

# 多种群实数编码遗传算法在多峰函数优化中的应用

覃柏英<sup>a</sup>, 秦文东<sup>b</sup>, 林贤坤<sup>c</sup>

(广西科技大学 a. 理学院; b. 校团委; c. 汽车与交通学院, 广西 柳州 545006)

**摘要:**对于函数优化问题,单种群遗传算法全局搜索能力较强,但局部搜索能力较弱,当函数为多峰时,易陷入局部最优解。本文引入多种群实数编码遗传算法,不同种群赋予不同的控制参数,以此兼顾全局和局部搜索能力,并采用移民算子联系各种群实现协同进化,以及人工选择算子保存各种群的最优个体作为终止判据,从而较好搜索到多峰函数的全局最优解,并提高迭代寻优效率。

**关键词:**遗传算法; 多峰函数; 多种群; 实数编码; 函数优化

**中图分类号:** O232

**文献标志码:** A

## 0 引言

现实中许多工程问题,都可归结为多峰函数优化问题,这些问题在其可行域内常存在一个或多个最优解,以及多个局部最优解,因此,构造出一种可行、有效、快速算法,得到多峰函数的全局最优解,成为一个重要研究方向<sup>[1-5]</sup>。随着对优化理论与方法的深入研究,学者们提出多种多峰函数的寻优算法<sup>[6-9]</sup>。

作为一种全局优化算法,遗传算法不需利用有关函数的梯度,具有很强的鲁棒性和全局搜索能力,因此广泛应用于工程和函数优化问题<sup>[10-12]</sup>。对于算法的控制参数,即交叉与变异概率等,分别决定着算法的全局和局部搜索能力,而终止判据决定着算法的收敛性能,因此,就单种群遗传算法而言,控制参数的单一取值,以及人为规定迭代次数,对于单峰函数,基本可实现问题的寻优。但对多峰函数,则易于陷入局部最优解<sup>[13]</sup>。

为了同时兼顾算法的局部与全局搜索能力,避免终止判据不合理设定导致的未成熟收敛,本文突破单种群进行遗传进化的思路,引入多个种群协同进化求解多峰函数优化问题。对于不同的种群,分别取不同的控制参数,兼顾算法的局部和全局搜索能力;利用移民算子联系各种群,实现协同进化;利用人工选择算子保存各种群的最优个体,作为终止判据,实现算法能较好搜索到多峰函数的全局最优解,提高算法的寻优性能。

## 1 单种群遗传算法

单种群实数编码遗传算法,通过种群的初始化、适应度计算、选择、交叉和变异等操作,实现多峰函数优化,流程图如图1所示<sup>[14]</sup>。

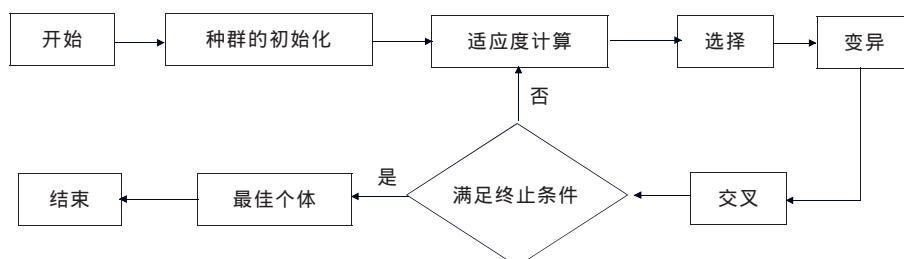


图1 单种群遗传算法流程图

收稿日期:2015-05-27

基金项目:广西自然科学基金资助项目(2012GXNSFAA053208);广西教育厅科研项目(200103YB105);广西工学院博士科研基金(院科博1005)资助。

作者简介:覃柏英,硕士,讲师,研究方向:运筹与控制,E-mail: Qinby0821@163.com.

