

## 移动机器人 3 维路径规划方法综述

陈 洋<sup>1,2,3</sup>, 赵新刚<sup>1</sup>, 韩建达<sup>1</sup>

(1. 中国科学院沈阳自动化研究所机器人学国家重点实验室, 辽宁 沈阳 110016;

2. 武汉科技大学信息科学与工程学院, 湖北 武汉 430081; 3. 中国科学院研究生院, 北京 100049)

**摘 要:** 按照建模原理的不同, 将目前各种 3 维路径规划方法分为 4 类, 阐述了各种方法的工作原理, 指出了各种方法在不同应用领域的优势和劣势. 分别从实时性、动态环境适应性、规划路径的光滑性、全局规划能力以及加入动力学约束的难易程度等方面进行了比较. 分析结果指出, 基于虚拟势场与导航函数的方法实时性最好, 可在局部规划器中优先选用. 基于数学优化的方法能够综合考虑各种动力学约束; 而基于生物智能的方法虽然便于表达各种棘手的约束, 但规划周期太长, 只适用于长周期调用.

**关键词:** 3 维空间; 避障; 环境建模; 动力学约束; 搜索算法; 实时

中图分类号: TP24

文献标识码: A

文章编号: 1002-0446(2010)-04-0568-09

## Review of 3D Path Planning Methods for Mobile Robot

CHEN Yang<sup>1,2,3</sup>, ZHAO Xingang<sup>1</sup>, HAN Jianda<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Robotics, Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China;

2. College of Information Science and Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China;

3. Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** A variety of three-dimensional path planning methods are divided into four categories according to their modeling principles. The working principles of those methods are introduced, and the advantages and disadvantages are pointed out in various applications. All of them are compared from the viewpoints whether they can be used in real-time and dynamic environment, whether they can achieve smooth path and global planning, and whether they can add different dynamic constraints conveniently. Conclusions are drawn from the comparison that the method based on virtual potential field and navigation function is superior to others for its real-time performance and will be a priority in local planners. The method based on mathematic optimization is capable of dealing with a variety of dynamic constraints. In contrast to mathematic optimization, the bio-inspired one is limited in solutions of long calling cycle for its large planning period although it is efficient to describe intractable constraints.

**Keywords:** three dimensional space; obstacle avoidance; environment modeling; dynamic constraint; searching algorithm; real-time

### 1 前言 (Introduction)

2 维平面的移动机器人路径规划技术已取得了丰硕的成果和广泛的应用. 随着人类活动空间的扩张, 已有的 2 维路径规划技术越来越满足不了许多领域的需求, 人们迫切需要一套成熟可靠的 3 维空间路径规划技术. 具有 3 维空间运动能力的典型移动机器人当属各类空中和水下机器人. 其中, 智能程度较高的包括 MAV (micro air vehicle)、UAV (unmanned aerial vehicle)、UUV (unmanned underwater vehicle)、AUV (autonomous underwater vehicle) 等. 这些机器人在空间自由活动, 要解决的首要

问题便是路径获取问题. 这通常依赖于机器人和目标点的位置信息, 希望有一种可靠且有效的算法, 求出一条最优轨迹将两点连接, 同时满足各种不同类型的约束, 如避开障碍物, 最小转弯半径, 最大加速度, 最大能量消耗和时间消耗等.

机器人路径规划需要考虑的因素主要有: 环境的不确定性和动态特性, 规划算法的实时性、有效性与最优性, 以及满足机器人本体运动约束的能力. 针对 2 维环境下的路径规划问题, 研究者提出了大量的理论和方法<sup>[1-4]</sup>, 其中部分可以方便地推广到 3 维空间, 但也有些方法很难在 3 维空间实现. 这主

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60775056, 60705028).

通讯作者: 陈洋, chenyang@sia.cn 收稿/录用/修回: 2009-08-21/2009-09-18/2010-02-07

要因为机器人的活动空间推广到 3 维后, 其运动学和动力学约束变得非常复杂。

本文总结了目前文献中出现的各种 3 维路径规划方法, 分析并比较了它们在理论上的优势和不足, 同时从算法的实时性能、优化性能以及对环境模型的依赖性进行比较, 为今后的深入研究提供参考。

## 2 基于几何模型搜索的方法 (Methods based on geometrical model searching)

这类算法的原理主要分为两个步骤, 首先构建包含障碍物的环境几何模型, 然后选择某种合适的搜索算法, 按照一定的最优策略进行搜索得到可行解。如果得到的路径解不光滑, 还可以继续对非光滑的路径作进一步处理, 以满足机器人的运动学和动力学要求。采用的环境几何模型主要有: 概率路图、可视图、快速扩展随机树、Voronoi 图、栅格地图、细胞分解等。

### 2.1 概率路图

概率路图法 (probabilistic road map, PRM) 的主要思想是在搜索空间按照一定的概率分布生成随机的路径点, 这些点满足概率完备 (probabilistically complete) 特性<sup>[1]</sup>。然后丢弃属于障碍物占据区域的点, 将剩下的路径点连接起来组成一条完整的路径。为了找到一条从出发点到目标点的最优路径, 搜索算法按照保留最优路径点、丢弃较差路径点、逐步推进的方法进行搜索。在图 1 所示的构型空间中均匀充满若干个路径点 (障碍物内部的点未显示), 可将其中相邻的  $k$  个点互连并除去与障碍物相交的连线, 便得到一个 3 维路图。通过在该路图中搜索, 可得一条从出发点到目标点的可行路径。由于路径点是随机生成的, 因此该方法不能保证所得到的解是全局最优解<sup>[1]</sup>, 而且最终的路径需要通过后期光滑处理才可实际应用。Hrabar<sup>[2]</sup> 对概率路图法用于 3 维空间路径规划的情况进行了仿真研究, 采用 A\* 搜索算法获得最优路径。由于该方法过度依赖完整的环境信息, 因此很难应用于 3 维动态环境。

