

Prova por indução

A demonstração por indução matemática (fraca) consiste em demonstrar que se a afirmação é válida para um certo valor e que, a partir daí, se ela é válida para um valor anterior é também válida para o seguinte, então ela é válida para todos os valores.

Muitos livros ilustram esse procedimento como a derrubada de uma fileira de dominós. Mostrando que o primeiro é derrubado e que se o anterior for derrubado o seguinte também será, conclui-se que todos os dominós são derrubados.

A prova por indução então possui dois passos:

1. **Caso base:** demonstração que a afirmação é válida para um certo valor base;
2. **Passo indutivo:** demonstração de que se a afirmação é válida para um valor k , então também será para um valor $k+1$.

Tendo demonstrado ambos os passos, conclui-se que a afirmação é verdadeira para todos.

Exemplo

Teorema: Para todo inteiro não-negativo n , $\sum_{i=0}^n 2^i = 2^{n+1} - 1$.

Prova:

Caso base: $n=0$.

$$\sum_{i=0}^0 2^i = 2^0 = 1 = 2^{0+1} - 1$$

Passo indutivo: $n > 0$

Assumo como hipótese de indução (HI)

$$\sum_{i=0}^k 2^i = 2^{k+1} - 1$$

Queremos demonstrar que $\sum_{i=0}^{k+1} 2^i = 2^{(k+1)+1} - 1$

$$\sum_{i=0}^{k+1} 2^i = \sum_{i=0}^k 2^i + \sum_{i=k+1}^{k+1} 2^i \quad (\text{por def.})$$