按随机法初始化种群,个体的各基因值采用实数编码,不需数值转换过程即可进行适应度计算、交叉、变异等操作.优化目标为函数的最小值,取  $F(x)=1/f(x)$  作为个体的适应度值,选择操作采用轮盘赌法.交叉和变异分别采用实数交叉法和单点变异法<sup>[14]</sup>,具体为:

$$\begin{cases} a_{ij}=a_{ij}(1-b)+a_{ij}b \\ a_{ij}=a_{ij}(1-b)+a_{ij}b \end{cases} \text{ 和 } a_{ij}=\begin{cases} a_{ij}+(a_{ij}-a_{\max})\cdot f(g), r\geq 0.5 \\ a_{ij}+(a_{\min}-a_{ij})\cdot f(g), r<0.5 \end{cases}$$

其中,  $b$  和  $r$  是  $[0,1]$  区间的随机数.  $a_{\max}$  和  $a_{\min}$  为基因  $a_{ij}$  的上下界;  $f(g)=r_2^{(1-g/G_{\max})^2}$ ,  $r_2$  是一个随机数,  $g$  是当前迭代次数,  $G_{\max}$  是最大进化次数.

2 多种群遗传算法流程

多种群实数编码遗传算法,通过实数编码初始化多个种群,赋予各种群不同的交叉和变异概率,执行单种群的遗传进化,采用移民算子联系各种群协同进化,利用人工选择算子保存各种群的最优个体,得到精华种群作为终止判断依据,实现多峰函数优化,流程图如图 2 所示.

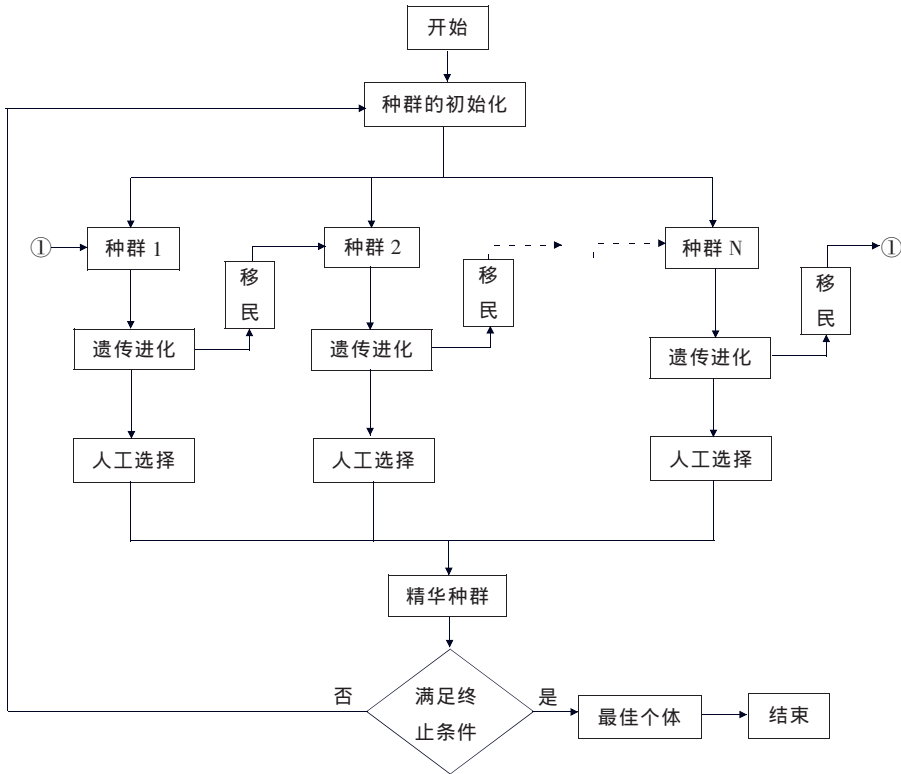


图 2 多种群遗传算法的流程图

3 测试函数

为了验证多种群实数编码遗传算法对多峰函数的优化效果,选取如下 2 个多峰函数,分别利用单种群和多种群实数编码遗传算法进行多峰函数优化.