### 2.2 可视图

可视图法的理论前提是把各种障碍物用多边形或多面体表示, 如图 2、3 所示。若两个顶点的连线不与任何障碍物相交, 则该连线成为求解路径的候选路径段。因此, 在 2 维路径规划问题中, 该方法求得的路径由障碍物若干个顶点的连线组成, 容易得到最优解。Kuwata 和 How<sup>[5]</sup> 将该方法推广到 3 维情况并应用于 UAV 路径规划。图 3 中由可视图法求得的最短路径必经过长方体障碍物的顶点, 但真实

解 (折线  $SMNG$ ) 却不经过任一个顶点。这表明在 3 维空间该方法得到的路径不一定是最优的。

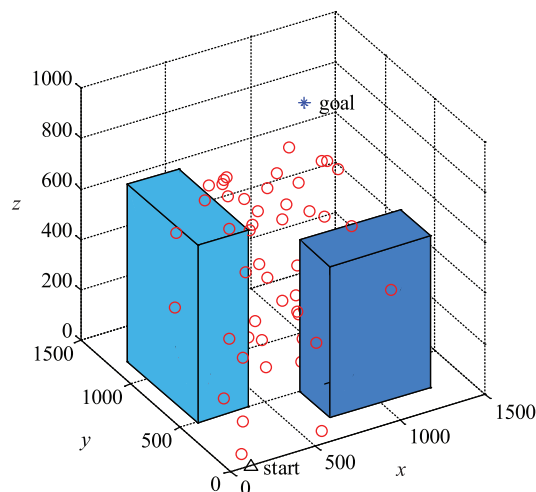


图 1 3 维概率路图路径

Fig.1 3D PRM path

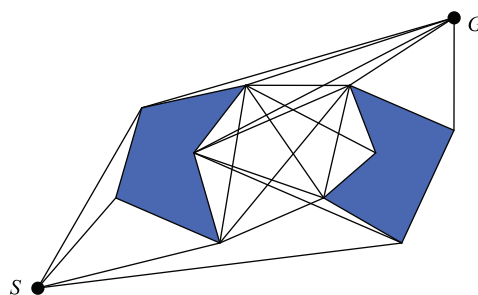


图 2 2 维可视图法

Fig.2 Visibility graph in two dimensions

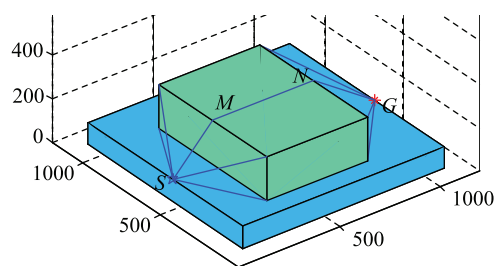


图 3 3 维可视图法

Fig.3 Visibility graph in three dimensions

### 2.3 快速扩展随机树

快速扩展随机树 (rapidly-exploring random tree, RRT) 是 LaValle 等提出的另一种基于概率采样的搜索方法<sup>[3]</sup>, 该方法允许障碍物非凸, 可满足各种非完整约束条件, 但最大不足是一般不能得到路径最优解。RRT 算法的原理如图 4 所示, 以机器人初始状态为树根, 以某种启发式概率在自由空间 (free space) 生成随机状态作为树枝节点, 从而使 RRT 树从当前节点向随机节点生长, 直至到达目标节点。Yang 和 Sukkarieh<sup>[6]</sup> 将 RRT 算法应用到无人机在野

外自然环境中的 3 维路径规划. 利用改进的 RRT 算法 (biased-greedy RRT), 经过路径生成、路径修剪、路径光滑 3 个步骤得到一条满足曲率边界和曲率连续约束的可行路径, 经冗余点排除、贝塞尔曲线光滑得到一条最终可行的路径.

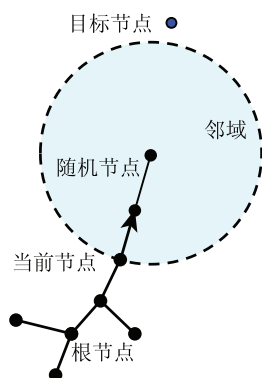


图 4 RRT 算法原理 (箭头末端为新生长的树节点)

Fig.4 Principle of the RRT algorithm (End of the arrow is the new node of the tree)

Kim 和 Ostrowski<sup>[7]</sup> 将运动学和动力学约束加入到 RRT 算法中, 对空中飞艇系统 (blimp system) 的运动规划问题进行了仿真研究. Redding 等<sup>[8]</sup> 用 RRT 算法设计了重规划 (replanning) 多层结构, 在实时交互环境下用 R-50 直升机进行了仿真验证.

## 2.4 细胞分解

细胞分解法将构型中的自由空间划分为栅格, 并依据栅格是否被障碍物占据为所有的栅格赋值. 由不被障碍物占据的栅格组成一条安全的路径, 因此栅格大小是决定路径规划优劣的关键因素之一. 基于划分栅格的策略不同, 出现了自适应细胞分解、近似细胞分解、精确细胞分解、多分辨率细胞分解<sup>[8]</sup> 等几种变形.

Williams 和 Jones<sup>[9]</sup> 使用细胞分解法用八叉树<sup>[10]</sup> 和联结图表示 3 维障碍物的坐标, 减小了存储空间, 提高了搜索效率. 同时, 采用推广的距离变换算法搜索安全路径. 但由于没有引入机器人动力学约束, 得到的 3 维路径由若干段折线构成, 也没有考虑动态环境, 这些都限制了该算法的实际应用. Jung 和 Tsiotras<sup>[11]</sup> 认为, UAV 采集障碍物信息的精度随着距离变大而降低, 提出使用快速提升小波变换 (fast lifting wavelet transform, FLWT) 对环境进行多分辨率细胞分解, 以适应在线计算能力. 分解后各栅格间的连接关系可直接通过小波变换的非零系数得到. 然后调用 A\* 或者 D\*-lite 算法搜索路径. 该算法适用于资源受限的系统.

