Lehrstuhl für STEUERUNGS- UND REGELUNGSTECHNIK Technische Universität München Prof. Dr.-Ing./Univ. Tokio Martin Buss	**OPTIMIERUNGSVERFAHREN IN DER AUTOMATISIERUNGSTECHNIK** Übung 3: Minimierung unter Ungleichungsnebenbedingungen

1. Aufgabe

Gesucht wird das Minimum der Funktion

$$f(x_1,\ x_2,\ x_3) = -x_1 - x_2 + 3x_3$$

unter Berücksichtigung der Nebenbedingungen

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_3 &= 0 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 &\leq 5 \\ (x_1 - 1)^2 + x_2 &\leq 3 \\ x_1 &\geq 0 \\ x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

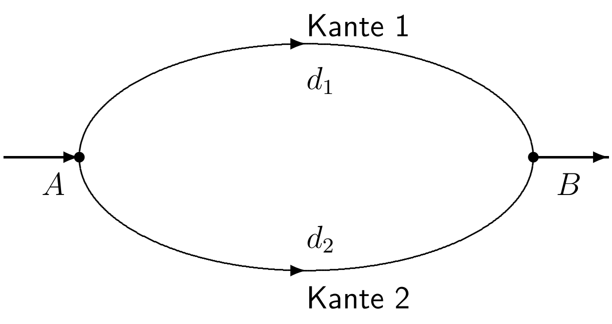
1.1 Eliminieren Sie x_3 aus der Problemstellung durch Nutzung der Gleichungsnebenbedingung und stellen Sie die reduzierte Kostenfunktion $\tilde{f}(x_1, x_2)$ auf.

1.2 Zeichnen Sie den zulässigen Bereich der modifizierten Problemstellung in der x_1/x_2-Ebene. Zeichnen Sie den Isokosten-Verlauf $\tilde{f}(x_1, x_2) = c$ für $c = -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1$ und ermitteln Sie graphisch eine Schätzung für das Minimum.

1.3 Zeigen Sie für das graphisch ermittelte Minimum, daß es die hinreichenden Optimalitätsbedingungen erfüllt.

2. Aufgabe

Das bekannte Verkehrsaufkommen d [Fahrzeuge/h] am Punkt A eines Verkehrsnetzes (s. Skizze) wird in zwei Teilströme d_1 (Kante 1) und d_2 (Kante 2) aufgeteilt. Die Fahrzeiten von A nach B betragen (in h)



$$t_1 = 1 + \frac{d_1^2}{3} \text{ (Kante 1) und } t_2 = 2 + \frac{d_2^2}{3} \text{ (Kante 2).}$$

Die durchschnittliche Fahrzeit eines Verkehrsteilnehmers berechnet sich aus

$$T(d_1, d_2) = t_1 \frac{d_1}{d} + t_2 \frac{d_2}{d}\ .$$

Gesucht wird die optimale Verkehrsaufteilung im Sinne der Minimierung der Fahrzeit T.

2.1 Formulieren Sie eine Optimierungsaufgabe mit Entscheidungsvariablen d_1, d_2 zur Lösung des Optimierungsproblems.

2.2 Stellen Sie die notwendigen Bedingungen (Kuhn–Tucker–Bedingungen) zur Lösung des Optimierungsproblems auf.

2.3 Bestimmen Sie die optimale Verkehrsaufteilung in Abhängigkeit von dem Verkehrsaufkommen $d \geq 0$ durch Auswertung der notwendigen Optimalitätsbedingungen (Beachten Sie eventuelle Fallunterscheidungen). Überprüfen Sie die hinreichenden Bedingungen für ein Minimum von T.

2.4 Berechnen Sie für $d = 0{,}5$ und $d = 2$ die optimale Verteilung, die jeweiligen Fahrzeiten entlang der Kanten 1, 2 und die durchschnittliche Fahrzeit T.