

Lista de Exercícios 7 de Álgebra Linear Computacional

Prof.: Fabrício Murai e Letícia Pereira Pinto

Informações importantes:

- Data de entrega: até 23:59 do dia 14/05/2019.
- Questões podem ser discutidas entre até três alunos. Nomes dos colegas precisam ser listados. Contudo, a escrita das soluções e submissão deve ser feita individualmente.
- Submissão deve ser feita em formato PDF através do Moodle, mesmo que tenham sido resolvidas a mão e escaneadas.
- Todas as soluções devem ser justificadas.

1. A tabela a seguir mostra o número de semanas x_i que um candidato gastou estudando para um exame e a probabilidade y_i de passar no exame.

x_i	1	2	5	10
y_i	0.14	0.17	0.27	0.50

(Corrigida) A função logística mapeia um número real t para um valor entre 0 e 1 e é definida por

$$y = \frac{1}{1 + e^{-t}}.$$

Suponha que a relação entre o número de semanas x_i que um candidato i gastou estudando para o exame e a probabilidade y_i de i passar seja dada por uma função logística, onde $t_i = \beta_0 + \beta_1 x_i$.

- (a) Determine as equações normais a serem resolvidas para obter β_0 e β_1 pelo método dos mínimos quadrados. **Dica: note que a função logística não é linear nos parâmetros. É necessário linearizar essa função.**
- (b) Se $\beta_0 = -2$ e $\beta_1 = 0.2$, qual a probabilidade de passar no exame após estudar por 20 semanas?
2. Sobre a decomposição QR:

- (a) Escreva a matriz de Vandermonde X (5 x 3), a partir das 5 abcissas presentes na tabela:

x	2.0	3.5	4.0	5.1	7.0
y	2.2	2.0	3.0	6.0	5.0

- (b) Considere a decomposição $X = QR$ pelo método de Gram-Schmidt, em que Q é uma matriz ortogonal (5 x 3) e R é uma matriz triangular superior com elementos da diagonal não-nulos. Encontre os vetores ortonormais $q_1 = x_1/\|x_1\|_2$, $q_2 = \frac{x_2 - (x_2 \cdot q_1)q_1}{\|x_2 - (x_2 \cdot q_1)q_1\|}$.
- (c) Suponha que continuemos a decomposição QR a fim de obter os coeficientes da regressão polinomial $y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$. Sabendo que

$$R = \begin{bmatrix} 2.24 & 9.66 & 47.97 \\ 0.00 & 3.73 & 34.05 \\ 0.00 & 0.00 & 6.27 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad Q'y = \begin{bmatrix} 8.14 \\ 2.78 \\ -0.42 \end{bmatrix},$$

encontre β_2 (**Dica:** os coeficientes podem ser encontrados a partir da solução de $R\beta = Q'y$).

3. **LEMBRETE:** Não deixe de submeter também a lista "Exercícios Práticos 7 (EP7)" pelo Moodle.