多分辨率细胞分解法虽然可在一定程度上提高

分解速度和路径规划速度, 但是也会导致所求取的路径不是最优路径. 如图 5 所示, 规划从 S 到 G 的路径, 采用多分辨率法求得的路径如折线 SMNG 所示而不是期望的更短路径 SM'N'G, 这是因为在计算路径代价时使用了点到各细胞中心的距离. 针对此不足, Hwang 等<sup>[12]</sup> 提出了三角形细胞分解方法, 并用仿真验证了该算法可找到更短的可行路径, 同时指出若将该方法推广到 3 维空间, 需要用四面体代替传统细胞分解方法中的正方体.

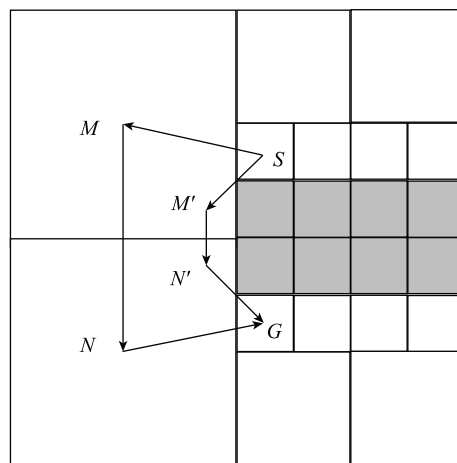


图 5 采用正方形的多分辨率细胞分解

Fig.5 Multi-resolution cell decomposition via square

## 2.5 Voronoi 图

Voronoi 图由若干个共边的多边形组成, 这些多边形的边都是连接两个相邻点 (障碍物) 直线的垂直平分线. 将 Voronoi 图应用于机器人路径规划通常可使机器人获得最大的安全度<sup>[13-14]</sup>. 例如将 Voronoi 图推广到 3 维并进行改进<sup>[13]</sup>, 改进型 Voronoi 图的构型法与 Dijkstra 搜索算法相结合可得到不同威胁体下的空间轨迹. 利用该方法, 机器人可以得到可靠解, 但不是最优解.

## 2.6 用于几何模型的搜索算法

基于几何模型的路径规划都需要采用一定的搜索算法<sup>[15-21]</sup>, 如: A\*、Dijkstra、D\*-lite、贪婪搜索、分支定界、四/八叉树搜索, 以及这些算法的改进. 采用的搜索策略如: 宽度优先、深度优先、启发式、非启发式等.

Wu 等<sup>[15]</sup> 将机器臂在动态环境的路径规划分为离线和在线两个阶段: 离线阶段非常耗时, 需要计算障碍物的位置并用递阶结构存储为非均匀二叉树. 在线阶段将障碍物的实时信息迭加在非均匀二叉树中, 最后采用 A\* 算法进行变分辨率搜索, 提高了算法实时性. 2 维栅格路径规划技术也可以推广到 3 维空间, 例如 3 维 field D\* 搜索算法<sup>[16]</sup>. 该算法采

用插值和重规划技术,能够区别对待机器人在不同方向上的运动能力差别,在一定程度上引入了动力学约束.另一种常见的 3 维空间搜索为基于八叉树的搜索算法<sup>[10]</sup>.文[17]比较了 UAV 上应用的各种搜索算法,例如: A\*、D\*、Bellman Ford、Floyd\_w.文[18]以相对距离作为启发函数,采用 A\* 算法离散搜索可行路径.文[19]使用 A\* 算法搜索无人车的状态空间解,并采用数值非线性优化技术优化路径,得到了较好的实时性(规划周期范围为 50 ms ~ 300 ms).文[20]提出一种 anytime dynamic A\* 算法,可以在任意情形下产生边界次优解.文[21]推广了由 Arya 和 Mount 在欧氏空间开发的 KDT (kd-tree) 算法,提出笛卡儿内积空间的近邻查询算法,并在 PRM 和 RRT 路径规划仿真中验证了算法的高效性.以上搜索算法和搜索策略的选择通常与具体的问题描述、环境表示模型和数据结构紧密联系在一起.

### 3 基于虚拟势场和导航函数的方法 (Methods based on virtual potential field and navigation function)

构造各种虚拟势场和导航函数是另一种应用广泛的路径规划方法.其中的部分方法可以从 2 维平面推广到 3 维空间,例如人工势场 (artificial potential field)、谐波函数势场 (harmonic function field)、流场 (flow field) 等.

#### 3.1 人工势场

人工势场法是 2 维路径规划应用最广泛的方法之一,其最大的特点是算法简单,执行效率相当高.Kitamura 等<sup>[22]</sup>使用八叉树表示 3 维构型空间,建立了机器人的人工势场模型,采用 A\* 算法搜索 3 维路径规划解.

#### 3.2 谐波函数势场

谐波函数势场可较好地解决 2 维路径规划问题<sup>[23-24]</sup>,之后又被推广到 3 维空间<sup>[4,25]</sup>.在 3 维空间中,该方法将障碍物看作多面体,各个面对机器人产生的斥力按照曲面积分公式计算.该方法可将动力学约束以一定权重作为惩罚项加入到代价函数中,而且求得的解不存在局部极小点.但是该方法需要调整线段障碍物的法向速度 (normal velocity of line obstacle),求得的路径不是最优解.该方法另一个不足之处是计算复杂度太高,很难实际应用于 3 维环境的研究.

#### 3.3 其它势场

此外,流体动力学理论建立的流场,也可用于平面移动机器人的路径规划问题<sup>[26]</sup>,而且可以得到

非常光滑的路径.若用梯度场表示机器人在空间位置点移动的最小代价,可以应对动态环境中的不确定性情况,从而得到最优路径<sup>[27]</sup>.而虚力场 (virtual force field)<sup>[28]</sup>方法依赖确定的栅格地图,采用障碍物距离信息进行局部规划.虚力的产生函数与人工势场相似,因此在局部最小点处会使机器人来回振荡.

