

基于TDOA的空间定位算法

刘 康

(山东大学威海分校 信息工程学院, 山东 威海 264209)

摘 要: 随着第三代(3G)移动通信的发展和美国E911规定的颁布, 蜂窝网络移动台(MS)无线定位技术得到了越来越广泛的注视。该服务能够提供有关移动台位置的信息, 因此在很多领域有着重要的应用。提出了一种基于到达时间差(TDOA)的三维定位算法。其主要思想是用一新变量代替定位估计中的二次项, 把非线性估计转化为两次WLS(加权最小二乘)线性估计。此算法结构简单, 计算量较小。通过模拟仿真, 结果证明了该算法的有效性。

关键词: 定位; 三维; 到达时间差; 加权最小二乘估计

中图分类号: TN 929.53 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-7024 (2008) 15-3892-03

3-dimension wireless location algorithm based on TDOA

LIU Geng

(College of Information Engineering, Shandong University Weihai Branch, Weihai 264209, China)

Abstract: With the development of the third generation (3G) mobile communication systems and the release of the emergent 911 (E911) call in USA, cellular radio location technology for the mobile station (MS) has been broadly focused more and more. Because the service can provide the position information about MS, the location technology plays an important role in many fields. A 3-dimension location algorithm based on TDOA (time difference of arrival) is proposed. By using a new variable to replace the square term, the nonlinear estimation is transformed into a two-step WLS (weighted least square) linear estimation. This method is simple and save the computation time. Its effectiveness is verified by the simulation.

Key words: location; 3-dimension; TDOA; weighted least square (WLS) estimate

0 引言

自从1996年美国FCC明确要求各移动运营商为移动用户提供E-911服务以来^[1], 定位技术在近年来受到了广泛的关注。移动定位技术不仅可以在犯罪侦查、位置敏感付费以及车辆管理、导航和智能交通系统(ITS)等多方面都有广泛的应用^[2], 还能满足电信运营商不断推出新业务以满足用户日益增长的需求, 从而带动我国移动通信业的进一步发展。

所谓移动定位就是在多个信号特征测量值的基础上利用统计的或几何的信号处理方法确定移动台(MS)的位置, 常用的特征参数主要有信号强度、到达角度(AOA)、到达时间(TOA)或到达时间差(time difference of arrival, TDOA)。目前的定位算法通常以二维坐标形式给出, 但在实际应用中我们不仅需要确定MS的水平坐标, 还需要知道MS所处的高度, 特别是在高层建筑林立的闹市区或者山地环境下此种需求更加迫切。本文将提出一种基于TDOA的三维位置估计算法。

1 三维TDOA定位算法

在蜂窝网络中采用TDOA技术对移动台进行定位时, 只要测得TDOA值, 就可以得到移动台到两个基站之间的距离

差, 多个TDOA测量值就可以在三维坐标中构成一组关于移动台位置的双曲线方程组。假定在三维空间中任意的分布着M个接收端, MS的估计位置为(x,y,z), 第i个BS的已知位置为(X_i, Y_i, Z_i), 和MS之间的距离为R_i, 则

$$R_i^2 = K_i - 2X_i x - 2Y_i y - 2Z_i z + x^2 + y^2 + z^2 \quad (1)$$

式中: $K_i = X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2$, $i = 1, 2, 3, \dots$ 。令 R_{i1} 表示MS与基站i和服务基站1的距离差, 则

$$R_{i1} = cd_{i1} = R_i - R_1 \quad (2)$$

式中: c ——电波传播速度, d_{i1} ——TDOA测量值。为求解方程(2), 可先进行线性化处理, 则

$$R_i^2 = (R_{i1} + R_1)^2 = R_{i1}^2 + 2R_{i1}R_1 + R_1^2 \quad (3)$$

在 $i = 1$ 时, 式(1)为

$$R_1^2 = K_1 - 2X_1 x - 2Y_1 y - 2Z_1 z + x^2 + y^2 + z^2 \quad (4)$$

式(3)与式(4)相减可得

$$R_{i1}^2 + 2R_{i1}R_1 = K_i - 2X_{i1}x - 2Y_{i1}y - 2Z_{i1}z - K_1 \quad (5)$$

其中, $X_{i1} = X_i - X_1$, $Y_{i1} = Y_i - Y_1$, $Z_{i1} = Z_i - Z_1$ 。将 x, y, z, R_1 视为未知数, 则式(5)可以视为线性方程组, 求解该方程组便可以得到MS的坐标位置。

