Aufgabe 3

Gegeben sind wiederum jeweils zwei Ausdrücke der relationalen Algebra, nun über den Relationen $r(A, B, C)$ und $t(A, B, C)$ und $s(B, C, D)$. Untersuchen Sie, ob die folgenden Ausdrücke äquivalent sind und beweisen Sie jeweils Ihre Aussage:

1.	$\sigma_{A>10}(r - t)$	und	$\sigma_{A>10}(r) - \sigma_{A>10}(t)$
2.	$r \bowtie (\sigma_{B=\text{"}X\text{"} \vee C=\text{"}Z\text{"}}(s))$	und	$\sigma_{B=\text{"}X\text{"} \vee C=\text{"}Z\text{"}}(r \bowtie s)$
3.	$(r \div \pi_B(s)) \times \pi_B(s)$	und	$r.$

Lösung 3.2

$r \bowtie (\sigma_{B=\text{"}X\text{"} \vee C=\text{"}Z\text{"}}(s))$ und $\sigma_{B=\text{"}X\text{"} \vee C=\text{"}Z\text{"}}(r \bowtie s)$ sind äquivalent.

Beweis. Aus den Definitionen von $\sigma_{\dots}$ und $\bowtie$ folgt direkt, dass gilt

$$
\begin{aligned}
(a,b,c,d) \in r \bowtie (\sigma_{B=\text{"}X\text{"} \vee C=\text{"}Z\text{"}}(s)) \quad & \text{gdw.} \quad (a,b,c) \in r \text{ und} \\
& \qquad\quad (b,c,d) \in \sigma_{B=\text{"}X\text{"} \vee C=\text{"}Z\text{"}}(s) \\
& \text{gdw.} \quad (a,b,c) \in r \text{ und } [(b,c,d) \in s \\
& \qquad\quad \text{und } (b = \text{"}X\text{"} \text{ oder } c = \text{"}Z\text{"})] \\
& \text{gdw.} \quad [(a,b,c) \in r \text{ und } (b,c,d) \in s] \\
& \qquad\quad \text{und } [b = \text{"}X\text{"} \text{ oder } c = \text{"}Z\text{"}] \\
& \text{gdw.} \quad (a,b,c,d) \in r \bowtie s \\
& \qquad\quad \text{und } [b = \text{"}X\text{"} \text{ oder } c = \text{"}Z\text{"}] \\
& \text{gdw.} \quad (a,b,c,d) \in \sigma_{B=\text{"}X\text{"} \vee C=\text{"}Z\text{"}}(r \bowtie s).
\end{aligned}
$$

$\square$