KU LEUVEN

MECHANICA 2: DYNAMICA

CASE STUDIE

# Team A2 - 4

Pieter APPELTANS
Pieterjan BEERDEN
Brent DE WINTER
Joren DHONT

24 november 2014

# Inhoudsopgave



# 1 Kinematica

## 1.1 Transformatiematrices

$T_1$ van $x'y'z'$ (en dus ook van $x''y''z''$ want ogenblikkelijk dezelfde orientatie) naar $xyz$:

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}$$

$T_2$ van $x'''y'''z'''$ naar $x''y''z''$:

$$T_2 = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix}$$

## 1.2 Vraag 1

**Bereken de ogenblikkelijke totale rotatiesnelheidsvector $\vec{\omega}_w$ en rotatieversnellingsvector $\vec{\alpha}_w$ van het wiel.**

We bereken $\vec{\omega}_{tot}$ door alle verschillende rotaties om te zetten naar eerst het $x'y'z'$-assenstel en vervolgens naar het $xyz$-assenstel.(Door te vermenigvuldigen met T1)

$$\begin{aligned}
\vec{\omega}_w &= \vec{\omega}_g + \vec{\omega}_i + \vec{\omega}_w \\
&= \omega_g * \vec{e}_{z'} + \omega_i * \vec{e}_{y''} + (-\omega_w) * \vec{e}_{x'''} \\
&= \omega_g * \vec{e}_{z'} + \omega_i * \vec{e}_{y'} + (-\omega_w) * (\cos\beta * \vec{e'}_x - \sin(\beta) * \vec{e'}_z) \\
&= \begin{Bmatrix} \Big(-\omega_w * \cos\beta\Big) * \vec{e}_{x'} \\ \Big(\omega_i\Big) * \vec{e}_{y'} \\ \Big(\omega_g - \omega_w \sin\beta\Big) * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix} \\
&= \begin{Bmatrix} \Big(-\omega_w * \cos\beta\Big) * \vec{e}_x \\ \Big(-\omega_g * \sin\alpha + \omega_i * \cos\alpha - \omega_w \sin\alpha \sin\beta\Big) * \vec{e}_y \\ \Big(\omega_g * \cos(\alpha) + \omega_i * \sin(\alpha) + \omega_w * \cos(\alpha) * \sin(\beta)\Big) * \vec{e}_z \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{1}$$

Voor de berekening van $\vec{\alpha}_{tot}$ gebruiken we dezelfde werkwijze.

$$
\begin{aligned}
\vec{\alpha}_w &= \frac{d\vec{\omega}_g}{dt} + \frac{d\vec{\omega}_i}{dt} + \frac{d\vec{\omega}_w}{dt} \\
&= \alpha_g * \vec{e}_{z'} + \omega_g \frac{d\vec{e}_{z'}}{dt} + \alpha_i \vec{e}_{y''} + \omega_i * \frac{d\vec{e}_{y''}}{dt} + \alpha_w * \vec{e}_{x'''} + (-\omega_w)\frac{d\vec{e}_{x'''}}{dt} \\
&= \begin{Bmatrix} \Big(-\omega_g\omega_i + \alpha_w \cos(\beta) + \omega_i\omega_w \sin\beta\Big) * \vec{e}_{x'} \\ \Big(\alpha_i - \omega_g\omega_w \cos(\beta)\Big) * \vec{e}_{y'} \\ \Big(\alpha_g - \alpha_w \sin\beta + \omega_i\omega_w \cos(\beta)\Big) * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix} \\
&= \begin{Bmatrix} \Big(-\omega_g\omega_i + \alpha_w \cos\beta + \omega_i\omega_g \sin\beta\Big) * \vec{e}_x \\ \Big((-\alpha_g + \alpha_w \sin\beta - \omega_i\omega_w \cos\beta)\sin\alpha + (\alpha_i - \omega_g\omega_w \cos\beta)\cos\alpha\Big) * \vec{e}_y \\ \Big((\alpha_i - \omega_g\omega_w \cos\beta \sin\alpha + (\alpha_g - \alpha_w * \sin\beta + \omega_i\omega_w \cos\beta)\cos\alpha\Big) * \vec{e}_z \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{2}
$$

Voor de transformaties van de verschillende eenheidsvectoren leidden we volgende formules af

$$
\begin{gathered}
\vec{e'''}_x = cos(\beta) * \vec{e'}_x - sin(\beta) * \vec{e'}_z \\
\vec{e'}_x = \vec{e}_x \\
\vec{e''}_y = \vec{e'}_y \\
\vec{e'}_y = \cos(\alpha) * \vec{e}_y + \sin(\alpha) * \vec{e}_z \\
\vec{e'}_z = -\sin\alpha * \vec{e}_y + \cos\alpha * \vec{e}_z \\
\tfrac{d\vec{e}_{z'}}{dt} = \vec{0} \\
\omega_i * \tfrac{d\vec{e}_{y''}}{dt} = \vec{\omega_g} \times \vec{\omega_i} = -\omega_i\omega_g * \vec{e}_{x'} = -\omega_i\omega_g * \vec{e}_x \\
-\omega_w * \tfrac{d\vec{e}_{x'''}}{dt} = (\vec{\omega_i} + \vec{\omega_g}) \times \vec{\omega_w} = \begin{vmatrix} \vec{e}_{x'} & \vec{e}_{y'} & \vec{e}_{z'} \\ 0 & \omega_i & \omega_g \\ -\omega_w \cos\beta & 0 & \omega_w \sin\beta \end{vmatrix} = \begin{Bmatrix} \omega_i\omega_w \sin(\beta) * \vec{e}_{x'} \\ \omega_g\omega_w \cos(\beta) * \vec{e}_{y'} \\ \omega_i\omega_w \cos(\beta) * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix}
\end{gathered}
$$

