

## Variantes da MT

Vimos que alterar o critério de reconhecimento de palavras nas MTs não aumenta seu poder computacional. Agora veremos que outras pequenas modificações na estrutura da máquina também não as torna mais poderosas.

A primeira variação que vamos tratar é a opção de manter o cabeçote imóvel durante alguma transição.

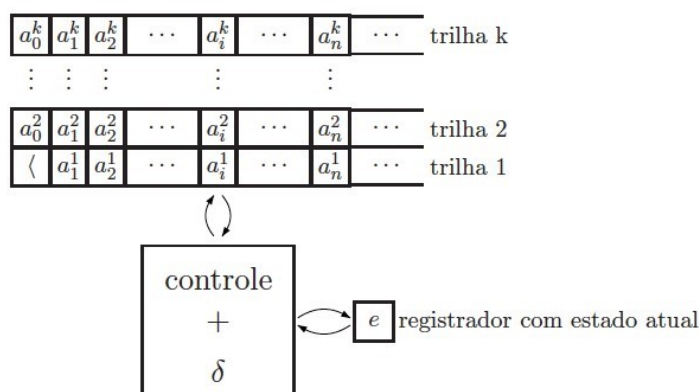
Máquina de Turing com cabeçote imóvel: Uma máquina de Turing com cabeçote imóvel é uma sêxtupla  $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, i, F)$  em que todos os elementos, com exceção da função de transição, são como na máquina padrão.

A função de transição agora é  $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{E, D, I\}$ . Ou seja, o cabeçote pode ser movido à esquerda, direita, ou permanecer imóvel durante uma transição.

Manter o cabeçote imóvel pode ser simulado pela máquina padrão fazendo-se duas transições que movimentam o cabeçote para uma direção e depois o retornam para a posição de origem, passando por um estado intermediário.

Dessa forma, apesar de conveniente em muitos casos, essa variante não aumenta o poder da máquina padrão.

Máquina de Turing com múltiplas trilhas: Nesse tipo de máquina, cada célula da fita de entrada é capaz de armazenar múltiplos valores (possui múltiplas trilhas). A arquitetura da MT passa a ser como na figura abaixo.



Logo, o cabeçote pode ler/escrever uma tupla de  $k$  elementos de uma única vez em MT com  $k$  trilhas. Veja que a movimentação das trilhas não é independente. O cabeçote continua movendo sobre as células da fita, que, por sua vez, podem armazenar múltiplos valores. Formalmente, a função de transição passa a ser  $\delta: Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^k \times \{E, D\}$ .

Percebe-se que a máquina padrão pode ser simulada nessa, utilizando-se somente uma das trilhas. Por outro lado, a MT de múltiplas trilhas pode ser simulada por uma MT padrão ao usar  $k$ -tuplas como símbolos do alfabeto da fita, ao invés de símbolos atômicos (unitários).

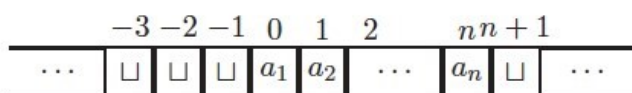
Máquina com fita ilimitada em ambas as direções: Na máquina padrão, assumimos que a fita possui um marcador de início à esquerda, sendo ilimitada à direita. Nessa variante, não impomos qualquer limitação em ambos os lados. Nesse caso, a palavra de entrada é escrita na fita no início da computação, o cabeçote posicionado no primeiro símbolo da palavra, e só então a máquina inicia as transições.

Como a fita é ilimitada em ambos os lados, não há necessidade de se ter o símbolo  $\langle$  no alfabeto da fita.

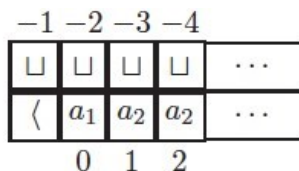
Uma MT com fita ilimitada em ambas as direções pode simular uma MT padrão, escrevendo um marcador de início de fita na primeira posição vazia que antecede a palavra antes do início das

computações. O restante das transições seriam como na MT padrão.

