

Représentation des données:

- En informatique embarquée pour les calculs de navigation quelle précision est elle nécessaire?
- Un nombre « **float** » simple précision est stocké dans un mot de 32 bits : 1 bit de signe, 8 bits pour l'exposant et 23 pour la mantisse
  - Ramené au périmètre terrestre la précision est de 40000/8 388 608 soit 4m80
  - C’est insuffisant pour une navigation de précision et surtout, lors d’opérations successives l’accumulation d’erreurs augmentera beaucoup. C’est comme cela qu’on va rater le goulet de Brest!
- Un nombre « **double** » c’est 1 bit de signe, 11 bits d’exposant et 52 bits de mantisse
  - Ramené au périmètre terrestre on est à … 8,9 nm nous n’aurons pas de problème

Repère terrestre

A.R Clarke, géodésiste , 1866

Un globe est le moyen le plus précis de représenter la surface courbe de la Terre.

Représentation de la terre

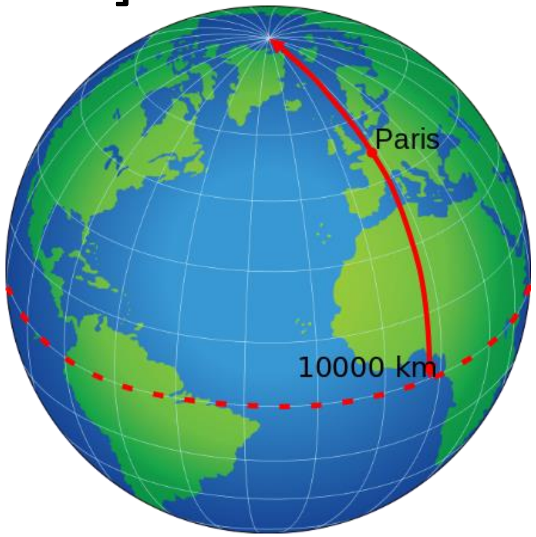
- En utilisant les coordonnées longitude,latitude on se place implicitement dans un repère “Mercator” que nous verrons plus loin.
- Un globe est le moyen le plus précis de représenter la surface courbe de la Terre.
- . Les globes ont généralement un système de coordonnées géographiques et une échelle. La distance la plus courte entre deux points est la longueur de l'arc (portion de cercle) qui les relie.
- Problème mathématique : comment mesureriez-vous la distance entre deux points sur un globe en miles nautiques (1/60$^{\text{ieme}}$ de degré d’arc)?

Erreur de projection

- Si sur une projection je mesure ou je calcule la distance entre deux points, je commets une erreur
- Selon l’échelle à laquelle je travaille, cette erreur est plus ou moins gênante. Elle va se traduire par une erreur de cap qui dépende de la projection que j’utilise et une erreur de distance à l’arrivée.
- Ordre de grandeur de l’erreur.
- La distance entre deux points peut se calculer par une corde qui traverse le globe ou par un arc qui suit la surface du globe.
- On compare ensuite les deux distances pour savoir si l’erreur est acceptable compte tenu de notre objectif applicatif.

Valeurs clefs pour calculer de tête:

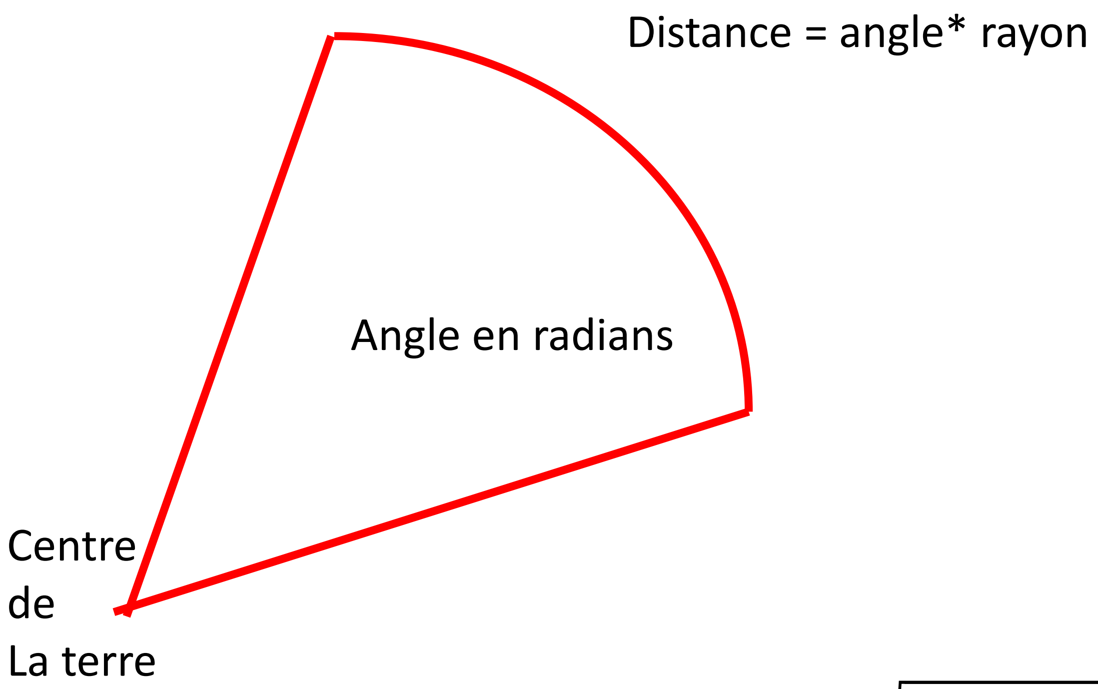
- 1 m = 1/10 000 000 ième d'un quart du méridien de Paris
  - ¼ de méridien est la distance de l'équateur au pôle
  - Par définition pour trouver une mesure universelle à la révolution
- 1 Mn = 1 minute de latitude (Mile Nautique, 1852 m à Brest)
- 1° de latitude $\simeq$ 111 km (111,319 km**)** [très utile pour le GPS]
- 1° de longitude $\simeq$ 1° de latitude x cosinus(latitude)



Ecart de calcul à la surface terrestre

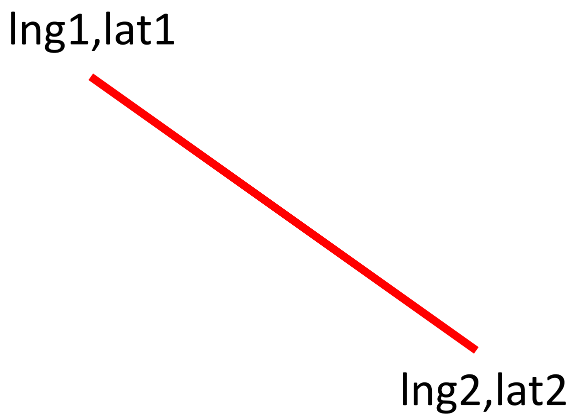
Mesure sur la surface: radians

- Mesure par trigonométrie



Mesure par coordonnées

- Mesure par Pythagore avec le mile nautique



$$\boldsymbol{distance = 60 \times Mn \times \sqrt{(lat1 - lat2)^2 + cos(\frac{lat1 + lat2}{2})^2 \times (lng1 - lng2)^2}}$$

Le rayon de la terre dépend de la latitude (pour tout arranger)

- La terre est un ellipsoïde **isostatique(*)** en rotation
- A l'équateur : 6 378,137 0 km
- Au pôle 6 356,752 3
- Ce qui fait 21,385 km d'écart
- Il faudra compenser en assimilant le rayon a une fonction en cosinus:
  - $R(latitude) = \mathrm{R_{pole}}\mathrm{+cos(latitude)} \times (Requateur - Rpole)$

(*) Qui se comporte comme un liquide en équilibre

Distance entre deux points

- A courte distance (courte, c'est à une précision compatible avec l'échelle de votre application) la distance entre deux points se calcule simplement par projection tangente locale des coordonnées.
- En faisant cela on commet deux erreurs: Une erreur due à l'altitude, qui s'ajoute au rayon terrestre et qui est facile à compenser
- Une erreur due à la variation du rayon terrestre qui est également facile à compenser:
  - $R = R_{pole} + (R_{equateur} - R_{pole}) \times \cos(latitude)$
- Quelle formule proposez-vous?
  - Utiliser une distance de Pythagore en n'oubliant pas que la longueur d'un degré de longitude, change selon la latitude en cos(latitude).