### 1.3 Vraag 2

**Bereken de ogenblikkelijke snelheid $\vec{a}_c$ en de ogenblikkelijke versnelling $\vec{a}_c$ van het punt C.**
**Eerst berekennen we de positie van C ten opzichte van A en de positie van B ten opzichte van A (uitgedrukt in te $x'y'z'$-assenstel).**

$$
\vec{r}_{A|C} \mapsto \begin{Bmatrix} \Big(l_1 - l_4\cos(\beta) - l_3\sin(\beta)\Big) * \vec{e}_{x'} \\ 0 * \vec{e}_{y'} \\ \Big(l_2 - l_3 * \cos(\beta) + l_4 * \sin(\beta)\Big) * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix} \tag{3}
$$

$$
\vec{r}_{B|C} \mapsto \begin{Bmatrix} \Big(-l_3 * \sin(\beta) - l_4 * \cos(\beta)\Big) * \vec{e}_{x'} \\ 0 * \vec{e}_{y'} \\ \Big(-l_3 * \cos(\beta) + l_4 * \sin(\beta)\Big) * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix} \tag{4}
$$

$$
\vec{r}_{C|C} = \vec{0} \tag{5}
$$

**Nu berekenne we $\vec{v}_c$ en $\vec{a}_c$ door middel van som van rotaties. (Nota: voor deze vraag gebruiken we som van rotaties, voor vraag 4 gebruiken we samengestelde beweging**

**en hopen dat we hetzelfde uitkomen.)**

$$\begin{aligned}\vec{\omega}_g \times \vec{r}_{A|C(t.o.vx'y'z')} &= \begin{vmatrix} \vec{e}_{x'} & \vec{e}_{y'} & \vec{e}_{z'} \\ 0 & 0 & \omega_g \\ l_1 - l_3 * \sin\beta - l_4 * \cos\beta & 0 & l_2 - l_3 * \cos\beta + l_4 * \cos\beta \end{vmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_{x'} \\ \Big(\omega_g * (l_1 - l_4 * \cos\beta - l_3 * \sin\beta)\Big) * \vec{e}_{y'} \\ 0 * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix}\end{aligned} \tag{6}$$

**D**eze matrix transformeren naar het wereldassenstel:

$$T_1 * \vec{\omega}_g \times \vec{r}_{A|C(t.o.vx'y'z')} \tag{7}$$

$$\begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_x \\ \Big(l_1 - l_3 \sin(\beta) - l_4 \cos(\beta)\Big)\omega_g * \cos(\alpha)\vec{e}_y \\ \Big(l_1 - l_3 \sin(\beta) - l_4 \cos(\beta)\Big) * \omega_g * \sin(\beta)\vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}\vec{\omega}_i \times \vec{r}_{B|C(t.o.vx'y'z')} &= \begin{vmatrix} \vec{e}_{x'} & \vec{e}_{y'} & \vec{e}_{z'} \\ 0 & \omega_i & 0 \\ -l_3 * \sin(\beta) - l_4 * \cos(\beta) & 0 & -l_3 * \sin(\beta) + l_4 * \sin(\beta) \end{vmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} \omega_i * \Big( - l_3 * \sin(\beta) + l_4 * \sin(\beta)\Big) * \vec{e}_x \\ 0 * \vec{e}_y \\ \omega_i * \Big(l_3 * \sin(\beta) + l_4 * \cos(\beta)\Big)\vec{e}_z \end{Bmatrix}\end{aligned} \tag{9}$$

**Deze matrix transformeren naar het wereldassenstel:**

$$T_1 * \vec{\omega}_i \times \vec{r}_{B|C(t.o.vx'y'z')} \tag{10}$$

$$\begin{Bmatrix} \omega_i * \Big( - l_3 * \cos(\beta) + l_4 * \sin(\beta)\Big)\vec{e}_x \\ \Big( - l_3 * \sin(\beta) - l_4 * \cos(\beta)\Big) * \sin(\alpha) * \omega_i * \vec{e}_y \\ \Big(l_3 * \sin(\beta) + l_4 * \cos(\beta)\Big) * \cos(\alpha) * \omega_i * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{11}$$

$$T_1 * \vec{v}_v = \begin{Bmatrix} 0\vec{e}_x \\ \cos(\alpha) * \vec{V}_v * \vec{e}_y \\ \sin(\alpha) * \vec{V}_v * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{12}$$

$$\vec{v}_c = \vec{\omega}_g \times \vec{r}_{A|C} + \vec{\omega}_i \times \vec{r}_{B|C} + T_1 * \vec{v}_v \tag{13}$$

**TOTAAL UITREKENNEN !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!**
**Nu berekenen we $\vec{a}_c$ aan de hand van som van rotaties**

$$\vec{a}_c = \vec{a}_v + \vec{\alpha}_g \times \vec{r}_{a|c} + \vec{\alpha}_i \times \vec{r}_{b|c} + \vec{\omega}_g \times (\vec{v}_C - \vec{v}_A) + \vec{\omega}_i \times (\vec{v}_C - \vec{v}_B) \tag{14}$$

$$
\begin{aligned}
\vec{\alpha}_g \times \vec{r}_{A|C(t.o.vx'y'z')} &= \begin{vmatrix} \vec{e}_{x'} & \vec{e}_{y'} & \vec{e}_{z'} \\ 0 & 0 & \alpha_g \\ \Big(l_1 - l_3\sin(\beta) - l_4\cos(\beta)\Big) & 0 & \Big(l_2 - l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\Big) \end{vmatrix} \\
&= \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_{x'} \\ \alpha_g\Big(l_1 - l_3\sin(\beta) - l_4\cos(\beta)\Big) * \vec{e}_{y'} \\ 0 * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{15}
$$

**Omzetten naar het xyz - assenstel via $T_1$**

$$
T_1 * \vec{\alpha}_g \times \vec{r}_{A|C(t.o.vx'y'z')} = \begin{Bmatrix} 0\vec{e}_x \\ \cos(\alpha) * \alpha_g\Big(l_1 - l_3\sin(\beta) - l_4\cos(\beta)\Big) * \vec{e}_y \\ \sin(\alpha) * \alpha_g\Big(l_1 - l_3\sin(\beta) - l_4\cos(\beta)\Big) * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{16}
$$

$$
\begin{aligned}
\vec{\alpha}_i \times \vec{r}_{B|C(t.o.vx'y'z')} &= \begin{vmatrix} \vec{e}_{x'} & \vec{e}_{y'} & \vec{e}_{z'} \\ 0 & \alpha_i & 0 \\ \Big(-l_3\sin(\beta) - l_4\cos(\beta)\Big) & 0 & \Big(-l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\Big) \end{vmatrix} \\
&= \begin{Bmatrix} \alpha_i\Big(-l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\Big) * \vec{e}_{x'} \\ 0 * \vec{e}_{y'} \\ \alpha_i\Big(l_3\sin(\beta) + l_4\cos(\beta)\Big) * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{17}
$$

