Conjuntos

Um conjunto é uma coleção de objetos, chamados de **elementos** do conjunto

Conjuntos podem conter qualquer tipo de objeto, inclusive outros conjuntos. Repetições e a ordem de elementos não são consideradas.

Existem várias formas de descrever um conjunto

1. Listando seus elementos de forma explícita:
   a. Vogais = {a, e, i, o , u}

2. Especificando uma propriedade que define o conjunto
   a. S = {x | P(X)}
   b. Primos = $\{x \in \mathbb{N} \ \mid \ x \ \text{é} \ \ primo \ \ e \ \ x > 431\}$

3. Através de uma definição recursiva
   a. Impares = $\begin{cases} 1 \in A \\ se \ \ x \in A \ \ e \ \ x + 2 < 30, \ \ então \ \ x + 2 \in A \end{cases}$

Os símbolos ∈ e ∉ indicam pertencimento e não-pertencimento ao conjunto

- $a \in Vogais$
- $4 \notin Primos$

Um conjunto A é um **subconjunto** de um conjunto B se todo elemento de A também é elemento de B

- $A \subseteq B \equiv \forall x \in A \ \ \rightarrow x \in B$

A é **subconjunto próprio** de B se A é subconjunto de B, mas os conjuntos são diferentes

- $A \subset B \equiv A \subseteq B \ \ e \ \ A \neq B$

Algumas operações são definidas sobre conjuntos. Considere dois conjuntos A e B, subconjuntos de um **conjunto universal** U

1. União: $A \cup B = \{x \in U \mid \ x \in A \ \ ou \ \ x \in B\} \equiv x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B$
   a. Para vários conjuntos A_i, denotamos $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cup A_2 \ldots \cup A_n$
2. Interseção: $A \cap B = \{x \in U \mid \ x \in A \ \ e \ \ x \in B\} \equiv x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B$
   a. Para vários conjuntos A_i, denotamos $\bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \ldots \cap A_n$
3. Diferença: $A - B = \{x \in U \mid \ x \in A \ \ e \ \ x \notin B\}$
4. Diferença simétrica: $A \,\Delta\, B = (A - B) \cup (B - A)$
5. Complemento: $\overline{A} = \{x \in U \mid \ x \notin A\}$
6. Conjunto potência: $\mathcal{P}(A) = \{X \subseteq A\}$
   ☆ a. $\mathcal{P}(\ \emptyset\ ) = \{\ \emptyset\ \}$
   b. $\mathcal{P}(\{a, b\}) = \{\ \emptyset\ , \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$