## 4 基于数学最优化的方法 (Methods based on mathematic optimization)

### 4.1 滚动优化

滚动优化控制 (receding horizon control, RHC) 是一种优化模型,将路径规划问题嵌入到该模型中求解是一种很好的方法.针对 MAV 3 维路径规划,文[29]考虑以下约束: (1) 飞行器不能停止飞行或后退; (2) 可行轨迹必须满足最大曲率约束; (3) 飞行器与障碍物的间距最小; (4) MAV 的视野受限,使用基于视觉的自适应多分辨率<sup>[10]</sup>学习算法估计障碍物的位置,通过估计障碍物表面点的位置构建近似环境模型.利用该方法,飞行器在各种复杂障碍物环境中通过滚动优化可寻找到一条可行的 3 维路径.

基于各障碍物的威胁概率密度函数,人们提出了基于迭代步方法 (iterative step method, ISM) 的路径规划算法<sup>[30-31]</sup>,并将其推广到 3 维空间,解决了不确定环境下的 UAV 实时路径规划问题.作者首先将 UAV 的运动学解降阶为可行的平衡点轨迹的集合,再在局部规划中利用 ISM 逐步得到下一步的平衡点轨迹,以使由路径长度和路径风险度加权得到的代价函数达到最小.

### 4.2 线性规划方法

Shih 等<sup>[32]</sup>将各种约束转化为线性多项式约束或非线性多项式约束,然后用线性规划 (linear programming, LP) 或非线性规划 (NonLinear Programming, NLP)<sup>[31]</sup>求解.该方法须将自由空间分割成多个多面体,用 LP 方法进行碰撞检测,用图搜索技术搜索相连的多面体,得到一簇可行的分段线性轨迹.与此相似的还有混合整数规划方法 (mixed integer linear programming, MILP)<sup>[5,33-34]</sup>,该方法将空间障碍物全部近似成各条边与笛卡儿坐标轴平行或垂直的长方体.图 6 以一个障碍物为例说明了它的原理.这样,总可以找到一对对角顶点  $H(x_h, y_h, z_h)$  和  $L(x_l, y_l, z_l)$ , 满足  $x_h > x_l, y_h > y_l, z_h > z_l$ , 从而由  $H$  和  $L$  确定的长方体完全将障碍物包围,则处于该障碍物之外的搜索空间可用 6 个相或的空间区域表示,如不等式 (1) 所示. (1) 式经变换得到等价的 MILP



约束, 如 (2) 式, 其中  $M$  是一个非常大的正数,  $b_i$  是二值变量, 取值为 0 或 1,  $i = 1, 2, \dots, 6$ . 当有多个障碍物时, 只需将多个相似约束叠加即可. 然后极小化某种代价函数. 代价函数可以是路径长度、能量消耗、时间消耗等.

$$\begin{aligned} & x \leq x_l \text{ OR } y \leq y_l \text{ OR } z \leq z_l \\ & \text{OR } x \geq x_h \text{ OR } y \geq y_h \text{ OR } z \geq z_h \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x \leq x_l + M \cdot b_1 \\ y \leq y_l + M \cdot b_2 \\ z \leq z_l + M \cdot b_3 \\ x \geq x_h - M \cdot b_4 \\ y \geq y_h - M \cdot b_5 \\ z \geq z_h - M \cdot b_6 \\ \sum_{i=1}^6 b_i \leq 5 \\ b_i \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, 6 \end{cases} \quad (2)$$

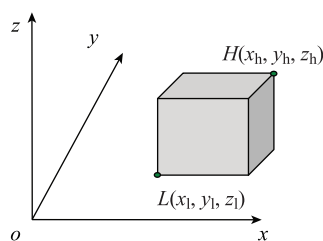


图 6 MILP 方法  
Fig.6 MILP method

MILP 方法可与 3 维可视图结合<sup>[5]</sup>, 假设机器人避障的路径点通过障碍物的顶点, 但由于扩展到 3 维的可视图本身的缺陷, 无法避免非最优解的不足. 对 MILP 方法加以改进, 用分段仿射函数构造 3 维地形<sup>[33]</sup>, 可得到更好的 MILP 约束表达形式, 采用迭代 MILP 方法<sup>[35]</sup> 可进一步降低计算量.

综上分析, MILP 方法虽然对于解决避碰等环境约束和动力学约束问题有较好的表示形式和方便的求解工具 (如 AMPL、CPLEX 等), 但是 MILP 的效率并不能满足实时性要求, 一般情况下可以求解的约束的个数仅为几百个<sup>[8]</sup>, 其计算效率能否达到实际应用的要求还有待进一步研究.

#### 4.3 水平集 (level set)

Cecil 和 Marthaler<sup>[36]</sup> 在水平集框架下将 2 维路径规划问题<sup>[37]</sup> 推广到 3 维空间. 该方法采用了变分法, 通过定义 3 维空间路径的能量积分, 以及梯度流曲面的演化, 得到曲面的稳定状态, 从而得到一个局部最优解. Singh 和 Bussa<sup>[38]</sup> 在 2 维静态障碍物环

境下, 采用 S-K 水平集方法 (Shi and Karl level set) 对多机器人路径规划问题进行了算法测试, 该方法的有效性得到了验证, 虽然可以实现避碰功能, 但无法得到最优路径.

#### 4.4 线性矩阵不等式

若将 3 维空间用 Delaunay 三角剖分, 路径规划问题的各种约束可转化一系列的线性矩阵不等式<sup>[39-40]</sup>, 通过求解线性矩阵不等式优化问题得到一条由各三角形连线构成的最优轨迹. 该算法是完备的, 不存在局部最小点问题.

