Problemas de decisão

Um **problema de decisão** é uma questão que faz referência a um conjunto finito de parâmetros e que, para valores específicos desses parâmetros, tem como resposta sim ou não.

- A atribuição de valores aos parâmetros determina uma **instância** do problema de decisão

Exemplo:

1. Determinar se 123456789107 é um número primo (nenhum parâmetro)
2. Determinar se um número $n \in \mathbb{N}$ é um número primo (1 parâmetro)
3. Determinar se um grafo possui ciclos (1 parâmetro)
4. Determinar se uma palavra w pertence a uma linguagem L (2 parâmetros)

Uma **solução** para um problema de decisão, chamada de procedimento de decisão, ou algoritmo, é capaz de determinar a resposta correta para qualquer de suas instâncias. Mais à frente no curso formalizaremos o conceito de algoritmo, por ora, a definição informal é suficiente.

Um problema de decisão é **decidível** se, e somente se, existe uma solução para ele. Caso contrário, ele é dito ser **indecidível**.

Note que, pela definição acima, qualquer problema finito é decidível. Basta construir um algoritmo que armazene as respostas para cada instância já pré-computadas, consultando a resposta correta em cada ocasião.

Como discutido anteriormente, problemas de decisão têm estreita relação com linguagens formais. De fato, um algoritmo (solução de PD) deve ser expresso em alguma linguagem formal, por exemplo, em uma linguagem de programação. Da mesma forma, as instâncias do problema devem ser representadas em alguma linguagem para serem submetidas ao algoritmo decisor. Em outras palavras, dada uma palavra w representando uma instância do problema, o algoritmo deve responder sim ou não. Se considerarmos a linguagem $L_P = \{w \in \Sigma^* \mid \ w \ \text{é} \ uma \ instância \ do \ problema \ cuja \ resposta \ \text{é} \ sim\}$, o problema de determinar a resposta de uma instância é equivalente a verificar se uma dada palavra pertence a L_P.

Exemplo: Considere o problema de determinar se um número $n \in \mathbb{N}$ é primo.

1. Podemos representar instâncias desse problema (números naturais) em notação unária. Ou seja, a representação de um número $n \in \mathbb{N}$ por $\langle n \rangle = \ 0^n$
2. Assim, o problema acima é equivalente a determinar se uma palavra pertence à linguagem $L_P = \{0^n \mid \ n \ \text{é} \ primo\}$
3. Ou seja, determinar se 5 é primo é o mesmo que determinar se $0^5 \in L_P$

Nesse curso estudaremos máquinas capazes de decidir se palavras pertencem ou não a uma linguagem. Cada máquina é a solução do problema de decisão equivalente.

Diferentes tipos de máquinas são capazes de reconhecer diferentes conjuntos (classes) de linguagens. Ou seja, cada modelo possui limitações quanto aos problemas que é capaz de resolver. Veremos então esses modelos e suas limitações.