Lehrstuhl für STEUERUNGS- UND REGELUNGSTECHNIK Technische Universität München Prof. Dr.-Ing./Univ. Tokio Martin Buss	OPTIMIERUNGSVERFAHREN IN DER AUTOMATISIERUNGSTECHNIK Übung 2: Minimierung unter Gleichungsnebenbedingungen

1. Aufgabe

Ein Optimierungsproblem ist gegeben durch die Gütefunktion

$$f(\underline{x}) = 4 - x_1^2 - x_2^2 \qquad \underline{x} \in \mathbb{R}^2$$

u.B.v. GNB

$$c(\underline{x}) = 1 - x_1^2 + x_2 = 0$$

1.1 Skizzieren Sie $f(\underline{x})$, die GNB, Isokosten und Extrema in der x_1/x_2-Ebene.

1.2 Bestimmen und charakterisieren Sie alle Minima/Maxima durch Auswertung der Optimalitätsbedingungen.

1.3 Lösen Sie das gleiche Problem durch das Einsetzverfahren.

2. Aufgabe

Man betrachte folgendes verallgemeinertes Problem der statischen optimalen Steuerung

$$\begin{aligned} \text{Minimiere} \quad & f(\underline{y}, \underline{u}) = \frac{1}{2}(\underline{w} - \underline{y})^T Q (\underline{w} - \underline{y}) + \frac{1}{2}\underline{u}^T R \underline{u} \\ \text{u.B.v.} \quad & A\underline{x} + B\underline{u} = 0 \\ & \underline{y} = C\underline{x} \end{aligned}$$

mit $\underline{x} \in \mathbb{R}^n$ als Zustandsvektor, $\underline{u} \in \mathbb{R}^m$ als Steuervektor, $\underline{y} \in \mathbb{R}^r$, $n \neq r$ als Ausgangsvektor, $\underline{w}$ als Sollausgangsvektor; ferner ist A regulär und Q, R sind symmetrisch positiv definit. Bestimmen Sie die optimale Lösung mittels

2.1 des Einsetzverfahrens,

2.2 des Lagrange-Multiplikator-Verfahrens,

2.3 Diskutieren Sie die Rolle der Gewichtungsmatrizen $Q,\ R$.

2.4 Ermitteln Sie $\underline{u}^*$ und y^* für folgende Zahlenwerte

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -0{,}5 \end{bmatrix} \ ; \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \ ; \quad C = [0\ 1] \ ; \quad w = 1$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \ ; \quad Q = 1 \ .$$