#### 4.5 支持向量机

支持向量机是一种非线性分类方法, 也被用于求解 3 维路径规划问题<sup>[41]</sup>. 如果将机器人路径规划问题看成是一个相应的对偶问题, 即将整个构型空间分成两个区域, 则从中选择两个区域的边界作为可行路径. 该方法的步骤是: 通过间隔最大化原则 (margin maximization principle) 求解支持向量机分类问题, 得到非线性分割平面, 然后从分割平面中挑选出适合机器人运动的路径.

#### 4.6 其它数学最优化方法

Shanmugavel 等<sup>[42]</sup> 在研究多 UAV 同时到达目的地的路径规划问题时, 将规划过程分为多个阶段: 先设计可飞路径, 再产生可飞的安全路径以完成任务. 用空间 PH 曲线 (Pythagorean Hodograph curve) 生成路径. 同时满足 UAV 的最大曲率和扭矩边界要求. Twigg 等<sup>[43]</sup> 研究 3 维空间中包含运动目标、运动障碍物的路径规划问题. 问题模型由 4 个微分方程组成, 其中包含 2 个未知的初始条件. 采用了遗传算法和共轭梯度算法搜索最优路径, 同时考虑了风对飞行器路径规划的影响. Geiger 等<sup>[44]</sup> 将 3 维路径规划的各种约束转化为直接配点法的非线性规划问题 (direct collocation with nonlinear programming), 同时考虑了动力学约束, 包括最大加速度、最大曲率半径等. Kanchanavally 等<sup>[45]</sup> 针对一般互连系统的 3 维协同路径规划问题提出一种反馈线性化 (feedback linearization) 的控制方案. 提出的反馈线性化技术可使 UAV 位置收敛到已知目标位置的不变集中, 且不会与其它 UAV 发生碰撞. 李亚普诺夫稳定性分析证明了控制系统是稳定的, 并以静态环境中多 UAV 系统路径规划问题的仿真进行了验证.

### 5 基于生物智能的方法 (Methods based on biological intelligence)

基于生物智能的路径规划方法不必建立复杂的环境模型, 通常都提出各种强有力的搜索算法, 在

稳定收敛的同时, 在自由空间进行随机搜索, 比如: 蚁群算法 (ant colony optimization, ACO)、粒子群算法 (particle swarm optimization, PSO)、遗传与进化算法 (genetic algorithm and evolution algorithm, GA and EA)、自组织神经网络等。

### 5.1 蚁群算法

Chen 等<sup>[46]</sup>研究了基于改进蚁群算法的 UCAV (unmanned combat air vehicle) 的路径规划问题。以最小化风险和最小化能量消耗为目标函数, 对于不可预测的突发威胁, 采用重规划技术提高了算法的可靠性和实时性。

### 5.2 粒子群算法

Hao 等<sup>[47]</sup>将路径规划分为全局规划和局部规划两个阶段, 提出了极坐标粒子群路径规划算法。Jung 等<sup>[48]</sup>将 PSO 算法的应用推广到 3 维路径规划, 初始运动由当前位置与目标点的直线代替, 通过最小化敌方威胁和燃料消耗获得路径最优解, 最后利用 B 样条曲线得到一条光滑的最优路径。

### 5.3 遗传与进化算法

Mittal 和 Deb<sup>[49]</sup>采用多目标优化方法 NSGA-II (nondominated sorting genetic algorithm II) 研究了无人机离线 3 维路径规划问题。该方法以路径长度和相对地面障碍物的安全系数为代价函数, 不必将多目标优化问题转化为单目标优化问题。Zhang 等<sup>[50]</sup>用高程网格地图构建了 3 维静态环境模型, 提出基于 GA 的路径规划方法, 让机器人先爬上一个较低的台阶障碍物, 依次再爬上一个相邻更高的障碍物, 从而达到逐步越障的目的。Zhao 和 Murthy<sup>[51]</sup>在已知无人直升机始末状态和航迹点约束下, 用 EA 算法开发了基于凸或非凸几何形状的障碍物环境的最优飞行路径规划器。

但是 GA 算法最大的不足就是无法满足实时性要求, Allaire 等<sup>[52]</sup>对其进行了充分验证, 并且提出在 UAV 的控制系统中用 FPGA (field programmable gate array) 电路实现基于 GA 的路径规划模块。用 FPGA 实现后的算法其效率大大提高, 规划周期减小到 100 ms 左右, 若以 150 km/h 的普通 UAV 计算, 规划周期内 UAV 的运动距离与本体尺寸相当, 基本上达到实时性要求, 但是与军用 UAV 的要求依然相差甚远。

### 5.4 神经网络

Moreno 和 Castro<sup>[53]</sup>提出一种增长的弹性神经网络, 用于计算路径规划解。该方法用自组织、网络互连的神经元集合表示路径, 其初始路径由一条连接初始点到目标位置的直线代替。该直线由初始点

到目标点之间少量的处理单元定义。网络中起始点和目标点的处理单元静止, 而其它神经元都可自适应活动。各处理单元用 Kohonen 网络进行局部采样与学习, 采用简单的强化规则进化避碰路径, 最终得到一条完整的路径。此外, 贝叶斯网络也可用于设计 UAV 的安全路径<sup>[54]</sup>。

### 5.5 其它智能方法

Zapata 和 Lepinay<sup>[55]</sup>针对 3 维空间飞行机器人的避障和目标跟踪问题, 提出一种基于反抗行为的控制策略。将机器人与环境看作是博弈的双方, 基于微分博弈论提出了变形虚拟区 (deformable virtual zone) 方法。这种方法认为机器人由可变形的椭球曲面包围, 动态环境会导致该椭球曲面发生最大的变形, 而机器人的运动策略需要对之产生一种反抗行为来极小化这种变形。这种方法的规划变量为机器人的 3 维运动矢量, 包括一个线速度和两个角速度。Mohandas 等<sup>[56]</sup>考虑了障碍物的不确定性, 将其看作模糊障碍物, 用模糊函数表示其模糊特性, 权值越大, 其位置的模糊性越大。

