

Probabilidad y Estadística II Clase 1

2020-19

Problema 1: Intervalos de Confianza

Suponga que se tiene una muestra aleatoria de tamaño $n = 41$, proveniente de una población con distribución $N(\mu = 2\theta + 1, \sigma^2 \rightarrow \text{desconocido})$. Deduzca la expresión para un intervalo de confianza del 95% para el parámetro θ

Rta: $\left[\frac{\bar{X} - t_{1-\alpha/2} * S / \sqrt{n+1}}{2}, \frac{\bar{X} + t_{1-\alpha/2} * S / \sqrt{n+1}}{2} \right]$

Problema 2: EMC

Sea Y_1, Y_2, \dots, Y_n una muestra de tamaño n con $E(Y_i) = \mu \forall i \in \{1, \dots, n\}$; $Var(Y_i) = \sigma^2 \forall i \in \{1, \dots, n\}$ y $Cov(Y_i, Y_j) = \sigma^2/2 \forall i \neq j$. Calcule el error cuadrático medio de \bar{Y}

Rta: $\sigma^2/n + \sigma^2/2 - \sigma^2/2n$

Problema 3: Estimadores

Se tiene una muestra de tamaño n de una variable aleatoria con la siguiente función de densidad de probabilidad

Como beta es un parámetro desconocido se sugieren los siguientes estimadores:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\bar{X}}{2}$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{3\bar{X}}{4}$$

$$\hat{\beta}_3 = \frac{X_1 + X_2}{2}$$

Teniendo en cuenta que:

$$E(X) = \beta$$

$$Var(X) = 2\beta^2$$

- ¿Cuál/es de los estimadores presentados es/son sesgados? Rta: $\hat{\beta}_2$
- Ordene los estimadores de mayor a menor, de acuerdo a la varianza de cada uno. Rta: $\hat{\beta}_2 - \hat{\beta}_3 - \hat{\beta}_1$
- ¿Cuál de los estimadores recomendaría, basado en el error cuadrático medio? Rta: $\hat{\beta}_1$
- ¿Es el estimador numero 2 consistente? Rta: No, porque el valor esperado no converge al parámetro poblacional