Exercices

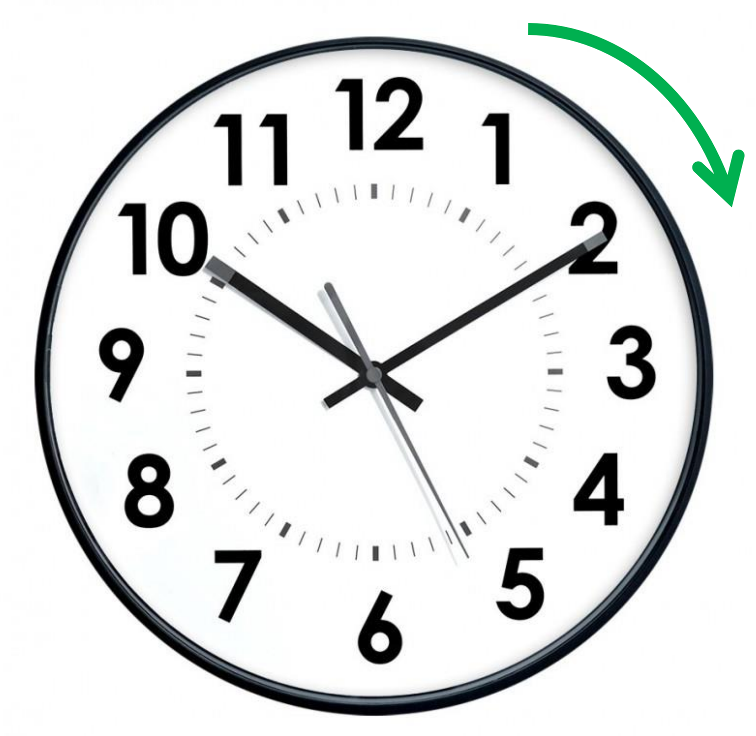
- Calculer le rayon terrestre « R » là ou vous êtes
  - RAPPEL1: Les latitudes sont en degrés, les fonctions sont en général en radians
  - RAPPEL2: Au premier ordre un sinus d'un angle en radians est assimilable a sa valeur si l'angle est petit
- Calculer la distance entre deux points situés à 10 km, 100 puis 1000 km l'un de l'autre sur un axe est-ouest en prenant la vraie valeur de R puis en appliquant aux mêmes points la valeur de R a l'équateur.
- Calculer l'écart de distance entre les deux piliers du pont de recouvrance à leur sommet par rapport à leur base sachant que leur base est écartée de 140 m et que leur hauteur par rapport au niveau de la mer est de 70 m.
- Calculer l'angle des murs ouest et est de l'ISEN par rapport à la verticale sachant que le bâtiment est un parallélépipède géométrique(dimensions de la dalle de toit égales à la dimension de la dalle de base). La hauteur du bâtiment est de 25 m, sa largeur est de 100 m

Vocabulaire de la navigation

Encore un petit rappel

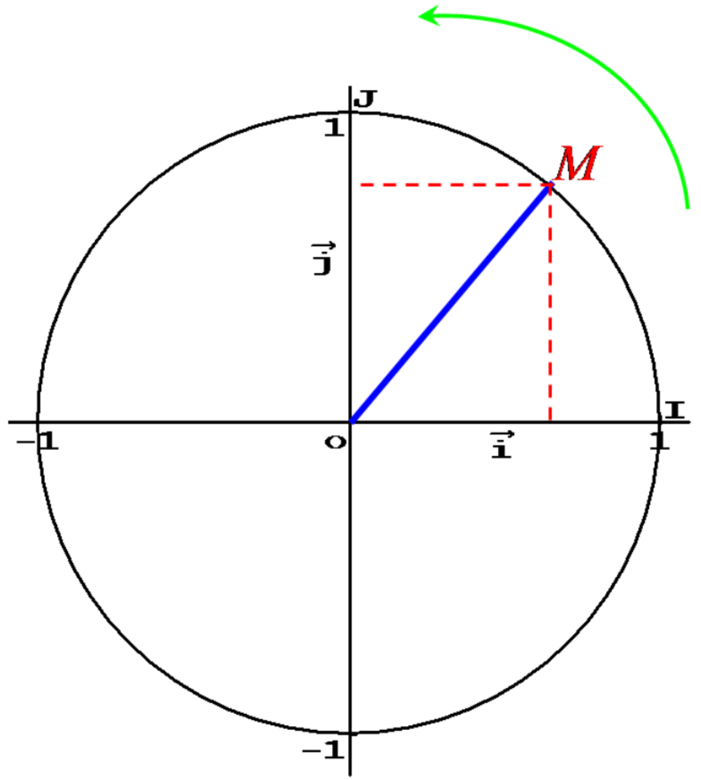
Sens horaire

In english : clockwise (cw)

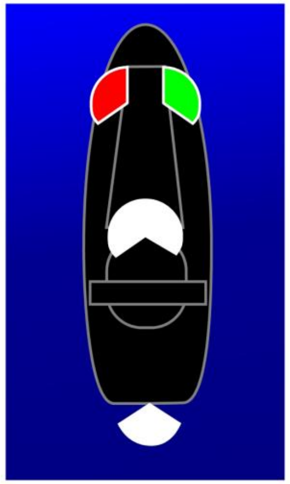


Sens trigonométrique (antihoraire)

