UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

BRENO DE CASTRO PIMENTA
RA: 2017114809

Trabalho: Lista 05
Disciplina: ALC
Turma: TZ

Belo Horizonte
2019

1)

L	Multiplic.	A			Operasoes	LR
1	$m_{11} = 3/4 = 0,75$	3	2	4		1
2	$m_{21} = 1/4 = 0,25$	1	1	2		2
3		4	3	-2		3
4		0	$-1/4$	$22/4$	$L_4 = -\frac{3}{4} L_3 + L_1$	1
5	$m_{22} = \frac{(1/4)}{(-1/4)} = -1$	0	$1/4$	$10/4$	$L_5 = -\frac{1}{4} L_3 + L_2$	2
6		0	0	$32/4$	$L_6 = (+1 \cdot L_4) + L_5$	2

$-\frac{9}{4} + \frac{8}{4} = -\frac{1}{4}$

$\frac{6}{4} + \frac{16}{4} = \frac{22}{4}$

$-\frac{3}{4} + \frac{4}{4} = \frac{1}{4}$

$\frac{2}{4} + \frac{8}{4} = \frac{10}{4}$

a)

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad L = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0,75 & 1 & 0 \\ 0,25 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}\begin{array}{c} 3 \\ 1 \\ 2 \end{array} \quad U = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -2 \\ 0 & -1/4 & 22/4 \\ 0 & 0 & 32/4 \end{bmatrix}$$

b)

$$\left.\begin{aligned} &\det(L) = 1 \\ &\det(U) = 4 \times -1/4 \times 32/4 = -8 \\ &\det(P) = (-1)^2 = 1 \end{aligned}\right\} \quad \det(A) = -8$$

$$PA = LU \Rightarrow P^{-1}P \cdot A = P^{-1} \cdot L \cdot U \Rightarrow A = P^{-1} L \cdot U \Rightarrow \det(A) = \det(P) \cdot \det(L) \cdot \det(U)$$

2)

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 18 \\ 18 & 52 \end{bmatrix} = L \cdot L^T$$

$$\left.\begin{aligned} &l_{11} = \sqrt{a_{11}} = 3 \\ &l_{21} = \frac{a_{21}}{l_{11}} = \frac{18}{3} = 6 \\ &l_{22} = \sqrt{a_{22} - (l_{21}^2)} = \sqrt{52 - 36} = 4 \end{aligned}\right\} L = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$$

$L \cdot L^T \cdot x = b$

$L^T \cdot x = y \Rightarrow L \cdot y = b$

$$\begin{array}{ccccc} L & & y & & b \\ \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} & \cdot & \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \end{array} \Rightarrow \begin{aligned} &3y_1 = 3 \therefore y_1 = 1 \\ &6 + 4y_2 = 4 \therefore y_2 = -1/2 \end{aligned} \quad \therefore y = \begin{bmatrix} 1 \\ -1/2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{ccccc} L^T & & x & & y \\ \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} & \cdot & \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} 1 \\ -1/2 \end{bmatrix} \end{array} \Rightarrow 4x_2 = -1/2 \therefore x_2 = -1/8$$

$3x_1 + 6(-1/8) = 1$

$\Downarrow$

$x_1 = (14/8)/3 = 14/24 = 7/12$

$$\therefore X = \begin{bmatrix} 7/12 \\ -1/8 \end{bmatrix}$$

3) a) $r = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2,7 \\ 3,8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \end{bmatrix}$ ⇒ erro residual

$$\underset{b}{\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}} \quad \underset{Ax^{(0)}}{\begin{bmatrix} 2,7 \\ 3,8 \end{bmatrix}}$$

$$Ax^{(0)} = \begin{bmatrix} 9 & 18 \\ 18 & 52 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,5 \\ -0,1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,5-1,8 \\ 9-5,2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,7 \\ 3,8 \end{bmatrix}$$

b) $x^{(1)} = x^{(0)} + c^{(0)}$; $Ac^{(0)} = r^{(0)}$

$$\begin{bmatrix} 9 & 18 \\ 18 & 52 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,3 \\ 0,2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 18c_1 + 36c_2 = 0,6 \\ 18c_1 + 52c_2 = 0,2 \end{cases} + \Rightarrow 16c_2 = -0,4$$

$$c_2 = -\frac{4}{160} = -\frac{1}{40}$$

$$\therefore 18c_1 + 36\left(\frac{-1}{40}\right) = 0,6$$

$$18c_1 = 1,5$$

$$c_1 = \frac{1,5}{18} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$c^{(0)} = \begin{bmatrix} 1/12 \\ -1/40 \end{bmatrix}$$

⇓

$$x^{(1)} = \begin{bmatrix} 0,5 \\ -0,1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,083333 \\ -0,025 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,58333... \\ -0,125 \end{bmatrix}$$

4) (V) Por definição toda matriz que pode ser escrita como $A^T \cdot A$ é semi-definida-positiva que é o que permite a matriz ser decomposta por Cholesky

(F) Sendo $n \neq \emptyset$ sempre haverá linhas não nulas em U, pois o posto representa o número de vetores de U que são linearmente independentes.

(F) LU é aproximadamente duas vezes mais demorada que Cholesky, porém em Cholesky só é necessário armazenar na memória uma matriz triangular, enquanto em LU é necessário armazenar aproximadamente duas.