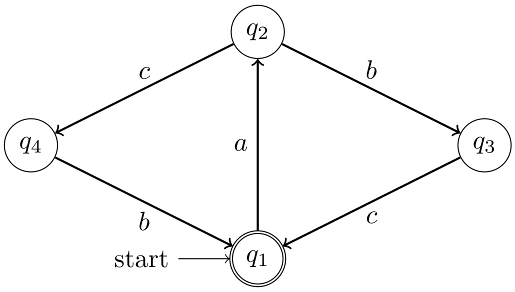
1 Konstruktion des regulären Ausdrucks

Die Zustände können wie folgt nummeriert und dargestellt werden:



$$
\begin{aligned}
A(E) &= r_{11}^4 + r_{14}^4 && (1)\\
r_{11}^4 &= r_{14}^3 (r_{44}^3)^* r_{41}^3 + r_{11}^3 && (2)\\
r_{11}^3 &= r_{13}^2 (r_{33}^2)^* r_{31}^2 + r_{11}^2 && (3)\\
r_{11}^2 &= \emptyset && (4)\\
&\text{Zwischenresultat: } r_{11}^4 = r_{14}^3 (r_{44}^3)^* r_{41}^3 + r_{13}^2 (r_{33}^2)^* r_{31}^2 && (5)\\
r_{14}^3 &= r_{13}^2 (r_{33}^2)^* r_{34}^2 + r_{14}^2 = ab(cab)^* cac + ac && (6)\\
r_{44}^3 &= r_{43}^2 (r_{33}^2)^* r_{34}^2 + r_{44}^2 = bab(cab)^* cac + bac && (7)\\
r_{41}^3 &= r_{43}^2 (r_{33}^2)^* r_{31}^2 + r_{41}^2 = bab(cab)^* c + b && (8)\\
r_{13}^2 &= ab && (9)\\
r_{33}^2 &= cab && (10)\\
r_{31}^2 &= r_{32}^1 (r_{22}^1)^* r_{21}^1 + r_{31}^1 = r_{31}^1 = c && (11)\\
\Rightarrow r_{11}^4 &= (ab(cab)^* cac + ac)(bab(cab)^* cac + bac)^* (bab(cab) \ast c + b) + (ab)(cab)^*(c) && (12)
\end{aligned}
$$

Intuitiv würde man meinen, dass

$$(abc)^* + (acb)^* \tag{13}$$

die Lösung ist, aber gemäss Regeln im Buch kann obiges Resultat (13) hergeleitet werden.

2 Permutationsgruppe

a)
Mit folgendem Ausdruck kann eine Regelmenge produziert werden, um für beliebige n eine Regelmenge zu erhalten.

$$P = \left\{ \bigcup_{i=1}^{n} \bigcup_{j=i+1}^{n} X_i X_j \right\} \tag{14}$$

Anzahl der Regeln für ein gewisses n:

$$\sum_{k=1}^{n} 2 \cdot (k-1) \tag{15}$$

Für $n = 3$ ergibt dies folgende 6 Produktionen:

$$S \to X_1X_2X_3 \tag{16}$$
$$X_1X_2 \to X_2X_1 \tag{17}$$
$$X_2X_1 \to X_1X_2 \tag{18}$$
$$X_1X_3 \to X_3X_1 \tag{19}$$
$$X_3X_1 \to X_1X_3 \tag{20}$$
$$X_2X_3 \to X_3X_2 \tag{21}$$
$$X_3X_2 \to X_2X_3 \tag{22}$$

Beweis der Korrektheit: Mit den entstandenen Produktionsregeln können alle nebeneinander stehenden X_iX_j mit $i, j < n$ beliebig vertauscht werden. Da bei jeder Produktion nicht nur die Anzahl, sondern die genauen Zeichen erhalten bleiben, kann genau die Permutationsgruppe gebildet werden, aber nichts anderes.

- Ableitung für 321:

$$S \to X_1X_2X_3X_1X_2X_3 \to X_1X_3X_2 \tag{23}$$
$$X_1X_3X_2 \to X_3X_1X_2 \tag{24}$$
$$X_3X_1X_2 \to X_3X_2X_1 \tag{25}$$
$$X_3X_2X_1 \to 321 \tag{26}$$

- Ableitung für 312:

$$S \to X_1X_2X_3 \tag{27}$$
$$X_1X_2X_3 \to X_1X_3X_2 \tag{28}$$
$$X_1X_3X_2 \to X_3X_1X_2 \tag{29}$$
$$X_3X_1X_2 \to 312 \tag{30}$$

b)
Da die Bedingung gilt, dass der Ausdruck recht die Länge $n - 1$ haben soll, ist Typ-3 sicht nicht möglich, da sonst bei jeder Produktion ein terminales Zeichen erzeugt werden müsste, ohne den Rest zu verändern, und dabei noch falsche Produktionen vermieden werden müssten. Bei Typ-2 wäre auch das Problem, dass sie kontextfrei ist, und dabei auch falsche Ausdrücke generiert werden könnten. Evtl. würde in Typ-1 eine Lösung existieren, wenn bestimmte zusätzliche Non-Terminals eingeführt werden würden, die sich nur im Kontext zu anderen Non-Terminals richtig zu Terminals ableiten lassen würden und dabei falsche Produktionen vermeiden. Die Regelmenge dürfte aber beträchtlich steigen. Die obige Grammatik ist Typ-0.

3 Erzeugung Grammatik

Analog zu Abbildung 9.1 wird als Ziel $A\hat{B}CBA$ festgelegt (Unterscheidung der beiden Bs) und folgende Produktionen festgelegt:

$$S \to aS\hat{B}CBA \tag{31}$$
$$S \to S\hat{B}\hat{B}C \tag{32}$$
$$C\hat{B} \to \hat{B}C \tag{33}$$
$$\hat{B}C \to C\hat{B} \tag{34}$$
$$CB \to BC \tag{35}$$
$$BA \to AB \tag{36}$$
$$a\hat{B} \to ab \tag{37}$$
$$b\hat{B} \to bb \tag{38}$$
$$bC \to bc \tag{39}$$
$$cC \to cc \tag{40}$$
$$cB \to cb \tag{41}$$
$$bB \to bb \tag{42}$$
$$bA \to ba \tag{43}$$
$$aA \to aa \tag{44}$$

Damit lässt sich zu Beginn (wie in der Abbildung) soweit wie nötig expandieren (über $S \to aS\hat{B}CBA$), bis die gewünschte Länge erreicht ist, und danach mit den Produktionen bis zu den Terminals ($a^n b^n c^n b^n a^n$) auflösen.