In english: counterclockwise (ccw)



Babord, Tribord



Babord

- A gauche en regardant vers l’avant du bateau.
- En venant de la mer :
  - Couleur rouge
  - Forme Cylindrique

Tribord

- A droite en regardant vers l’avant du bateau.
- En venant de la mer :
  - Couleur verte
  - Forme Conique

Moyens Mnémotechniques

- Rouge = couleur de la gauche
- « tricocyba » = TRIbord COne CYlindre BAbord

Exemple

- Peut-on voir deux feux en même temps?
- Vous regardez un avion en l'air et vous distinguez un feu rouge
  - Est ce qu'il s'éloigne de vous?
  - Est-ce qu'il va passer au dessus de vous?
- Que fait l'avion?
  - Le feu vert devient blanc ?
  - Le feu reste rouge et ne change pas ?
  - Je vois deux feux rouges et verts puis un feu blanc

Le cap – La route

- **Le cap est la notion la plus fondamentale en navigation**
- Le cap est l'angle que fait l'axe du mobile avec le méridien.
  - Attention le cap est exprimé en degrés dans le sens horaire
  - Dans les calculs on utilise le cap géographique
  - Si on n'a pas de compas gyroscopique pour naviguer on corrige de la déclinaison et on navigue au compas magnétique
- La route est l'angle de la trajectoire suivie par le mobile sur la surface de la terre par rapport au méridien courant
  - La route diverge du cap a cause de la dérive (courant, vent)

Repérer un amer ou un « objectif »

- Azimuth: C’est l’angle entre notre nord et la direction du point que l’on cherche a repérer.
- Gisement: C’est l’angle entre notre cap (angle entre l’axe de notre mobile et le nord) et la direction du point que l’on cherche a repérer.
    - Gisement = azimut – cap (modulo 360)
- Interception: c’est la route sous laquelle nous devons évoluer pour que compte tenu de notre vitesse et de celle de l’objectif nos trajectoires se croisent en un point que nous atteindrons simultanément.
- Angle de barre: dans un navire à propulseur orientable ou à gouvernail c’est l’angle qu’on donne à la gouverne pour effectuer un virage: « barre a 30 », « barre a babord ».
    - Ne pas confondre avec un ordre de cap: « cap au 270 »

Calcul d’asservissement de route

- Prérequis
  - S’assurer que la vitesse d’échantillonnage du compas est compatible avec l’application visée ➔ Théorème d’échantillonnage
  - Comprendre notre référence de cap (inertielle, magnétique, GPS, Amer,..) et les corrections associées
  - Plage de linéarité acceptable de l’asservissement
    - Notion de « capture »
- Calculer l’écart entre le cap mesuré et le cap réel
  - On doit passer de valeurs réelle positives modulo 360 à une différence algébrique exploitable pour un asservissement
- Les réactions du mobile a une correction peuvent être complexes et dépendre des conditions extérieures.
  - Les IA entrainées adéquatement commencent a être introduites dans ce domaine.

Programmation dans un contexte géographique

Systèmes d’information géographique (GIS)

Quelques outils pour la programmation géographique

- Base de données géographiques : postgis
- Bibliothèques de calcul géographique. Exemple en javascript:
  - Cartographie: leaflet
  - Calculs géographiques : turf
- EN C++
  - **GeographicLib** (Issue de Geotrans en Fortran)
- Bibliothèques de routage
  - OSRM (Open Source Routing Machine (C++, Multi level Dijkstra)
  - https://github.com/Project-OSRM/osrm-backend/blob/master/example/example.cpp

GeographicLib: la référence

- Implementations in other languages: C (geodesic routines): documentation, also included with recent versions of PROJ and the R package, geosphere;
- Fortran (geodesic routines): documentation;
- Java (geodesic routines): Maven Central package, documentation;
- JavaScript (geodesic routines): npm package, documentation;
- Python (geodesic routines): PyPI package, documentation;
- Matlab/Octave (geodesic and some other routines): Matlab Central package, documentation;
- Mathematica (not part of GeographicLib): mathematica-geodesic by Kei Misawa;
- R (not part of GeographicLib): geosphere by Robert J. Hijmans, documentation;
- Rust (not part of GeographicLib): geographiclib-rs by Michael Kirk;
- Cython (interface to GeographicLib): geographiclib-cython-bindings by Sergey Serebryakov;
- JavaScript (interface to GeographicLib): opensphere-asm by William Wall.