(1)  $f_1(x)=20+e-20\exp\left(-0.2\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i^2}\right)-\exp\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \cos 2\pi x_i\right)$

(2)  $f_2(x)=\sum_{i=1}^n (x_i^2-10\cos 2\pi x_i+10)$

上述2个 $n$ 元测试函数,Ackley函数 $f_1(x)$ 具有许多个局部极小点,但只有一个全局最小点 $(0, \dots, 0)$ .该函数的最优搜索方向很难辨别,全局最优解搜索较困难.在可行域 $\{x_i \in [-5.12, 5.12], x=1, 2, \dots, n\}$ 内,Rastrigin函数 $f_2(x)$ 大约有 $10n$ 个局部极小点,但只有一个全局最小点 $(0, \dots, 0)$ .该函数峰形高底起伏不定,全局最优解搜索很困难,是一种典型的非线性多模态函数.

当 $n=2$ ,Ackley函数取 $x_1, x_2 \in [-10, 10]$ ,Rastrigin函数取 $x_1, x_2 \in [-5.12, 5.12]$ 时, $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 的图像如图3所示.

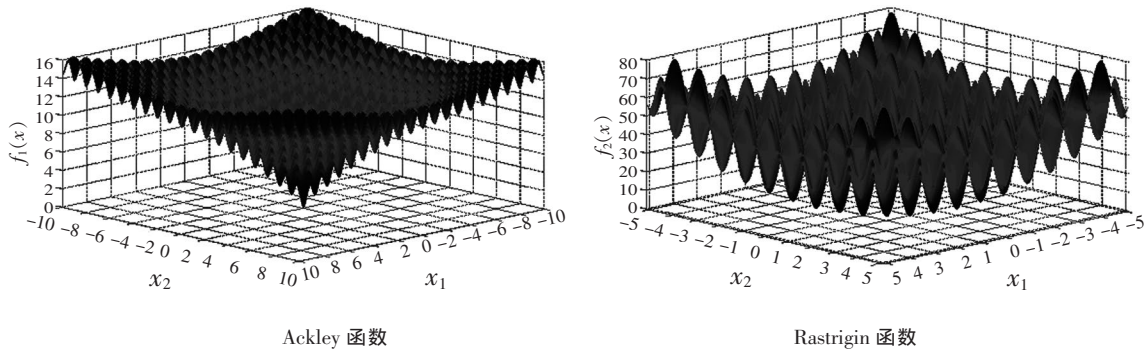


图3 当 $n=2$ 时,2个测试函数的图像

## 4 评价指标

为了检验和评价多种群实数编码遗传算法对多峰函数优化的性能,分别定义收敛概率、收敛时间、最佳个体误差作为算法性能的评价指标.

### 4.1 收敛概率

对相同的算法,重复 $N_e$ 次实验,若有 $N_s$ 次实验优化到全局最优解,则将比值 $N_s/N_e$ 的百分比称为收敛概率,用 $CP$ 表示.收敛概率越接近100,则优化到全局最优解的概率越大,算法的性能越好.

### 4.2 收敛时间

给定算法的终止判据,若能优化到问题的全局最优解,则将优化到全局最优解的时间称为收敛时间,否则将总时间称为收敛时间,都用 $t_s$ 表示.对相同的算法,重复 $N_e$ 次实验,将比值 $\sum t_s/N_e$ 称为平均收敛时间,用 $CT$ 表示. $CT$ 值越小说明算法性能越优.