当有效测量基站数为4时, 可得到3个TDOA测量值, 先假定 R_1 为已知, 则MS位置(x,y,z)可由式(5)按以下形式解出

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} X_{2,1} & Y_{2,1} & Z_{2,1} \\ X_{3,1} & Y_{3,1} & Z_{3,1} \\ X_{4,1} & Y_{4,1} & Z_{4,1} \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} R_{2,1} \\ R_{3,1} \\ R_{4,1} \end{bmatrix} R_1 + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} R_{2,1}^2 - K_2 + K_1 \\ R_{3,1}^2 - K_3 + K_1 \\ R_{4,1}^2 - K_4 + K_1 \end{bmatrix} \right\} \quad (6)$$

其中, $K_i = X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2, i = 1, 2, 3, \dots$

将式(6)代入式(1), 令 $i=1$, 得到一个关于 R_1 的二次方程, 将其正根代入式(6), 就得到 MS 的估计位置。式(6)中模糊性可由有关先验信息(如小区半径)进行来排除。

当有效测量基站数为 5 个以上时, 该算法可利用网络提供的所有 TDOA 值来取得更好的计算结果。此时初试非线性 TDOA 方程组应首先转换为线性方程组, 然后采用加权最小二乘(WLS)算法得到一初始解, 再利用第一次得到的估计位置坐标及附加变量等已知的约束条件进行第二次 WLS 估计, 最后便可得到改进的估计位置。令 $\mathbf{Z}_a = [z_a^T, R_a]^T$ 为未知矢量, 其中 $\mathbf{z}_a = [x, y, z]^T$, 从式(5)可建立以 \mathbf{z}_a 为变量的线性方程组: $\mathbf{h} = \mathbf{G}_a \mathbf{z}_a$ 。则 MS 对应的误差矢量^[1]为

$$\boldsymbol{\psi} = \mathbf{h} - \mathbf{G}_a \mathbf{z}_a \quad (7)$$

$$\text{式中: } \mathbf{h} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} R_{2,1}^2 - K_2 + K_1 \\ R_{3,1}^2 - K_3 + K_1 \\ \vdots \\ R_{M,1}^2 - K_M + K_1 \end{bmatrix}, \mathbf{G}_a = \begin{bmatrix} X_{2,1} & Y_{2,1} & Z_{2,1} & R_{2,1} \\ X_{3,1} & Y_{3,1} & Z_{3,1} & R_{3,1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ X_{M,1} & Y_{M,1} & Z_{M,1} & R_{M,1} \end{bmatrix}.$$

我们定义无噪声时 $\{\Delta\}$ 的表达形式为 $\{\Delta\}^0$, 故 $d_{ij} = d_{ij}^0 + n_{ij}$, $R_{ij} = R_{ij}^0 + cn_{ij}$; 又因 $R_i^2 = R_{i,1}^2 + R_i^0$, 可得噪声的误差矢量^[1]为

$$\boldsymbol{\psi} = \mathbf{c} \mathbf{B} \mathbf{n} + 0.5 \mathbf{c}^T \mathbf{n} \odot \mathbf{n} \approx \mathbf{c} \mathbf{B} \mathbf{n} \quad (8)$$

其中, $\mathbf{B} = \text{diag}\{R_2^0, R_3^0, \dots, R_M^0\}$, \odot 代表 Schur 乘积。

误差矢量 $\boldsymbol{\psi}$ 的协方差矩阵为

$$\boldsymbol{\Psi} = E[\boldsymbol{\psi} \boldsymbol{\psi}^T] = \mathbf{c}^T \mathbf{B} E[\mathbf{n} \mathbf{n}^T] \mathbf{B} = \mathbf{c}^T \mathbf{Q} \mathbf{B} \mathbf{Q} \mathbf{B} \quad (9)$$

其中, \mathbf{Q} 为 TDOA 协方差矩阵。

若假定 \mathbf{z}_a 间元素相互独立, 对(7)采用加权最小二乘(WLS)算法^[1], 可得 \mathbf{z}_a 的估计为

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_a &= \arg \min \{(\mathbf{h} - \mathbf{G}_a \mathbf{z}_a)^T \boldsymbol{\Psi}^{-1} (\mathbf{h} - \mathbf{G}_a \mathbf{z}_a)\} \\ &= (\mathbf{G}_a^T \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{G}_a)^{-1} (\mathbf{G}_a^T \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{h}) \end{aligned} \quad (10)$$