**Omzetten naar het xyz - assenstel via $T_1$**

$$
T_1 * \vec{\alpha}_i \times \vec{r}_{B|C(t.o.vx'y'z')} = \begin{Bmatrix} \alpha_i\Big(-l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\Big) * \vec{e}_x \\ -\sin(\alpha) * \alpha_i\Big(l_3\sin(\beta) + l_4\cos(\beta)\Big) * \vec{e}_y \\ \cos(\alpha) * \alpha_i\Big(l_3\sin(\beta) + l_4\cos(\beta)\Big) * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{18}
$$

$$
\vec{v}_A = T_1 * \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_x \\ \vec{v}_v * \vec{e}_y \\ 0 * \vec{e}_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_x \\ v_v * \cos(\alpha) * \vec{e}_y \\ v_v * \sin(\alpha) * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{19}
$$

$$
\vec{v}_C - \vec{v}_A = \begin{Bmatrix} \omega_i * \Big(-l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\Big)\vec{e}_x \\ \Bigg(\cos(\alpha) * \omega_g\Big(l_1 - l_3\sin(\beta) - l_4\cos(\beta)\Big) - \sin(\alpha) * \omega_i\Big(l_3\sin(\beta) + l_4\cos(\beta)\Big)\Bigg) * \vec{e}_y \\ \Bigg(\sin(\alpha) * \omega_g\Big(l_1 - l_3\sin(\beta) - l_4\cos(\beta)\Big) + \cos(\alpha) * \omega_i\Big(l_3\sin(\beta) + l_4\cos(\beta)\Big)\Bigg) * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{20}
$$

$$
\vec{v}_B = T_1 * \Bigg( \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_{x'} \\ \vec{V}_v * \vec{e}_{y'} \\ 0 * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix} + \vec{\omega}_g \times \vec{r}_{A|B(t.o.vx'y'z')}\Bigg) \tag{21}
$$

$$
\vec{\omega}_g \times \vec{r}_{A|B(t.o.vx'y'z')} = \begin{vmatrix} \vec{e}_{x'} & \vec{e}_{y'} & \vec{e}_{z'} \\ 0 & 0 & \omega_g \\ l_1 & 0 & l_2 \end{vmatrix} \tag{22}
$$

$$
\vec{v}_B = T_1 * \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_x \\ \cos(\alpha)\Big(\vec{v}_v + l_1 * \omega_g\Big) * \vec{e}_y \\ \sin(\alpha)\Big(\vec{v}_v + l_1 * \omega_g\Big) * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{23}
$$

$$\vec{a}_v = T_1 * \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_x \\ a_v * \vec{e}_y \\ 0 * \vec{e}_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_x \\ a_v * \cos(\alpha) * \vec{e}_y \\ a_v * \sin(\alpha) * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{24}$$

**De totale versnelling $\vec{a}_c$ is dan:**

$$\begin{Bmatrix} \Big(\alpha_i * \Big(-l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\Big) - \omega_g^2 * \Big(l_1 - l_3\sin(\beta) - l_4\cos(\beta)\Big) + \omega_i^2 * \Big(l_3\sin(\beta) + l_4\cos(\beta)\Big)\Big) * \vec{e}_x \\ \Big(\alpha_g * \cos(\alpha) * \Big(l_1 - l_3\sin(\beta) - l_4\cos(\beta)\Big) - \alpha_i * \sin(\alpha) * \Big(l_3\sin(\beta) + l_4\cos(\beta)\Big) + \vec{a}_v * \cos(\alpha)\Big) * \vec{e}_y \\ \Big(\alpha_g * \sin(\alpha) * \Big(l_1 - l_3\sin(\beta) - l_4\cos(\beta)\Big) + \alpha_i * \cos(\alpha) * \Big(l_3\sin(\beta) + l_4\cos(\beta)\Big) + \vec{a}_v * \sin(\alpha)\Big) * \vec{e}_z \end{Bmatrix} +$$
$$\begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_x \\ \Big(\omega_g * \omega_i * \cos(\alpha) * \Big(-l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\Big) + \omega_i^2 * \sin(\alpha) * \Big(-l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\Big)\Big) * \vec{e}_y \\ \Big(-\omega_g * \omega_i * \sin(\alpha) * \Big(-l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\Big) - \omega_i^2 * \cos(\alpha) * \Big(-l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\Big)\Big) * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{25}$$

## 1.4 Vraag 3

**Wat is de bijdrage van de coriolisversnelling in deze versnelling $\vec{a}_c$ als je het x"y"z"-assenstelsel als hulpassenstelsel gebruikt om de beweging te beschrijven?**
**De berekening van $v_{rel}$ verloopt analoog als deze in vraag 4. Maar in plaats van $r_{d|b}$ gebruiken we nu $r_{c|b}$.**
met $\vec{\omega}_{rel} = \vec{\omega}_i$ en $\vec{r}_{c|b} = (-\sin\beta l_3 - \cos\beta l_4)\vec{e}_{x''} + (-\cos\beta l_3 + \sin\beta l_4)\vec{e}_{z''}$

$$\vec{v}_{rel} = \vec{\omega}_{rel} \times \vec{r}_{c|b} \quad = \begin{vmatrix} \vec{e}_{x''} & \vec{e}_{y''} & \vec{e}_{z''} \\ 0 & \omega_i & 0 \\ -\sin\beta l_3 - \cos\beta l_4 & 0 & -\cos\beta l_3 + \sin\beta l_4 \end{vmatrix} \tag{26}$$

$$\begin{aligned} &Coriolisversnelling: \\ &2 * (\vec{v}_{rel} \times \vec{\omega}) = -2 * (\vec{\omega} \times \vec{v}_{rel}) \\ &= -2 * \begin{vmatrix} \vec{e}_{x''} & \vec{e}_{y''} & \vec{e}_{z''} \\ 0 & 0 & \omega_g \\ \omega_i(l_4\sin\beta - l_3\cos\beta) & 0 & \omega_i(l_4\cos\beta + l_3\sin\beta) \end{vmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_{x'} \\ \Big(-2\omega_g\omega_i(l_4\sin\beta - l_3\cos\beta)\Big) * \vec{e}_{y'} \\ 0 * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_x \\ \Big(-2\omega_g\omega_i(l_4\sin\beta - l_3\cos\beta)\Big) * \cos\beta * \vec{e}_y \\ \Big(-2\omega_g\omega_i(l_4\sin\beta - l_3\cos\beta)\Big) * \cos\beta * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \end{aligned} \tag{27}$$