### 4.3 最佳个体误差

对同一实验重复 $N_e$ 次,设第 $i$ 次实验的最佳个体为 $(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$ , $n$ 元多峰函数的全局最优解为 $(x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0n})$ .用 $CMax$ , $CMin$ 和 $CMean$ 分别表示各坐标值误差绝对值的最大值、最小值和平均值, $FMax$ , $FMin$ 和 $FMean$ 分别表示函数值误差绝对值的最大值、最小值和平均值.实验的最佳个体与全局最优解,各坐标值和函数值的误差统称最佳个体误差.

## 5 实验结果及分析

对于单种群遗传算法,交叉概率 $P_c=0.8$ 和变异概率 $P_m=0.01$ .对于群体大小 $S$ 和进化代数 $V$ ,取 $N_e=10$ ,当 $n=5$ 时,取 $S=1\ 000$ , $V=100$ ;当 $n=10$ 时,取小 $S=2\ 000$ , $V=200$ ;当 $n=15$ 时,取 $S=3\ 000$ , $V=300$ .对于多种群遗传算法,种群数目 $MP=20$ ,各种群的交叉概率 $P_c$ 和变异概率 $P_m$ 都为随机数,其中 $P_c \in (0.7, 0.9)$ 和 $P_m \in (0.01, 0.1)$ .取最优个数最小保持代数20为终止判据.对于各群体个体数目,取 $N_e=10$ ,当 $n=5$ 时,取 $S=50$ ;当 $n=10$ 时,取小 $S=100$ ;当 $n=15$ 时,取 $S=150$ .

利用以上2种算法优化Ackley和Rastrigin两个多峰函数,各变量 $x_i (i=1, 2, \dots, n)$ 的初始区间都为 $[-10, 10]$ ,结果分别如表1和表2所示.

表 1 单种群遗传算法的实验结果

<i>n</i>	函数	<i>C</i> Max	<i>C</i> Min	<i>C</i> Mean	<i>F</i> Max	<i>F</i> Min	<i>F</i> Mean	<i>CP</i> %	<i>CT</i>
5	$f_1(x)$	7.23E-03	2.89E-05	1.31E-03	1.81E-02	2.39E-03	7.05E-03	100	5.37
	$f_2(x)$	9.95E-01	7.89E-05	4.42E-02	2.00E+00	9.74E-04	2.46E-01	40	7.92
10	$f_1(x)$	3.35E-02	2.91E-05	6.79E-03	8.05E-02	1.77E-02	4.10E-02	0	46.01
	$f_2(x)$	1.01E+00	1.52E-04	4.93E-02	4.32E+00	1.24E-01	7.08E-01	0	42.77
15	$f_1(x)$	5.87E-02	4.48E-05	1.49E-02	1.70E-01	2.99E-02	9.54E-02	0	96.43
	$f_2(x)$	1.02E+00	8.74E-05	2.82E-01	7.71E+00	1.60E+00	4.88E+00	0	80.28

表 2 多种群遗传算法的实验结果

<i>n</i>	函数	<i>C</i> Max	<i>C</i> Min	<i>C</i> Mean	<i>F</i> Max	<i>F</i> Min	<i>F</i> Mean	<i>CP</i> %	<i>CT</i>
5	$f_1(x)$	2.60E-04	4.10E-07	4.08E-05	4.89E-04	1.80E-05	2.05E-04	100	5.22
	$f_2(x)$	1.63E-03	2.28E-08	1.33E-04	6.75E-04	2.27E-09	1.02E-04	100	8.70
10	$f_1(x)$	8.56E-03	2.11E-07	3.63E-04	1.58E-02	2.35E-04	2.28E-03	100	23.34
	$f_2(x)$	7.85E-03	1.34E-06	8.82E-04	2.54E-02	5.71E-07	6.19E-03	100	28.69
15	$f_1(x)$	9.35E-03	1.45E-06	1.07E-03	1.50E-02	6.54E-04	6.36E-03	100	43.33
	$f_2(x)$	5.58E-03	1.36E-07	4.63E-04	1.36E-02	9.49E-06	2.52E-03	100	72.97

由表 1 和表 2 可见,相比于单种群遗传算法,多种群遗传算法的最佳个体与全局最优解,各坐标值和函数值误差的绝对值的最大值、最小值和平均值,都得到了下降,下降幅度可达 1 至 2 个量级,而收敛时间也得到了降低.由收敛概率可见,单种群遗传算法随着变量维数增加,基本难于收敛到多峰函数的全局最优解,但多种群遗传算法都收敛到了多峰函数的全局最优解.

