1) a) Suponha para fins de contradição que $\{xx \mid x \in \{0,1\}^*\} = L$ é uma linguagem regular. Seja K a constante do Lema.

Seja $z = 0^K 0^K$.

- $|uv| \leq K \rightarrow uv$ só tem 0's, ou seja $uv = 0^q$ e $q \leq K$
- $v \neq \lambda \rightarrow v$ só tem 0's.
- $\forall i \ uv^i w \in L$
- Se $i = 2$, $uv^2w = 0^{K+|v|} 0^K$, como $v \neq \lambda$, $(K+|v|) > K$, Logo uv^2w não atende a $\{xx \mid x \in \{0,1\}^*\}$, Então L não é regular.

b) Suponha para fins de contradição que $\{0^{n^2} / n \in \mathbb{N}\} = L$ é uma linguagem regular. Seja K a constante do Lema.

Seja $z = 0^{K^2}$.

- $|uv| \leq K \rightarrow uv = 0^q$
- Se $i = 2$ $z = uv^2w = 0^{K^2+|v|}$

como $v = \lambda \rightarrow K^2 + |v| > K^2$,

$K^2 + |v| \leq K^2 + K$, pois $K \geq |uv|$

Podemos assumir $K^2 + K < (K+1)^2$, então $K^2 + |v| < (K+1)^2$,

o que faz com que L não seja regular. C.Q.D.

c) Suponha para fins de contradição que $\{0^i 1^j / i > j\} = L$ é uma linguagem regular. Seja k a constante do Lema

Seja $z = 0^{k+1} 1^k$, onde $|uv| \leq k$ e como $|v| \neq \lambda$, uv só tem 0's

$\forall i \; uv^i w \in L \rightarrow$ Se $i = 0$ $uv^0 w = 0^1 1^0$ V

$\rightarrow$ Se $i = 1$ $uv^1 w = 0^2 1^1$ V

Não entendo como provar

d) Suponha para fins de contradição que $\{a^m b^n c^{m+n} / m, n > 0\} = L$ é uma linguagem regular. Seja k a constante do Lema.

$z = a^k b c^{k+1}$, como $|uv| \leq k$ então uv só tem a's.

$\cdot \forall i \; uv^i w \in L$, $\rightarrow$ Se $i = 0$ $uv^0 w = a^{k-|v|} b c^k$

ou seja $k - |v| + 0|v| > 0$, como $v \neq \lambda$, $|v| \geq 1$, se $u = \lambda$ e $k = |v|$ então $k - |v| = 0$, Logo L não é regular.

CQD

2 a) Suponha que L seja regular.

$L \cup 0^*1^* = \{0^n1^n / n \geq 0\}$ não é regular por contradição,

Logo L não é regular. C.Q.D.

b) Suponha que L é regular.

Então $\{xy / x, y \in \{0,1\}^* \wedge n_1(x) > n_0(x)\} = L_2$ também é.

Logo $L - \{0,1\}^* - L_2 = \{0^n1^n / n \geq 0\}$ que não é regular

por contradição, logo L não é regular C.Q.D

c) Suponha que L seja regular, pelas operações regulares

$\bar{L}$ também, porém $\bar{L} = \{0^n1^n | n \geq \}$ que não é regular,

Logo L não é regular. C.Q.D.