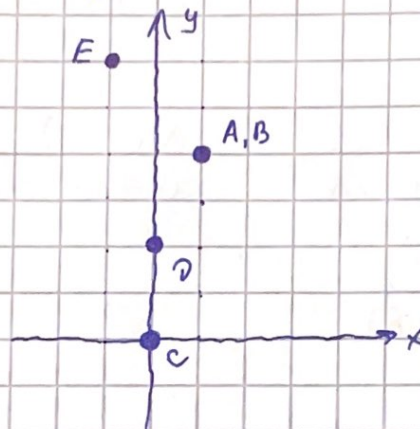Домашнее задание 2
по курсу „Машинное обучение"
Бигилов Евгений
331903_1

Задание 3(1)
Дана обуч. выборка, нужно изобразить её точки

X	y		
1	4	=	A
1	4	=	B
0	0	=	C
0	2	=	D
-1	6	=	E

На этом всё "

Задание 4□
] x — приготовление первого шага
y — приготовление второго шага

По определению:

$$TPR = \frac{TP}{TP + FN} \qquad PPV = \frac{TP}{TP + FP}$$

$$TNR = \frac{FP}{FP + TN}, \qquad NPV = \frac{TN}{TN + FN},$$

где:
  TP — True Positive
  FN — False Negative
  FP — False Positive
  TN — True Negative

$$X + y = TP + TN + FP + FN$$

$$\left.\begin{array}{l} TP + FN = X \\ FP + TN = y \end{array}\right\} \Rightarrow \quad TPR = \frac{TP}{X} \quad , \quad TNR = \frac{TN}{y}$$

- $TP = X(TPR)$, $TN = y(TNR)$

$$PPV = \frac{X(TPR)}{X(TPR) + FP} \quad , \quad FP = y - TN$$

$$PPV = \frac{X(TPR)}{X(TPR) + y - TN} = \frac{X(TPR)}{X(TRP) + y - y(TNR)} =$$

$$= \frac{X(TPR)}{X(TPR) + y(1 - TNR)}$$

~~$TN = y(TNR)$~~

$$NPV = \frac{y(TNR)}{y(TNR) + FN} \quad , \quad FN = X - TP$$

$$NPV = \frac{y(TNR)}{y(TNR) + X - X(TPR)} = \frac{y(TNR)}{y(TNR) + X(1 - TPR)}$$

В итоге получаем, что зная X и y и например TNR и TPR мы можем найти другие NPV и PPV.

Аналогичные док-во можно привести для других 5 случаев, но это будет достаточно трудоемко, поэтому добавим только один дополнительный случай

- $TP = X(TPR)$, $NPV = \frac{TN}{TN + FN} \Rightarrow (TN + FN)(NPV) = TN$

$$PPV = \frac{TP}{TP + FP} = \frac{X(TPR)}{X(TPR) + FP} = \frac{X(TPR)}{X(TPR) + y - TN} =$$

$$\frac{x(TPR)}{x(TPR) + y - (x - x \cdot TPR)(NPV)}$$

$$TN(NPV) + FN(NPV) = FN$$

$$TN = \frac{FN(NPV)}{1 - NPV} = \frac{(x - TP)(NPV)}{1 - NPV} = \frac{x(1 - TPR)(NPV)}{1 - NPV}$$

$$PPV = \frac{x(TPR)}{x(TPR) + y - \dfrac{x(1 - TPR)(NPV)}{1 - NPV}} \qquad \text{— трудно решать :(}$$

$$TNR = \frac{PP}{PP + TN} = \frac{FP}{y} = \frac{y - TN}{y} =$$

$$= 1 - \frac{x(1 - TPR)(NPV)}{(1 - NPV)\,y}$$

В итоге получаем то же самое наблюдение

Задание 41

① x — объекты первого типа
y — объекты второго типа

$\quad TP + FN = x$
$\quad PP + TN = y$

$$PPV = TPR \Rightarrow \frac{TP}{TP + FP} = \frac{TP}{TP + FN} \Rightarrow FP = FN$$

$$TNR \overset{?}{=} NPV$$

Пусть оштрафован, тогда

$$\frac{PP}{PP + TN} \neq \frac{TN}{TN + FN} \Rightarrow \frac{y - TN}{y} \neq \frac{TN}{TN + PP} \Rightarrow$$

$$\frac{y - TN}{y} = \frac{TN}{y} \Rightarrow 1 - \frac{TN}{y} = \frac{TN}{y} \Rightarrow$$

при условии что $TN/y = 1/2$ тождество будет верно,

но в общем случае это не так =>

=> TNR и NPV - не будут одинаковы

② TNR = NPV => $\dfrac{FP}{\underbrace{FP+TN}_{y}}$ = $\dfrac{TN}{TN+FN}$ => ...

PPV $\overset{?}{=}$ TPR

Пусть они равны

$$\frac{TP}{TP+FP} = \frac{TP}{TP+FN} \Rightarrow FP = FN$$

$$\frac{FP}{FP+TN} = \frac{TN}{TN+FN} \overset{u}{\Rightarrow} \frac{FN}{FN+TN} = \frac{TN}{FN+TN} \Rightarrow$$

=> Совпадают при FN = TN, а в общем смысле
это может быть неверно => PPV ≠ TPR

③ ROC - кривая - функция зависимости TPR и FPR

Precision - Recall - кривая зависит от $\dfrac{TP}{TP+FP}$ и $\dfrac{TP}{TP+FN}$

$TPR = \dfrac{TP}{TP+FN}$ - после совпадения с, ↗

значит TP ⊕ FN определяются однозначно и из
$y = TP + FP$ => что FP - определяется однозначно

$\boxed{FPR = \dfrac{FP}{FP+TN}}$, и FPR совпадет с Precision =>

= ROC - кривая совпадёт с Prec.- Pecall - кривой

Наоборот принимаются те же рассуждения и
док-ся симметрично

Задачи 42.

i	y^i	$g(x^i)$
1	0	0,75
2	0	0,15
3	0	0,11
4	0	0,23
5	0	0,09
6	1	0,10
7	1	0,66
8	1	0,82
9	1	0,50

$$FPR = \frac{FP}{FP + TN}$$

$$FNR = \frac{FN}{FN + TP}$$

$$TNR = \frac{TN}{TN + FP}$$

$$TPR = \frac{TP}{TP + FN}$$

$$PPV = \frac{TP}{TP + FP}$$

Матрица ошибок	1	0
1	3 (TP)	1 (FP)
0	(FN)	4 (TN)

$$FPR = \frac{1}{5}, \quad FNR = \frac{1}{4}, \quad TNR = \frac{4}{5}, \quad TPR = \frac{3}{4}, \quad PPV = \frac{3}{4}$$

$$accuracy = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN} = \frac{7}{9}$$

$$error = \frac{FP + FN}{TP + TN + FP + FN} = \frac{2}{9}$$

$$F1 = 2 \cdot \frac{recall \cdot precision}{recall + precision} = 2 \cdot \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{6}{4}} = 2 \cdot \frac{\frac{9}{8}}{\frac{6 \cdot 4}{3}} = \frac{3}{4}$$

$$AUC = \frac{7}{10}$$