将收敛曲线的最后 20 代进行放大,结果如图 4 和图 5 所示.

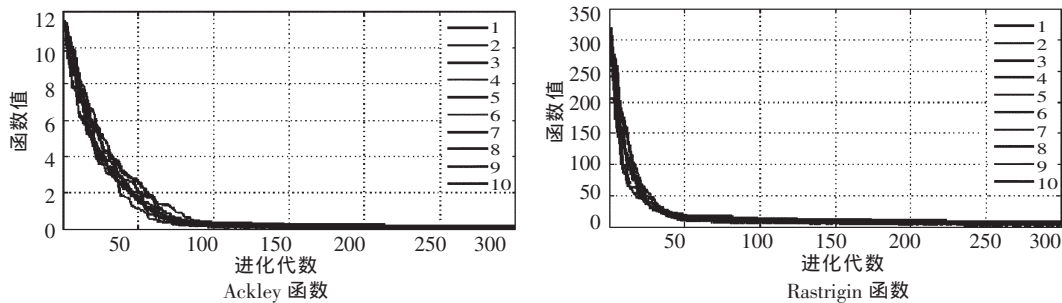


图 4 单种群遗传算法的收敛曲线

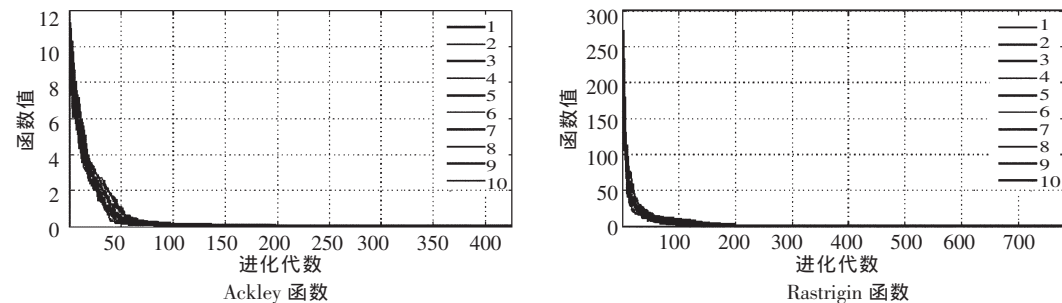


图 5 多种群遗传算法的收敛曲线

由图 4 和图 5 可见,2 种算法 10 次实验都达到了收敛.