## 6 多种方法的结合 (Integration of multiple methods)

Tian 等<sup>[57]</sup>将数据融合理论与支持向量机结合, 解决了动态避碰问题。Mettler 和 Toupet<sup>[58]</sup>对环境进行多分辨率细胞分解, 建立了滚动优化的目标函数, 将动力学约束和环境约束加入到 MILP 模型中, 用图搜索技术进行搜索求解。Shi 等<sup>[59]</sup>用简单的规则构建位图, 将地形分为可穿越和不可穿越两类, 采用 ACO 在可穿越空间规划路径, 同时用 PSO 算法优化 ACO 的参数。Masehian 等<sup>[40]</sup>结合了 Voronoi 图、可视图和人工势场法。在构型空间推广了 Voronoi 图, 在初始点和目标点交替执行双向搜索求解。

### 6.1 应用范围

移动机器人运动的环境可分为动态时变和静止不变两种。若规划方法实时性较好, 则可有较长时间裕量用于动态环境模型在线重构, 并重新计算轨迹以达到最优目标。反之若规划方法的实时性较差, 则重规划不能满足机器人实时控制要求, 其应用范围局限于静态环境。大量文献表明人工势场方法和数学优化方法的实时性较好, 可应用于动态环境, 而生物智能方法最差, 一般只能应用于静态环境。

另外, 3 维空间路径规划必须考虑移动机器人的运动约束, 主要包括动力学和运动学约束, 以及一些环境的非结构化约束。比如: 空中飞行器的最小飞行半径、最大速度、最小速度、最大爬升加速度

以及飞行通道最小尺寸等. 这些约束要以各种适当的形式加入到路径规划模型中. 在几何地图中加入这些约束需要对模型进行近似线性化处理, 而在数学优化方法和生物智能方法中, 则允许使用精确的非线性函数直接计算.

6.2 算法的复杂度分析

如果环境的全局信息已知且不变, 那么路径规划可离线进行, 这样不必在意规划的时间. 如果环境信息是时变的, 则算法必须具有在线规划能力. Bruijnen 等<sup>[60]</sup>比较了多种路径规划算法的实时性, 指出人工势场法的实时性最好, 可以达到毫秒级以下, 而波传播算法、基于 A\*[20]、D\* 的重规划算法的运算周期也都达到了秒级. 此外, 基于随机采样的路径规划算法和基于启发式搜索的神经网络算法<sup>[61]</sup>, 也都达到了秒级, 甚至更高.

算法的实时性与其应用领域紧密相联, 只能当其实时性达到一定优良程度时, 才可应用于动态环境的在线重规划. 否则, 只能应用于离线规划或有限制的重规划. 关于各种算法的实时性和应用范围的综合评价与比较, 见表 1.

7 结论与展望 (Conclusion and prospect)

本文分析了 3 维空间路径规划的各种方法, 阐述并分析了这些方法的基本工作原理和应用范围, 最后比较了它们的实时性、环境适应性、规划路径的光滑性, 以及加入动力学约束的难易程度. 虽然可以将多种方法组合应用, 但仍然不会改变各种算法本身的局限性, 分析结论表明:

(1) 基于几何地图搜索的方法, 在构建环境障碍物信息上具有简单方便的优势, 可运用各种成熟的图搜索算法求取最优解, 适用于静态环境和离线规

划, 因此可以成为新的搜索算法的最佳验证平台.

(2) 基于虚拟势场与导航函数的方法的最大优点是实时性好, 而且可得到非常光滑的路径, 因此优先在局部规划器中选用这种方法.

(3) 基于数学优化的方法在解决动力学约束问题时占优势, 可综合考虑路径的安全性、可靠性和优化性能.

(4) 基于生物智能的方法可以解决异常复杂的非结构化约束和各种难以近似处理的动力学约束等难题. 但是最大不足是规划周期太长, 一般不可能在移动机器人可容忍的控制周期内处理完毕, 因此不宜在规划过程中频繁调用, 只能应用于调用周期较大的情形或全局的初始规划.

通过各种算法的对比分析, 3 维路径规划研究领域有以下几个方面的问题亟待解决:

(1) 复杂环境建模问题. 目前的路径规划算法大多数建立在规则的理想障碍物假设上, 如果能提出新的建模方法来应对复杂环境中任意几何外形的障碍物, 则必将为最优路径规划算法提供重要的基础.

(2) 算法实时性问题. 该问题已成为 3 维路径规划方法的一个关键问题. 现有算法通常是通过对象的线性化和假设各种理想情况进行研究, 但这显然不是解决实时性问题的最好办法. 未来的研究应当充分结合环境建模和具体应用背景来寻求更加快速有效的路径规划算法.

(3) 动力学约束及其它约束问题. 3 维路径规划问题存在的约束相当复杂且形式各异, 如果能提出一种解决异类约束的统一方法, 则有可能建立 3 维路径规划的理论框架, 从而推动相关理论研究和应用研究的飞速发展.

表 1 各种路径规划算法的性能比较

Tab.1 Comparison among various path planning algorithms

| 方法             | 实时性 | 动态/静态环境 | 路径是否光滑 | 考虑动力学约束 | 局部/全局规划 |
|----------------|-----|---------|--------|---------|---------|
| 基于几何地图搜索的方法    | 较好  | 静态      | 不光滑    | 较难      | 全局      |
| 基于虚拟势场和导航函数的方法 | 好   | 静态/动态   | 光滑     | 难       | 全局/局部   |
| 基于数学最优化的方法     | 好   | 静态/动态   | 光滑     | 容易      | 全局/局部   |
| 基于生物智能的方法      | 差   | 静态      | 不光滑    | 容易      | 全局      |

参考文献 (References)

[1] Ladd A M, Kavraki L E. Measure theoretic analysis of probabilistic path planning[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2004, 20(2): 229-242.

