Datenstrukturen und Algorithmen
Übung 11, Frühling 2011

12. Mai 2011

Diese Übung muss zu Beginn der Übungsstunde bis spätestens um 16 Uhr 15 am 19. Mai abgegeben werden. Die Abgabe der DA Übungen erfolgt immer in schriftlicher Form auf Papier. Programme müssen zusammen mit der von ihnen erzeugten Ausgabe abgegeben werden. Drucken Sie wenn möglich platzsparend 2 Seiten auf eine A4-Seite aus. Falls Sie mehrere Blätter abgeben heften Sie diese bitte zusammen (Büroklammer, Bostitch, Mäppchen). Alle Teilnehmenden dieser Vorlesung müssen Ihre eigene Übung abgeben (einzeln oder in Zweiergruppen). Vergessen Sie nicht, Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer auf Ihrer Abgabe zu vermerken.

Theoretische Aufgaben

1. Das Quadrat eines gerichteten Graphen $G = (V, E)$ ist der Graph $G^2 = (V, E^2)$, in dem zwei Knoten u und w genau dann durch eine Kante verbunden sind, wenn für ein $v \in V$ sowohl $(u, v) \in E$ als auch $(v, w) \in E$ gilt. Das heisst, in G^2 gibt es genau dann eine Kante zwischen u und w, wenn es in G einen Pfad zwischen u und w gibt, der aus genau zwei Kanten besteht. Geben Sie zwei effiziente Algorithmen an, die G^2 aus der Adjazenzlisten-Darstellung bzw. der Adjazenzmatrix-Darstellung berechnen. Analysieren Sie die Laufzeiten Ihrer Algorithmen. **2 Punkte**

2. Ermitteln Sie für jeden Knoten die Werte für d (Distanz in Anzahl Kanten) und π (Vorgänger im Breitensuchbaum), die sich durch das Ausführen einer Breitensuche auf dem Graphen in Abbildung 1 unten ergeben. Verwenden Sie Knoten a als Startknoten. Stellen Sie den Breitensuchbaum graphisch dar. **1 Punkt**

3. Zeigen Sie, dass bei einer Breitensuche der Wert $d[u]$ eines Knotens unabhängig von der Reihenfolge ist, in der die Knoten in den Adjazenzlisten gegeben sind. **1 Punkt**

4. Modifizieren sie die Prozedur BFS so, dass sie mit Eingabegraphen umgehen kann, die als Adjazentmatrix dargestellt sind. Wie ist die Laufzeit ihrer modifizierten Prozedur? **2 Punkte**

5. Zeigen Sie anhand des Graphen in Abbildung 1, dass der durch BFS erzeugte Breitensuchbaum von der Reihenfolge innerhalb der Adjazenzlisten abhängen kann. **1 Punkt**

6. Zeigen Sie, wie die Tiefensuche auf dem Graphen in Abbildung 2 arbeitet. Bestimmen Sie für jeden Knoten die Entdeckungszeit $d[u]$, die Endzeit $f[u]$, sowie die Klassifikation

jeder Kante. Stellen Sie den Tiefensuchwald graphisch dar. Nehmen Sie an, dass die Knoten in der Hauptschleife in aufsteigender Folge der Indizes bearbeitet werden, und dass die Knoten in aufsteigender Folge der Indizes in den Adjazenzlisten gespeichert sind.
2 Punkte

7. Geben Sie ein Gegenbeispiel zu folgender Vermutung an: Falls es in einem gerichteten Graphen G einen Pfad von u nach v gibt, dann muss jede Tiefensuche auf G $d[u] \leq f[v]$ ergeben. **1 Punkt**

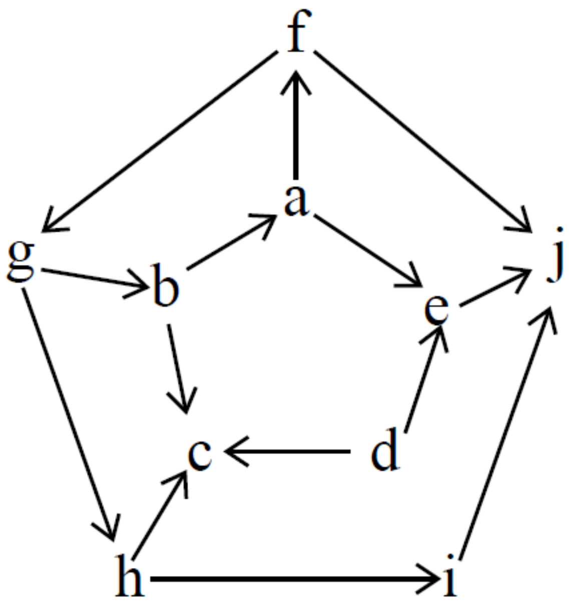

Abbildung 1: Graph für Aufgabe 2 und 5.

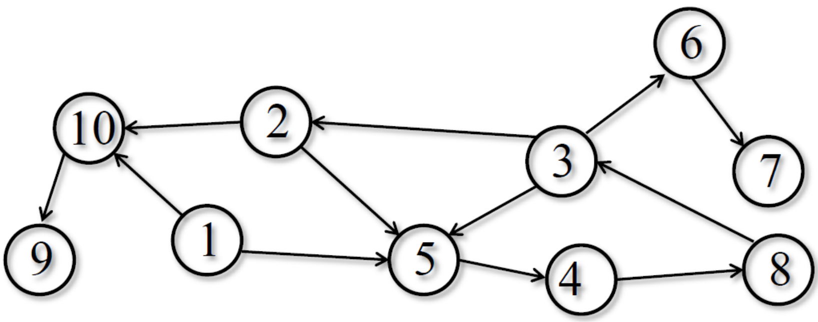

Abbildung 2: Graph für Aufgabe 6.