## 1.5 Vraag 4

**Bereken de ogenblikkelijke snelheid $\vec{v}_d$ en de ogenblikkelijke versnelling $\vec{a}_d$ van het punt D.**
Positie van D tov B uitgedrukt in het x"y"z"- assenstel

$$\vec{r}_{d|b} \mapsto \begin{Bmatrix} \Big(-\frac{1}{4}l_4\cos(\beta) - \frac{3}{4}l_3\sin(\beta)\Big) * \vec{e}_{x''} \\ 0 * \vec{e}_{y''} \\ \Big(\frac{1}{4}l_4\sin(\beta) - \frac{3}{4}l_3\cos(\beta)\Big) * \vec{e}_{z''} \end{Bmatrix} \tag{28}$$

**We berekennen $\vec{v}_d$ met mebehulp van samengestelde beweging ten opzichte van het $x''y''z''$.**

$$\vec{v}_d = \vec{v}_b + \vec{\omega}_g \times \vec{r}_{d|b} + \vec{v}_{rel} \tag{29}$$

**We berekenen eerst de snelheid van de oorsprong van het $x''y''z''$-assenstel (punt B). Dit punt ondergaat zelf een rotatie rond A, dat op zijn buurt een translatie ondergaat.**

$$\begin{aligned} \vec{v}_b &= \vec{v}_a + \vec{\omega} \times \vec{r}_{b|a} + \vec{v}_{rel} \\ &= v_v \vec{e}_{y''} + \vec{0} + \vec{\omega}_g \times *(l) * \vec{e}_{x'} \\ &= (v_v + \omega_g * l_1) * \vec{e}_{y''} \end{aligned} \tag{30}$$

**Nu berekennnen we $\vec{\omega}_g \times \vec{r}_{d|b}$. Een term veroorzaakt door de rotatie van B rond A.**

$$\begin{aligned} \vec{\omega}_g \times \vec{r}_{d|b} &= \begin{vmatrix} \vec{e}_{x''} & \vec{e}_{y''} & \vec{e}_{z''} \\ 0 & 0 & \omega_g \\ \frac{-1}{4} l_4 \cos\beta - \frac{3}{4} l_3 \sin\beta & 0 & \frac{1}{4} l_4 \sin\beta - \frac{3}{4} l_3 \cos\beta \end{vmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_{x'} \\ \Big(\omega_g (\frac{-1}{4} l_4 \cos\beta - \frac{3}{4} l_3 \sin\beta)\Big) * \vec{e}_{y'} \\ 0 * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix} \end{aligned} \tag{31}$$

**Tot slot berekenen we de snelheid van het punt D gezien door een waarnemer die meebeweegt met het bewegend $x''y''z''$-assenstel in het punt B.**

$$\begin{aligned} \vec{v}_{rel} &= \vec{\omega}_i \times \vec{r}_{d|b} \\ &= \begin{vmatrix} \vec{e}_{x''} & \vec{e}_{y''} & \vec{e}_{z''} \\ 0 & \omega_i & 0 \\ \frac{-1}{4} * l_4 * \cos\beta - \frac{3}{4} * l_3 * \sin\beta & 0 & \frac{1}{4} * l_4 * \sin\beta - \frac{3}{4} * l_3 * \cos\beta \end{vmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} \Big(\omega_i * (\frac{1}{4} * l_4 * \sin\beta - \frac{3}{4} * l_3 * \cos\beta)\Big) * \vec{e}_{x''} \\ 0 * \vec{e}_{y''} \\ \Big(-\omega_i * (\frac{-1}{4} * l_4 * \cos\beta - \frac{3}{4} * l_3 * \sin\beta)\Big) * \vec{e}_{z''} \end{Bmatrix} \end{aligned} \tag{32}$$

**Als we** (30)**,** (31) **en** (29) **invullen in** (29) **vinden we**

$$\vec{v}_d = \begin{Bmatrix} \Big(\omega_i (\frac{1}{4} l_4 \sin\beta - \frac{3}{4} l_3 \cos\beta)\Big) * \vec{e}_{x''} \\ \Big(v_v + \omega_g l_1 + \omega_g (\frac{-1}{4} l_4 \cos\beta - \frac{3}{4} l_3 \sin\beta)\Big) * \vec{e}_{y''} \\ \Big(-\omega_i (\frac{-1}{4} l_4 \cos\beta - \frac{3}{4} l_3 \sin\beta)\Big) * \vec{e}_{z''} \end{Bmatrix} \tag{33}$$

**Door dit te transformeren(door te vermenigvuldigen met $T_1$) naar het xyz-assenstel vinden we:**

$$\vec{v}_d = \begin{Bmatrix} \Big(\omega_i (\frac{1}{4} l_4 \sin\beta - \frac{3}{4} l_3 \cos\beta)\Big) * \vec{e}_x \\ \Big(\big(v_v + \omega_g l_1 + \omega_g (\frac{-1}{4} l_4 \cos\beta - \frac{3}{4} l_3 \sin\beta)\big) \cos\alpha + \sin\alpha \omega_i \big(\frac{-1}{4} l_4 \cos\beta - \frac{3}{4} l_3 \sin\beta\big)\Big) * \vec{e}_y \\ \Big(\big(v_v + \omega_g l_1 + \omega_g (\frac{-1}{4} l_4 \cos\beta - \frac{3}{4} l_3 \sin\beta)\big) \sin\alpha + \cos\alpha \omega_i \big(\frac{-1}{4} l_4 \cos\beta - \frac{3}{4} l_3 \sin\beta\big)\Big) * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{34}$$

**Nu berekennen we $\vec{a}_d$ met de samengestelde beweging**

$$\vec{a}_d = \vec{a}_b + \vec{\alpha} \times \vec{r}_{d|b} + \omega_g \times (\omega_g \times \vec{r}_{d|b}) + \vec{a}_{rel} + 2 * (\omega_g \times \vec{v}_r) \tag{35}$$

