

Lista 4

Exercício 1. Definimos $x_1 = 11$, $x_2 = 23$, e $x_n = x_{n-1} + 12x_{n-2}$, para $n \geq 3$. Mostre que, para todo $n \geq 1$, temos

$$x_n = 2 \cdot 4^n - (-3)^n.$$

Exercício 2. Mostre que todo inteiro ≥ 13 pode ser escrito como $3x + 4y$, com x, y inteiros positivos.

Exercício 3. Relembre a sequência de Fibonacci, dada por $\{f_n\}$ onde $f_1 = 1$, $f_2 = 1$ e $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$ para $n \geq 3$. Use indução para que se $a = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ e $b = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$, então, para todo $n \in \mathbb{N}$, temos $f_n = \frac{a^n - b^n}{\sqrt{5}}$. Dica: use que $a^2 = a + 1$ e $b^2 = b + 1$.