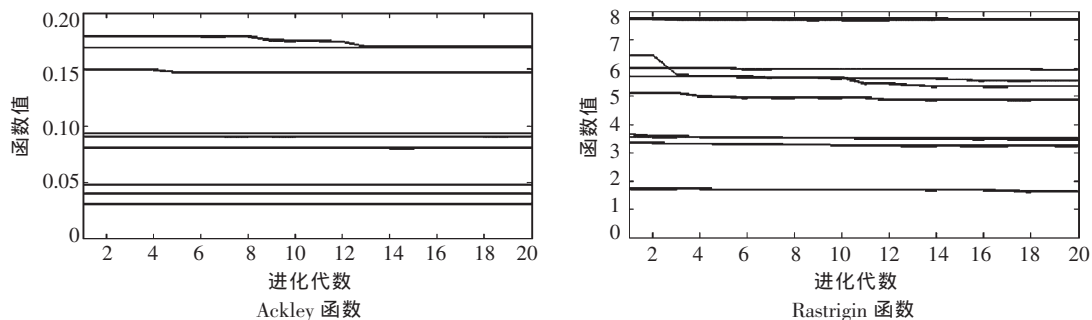


图 6 单种群遗传算法最后 20 代的收敛曲线

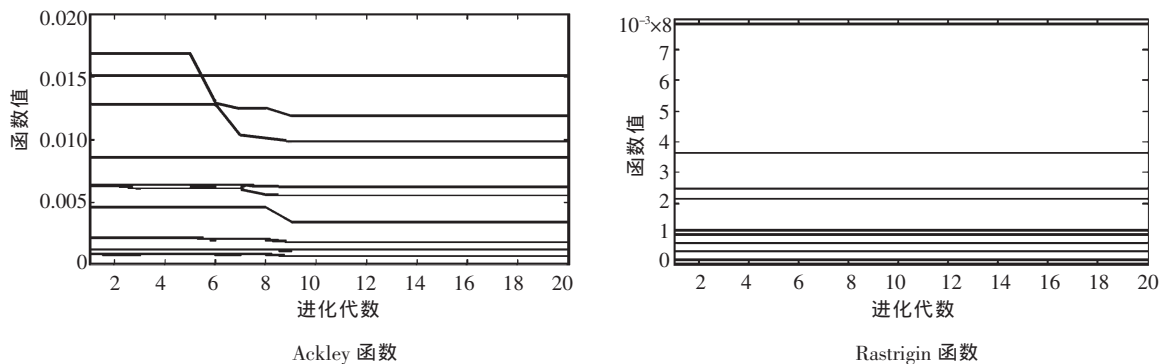


图 7 多种群遗传算法最后 20 代的收敛曲线

对于收敛曲线的最后 20 代曲线图,由图 6 可见,单种群遗传算法,10 次实验都收敛到了局部最优解,但由图 7 可见,多种群遗传算法,10 次实验都收敛到了多峰函数的全局最优解.由此可见,多种群实数编码遗传算法,不仅能解决多峰函数寻优过程中易陷入局部最优的问题,而且具有很高的寻优效率,取得了满意的结果.

## 6 结束语

利用单种群和多种群实数编码遗传算法,针对 Ackley 和 Rastrigin 两个多峰函数的全局优化问题,通过采用收敛概率、平均收敛时间、最佳个体误差评价算法的性能,探讨了多峰函数的优化问题.实验结果表明,相比于单种群实数编码遗传算法,多种群实数编码遗传算法,通过不同的交叉和变异概率赋予不同种群,同时兼顾算法的全局搜索能力和局部搜索能力,并通过移民算子联系各种群实现它们能协同进化,以及通过人工选择算子保存各种群进化的最优个体,作为终止判据,解决单种群实数编码遗传算法应用于多峰函数寻优易陷入局部极小的问题,由此使算法能较好搜索到多峰函数的全局最优解,并提高算法的迭代寻优效率.

## 参考文献

- [1] CHANG Weider. A Modified Particle Swarm Optimization with Multiple Subpopulations for Multimodal Function Optimization Problems[J]. Applied Soft Computing, 2015, 33(1): 170–182.
- [2] JAVIER E VITELA, OCTAVIO Castaños. A Sequential Niching Memetic Algorithm for Continuous Multimodal Function Optimization[J]. Applied Mathematics and Computation, 2012, 218(17): 8242–8259.
- [3] 刘道华, 倪永军, 孙芳, 等. 一种混沌蚁群算法的多峰函数优化方法[J]. 西安电子科技大学学报, 2015(3): 155–162.
- [4] 覃柏英. 非线性规划的遗传算法在多峰函数优化中的应用[J]. 广西工学院学报, 2013(2): 25–31.
- [5] 吴建辉, 章兢, 陈华, 等. 多峰函数优化的免疫云粒子群优化算法[J]. 仪器仪表学报, 2013(8): 1756–1765.

