

1. Aufgabe

Ein elektrisch angetriebener Aufzug mit dem vereinfachten Prozeßmodell

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad \dot{x}_2 = u \quad u = u' - p,$$

wobei u' : normierte Zugkraft, p : normierte Gewichtskraft (konstant), x_1 : Hubhöhe, x_2 : Hubgeschwindigkeit.

Die Aufgabe lautet, den Aufzug vom Anfangszustand $\underline{x}_0 = [0 \ 0]^T$ zur Zeit $t = 0$ in den gewünschten Endzustand $\underline{x}_{\text{soll}}(t_e) = [x_1^e \ 0]^T$ zur Zeit $t = t_e$ zu überführen, indem das Gütefunktional J minimiert wird, also:

$$\min J = \frac{1}{2} [s_1 \ s_2] \begin{bmatrix} [x_1^e - x_1(t_e)]^2 \\ x_2^2(t_e) \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \int_0^{t_e} \{q^2 [x_1^e - x_1(t)]^2 + u^2\} dt$$

Lösen Sie folgende Aufgaben des LQ-Reglerentwurfs mit Hilfe der Riccati-Differentialgleichung.

- 1.1 Transformieren Sie die Variablen x_1 und x_2 so, daß sie die „Standardproblemformulierung“ erhalten. Nennen Sie die neuen Variablen z_1 und z_2 .
- 1.2 Zunächst sei die *Vorgangsdauer unendlich* ($t_e \rightarrow \infty$).
 - a) Wie lautet hierfür sinnvollerweise das Gütefunktional?
 - b) Ermitteln Sie das optimale *Regelgesetz*, so daß J minimiert wird.
 - c) Geben Sie eine mögliche Realisierung in Form eines Blockschaltbilds an und diskutieren Sie das Ergebnis.
 - d) Welches Übertragungsverhalten besteht zwischen dem Zielwert x_1^e und der Regelgröße x_1 ?
- 1.3 Die *Vorgangsdauer* sei nun *endlich* ($t_e = T < \infty$), der *Endzustand* $\underline{x}(t_e)$ aber *frei*, jedoch durch Endwertbestrafung ($s_1 = 10$; $s_2 = 20$) in den Optimierungsvorgang einbezogen.
 - a) Geben Sie das optimale *Regelgesetz* in allgemeiner Form an und skizzieren Sie eine mögliche Realisierung.
 - b) Stellen Sie die Differentialgleichungen für die Elemente der Matrix $P(t)$ auf und geben Sie die Endbedingungen an.
 - c) Transformieren Sie die Differentialgleichungen so, daß Sie ein Anfangswertproblem erhalten.

Zusatzaufgabe

Betrachten Sie das Problem aus Aufgabe 1 als Optimalsteuerungsproblem. Die *Vorgangsdauer* sei wieder *endlich* ($t_e = T < \infty$) und der *Endzustand* \underline{x}^e fest vorgegeben. Außerdem sei $q = 0$.

- a) Wie lautet nun das Gütefunktional und welche Bedeutung hat es?
- b) Ermitteln Sie das optimale *Steuergesetz*.
- c) Skizzieren Sie die optimalen Verläufe u^* , x_1^* und x_2^* .
- d) Wie groß ist der Wert J^* ?