Operações sobre Linguagens

Além das operações básicas sobre conjuntos que vimos anteriormente, podemos definir outras operações sobre linguagens para construir outras linguagens.

A **concatenação** de duas linguagens L_1 e L_2 é a linguagem
$L_1L_2 = \{xy \ \mid \ x \in L_1 \ \ e \ \ y \in L_2\}$.

Exemplo: Considere as linguagens $L_1 = \{w \in \{0, \ 1\}^* \ \mid \ |w| = 5\}$ e
$L_2 = \{0y \ \mid \ y \in \{0, \ 1\}^*\}$.

$\{w \in \{0,1\}^* \mid |w| = 10\}$

1. $L_1L_1 =$

$\{w \in \{0,1\}^* \mid |w| \geq 6 \land w = x0y$, $x \in \{0,1\}^5$, $y \in \{0,1\}^*\}$

2. $L_1L_2 =$

$\{w \in \{0,1\}^* \mid |w| \geq 6 \land w = 0y\}$

3. $L_2L_1 =$

$\emptyset L_1 = \emptyset$

4. $L_1 \ \emptyset \ =$

$\{\lambda\} L_1 = L_1$

5. $L_1\{\lambda\} =$

Usaremos a notação L^n para denotar a concatenação de L consigo mesma n vezes. A definição recursiva a seguir expõe melhor esse conceito:

$(L^1 = L^0 L)$

A. $L^0 = \{\lambda\}$
B. $L^n = L^{n-1}L$ para $n \geq 1$

Outra operação importante é a de **fecho de Kleene**. Intuitivamente, o fecho de Kleene de uma linguagem L, denotado por L^*, é a linguagem formada por $L^0 \cup L^1 \cup L^2 \cup \ldots$. Formalmente, o fecho de Kleene de uma linguagem pode ser definido por:

1. $\lambda \in L^*$
2. Se $x \in L^*$ e $y \in L$, então $xy \in L^*$.

Note que λ pertence ao fecho de Kleene de qualquer linguagem. Logo,
$\emptyset^* = \{\lambda\}$.

O **fecho positivo de Kleene** 'exclui' a palavra vazia dessa definição. Ou seja, o fecho positivo de Kleene de uma linguagem L é $L^{+} = \bigcup_{n \in \mathbb{N} - \{0\}} L^{n}$.

Exemplo:

- $\{\lambda\}^{*} = \{\lambda\}^{+} = \{\lambda\}$
- $\{00\}^{+} =$
- $\{01, \quad 1\}^{*} =$
- $\{0, 1\}^{*} 0 \{01\} \{11\}^{*} =$