(下转第 59 页)



# Analysis on Interior Noise of Extended Range Electric Vehicle

JIN Hao, XIANG Yu\*

(College of Automobile and Transportation Engineering; 2. Guangxi Key Laboratory of Automobile Components and Vehicle Technology, Guangxi University of Science and Technology, Liuzhou 545006)

**Abstract:** The Extended Range Electric Vehicle programs had been used on cars and buses successfully and the EREV is be famous for good fuel economy and power performance. The difficulties of structural forms and vehicle control systems between the Hybrid Electric Vehicle and the Battery Electric Vehicles and the Extended Range Electric Vehicle makes the NVH character of EREV become the engineering research gradually the key point. A parallel EREV is selected as research object, and the interior noises under 3 different driving modes are researched, which is including of electric motor driving mode and extended range mode and low voltage electric model .Combined with the layout of structure and control strategy, the distribution and generation of noise are studied deeply, which provides a new approach for superior sound quality of EREV in the design stage.

**Key words:** Extended Range Electric Vehicle; interior noise; drive mode; control strategy

(责任编辑:张玉凤)

~~~~~

(上接第 17 页)

- [6] LI M Q, LIN D, KOU J S. A Hybrid Niching PSO Enhanced with Recombination–Replacement Crowding Strategy for Multimodal Optimization[J]. Applied Soft Computing, 2012,12(3): 975–987.
- [7] JUANG Yantarng, TUNG Shenlung, CHIU Hungchih. Adaptive Fuzzy Particle Swarm Optimization for Global Ooptimization of Multimodal Functions[J]. Information Sciences, 2011, 181(20): 4539–4549.
- [8] 程林辉, 钟珞. 求解多峰函数优化问题的并行免疫遗传算法[J]. 微电子学与计算机, 2015(5): 117–121.
- [9] 李国平. 面向多峰函数优化的 PASFLI 算法及应用[J]. 计算机工程与应用, 2013(21):199–203.
- [10] 傅清平. 基于新型免疫算法的多峰函数优化[J]. 计算机应用研究, 2011(10): 3678–3680.
- [11] 赵婕. 基于 VB 的遗传算法在多峰函数全局优化中的应用[J]. 太原大学学报, 2014(1):128–131.
- [12] 梅晓娟, 徐余法, 苏强强,等. 量子遗传算法在多元函数优化上的应用[J]. 上海电机学院学报, 2014(2): 89–92.
- [13] 赵静, 路银川, 孔金生. 基于量子遗传算法的多峰函数优化研究[J]. 制造业自动化, 2013(5): 94–96.
- [14] 史峰, 王辉, 胡斐,等. MATLAB 智能算法 30 个案例分析[M].北京航空航天大学出版社, 2011.

# Application of Multiple Population Real Coded Genetic Algorithm to Multimodal Function Optimization

QIN Bo-ying<sup>a</sup>, QIN Wen-dong<sup>b</sup>, LIN Xian-kun<sup>c</sup>

(Guangxi University of Science and Technology a. College of Science; b. School Youth League Committee; c. Automotive Transportation Engineering Institute, Liuzhou 545006, China)

**Abstract:** The genetic algorithm has strong global searching ability, but its local searching ability is weak. This paper introduces multiple populations real coded genetic algorithm (MPRCGA) to optimize multimodal function. The different populations are endowed with different control parameters to guarantee both global and local search ability of MPRCGA. The immigration operator is used to contact multiple populations and realize co-evolution. The artificial selection operator is used to preserve the optimal individual as the criterion of termination in the evolution of multiple populations. The experimental results show that MPRCGA can not only solve the global minimum of the multimodal function, but also have high iterative optimization efficiency.

**Keywords:** Genetic Algorithm; Multimodal Function; Multiple population; Real Coding; Function Optimization

(责任编辑:黎娅)