**Lehrstuhl für STEUERUNGS- UND REGELUNGSTECHNIK**
Technische Universität München
Prof. Dr.-Ing./Univ. Tokio Martin Buss

**OPTIMIERUNGSVERFAHREN IN DER AUTOMATISIERUNGSTECHNIK**
Kurzlösung 1: Unrestringierte Minimierung

## 1. Aufgabe

1.1 Ein (globales) Minimum.

1.2 $\frac{df}{dx} = 2xe^{-x^2}(x^2-1) \rightarrow x^* = 1$

$\nabla^2 f(x) = 2e^{-x^2}(3x^2-1) - 4xe^{-x^2}(x^3-x) \rightarrow \nabla^2 f^* = \frac{4}{e} > 0 \rightarrow$ Minimum

## 2. Aufgabe

2.1 a) $x_1^2 - 4x_1 + 9x_2^2 - 18x_2 - 7 = c$

$$x_{2,1/2} = 1 \pm \sqrt{1 + \frac{7 + c - x_1^2 + 4x_1}{9}}$$

b) $x_1^2 + x_1x_2 - 2x_2^2 = c$

$$x_{2,1/2} = \frac{1}{4}x_1 \pm \sqrt{\frac{9}{16}x_1^2 - \frac{c}{2}}$$

2.2 a) (i) $\nabla f(\underline{x}) = \begin{bmatrix} -2x_1 + 4 \\ -18x_2 + 18 \end{bmatrix} = \underline{0} \rightarrow \underline{x}^* = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

(ii) $\nabla^2 f(\underline{x}) = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -18 \end{bmatrix}$ Eigenwerte $\lambda_i < 0 \rightarrow$ negativ definit

Aus (i) und (ii) $\rightarrow \underline{x}^*$ Maximum

b) (i) $\nabla f(\underline{x}) = \begin{bmatrix} 2x_1 + x_2 \\ -4x_2 + x_1 \end{bmatrix} = \underline{0} \rightarrow \underline{x}^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

(ii) $\nabla^2 f(\underline{x}) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ Eigenwerte $\lambda_1 = -1 + \sqrt{10} > 0\,,\ \lambda_2 = -1 - \sqrt{10} < 0 \rightarrow$ indefinit

Aus (i) und (ii) $\rightarrow \underline{x}^*$ ist kein Minimum.

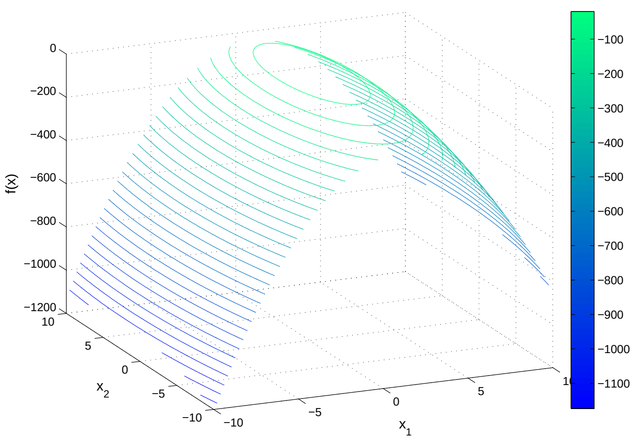


Abbildung 1: Beispielhaft zu Aufgabe 2a): Niveaulinien von f(x) können durch auflösen nach $x_2$ bei festgelegtem $c$ zur Veranschaulichung leicht gezeichnet werden.