**We bereken de versnelling van het punt B door middel van samengestelde beweging**

**door een assenstel dat meebeweegt met de gierbeweging (dus B vast in assenstel dus alle relatieve componenten verdwijnen) en vast aan het punt A:**

$$\begin{aligned}
\vec{a}_b &= \vec{a}_a + \vec{\alpha}_g \times \vec{r}_{b|a} + \vec{\omega}_g \times (\vec{\omega}_g \times \vec{r}_{b|a}) + \vec{a}_{rel} + 2(\omega \times \vec{v}_{rel}) \\
&= a_v * \vec{e}_{y'} + (\alpha_g * \vec{e}_{z'} + \omega_g * \frac{d\vec{e}_{z'}}{dt}) \times l_1\vec{e}_{x'} + \omega_g * \vec{e}_{z'} \times (\omega_g * \vec{e}_{z'} \times l_1\vec{e}_{x'}) \\
&= \begin{Bmatrix} -\omega_g^2 l_1 * \vec{e}_{x'} \\ (a_v + \alpha_g * l_1) * \vec{e}_{y'} \\ 0 * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{36}$$

**Nu berekennen we $\vec{\alpha}_g \times \vec{r}_{d|b}$ en $\vec{\omega}_g \times (\vec{\omega}_g \times \vec{r}_{d|b})$ . Deze termen worden veroorzaakt door de rotatie van B rond A.**

$$\begin{aligned}
\vec{\alpha}_g \times \vec{r}_{d|b} &= (\alpha_g * \vec{e}_{z'}) \times \begin{Bmatrix} \left(-\frac{1}{4}l_4\cos(\beta) - \frac{3}{4}l_3\sin(\beta)\right) * \vec{e}_{x'} \\ 0 * \vec{e}_{y'} \\ \left(\frac{1}{4}l_4\sin(\beta) - \frac{3}{4}l_3\cos(\beta)\right) * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix} \\
&= \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_{x'} \\ \alpha_g(-\frac{1}{4}l_4\cos(\beta) - \frac{3}{4}l_3\sin(\beta)) * \vec{e}_{y'} \\ 0 * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{37}$$

$$\begin{aligned}
\vec{\omega}_g \times (\vec{\omega}_g \times \vec{r}_{d|b}) &= \omega_g\vec{e}_{z'} \times \left(\omega_g(\frac{-1}{4}l_4\cos\beta - \frac{3}{4}l_3\sin\beta)\vec{e}_{y'}\right) \\
&= \begin{Bmatrix} \left(\omega_g^2(\frac{-1}{4}l_4\cos\beta - \frac{3}{4}l_3\sin\beta)\right) * \vec{e}_{x'} \\ 0 * \vec{e}_{y'} \\ 0 * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{38}$$

**Nu berekennen we de versnelling van D gezien als een waarnemer meebewegend met $x''y''z''$ vast in het punt B.**

$$\begin{aligned}
\vec{a}_{rel} &= \vec{\alpha}_i \times \vec{r}_{d|b} + \vec{\omega}_i \times (\vec{\omega}_i \times \vec{r}_{d|b}) \\
&= \begin{vmatrix} \vec{e}_{x'} & \vec{e}_{y'} & \vec{e}_{z'} \\ -\omega_g\omega_i & \alpha_i & 0 \\ \frac{-1}{4}l_4\cos\beta - \frac{3}{4} * l_3 * \sin\beta & 0 & \frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3 * \cos\beta \end{vmatrix} + \\
&\begin{vmatrix} \vec{e}_{x'} & \vec{e}_{y'} & \vec{e}_{z'} \\ 0 & \omega_i & 0 \\ \omega_i(\frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3\cos\beta) & 0 & \omega_i(\frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3\cos\beta) \end{vmatrix} \\
&= \begin{Bmatrix} \left(\alpha_i(\frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3\cos\beta) + \omega_i^2(\frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3\cos\beta)\right) * \vec{e}_{x'} \\ \left(\omega_g\omega_i(\frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3\cos\beta)\right) * \vec{e}_{y'} \\ \left(\alpha_i(\frac{-1}{4}l_4\cos\beta - \frac{3}{4}l_3\sin\beta) - \omega_i^2(\frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3\cos\beta)\right) * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{39}$$

**En tot slot de complementaire versnelling:**

$$\begin{aligned}
2(\vec{\omega}_g \times \vec{v}_{rel}) &= 2 * \begin{vmatrix} \vec{e}_{x'} & \vec{e}_{y'} & \vec{e}_{z'} \\ 0 & 0 & \omega_g \\ \omega_i(\frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3\cos\beta) & 0 & -\omega_i(\frac{-1}{4}l_4\cos\beta - \frac{3}{4}l_3\sin\beta) \end{vmatrix} \\
&= \begin{Bmatrix} 0 * \vec{e}_{x'} \\ \left(2\omega_g\omega_i(\frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3\cos\beta)\right) * \vec{e}_{y'} \\ 0 * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{40}$$

**Als we alle termen samen nemen (in de veronderstelling dat het $x''y''z''$ en het $x'y'z'$ assenstel ogenblikkelijk de zelfde orientataie hebben) vinden we deze uitkomst, die**

we door vermenigvuldiging met T1 verder kunnen omvormen naar het $xyz$-assenstel.