因为 \mathbf{B} 中含有 MS 与各基站间的距离, 故 $\boldsymbol{\Psi}$ 是未知量, 上式还不能解出, 需作进一步近似。

用协方差矩阵 \mathbf{Q} 近似代替 $\boldsymbol{\psi}$ 的协方差矩阵 $\boldsymbol{\Psi}$ 可得

$$\mathbf{z}_a = (\mathbf{G}_a^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{G}_a)^{-1} (\mathbf{G}_a^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{h}) \quad (11)$$

利用上式可得到一初始解用于计算 \mathbf{B} 矩阵, 第一次 WLS 的估计值可由(10)得到。如上进行重复迭代就能得到改进的估计位置。令 $\mathbf{z}_a = \mathbf{z}_a^0 + \Delta \mathbf{z}_a$, $\Delta \mathbf{z}_a$ 及 \mathbf{z}_a 协方差矩阵为

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{z}_a &= \mathbf{c} (\mathbf{G}_a^T \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{G}_a)^{-1} \mathbf{G}_a^T \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{n} \\ \text{cov}(\mathbf{z}_a) &= E[\Delta \mathbf{z}_a \Delta \mathbf{z}_a^T] = (\mathbf{G}_a^T \boldsymbol{\Psi}^{-1} \mathbf{G}_a)^{-1} \end{aligned} \quad (12)$$

上述关于 \mathbf{z}_a 的计算过程假定元素 x, y, z 和 R_a 是相互独立的, 但事实上是有关的, 可利用这一关系得到更准确的位置估计。矢量 \mathbf{z}_a 为一均值为实际值的随机矢量, 其元素可表示为

$$z_{a,1} = x^0 + e_1, z_{a,2} = y^0 + e_2, z_{a,3} = z^0 + e_3, z_{a,4} = R^0 + e_4 \quad (13)$$

式中: e_1, e_2, e_3, e_4 —— \mathbf{z}_a 的估计误差。可以构造新的误差矢量 $\boldsymbol{\psi}^{[1]}$ 为

$$\boldsymbol{\psi}^{[1]} = \mathbf{h}' - \mathbf{G}_a' \mathbf{z}_a' \quad (14)$$

$$\text{其中, } \mathbf{h}' = \begin{bmatrix} (z_{a,1} - X_1)^2 \\ (z_{a,2} - Y_1)^2 \\ (z_{a,3} - Z_1)^2 \\ z_{a,4}^2 \end{bmatrix}, \mathbf{G}_a' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{z}_a' = \begin{bmatrix} (x - X_1)^2 \\ (y - Y_1)^2 \\ (z - Z_1)^2 \end{bmatrix}.$$

将式(13)代入式(14)中可得 $\boldsymbol{\psi}^{[1]}$, 在误差 e_i 较小时 $\boldsymbol{\psi}^{[1]}$ 的协方差

矩阵为

$$\boldsymbol{\psi}^{[1]} = E[\boldsymbol{\psi}^{[1]} \boldsymbol{\psi}^{[1]T}] = 4 \mathbf{B}' \text{cov}(\mathbf{z}_a) \mathbf{B}' \quad (15)$$

$$\mathbf{B}' = \text{diag}\{x^0 - X_1, y^0 - Y_1, z^0 - Z_1, R^0\}$$

因为 $\boldsymbol{\psi}^{[1]}$ 为高斯分布, \mathbf{z}_a' 的 ML 估计为

$$\mathbf{z}_a' = (\mathbf{G}_a'^T \boldsymbol{\Psi}^{[1]-1} \mathbf{G}_a')^{-1} (\mathbf{G}_a'^T \boldsymbol{\Psi}^{[1]-1} \mathbf{h}') \quad (16)$$

最终 MS 的定位计算结果为

$$\mathbf{z}_p = \sqrt{\mathbf{z}_a'} + \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} \text{ 或 } \mathbf{z}_p = -\sqrt{\mathbf{z}_a'} + \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

