3) 3.1 (F). Primeiro que a fatoração de matrizes não-negativas (NMF) não é possível alcançar valores exatos em tempo hábil.
E segundo que esse método parte do princípio da inexistência de números negativos para a fatoração, caso haja se torna uma Semi-NMF.

3.2 (V)

$$A = [\quad]_{m \times n} \quad A_K = [\,]_{m \times k} \cdot [\,]_{k \times k} \cdot [\quad]_{k \times n} \qquad N_K = [\,]_{m \times k} \times [\quad]_{k \times n}$$

O teorema do SVD pressupõe que sua decomposição que gera A_K, é a que possui menor erro através de uma aproximação de A através da Norma de Frobenius.

4) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 9 & 1 & 7 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Norma-1: $(13, 1, 10) \therefore \|A\|_1 = 13$

b) Norma-infinita: $(5, 17, 2) \therefore \|A\|_\infty = 17$

c) Norma-2:

```
In [1]: import numpy as np

In [2]: A = np.array([[3,0,2],
                      [9,1,7],
                      [1,0,1]])
        np.linalg.norm(A,2)

Out[2]: 12.074814532664146
```

d) Norma Frobenius: $\sqrt{|3|^2 + |2|^2 + |9|^2 + |1|^2 + |7|^2 + |1|^2 + |1|^2}$

$\therefore \|A\|_F = \sqrt{9 + 4 + 81 + 1 + 49 + 1 + 1}$

$\|A\|_F = \sqrt{146} \cong 12{,}0830459736$

5) a) Para representar 1 pixel: $2^8 = 256 \therefore$ 1 pixel = 1 byte.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} U \end{bmatrix}}_{1024 \times K} \underbrace{\begin{bmatrix} \Sigma \end{bmatrix}}_{K \times K} \underbrace{\begin{bmatrix} V^T \end{bmatrix}}_{K \times 768} \Rightarrow$$

U = 1024 × K bytes

Σ ⇒ pode ser armazenado apenas com K valores: K bytes.

V^T ⇒ 768 × K bytes.

$TOTAL = 1024K + K + 768K =$

$TOTAL = K \cdot 1793$ bytes

↳ 1 imagem armazenada usando SVD com posto K para compressão

$1024 \times 768 = 786432$ bytes → caso se armazene direto

$786432 > K \cdot 1793$

$452{,}23 > K$

↳ Para valer a pena compressão, K deve ser igual a no máximo 452.

b) $\underbrace{\begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}}_{786432 \times Z}$ → sendo Z o número de imagens.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} U \end{bmatrix}}_{786432 \times K} \underbrace{\begin{bmatrix} \Sigma \end{bmatrix}}_{K \times K} \underbrace{\begin{bmatrix} V^T \end{bmatrix}}_{K \times Z} \Rightarrow (786432) \cdot K + K + (Z \cdot K)$$

→ 10 imagens:
$K \cdot 786443$ bytes

→ 1000 imagens:
$K \cdot 787433$ bytes.