$$= \begin{Bmatrix} \Big(-\omega_g^2 l_1 + \omega_g^2(\frac{-1}{4}l_4\cos\beta - \frac{3}{4}l_3 sin\beta) + \alpha_i(\frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3\cos\beta) \\ +\omega_i^2(\frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3\cos\beta)\Big) * \vec{e}_{x'} \\ \Big(a_v + \alpha_g l_1 + \alpha_g(-\frac{1}{4}l_4\cos(\beta) - \frac{3}{4}l_3 * \sin(\beta)) + 3\omega_g\omega_i(\frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3\cos\beta)\Big) * \vec{e}_{y'} \\ \Big(\alpha_i(\frac{1}{4}l_4\cos\beta - \frac{3}{4}l_3\sin\beta) - \omega_i^2(\frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3\cos\beta)\Big) * \vec{e}_{z'} \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{Bmatrix} \Big(-\omega_g^2 l_1 + \omega_g^2 * (\frac{-1}{4} * l_4 * \cos\beta - \frac{3}{4} * l_3 * \sin\beta) + \alpha_i(\frac{1}{4} * l_4 * \sin\beta - \frac{3}{4} * l_3 * \cos\beta) \\ +\omega_i^2 * (\frac{1}{4} * l_4 * \sin\beta - \frac{3}{4} * l_3 * \cos\beta)\Big) * \vec{e}_x \\ \Bigg(\Big(a_v + \alpha_g l_1 + \alpha_g * (-\frac{1}{4}l_4\cos(\beta) - \frac{3}{4}l_3 * \sin(\beta)) + 3\omega_g\omega_i(\frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3\cos\beta)\Big)\cos\alpha \\ +\Big(\alpha_i * (\frac{1}{4}l_4\cos\beta - \frac{3}{4}l_3\sin\beta) - \omega_i^2(\frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3\cos\beta)\Big) * -\sin\alpha\Bigg) * \vec{e}_y \\ \Bigg(\Big(a_v + \alpha_g l_1 + \alpha_g * (-\frac{1}{4}l_4\cos(\beta) - \frac{3}{4}l_3\sin(\beta)) + 3\omega_g\omega_i(\frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3\cos\beta)\Big)\sin\alpha \\ +\Big(\alpha_i(\frac{1}{4}l_4\cos\beta - \frac{3}{4}l_3\sin\beta) - \omega_i^2(\frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3\cos\beta)\Big)\cos\alpha\Bigg) * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{41}$$

# 2 Dynamica

## 2.1 Vraag 1

**Bereken de ogenblikkelijke impulsvector en de verandering van de impulsvector van het landingsgestel en die van het wiel.**
**Uit de defenitie van de impuls vector volgt dat $\vec{p} = m\vec{v}$.**

$$\vec{p_c} = m * \vec{v}_c \tag{42}$$

$\vec{p}_d = m * \vec{v}_d$

$$= m * \begin{Bmatrix} \Big(\omega_i(\frac{1}{4}l_4\sin\beta - \frac{3}{4}l_3\cos\beta)\Big) * \vec{e}_x \\ \Big(\big(v_v + \omega_g l_1 + \omega_g(\frac{-1}{4}l_4\cos\beta - \frac{3}{4}l_3\sin\beta)\big)\cos\alpha + \sin\alpha\omega_i\big(\frac{-1}{4}l_4\cos\beta - \frac{3}{4}l_3\sin\beta\big)\Big) * \vec{e}_y \\ \Big(\big(v_v + \omega_g l_1 + \omega_g(\frac{-1}{4}l_4\cos\beta - \frac{3}{4}l_3\sin\beta)\big)\sin\alpha + \cos\alpha\omega_i\big(\frac{-1}{4}l_4\cos\beta - \frac{3}{4}l_3\sin\beta\big)\Big) * \vec{e}_z \end{Bmatrix} \tag{43}$$

**Nu bekennen we de verandering van de impulsvector met behulp van**
$(\frac{d\vec{p}}{dt}) = m * \vec{a} = \vec{F}_{extern}$

$$(\frac{d\vec{p_c}}{dt}) = m * \vec{a}_c \tag{44}$$

$$(\frac{d\vec{p}_d}{dt}) = m * \vec{a}_d$$

$$= m * \left\{ \begin{array}{c} \Big( -\omega_g^2 l_1 + \omega_g^2 * (\frac{-1}{4} * l_4 * \cos\beta - \frac{3}{4} * l_3 * \sin\beta) + \alpha_i(\frac{1}{4} * l_4 * \sin\beta - \frac{3}{4} * l_3 * \cos\beta) \\ +\omega_i^2 * (\frac{1}{4} * l_4 * \sin\beta - \frac{3}{4} * l_3 * \cos\beta)\Big) * \vec{e}_x \\ \Bigg(\Big(a_v + \alpha_g l_1 + \alpha_g * (-\frac{1}{4} l_4 \cos(\beta) - \frac{3}{4} l_3 * \sin(\beta)) + 3\omega_g\omega_i(\frac{1}{4} l_4 \sin\beta - \frac{3}{4} l_3 \cos\beta)\Big) \cos\alpha \\ +\Big(\alpha_i * (\frac{1}{4} l_4 \cos\beta - \frac{3}{4} l_3 \sin\beta) - \omega_i^2(\frac{1}{4} l_4 \sin\beta - \frac{3}{4} l_3 \cos\beta)\Big) * -\sin\alpha\Bigg) * \vec{e}_y \\ \Bigg(\Big(a_v + \alpha_g l_1 + \alpha_g * (-\frac{1}{4} l_4 \cos(\beta) - \frac{3}{4} l_3 \sin(\beta)) + 3\omega_g\omega_i(\frac{1}{4} l_4 \sin\beta - \frac{3}{4} l_3 \cos\beta)\Big) \sin\alpha \\ +\Big(\alpha_i(\frac{1}{4} l_4 \cos\beta - \frac{3}{4} l_3 \sin\beta) - \omega_i^2(\frac{1}{4} l_4 \sin\beta - \frac{3}{4} l_3 \cos\beta)\Big) \cos\alpha\Bigg) * \vec{e}_z \end{array} \right\} \tag{45}$$

## 2.2 Vraag 2

**Bereken de ogenblikkelijke impulsmomentvector en de verandering van de impulsmometvector van het landingsgestel en die van het wiel rond hun respectievelijke massacentra.**

$$\vec{L}_c = I(t)\vec{\omega} \tag{46}$$

**We berekennen eerst $\omega_{tot}$ ten op zichte van het $x''''y'''z''''$-assenstel. Door vermenigvuldiging met $T_1^{-1} * T_2^{-1}$**

$$\begin{aligned} \vec{\omega} &= \vec{\omega}_w + \vec{\omega}_g + \vec{\omega}_i \\ &= \left\{ \begin{array}{c} (-\vec{\omega}_w - \vec{\omega}_g sin(\beta))\vec{e}_{x''''} \\ \vec{\omega}_i * \vec{e}_{y''''} \\ \vec{\omega}_g cos\beta(\beta)\vec{e}_{z''''} \end{array} \right\} \end{aligned} \tag{47}$$