结果中的模糊性可通过蜂窝小区的先验信息来消除。可以根据 MS 与 BS 间距离来消除模糊性, 首先计算第一次估计得出的 MS 位置 $(z_{a,1}, z_{a,2}, z_{a,3})$ 与 BS 的距离, 然后选择距离与此最接近的那个定位结果。

2 仿真与分析

本文对算法在两种环境下进行仿真分析, 一种是在高斯噪声环境下的仿真, 一种是在模拟实际信道环境下的仿真分析。

在高斯噪声环境下, 仿真条件为: 参与定位的基站数目 N 为 5、6 和 7 这 3 种情况, 基站位置坐标分别为 $\text{BS}_1(0,0,60)$, $\text{BS}_2(4330, -2500, 70)$, $\text{BS}_3(4330, 2500, 80)$, $\text{BS}_4(0, 5000, 90)$, $\text{BS}_5(-4330, 2500, 100)$, $\text{BS}_6(0, -5000, 110)$, $\text{BS}_7(-4330, -2500, 100)$, 基站数为 5 个时参加定位的是 $\text{BS}_1, \text{BS}_2, \text{BS}_3, \text{BS}_4, \text{BS}_5$, 基站数为 6 个时参加定位的是 $\text{BS}_1, \text{BS}_2, \text{BS}_3, \text{BS}_4, \text{BS}_5, \text{BS}_6$, 基站数为 7 个时参加定位的是 $\text{BS}_1, \text{BS}_2, \text{BS}_3, \text{BS}_4, \text{BS}_5, \text{BS}_6, \text{BS}_7$ 。仿真过程仅考虑测量误差对定位结果造成的影响, 采用均方根误差(RMSE)来对算法性能进行衡量, RMSE 可由下式得到

$$\text{RMSE} = \sqrt{E[(x - \hat{x})^2 + (y - \hat{y})^2 + (z - \hat{z})^2]} \quad (18)$$

式中: (x, y, z) —— MS 实际位置, $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ —— MS 估计位置。

图 1 为此三维 TDOA 算法在不同基站数, 不同 TDOA 误差条件下的性能比较图。在没有测量误差或者控制在一定范围时, 此三维 TDOA 定位算法精度较高, 但随着 TDOA 测量误差的增大, 定位精度逐渐降低。这是因为算法的推导过程基于 TDOA 误差较小且为零均值高斯随机变量这个前提, 因此对于误差较大的 TDOA 测量值, 算法的性能将有所下降。同时, 参与定位的基站数越多, 定位精度也有较小的提高。

模拟实际信道环境仿真时, 采用 T1P1 信道模型^[4,9], 基站坐标分布与高斯环境下相同, 设备测量误差服从 $N(0, 0.1)$ 高斯分布, 当基站数为 6 时, 各种算法在闹市区(Bad Urban)、一般市区(Urban A)、郊区(Suburban)和乡村(Rural)环境下的性能仿真如图 2 所示, 其中横坐标为定位精度, 用均方根误差(RMSE)值表示, 纵坐标为累积概率分布函数(CDF), 表示小于某个定位精度的估计次数占所有统计次数的百分比。

图 2 为基站数为 6 时算法在不同环境下的定位结果比较图。三维 TDOA 定位算法在城市的闹市区环境下, RMSE 较大, 定位结果较差, 在 Urban A 和 Suburban 环境下的定位结果要好于 Bad Urban, 而在 Rural 环境下定位结果最好, 这是因为在城市中障碍物多, 多径效应明显, 对 TDOA 测量值的影响比较严重, 而在郊区和乡村地区空间比较开阔, 多径效应影响较小, 因而定位结果较好。