[2] Hrabar S E. Vision-based 3D navigation for an autonomous helicopter[D]. USA: University of Southern California, 2006.

[3] LaValle S M. Planning algorithms[M]. 2nd ed. New York, USA: Cambridge University Press, 2006.

[4] Fahimi F. Autonomous robots modeling, path planning, and control[M]. Boston, USA: Springer Science+Business Media, LLC, 2009.

[5] Kuwata Y, How J. Three dimensional receding horizon control for UAVs[C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Con-

- ference. Reston, VA, USA: AIAA, 2004: 2100-2113.
- [6] Yang K, Sukkarieh S. 3D smooth path planning for a UAV in cluttered natural environments[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2008: 794-800.
  - [7] Kim J, Ostrowski J P. Motion planning of aerial robot using rapidly-exploring random trees with dynamic constraints[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2003: 2200-2205.
  - [8] Redding J, Amin J N, Boskovic J D, et al. A real-time obstacle detection and reactive path planning system for autonomous small-scale helicopters[C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference. Reston, VA, USA: AIAA, 2007: 989-1010.
  - [9] Williams M, Jones D I. A rapid method for planning paths in three dimensions for a small aerial robot[J]. *Robotica*, 2001, 19(2): 125-135.
  - [10] Cocaud C, Jnifene A, Kim B. Environment mapping using hybrid octree knowledge for UAV trajectory planning[J]. *Canadian Journal of Remote Sensing*, 2008, 34(4): 405-417.
  - [11] Jung D, Tsiotras P. Multiresolution on-line path planning for small unmanned aerial vehicles[C]//American Control Conference. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2008: 2744-2749.
  - [12] Hwang J Y, Kim J S, Lim S S, et al. A fast path planning by path graph optimization[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A*, 2003, 33(1): 121-128.
  - [13] 肖秦琨, 高晓光. 基于空间改进型 Voronoi 图的路径规划研究 [J]. *自然科学进展*, 2006, 16(2): 232-237.  
Xiao Qinkun, Gao Xiaoguang. A study on path planning based on 3D improved Voronoi diagram[J]. *Progress in Natural Science*, 2006, 16(2): 232-237.
  - [14] Sakahara H, Masutani Y, Miyazaki F. Real-time motion planning in unknown environment: A Voronoi-based StRRT (SpatiotemporalRRT)[C]//The Society of Instrument and Control Engineers (SICE) Annual Conference. Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo, Japan: SICE, 2008: 2326-2331.
  - [15] Wu X J, Tang J, Li Q, et al. Development of a configuration space motion planner for robot in dynamic environment[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2009, 25(1): 13-31.
  - [16] Carsten J, Ferguson D, Stentz A. 3D field D\*: Improved path planning and replanning in three dimensions[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2006: 3381-3386.
  - [17] Sathiyaraj B M, Jain L C, Finn A, et al. Multiple UAVs path planning algorithms: A comparative study[J]. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 2008, 7(3): 257-267.
  - [18] Yang I H, Zhao Y J. Real-time trajectory planning for autonomous aerospace vehicles amidst static obstacles[C]//AIAA's 1st Technical Conference and Workshop on Unmanned Aerospace Vehicles. Reston, VA, USA: AIAA, 2002.
  - [19] Dolgov D, Thrun S, Montemerlo M, et al. Practical search techniques in path planning for autonomous driving[C]//First International Symposium on Search Techniques in Artificial Intelligence and Robotics (STAIR-08). Menlo Park, CA, USA: 2008: 32-37.
  - [20] Likhachev M, Ferguson D, Gordon G, et al. Anytime dynamic A\*: An anytime, replanning algorithm[C]//Proceedings of the International Conference on Automated Planning and Scheduling (ICAPS). Menlo Park, CA, USA: AAAI, 2005: 262-271.
  - [21] Yershova A, LaValle S M. Improving motion-planning algorithms by efficient nearest-neighbor searching[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2007, 23(1): 151-157.
  - [22] Kitamura Y, Tanaka T, Kishino F, et al. 3-D path planning in a dynamic environment using an octree and an artificial potential field[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1995: 474-481.
  - [23] Kim J O, Khosla P K. Real-time obstacle avoidance using harmonic potential functions[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1992, 8(3): 338-349.
  - [24] Fahimi F, Nataraj C, Ashrafiun H. Real-time obstacle avoidance for multiple mobile robots[J]. *Robotica*, 2009, 27(2): 189-198.
  - [25] Zhang Y, Valavanis K P. A 3-D potential panel method for robot motion planning[J]. *Robotica*, 1997, 15(4): 421-434.
  - [26] Liu C, Wei Z, Liu C. A new algorithm for mobile robot obstacle avoidance based on hydrodynamics[C]//IEEE International Conference on Automation and Logistics. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2007: 2310-2313.
  - [27] Konolige K. A gradient method for realtime robot control [C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2000: 639-646.
  - [28] Oh T S, Shin Y S, Yun S Y, et al. A feature information based VPH for local path planning with obstacle avoidance of the mobile robot[C]//4th International Conference on Mechatronics and Information Technology. Proceedings of the SPIE, vol.6794. Bellingham, WA, USA: SPIE, 2007: 679425.
  - [29] Prazenica R J, Kurdila A J, Sharpley R C, et al. Multiresolution and adaptive path planning for maneuver of micro-air-vehicles in urban environments[C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Reston, VA, USA: AIAA, 2005: 1761-1772.
  - [30] Weiss B, Naderhirn M, del Re L. Global real-time path planning for UAVs in uncertain environment[C]//IEEE International Symposium on Intelligent Control. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2006: 2725-2730.
  - [31] Dogan A. Probabilistic approach in path planning for UAVs [C]//IEEE International Symposium on Intelligent Control. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2003: 608-613.
  - [32] Shih C L, Lee T T, Gruver W A. A unified approach for robot motion planning with moving polyhedral obstacles[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 1990, 20(4): 903-915.
  - [33] Keith G, Tait J, Richards A. Efficient path optimization with terrain avoidance[C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference. Reston, VA, USA: AIAA, 2007: 2940-2949.
  - [34] Yilmaz N K, Evangelinos C, Lermusiaux P F J, et al. Path planning of autonomous underwater vehicles for adaptive sampling using mixed integer linear programming[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2008, 33(4): 522-537.
  - [35] Earl M G, D'Andrea R. Iterative MILP methods for vehicle-control problems[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2005, 21(6): 1158-1167.
  - [36] Cecil T, Marthaler D E. A variational approach to path planning in three dimensions using level set methods[J]. *Journal of Computational Physics*, 2006, 211(1): 179-197.
  - [37] Cecil T, Marthaler D E. A variational approach to search and path planning using level set methods[R]. USA: UCLA CAM, 2004.



