Aula 01

? Q1. (Sipser 0.7) Dê exemplos de relações que satisfaçam as propriedas em cada item a seguir:

A) Reflexiva e simétrica, mas não transitiva.
B) Reflexiva e transitiva, mas não simétrica
C) Simétrica e transitiva, mas não reflexiva.

R:
A = {(0,0),(0,1),(1,0),(1,1),(1,2),(2,1),(2,2)};
B = {(0,0),(0,1),(1,1),(1,2),(2,2)};
C = {(0,1),(1,0),(1,2),(2,1),(0,2),(2,0)};

? Q2. Demonstre que o produto de dois números ímpares é ímpar, usando a técnica de prova direta.

R: Por Axioma um número par pode ser represntado por 2n, onde n é um número inteiro qualquer. Logo 2n + 1 é um número ímpar.

(2n+1)*(2n+1)
4n^2+4n+1
2(2n^2 + 2n) + 1
C.Q.D.

? Q3. Prove usando indução matemática que $\sum_{i=1}^{n} i \cdot i! = (n+1)! - 1$.

R:
Caso Base: n = 1,

$$\sum_{i=1}^{n} i \cdot i! = (n+1)! - 1$$

1*1 = (1+1)! -1
1=1

Passo Indutivo:

Tendo n > 1, assumimos como hipótese de indução Σ de i=1 a K em (i * i!) = (k+1)! -1 .

Queremos demonstrar que Σ de i=1 a K+1 em (i * i!) = [(k + 1) + 1]! -1 .
Então [(k + 1) + 1]! -1 = Σ de i =1 a K em (i * i!) + Σ de i=k a K+1 em (i * i!) (por Def.)
(k + 2)! -1 = Σ de i =1 a K em (i * i!) + K+1 * (k+1)!
(K+2) * (k+1)! -1 = Σ de i =1 a K em (i * i!) + K+1 * (k+1)!
Σ de i=1 a K em (i * i!) = (K+2) * (k+1)! -1 - K+1 * (k+1)!
Σ de i=1 a K em (i * i!) = [(k+2) - (k+1)] *(k+1)! -1
Σ de i=1 a K em (i * i!) = (k+1)! -1
C.Q.D

? Q4. Em cada item a seguir, dê exemplos de dois conjuntos não enumeráveis tais que sua interseção seja:

A) Um conjunto finito.
B) Um conjunto infinito enumerável.
C) Um conjunto não enumeráveis.

R:
A = {0,1};
B = Inteiros;
C = Reais;

A = {0,1};

B = Inteiros;

C = Reais;