Por outro lado, podemos simular uma MT com fita ilimitada em ambas as direções em uma MT com duas trilhas conforme a figura abaixo:



Fita ilimitada em ambas as direções

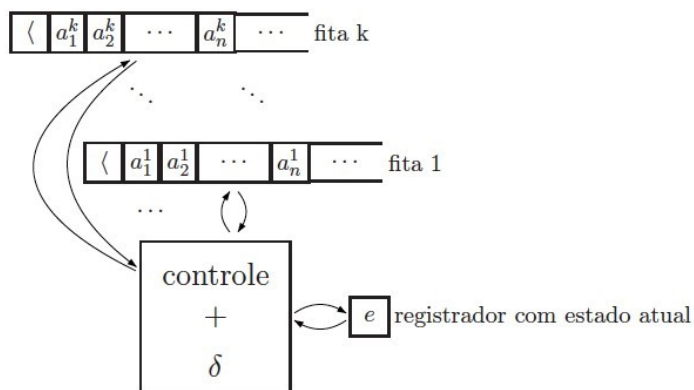


Simulação em uma MT com 2 trilhas.

A simulação é feita, portanto, assumindo que as posições que antecedem a palavra inicial são tratadas na segunda trilha, enquanto as posições que a palavra ocupa e à direita são tratadas na primeira trilha.

Dada a equivalência entre a MT com múltiplas trilhas e MT padrão, tem-se que MT com fita ilimitada em ambas as direções é equivalente à MT padrão.

Máquinas de Turing com múltiplas fitas: Essa extensão atribui à MT múltiplas fitas de leitura/escrita. A alusão que podemos fazer é a de um computador com múltiplos discos, os quais podem ser acessados em paralelo e de forma independente. A figura abaixo resume essa ideia.



Como os cabeçotes movem de forma independente sobre as fitas, a função de transição agora é  $\delta: Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times (\Gamma \times \{E, D, I\})^k$ .

A MT padrão pode ser vista como uma MT de múltiplas fitas com  $k=1$ . Por outro lado, a MT de múltiplas fitas pode ser simulada por uma MT com  $2k$  trilhas. A simulação é feita usando uma das trilhas para armazenar efetivamente o conteúdo de uma fita na máquina original e uma segunda trilha para indicar a posição do cabeçote referente àquela fita.

Por exemplo, uma máquina com duas fitas é simulada por outra com 4 trilhas. As trilhas ímpares (1 e 3) armazenam o conteúdo das fitas. As trilhas pares são usadas para marcar a posição do cabeçote em cada fita. Cada transição na máquina original requer uma série de transições na MT multitrilha, já que ela deve localizar a posição de cada cabeçote, realizar as operações de leitura e escrita em cada um deles separadamente, para só então se deslocar para o estado equivalente à transição original.

Máquina de Turing não-determinística: A ideia da MT não-determinística é análoga à das outras máquinas não-determinísticas estudadas anteriormente. Admitem-se agora múltiplas transições sob um mesmo estado e símbolo sob o cabeçote.

Uma MT não-determinística é uma sêxtupla  $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, I, F)$  em que todos os elementos com exceção de  $I$  e  $\delta$  são como na MT padrão. Agora possibilita-se o início da computação em diferentes estados e a função de transição,

$\delta: Q \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(\{Q \times \Gamma \times \{E, D\}\})$ , é uma função total. No caso de  $\delta(e, a) = \emptyset$ , a máquina para no estado  $e$ .

Novamente, a MT padrão é um caso particular da MT não-determinística. A simulação de uma MT não-determinística por uma MT padrão deve se dar enumerando todas as computações possíveis que a primeira faz. Como as computações da MT não determinística podem ser vistas como uma árvore, a simulação corresponde a uma busca em largura nessa árvore (implícita) de computações.

Os detalhes dessa simulação podem ser conferidos no livro texto.