- [38] Singh R, Bussa N. Path planning using Shi and Karl level sets[C]//Proceedings of the 1st International Conference on Robot Communication and Coordination. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2007: 2829-2832.
- [39] Masehian E, Habibi G. Motion planning and control of mobile robot using linear matrix inequalities (LMIs)[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2007: 4277-4282.
- [40] Masehian E, Amin-Naseri M R. A Voronoi diagram-visibility graph-potential field compound algorithm for robot path planning[J]. Journal of Robotic Systems, 2004, 21(6): 275-300.
- [41] Miura J. Support vector path planning[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2006: 2894-2899.
- [42] Shanmugavel M, Tsourdos A, Zbikowski R, et al. 3D path planning for multiple UAVs using pythagorean hodograph curves[C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference. Reston, VA, USA: AIAA, 2007: 1576-1589.
- [43] Twigg S, Calise A, Johnson E. On-line trajectory optimization including moving threats and targets[C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Reston, VA, USA: AIAA, 2004: 2019-2030.
- [44] Geiger B R, Horn J F, DeLullo A M, et al. Optimal path planning of UAVs using direct collocation with nonlinear programming[C]//AIAA Guidance, Navigation, and Controls Conference. Reston, VA, USA: AIAA, 2006: 1257-1269.
- [45] Kanchanavally S, Ordonez R, Schumacher C J. Path planning in three dimensional environment using feedback linearization[C]//American Control Conference. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2006: 3545-3550.
- [46] Chen M, Wu Q X, Jiang C S. A modified ant optimization algorithm for path planning of UCAV[J]. Applied Soft Computing Journal, 2008, 8(4): 1712-1718.
- [47] Hao Y, Zu W, Zhao Y. Real-time obstacle avoidance method based on polar coordination particle swarm optimization in dynamic environment[C]//2nd IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2007: 1612-1617.
- [48] Jung L F, Knutzon J S, Oliver J H, et al. Three-dimensional path planning of unmanned aerial vehicles using particle swarm optimization[C]//11th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference. Reston, VA, USA: AIAA, 2006: 992-1001.
- [49] Mittal S, Deb K. Three-dimensional offline path planning for UAVs using multiobjective evolutionary algorithms[C]//IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2007: 3195-3202.
- [50] Zhang H, Liu M, Liu R, et al. Path planning of robot in three-dimensional grid environment based on genetic algorithms[C]//7th World Congress on Intelligent Control and Automation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2008: 1010-1014.
- [51] Zhao L, Murthy V R. Optimal flight path planner for an unmanned helicopter by evolutionary algorithms[C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference. Reston, VA, USA: AIAA, 2007: 3716-3739.
- [52] Allaire F C J, Tarbouchi M, Labonté G, et al. FPGA implementation of genetic algorithm for UAV real-time path planning[J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2009, 54(1/2/3): 495-510.
- [53] Moreno J A, Castro M. Heuristic algorithm for robot path planning based on a growing elastic net[C]//Lecture Notes in Computer Science, vol.3808. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2005: 447-454.
- [54] Fu X, Gao X, Chen D. A Bayesian optimization algorithm for UAV path planning[C]//2nd International Conference on Intelligent Information Processing. New York, USA: Springer, 2005: 227-232.
- [55] Zapata R, Lepinay P. Flying among obstacles[C]//3rd European Workshop on Advanced Mobile Robots. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 1999: 81-88.
- [56] Mohandas S U, Mogre A M, McLaren R W, et al. A robot path planning algorithm using fuzzy goal programming[C]//Proceedings of the SPIE, vol.1293. Bellingham, WA, USA: SPIE, 1990: 1039-1049.
- [57] Tian J, Gao M, Lu E. Dynamic collision avoidance path planning for mobile robot based on multi-sensor data fusion by support vector machine[C]//IEEE International Conference on Mechatronics and Automation. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2007: 2779-2783.
- [58] Mettler B, Toupet O. Receding horizon trajectory planning with an environment-based cost-to-go function[C]//44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2005: 4071-4076.
- [59] Shi C, Bu Y, Liu J. Mobile robot path planning in three-dimensional environment based on ACO-PSO hybrid algorithm[C]//IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2008: 252-256.
- [60] Bruijnen D, van Helvoort J, van de Molengraft R. Realtime motion path generation using subtargets in a rapidly changing environment[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2007, 55(6): 470-479.
- [61] Sfeir J, Kanaan H Y, Saad M. A neural-network-based path generation technique for mobile robots[C]//IEEE International Conference on Mechatronics. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2004: 176-181.

## 作者简介:

陈 洋 (1980-), 男, 硕士, 讲师. 研究领域: 机器人路径规划, 自主学习.

赵新刚 (1978-), 男, 博士, 助理研究员. 研究领域: 辅助机器人, 最优控制理论.

韩建达 (1968-), 男, 博士, 研究员, 博士生导师. 研究领域: 无人机控制, 复杂环境建模, 机器人智能发育.