Lehrstuhl für STEUERUNGS- UND REGELUNGSTECHNIK Technische Universität München Prof. Dr.-Ing./Univ. Tokio Martin Buss	**OPTIMIERUNGSVERFAHREN IN DER AUTOMATISIERUNGSTECHNIK** Kurzlösung zur 6. Übung

1. Fläche $F = \int_{-a}^{a} y(x)dx \longrightarrow$ Max $\quad (L \leq a\pi)$

2. Gleichungsnebenbedingungen: $l_x - \dfrac{1}{\cos\alpha(x)} = 0$ und $y_x - \tan\alpha(x) = 0$

3. Anfangs- und Endbedingungen:

   $l(-a) = 0\ ; \quad l(a) = L$

   $y(-a) = y(a) = 0$

4. $\Phi = -y(x) + \lambda_1(x)(l_x - \dfrac{1}{\cos\alpha(x)}) + \lambda_2(x)(y_x - \tan\alpha(x))$

   Notwendige Bedingungen:

   $\Phi_y - \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\Phi_{y_x} = 0 \longrightarrow \lambda_2^*(x) = -x + c_1;$

   $\Phi_l - \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\Phi_{l_x} = 0 \longrightarrow \lambda_1^*(x) = c_2;$

   $\Phi_\alpha - \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\Phi_{\alpha_x} = 0 \longrightarrow \sin\alpha^*(x) = -\dfrac{\lambda_2^*(x)}{\lambda_1^*(x)} = \dfrac{x - c_1}{c_2};$

   $\Phi_{\lambda_1} - \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\Phi_{\lambda_{1_x}} = 0 \longrightarrow l^*(x) = c_2 \arcsin\dfrac{x - c_1}{c_2} + c_3;$

   $\Phi_{\lambda_2} - \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\Phi_{\lambda_{2_x}} = 0 \longrightarrow y^*(x) = -c_2\sqrt{1 - (\dfrac{x - c_1}{c_2})^2} + c_4;$

5. Unbekannte c_1, c_2, c_3, c_4 und 4 Randbedingungen:

   $\longrightarrow c_1 = 0; \quad c_3 = \dfrac{L}{2}; \quad \sin\dfrac{L}{2c_2} = \dfrac{a}{c_2}; \quad c_4 = c_2\sqrt{1 - \dfrac{a^2}{c_2^2}}$

   $\longrightarrow x^2 + (y^*(x) - c_4)^2 = c_2^2;$

   Kreis mit Mittelpunkt $(0 \quad c_2\sqrt{1 - (\frac{a}{c_2})^2})$ und mit Radius $|c_2|$.

   größtmöglich: $L = a\pi; \quad c_4 \leq 0$

   $\longrightarrow c_2 = -a; \quad x^2 + {y^*}^2(x) = a^2; \quad F_{max} = 1/2\pi a^2$