相对于二维定位算法, 本算法可以达到立体定位, 在对定

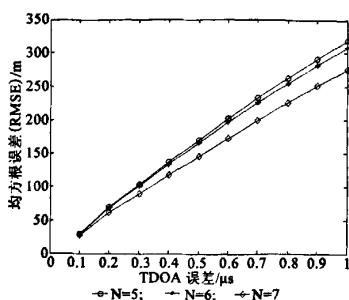


图1 算法在不同条件下的性能比较

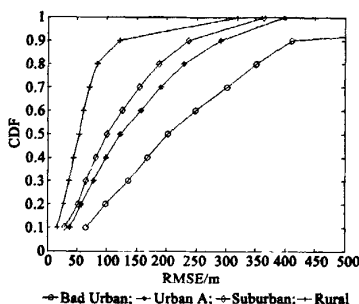


图2 算法在不同环境下的性能比较

位精度要求不高或多径效应不是很明显的情况下,可以使用本算法来达到三维定位。当仅需要平面定位时,可以取定位结果 (x,y,z) 中的 (x,y) 即可。

3 结束语

本文所提出的三维定位算法突破了的定位算法中仅仅考

虑二维的局限性,可达到立体定位。此算法可以利用蜂窝网络提供的所有的TDOA值,故可以降低个别较大的随机测量误差的影响。该算法中进行了两次WLS计算,可以得到明确的表达式解。视距传播的情况下,此三维定位算法具有较高的精度。在非视距传播的情况下,可通过结合采用误差模型法^[6],距离尺度因子法^[7]和卡尔曼滤波重构法^[8]等来减弱NLOS的影响,进一步提高定位精度。

参考文献:

- [1] Reed J H. An overview of the challenges and progress in meeting the E-911 requirement for location service[J]. IEEE Communication Magazine, 1998, 36(4): 30-37.
- [2] Caffery J J. Wireless location in CDMA cellular radio systems [J]. Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [3] Chant Y T, Ho K C. A simple and efficient estimator for hyperbolic location[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1994, 42(8): 1905-1915.
- [4] Ericsson, evaluation of positioning measurement system [Z]. T1P1.5/98-110, [Http://www.T1.org](http://www.T1.org).
- [5] 张保峰, 刘同佩, 韩燕, 等. 基于 TOA 的三维空间定位算法研究 [J]. 计算机工程与设计, 2007(14): 3364-3366.
- [6] Al-Jazzar S, Caffery J. ML & Bayesian TOA estimations for NLOS environments[C]. IEEE VTS VTC, 2002: 1178-1181.
- [7] Venkatraman S, Caffery J. Location using LOS range estimation in NLOS environments[C]. IEEE VTS VTC, 2002: 856-860.
- [8] Woo Sung-Shik, You H R. The NLOS mitigation technique for position location using IS-95 CDMA networks[C]. IEEE VTS VTC, 2000: 2556-2560.

(上接第 3866 页)

时间的最优调度算法是极为困难的。因此,针对具有不同特征的任务图进行调度,是一种行之有效的方法。任务复制可以通过任务的冗余减少通信时间,现已成为一种新的研究方法。当通信开销较小时,许多基于任务复制的调度算法能产生最优调度。但其最优条件要么比较苛刻,要么比较复杂。因此,针对Fork-Join任务图,本文提出一个具有高的加速比的高效的贪心调度算法,可以应用至任意Fork-Join任务图并产生最优调度。该算法的时间复杂度为 $O(v^2)$,其中 v 表示任务集中任务的个数。模拟实验结果表明,该算法具有最短的调度长度、使用的处理器较少,且具有较短的总的完成时间,其总体性能相比其它算法有显著的改善。

参考文献:

- [1] Darbha S, Agrawal D P. Optimal scheduling algorithm for distributed-memory machines[J]. IEEE Trans Parallel and Distributed Systems, 1998, 9(1): 87-94.
- [2] Park C I, Choe T Y. An optimal scheduling algorithm based on task duplication[J]. IEEE Trans Computers, 2002, 51(4): 444-448.
- [3] Yu-Kwong K, Ahmad I. Benchmarking and comparison of the task graph scheduling algorithms [J]. Parallel and Distributed Computing, 1999, 59(2): 381-422.
- [4] Liu Zhengying. A new algorithm for scheduling Fork-Join task graph[J]. Journal of Software, 2002, 13(4): 693-696.
- [5] Boeres C, Rebello V E F. Towards optimal task scheduling for realistic machine models: Theory and practice[J]. The International Journal of High Performance Applications, 2003, 17(2): 173-190.
- [6] Topcuoglu H, Hariri S, Wu M Y. Performance-effective and low-complexity task scheduling for heterogeneous computing [J]. IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, 2002, 13(3): 260-274.
- [7] Beaumont O, Legrand A, Robert Y. Static scheduling strategies for heterogeneous systems [J]. Computing and Informatics, 2002, 21: 413-430.
- [8] Martino V D, Mililotti M. Sub optimal scheduling in a grid using genetic algorithms[J]. Parallel Computing, 2004, 30: 553-565.