**We vullen $\omega_{tot}$ nu in in formule (46)**

$$\vec{L}_c = \left\{ \begin{array}{c} I_{\omega,x'''',x''''}(-\vec{\omega}_w - \vec{\omega}_g sin(\beta))\vec{e}_{x''''} \\ I_{\omega,y'''',y''''}\vec{\omega}_i * \vec{e}_{y''''} \\ I_{\omega,z'''',z''''}\vec{\omega}_g cos\beta(\beta)\vec{e}_{z''''} \end{array} \right\} \tag{48}$$

**Dit resultaat kan gemakkelijk naar het $x'''y'''z'''$ assenstel getransformeerd worden (ogenblikkelijk samenvallend). Vervolgens kan dit omgevormd worden naar het $xyz$-assenstel door vermenigvuldiging met T2*T1**

$$\left(\frac{d\vec{L}_c}{dt}\right) = \left(\frac{d\vec{L}_C}{dt}\right)_{rel} + \vec{\Omega} \times \vec{L}_c \tag{49}$$

**Het beschouwde assenstel is het assenstel dat meebeweegt met het wiel.**

$$\begin{aligned} \vec{\Omega} \times \vec{L}_c &= \begin{vmatrix} \vec{e}_{x''''} & \vec{e}_{y''''} & \vec{e}_{z''''} \\ -\omega_w - \omega_g \sin\beta & \omega_i & \omega_g \cos\beta \\ L_{c,x''''} & L_{c,y''''} & L_{c,z''''} \end{vmatrix} \\ &= \left\{ \begin{array}{c} \omega_i L_{c,z''''} - \omega_g \cos\beta L_{c,y''''} \\ \omega_g \cos\beta L_{o,x''''} + (\omega_w + \omega_g) L_{c,z''''} \\ -(\omega_w + \omega_g \sin(\beta)) L_{c,y''''} + \omega_i L_{c,x''''} \end{array} \right\} \end{aligned} \tag{50}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\vec{L}_c}{dt}\right)_{rel} &= I\frac{d\vec{\omega}}{dt} \\ &= I \left\{ \begin{array}{c} \Big(\alpha_w - \alpha_g \sin\beta + (-\omega_i\omega_g)\cos\beta\Big)\vec{e}_{x''''} \\ \Big(\alpha_i + \omega_g\omega_w \cos\beta\Big)\vec{e}_{y''''} \\ \Big(\alpha_g \cos\beta - \omega_i\omega_g \sin\beta - \omega_i\omega_w\Big)\vec{e}_{z''''} \end{array} \right\} \end{aligned} \tag{51}$$

want

$$
\begin{aligned}
\frac{d\vec{\omega}}{dt} &= \alpha_g \vec{e}_{z'} + \alpha_i \vec{e}_{y''} + (-\omega_i\omega_g)\vec{e}_{x''} + \alpha_w \vec{e}_{x'''} + \begin{Bmatrix} -\sin\beta \vec{e}_{x''''}\vec{e}_{x''''} \\ \cos\beta\omega_g\omega_w\vec{e}_{y''''} \\ -\cos\beta\omega_i\omega_w\vec{e}_{z''''} \end{Bmatrix} \\
&= \begin{Bmatrix} \alpha_w - \alpha_g + (-\omega_i\omega_g)\cos\beta\vec{e}_{x''''} \\ \alpha_i + \cos\beta\omega_g\omega_w\vec{e}_{y''''} \\ \alpha_g\cos\beta + (-\omega_i\omega_g)\sin\beta - (\omega_i\omega_g)\vec{e}_{z''''} \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{52}
$$

$$
\left(\frac{d\vec{L}_c}{dt}\right) = \begin{Bmatrix} \omega_i\omega_g\cos\beta(I_{z'''',z''''} - I_{y'''',y''''}) \\ \omega_g\cos\beta(\omega_w + \omega_g\sin\beta)(I_{z'''',z''''} - I_{x'''',x''''}) \\ (\omega_i + \omega_g\sin\beta)\omega_i(I_{x'''',x''''} - I_{y'''',y''''}) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} I_{x'''',x''''}(\alpha_w - \alpha_g\sin\beta + (-\omega_i\omega_g))\cos\beta \\ I_{y'''',y''''}(\alpha_i + \omega_g\omega_w\cos\beta) \\ I_{z'''',z''''}(\alpha_g\cos\beta - \omega_i\omega_g\sin\beta - \omega_i\omega_w) \end{Bmatrix} \tag{53}
$$

**Nu herhalen we alles voor het punt D.**

$$
\vec{L}_d = I(t)\vec{\omega} \tag{54}
$$

**We berekennen eerst $\omega_{tot}$ ten op zichte van het $x'''y'''z'''$-assenstel**

$$
\begin{aligned}
\vec{\omega} &= \vec{\omega}_g + \vec{\omega}_i \\
&= \begin{Bmatrix} (-\vec{\omega}_g sin(\beta))\vec{e}_{x'''} \\ \vec{\omega}_i * \vec{e}_{y'''} \\ \vec{\omega}_g cos\beta(\beta)\vec{e}_{z'''} \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{55}
$$

**Nu kunnen we $\omega_{tot}$ invullen in formule** (54).

$$
\vec{L}_d = \begin{Bmatrix} I_{l,x''',x'''}(-\vec{\omega}_g sin(\beta))\vec{e}_{x'''} \\ I_{l,y''',y'''}\vec{\omega}_i * \vec{e}_{y'''} \\ I_{l,z''',z'''}\vec{\omega}_g cos\beta(\beta)\vec{e}_{z'''} \end{Bmatrix} \tag{56}
$$

**Dit kunnen we verder transformeren naar het xyz assenstel door te vermenigvuldigen met T2*T1 (zie begin).**

$$
\left(\frac{d\vec{L}_d}{dt}\right) = \left(\frac{d\vec{L}_d}{dt}\right)_{rel} + \Omega \times \vec{L}_d \tag{57}
$$

