Lehrstuhl für STEUERUNGS- UND REGELUNGSTECHNIK Technische Universität München Prof. Dr.-Ing./Univ. Tokio Martin Buss	**OPTIMIERUNGSVERFAHREN IN DER AUTOMATISIERUNGSTECHNIK** Kurzlösung 7

1. Aufgabe

1.1 Optimiert Energieaufwand, bestraft Abweichungen vom Endpunkt und der Endgeschwindigkeit.

1.2 $\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \underline{\dot{x}} = \underline{f}(\underline{x}, u, t) = \begin{pmatrix} x_2 \\ u \end{pmatrix}$.

$$J = \underbrace{(x_1(t_e) - 100)^2 + (x_2(t_e) - 0)^2}_{\Theta} + \int_0^{t_e} \frac{1}{2}u^2 + \underline{\lambda}^T(\underline{f}(\underline{x}, u, t) - \underline{\dot{x}})dt$$

$H = \dfrac{1}{2}u^2 + \lambda_1 x_2 + \lambda_2 u$ mit $\dot{x}_1 = x_2$ und $\dot{x}_2 = u$

OB1

$$\underline{\dot{x}} = \nabla_\lambda H = \underline{f} \tag{1}$$

$$\underline{\dot{\lambda}} = -\nabla_{\underline{x}} H \tag{2}$$

$$\nabla_{\underline{u}} H = 0 \tag{3}$$

$$[\nabla_{\underline{x}(t_e)}\Theta - \underline{\lambda}^T]\,|_{t=t_e}\, \underline{\delta x}(t_e) = 0 \tag{4}$$

$$\underline{x}(0) = \underline{0} \tag{5}$$

Gleichung (3) nach u auflösen

$u = -\lambda_2$

und in (1) und (2) einsetzen.

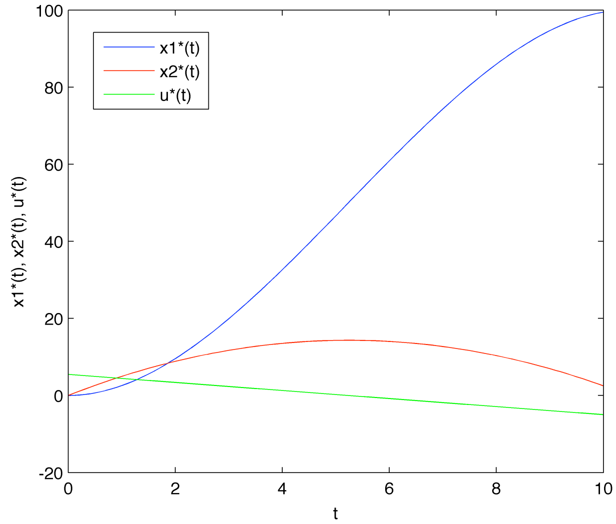
$$\begin{aligned} \lambda_1 &= c_1 \\ \lambda_2 &= -c_1 t + c_2 \\ u &= c_1 t - c_2 \end{aligned}$$

Aufintegrieren

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{6}c_1 t^3 - \frac{1}{2}c_2 t^2 + c_3 t + c_4 \\ x_2 &= \frac{1}{2}c_1 t^2 - c_2 t + c_3 \\ c_1 &= -1{,}0445 \\ c_2 &= -5{,}4713 \\ c_3 &= c_4 = 0 \end{aligned}$$

$$\Longrightarrow \quad \begin{aligned} x_1^*(t) &= -0{,}174083t^3 + 2{,}73565t^2 \\ x_2^*(t) &= -0{,}52225t^2 + 5{,}4713t \\ u^*(t) &= -1{,}0445t + 5{,}4713 \end{aligned}$$

1.3



1.4 $J^* = \underbrace{(x_1^*(t_e) - 100)^2}_{a} + \underbrace{x_2^*(t_e)^2}_{b} + \underbrace{\frac{1}{2}\int\limits_0^{t_e} u^*(t)^2 \mathrm{d}t}_{c}$

$j^* = a + b + c \approx 0{,}27 + 6{,}06 + 45{,}76$

$\Longrightarrow$ Gewichtung der Strafterme muss in Relation zur Steuergröße festgelegt werden, um sinnvoll zu wirken.