Auteur : Pierre-Jean BOUVET
(site Brest)

Intervenant TD : Charles VANWYNSBERGHE

Année 2021-2022

Traitement du signal
TD4 - Numérisation

Exercice 1. *Echantillonnage et précision fréquentielle*

On veut calculer le spectre d'un signal dont la fréquence maximale vaut $1,25$ kHz. Sachant que l'on désire une précision fréquentielle inférieure à 5 Hz,

1. Donner la fréquence d'échantillonnage f_e minimale.
2. Quel est le nombre N de point à considérer ?
3. Quelle est la durée T minimale d'observation du signal ?
4. Sachant que l'on utilisera un algorithme de FFT, donner le nombre de points à considérer.

Exercice 2. *Sous-échantillonnage et démodulation*

Soit le signal analogique $x(t)$ dont le spectre $X(f)$ est représenté ci-dessous : On dit que le

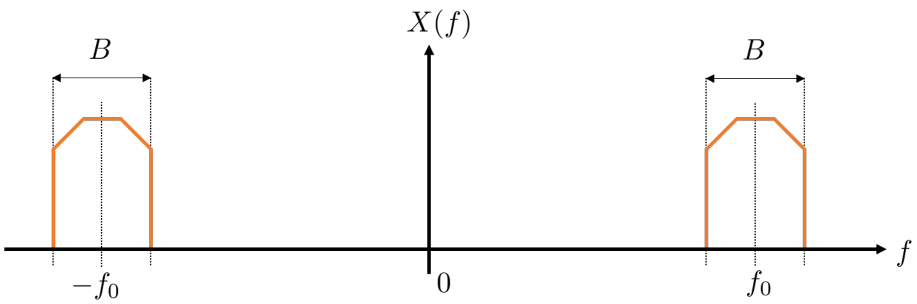

FIGURE 1 – spectre $X(f)$

signal $x(t)$ est de type passe-bande centré autour de la fréquence f_0, on parle de signal modulé. L'opération de démodulation consiste à centrer la bande utile du signal autour de 0 Hz afin d'obtenir le signal $x_b(t)$ dont le spectre $X_b(f)$ est représenté ci-dessous :

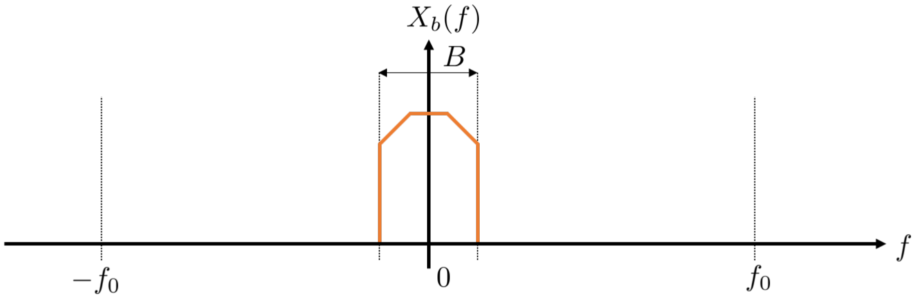

FIGURE 2 – spectre $X_b(f)$

1. Quelle contrainte doit-on imposer à f_e pour numériser le signal $x(t)$?
2. On choisit, consciemment, une fréquence f_e inférieure à la fréquence minimum de Shannon. Dans le cas où $f_e = f_0/2$, on vous demande de représenter le spectre échantillonné $X_e(f)$.
3. On suppose à présent une fréquence d'échantillonnage $f_e = 3f_0/4$. On vous demande de représenter le spectre échantillonné $X_e(f)$.
4. En déduire quelles contraintes il faut imposer à f_e afin de démoduler le signal $x(t)$.
5. Avec $f_0 = 20$ kHz et $B = 3$ kHz, quelle fréquence d'échantillonnage minimum doit-on choisir pour démoduler $x(t)$?

Exercice 3. *Échantillonnage et repliement de spectre*

On définit le signal $x(t)$ de la façon suivante :

$$x(t) = 2\sin(12\pi t) + 3\cos(25\pi t) - \sin(30\pi t)$$

1. Pour quelles valeurs de la fréquence d'échantillonnage f évite t-on un repliement de spectre ?
2. Supposons que l'on filtre le signal $x(t)$ avec un filtre d'antialiasing idéal de fréquence 14 Hz puis qu'on l'échantillonne à la fréquence $f_e = 28$ Hz. Quel est le signal $x[n]$? Que vaut le signal $y(t)$ reconstruit à partir du signal $x[n]$ en utilisant un interpolateur idéal ?
3. Supposons que l'on échantillonne $x(t)$ à la fréquence $f_e = 28$ Hz mais cette fois sans filtre anti-aliasing. Que valent à présent les signaux $x[n]$ et $y(t)$