**We berekenen nu eerst $\left(\frac{d\vec{L}_d}{dt}\right)_{rel}$.**

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{d\vec{L}_d}{dt}\right)_{rel} &= I\vec{\omega} \\
&= I * \begin{Bmatrix} (-\alpha_g\sin\beta - \omega_i\omega_g\cos\beta)\vec{e}_{x'''} \\ \alpha_i\vec{e}_{y''} \\ (\alpha_g\cos\beta - \omega_i\omega_g\sin\beta)\vec{e}_{z'''} \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{58}
$$

$$
\begin{aligned}
\Omega \times \vec{L}_d &= \begin{vmatrix} \vec{e}_{x'''} & \vec{e}_{y'''} & \vec{e}_{z'''} \\ -\omega_g\sin\beta & \omega_i & \omega_g\cos\beta \\ L_{d,x'''} & L_{d,y'''} & L_{d,z'''} \end{vmatrix} \\
&= \begin{Bmatrix} \Big(\omega_i L_{d,z'''} - \omega_g\cos\beta L_{d,y'''}\Big)\vec{e}_{x'''} \\ \Big(\omega_g\cos\beta L_{d,x'''} + \omega_g\sin\beta L_{d,z'''}\Big)\vec{e}_{y'''} \\ \Big(-\omega_g\sin\beta L_{d,y'''} - \omega_i L_{d,x'''}\Big) \end{Bmatrix} \\
&= \begin{Bmatrix} \Big(\omega_i\omega_g\cos\beta(I_{l,z''',z'''} - I_{l,y''',y'''})\Big)\vec{e}_{x'''} \\ \Big(\omega_g\cos\beta\sin\beta(I_{l,z''',z'''} - I_{l,x''',x'''})\Big)\vec{e}_{y'''} \\ \Big(\omega_i\omega_g\sin\beta(I_{l,x''',x'''} - I_{l,y''',y'''})\Big)\vec{e}_{z'''} \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{59}
$$

$$\left(\frac{d\vec{L}_d}{dt}\right) = \left\{ \begin{matrix} \Big(\omega_i\omega_g \cos\beta(I_{l,z''',z'''} - I_{l,y''',y'''})\Big)\vec{e}_{x'''} \\ \Big(\omega_g \cos\beta \sin\beta(I_{l,z''',z'''} - I_{l,x''',x'''})\Big)\vec{e}_{y'''} \\ \Big(\omega_i\omega_g \sin\beta(I_{l,x''',x'''} - I_{l,y''',y'''})\Big)\vec{e}_{z'''} \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} (-\alpha_g \sin\beta - \omega_i\omega_g \cos\beta)I_{l,x''',x'''}\vec{e}_{x'''} \\ \alpha_i I_{l,y''',y'''}\vec{e}_{y''} \\ (\alpha_g \cos\beta - \omega_i\omega_g \sin\beta)I_{l,z''',z'''}\vec{e}_{z'''} \end{matrix} \right\} \tag{60}$$

### 2.3 Vraag 3

**Bereken de kracht $\vec{F}_B$ uitgeoefent door het landingsgestel op het aanhechtingspunt met de vleugel. Hier moet nog een vrijlichaamdiagram komen**

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F} = \vec{F}_B + \vec{F}_W + \vec{G} \tag{61}$$

**Voor het wiel geldt dan:**

$$\frac{d\vec{p}_W}{dt} = \vec{G}_W - \vec{F}_W \tag{62}$$

$$\vec{F}_W = \vec{G}_W - \frac{d\vec{p}_W}{dt} \tag{63}$$

**Voor het landingsgestel in totaal geldt dan:**

$$\frac{d\vec{p}_D}{dt} = \vec{F}_B + \vec{F}_W + \vec{G} \tag{64}$$

$$\vec{F}_B = \frac{d\vec{p}_D}{dt} + \frac{d\vec{p}_W}{dt} - \vec{G}_D - \vec{G}_W \tag{65}$$

### 2.4 Vraag 4

**Bereken de moment $\vec{M}_B$ uitgeoefent door het landingsgestel op het aanhechtingspunt met de vleugel.**

$$\vec{M}_B = \frac{d\vec{L}_D}{dt} + \vec{r}_{B|D} \times m_{landingsgestel}\vec{a}_D \tag{66}$$

$$\vec{r}_{B|D} = T_2 * T1 * \vec{r''}_{B|D} = \left\{ \begin{matrix} \Big(\cos\beta\big(\tfrac{3}{4}l_3\sin(\beta) - \tfrac{1}{4}l_4\cos(\beta)\big) + \cos(\alpha)\sin(\beta)\big(-\tfrac{3}{4}l_3\cos(\beta) + \tfrac{1}{4}l_4\sin(\beta)\big)\Big) * \vec{e}_{x''} \\ \Big(-\sin\alpha\big(-\tfrac{3}{4}l_3\sin(\beta) + \tfrac{1}{4}l_4\cos(\beta)\big)\Big) * \vec{e}_{y''} \\ \Big(\sin\beta\big(-\tfrac{3}{4}l_3\sin(\beta) + \tfrac{1}{4}l_4\cos(\beta)\big) + \cos\alpha\cos\beta\big(-\tfrac{3}{4}l_3\sin(\beta) + \tfrac{1}{4}l_4\cos(\beta)\big)\Big) * \vec{e}_{z''} \end{matrix} \right\} \tag{67}$$

**Hier moeten dan nog enkele maple berekeningen ingevoerd worden.**

### 2.5 Vraag 5

**Het aandrijfmoment dat de actuator in het punt B moet leveren om het landingsgestel in te klappen.**

$$\vec{M}_B = \frac{d\vec{L}_B}{dt} + \vec{r}_{B|C} \times m_{wiel}\vec{a}_C + \frac{d\vec{L}_w iel}{dt} \tag{68}$$

$$\vec{r}_{B|C} = T_2 * T_1 * \vec{r''}_{B|C} = \left\{ \begin{matrix} \Big(\cos\beta\big(l_3\sin(\beta) - l_4\cos(\beta)\big) + \cos(\alpha)\sin(\beta)\big(-l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\big)\Big) * \vec{e}_{x''} \\ -\sin\alpha\big(-l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\big) * \vec{e}_{y''} \\ \Big(\sin\beta\big(-l_3\sin(\beta) + l_4\cos(\beta)\big) + \cos\alpha\cos\beta\big(-l_3\cos(\beta) + l_4\sin(\beta)\big)\Big) * \vec{e}_{z''} \end{matrix} \right\} \tag{69}$$

$$\vec{r}_{B|C} \times m_{wiel}\vec{a}_C \tag{70}$$

**Hier moeten nog enkele maple berekeningen volgen**