

Aufgabe 2

a) Zu zeigen: $A \setminus B = A \cap \bar{B}$

$$A \setminus B = A \cap \bar{B} \quad (1)$$

$$x \in A \setminus B \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow x \in A \text{ und } x \notin B \quad (3)$$

$$\Leftrightarrow x \in A \text{ und } x \in \bar{B} \quad (4)$$

$$\Leftrightarrow x \in A \cap \bar{B} \quad (5)$$

b) Zu zeigen: Wenn $A \cup B = A \cup C$ dann $B = C$

Gegenbeispiel:

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\} \quad (6)$$

$$B = \{a_3, a_4\} \quad (7)$$

$$C = \{a_4\} \quad (8)$$

$$A \cup B = A \cup C = \{a_1, a_2, a_3, a_4\} \quad (9)$$

$$\text{Die Anfangsgleichung stimmt, jedoch: } B \neq C \quad (10)$$

$$(11)$$

c) Zu zeigen: Es gilt $A \in B$ genau dann wenn $\bar{B} \subset \bar{A}$

$$x \in \bar{B} \Rightarrow x \in \bar{A} \quad (12)$$

$$\text{Dies aber nur wenn } A \subset B \quad (13)$$

$$\text{Denn wenn } x \in A, \text{ aber } x \notin B \quad (14)$$

$$\Rightarrow \bar{B} \not\subset \bar{A} \quad (15)$$

d) Zu zeigen: $A \times B = B \times A$

Das kartesische Produkt ist jedoch nicht kommutativ. Gegenbeispiel:

$$A = \{a_1, a_2, a_3\} \quad (16)$$

$$B = \{b_1, b_2, b_3\} \quad (17)$$

$$A \times B = \{(a_1, b_1), (a_1, b_2), \dots\} \quad (18)$$

$$B \times A = \{(b_1, a_1), (b_1, a_2), \dots\} \quad (19)$$

$$(a_1, b_2) \neq (b_1, a_2) \quad (20)$$

e) Zu zeigen: $|A \times B| = |A| \cdot |B|$

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}, B = \{b_1, b_2, \dots, b_m\} \quad (21)$$

$$A \times B = \underbrace{a_1 b_1, a_1 b_2, \dots, a_2 b_1, a_2 b_2, \dots, a_n b_m}_{n \cdot m \text{ Elemente}} \quad (22)$$

$$\Rightarrow |A \times B| = n \cdot m \quad (23)$$

$$\text{mit } |A| = n \text{ und } |B| = m \quad (24)$$

$$|A| \cdot |B| = n \cdot m \quad (25)$$

$$\Rightarrow |A \times B| = |A| \cdot |B| = n \cdot m \quad (26)$$

Aufgabe 3

a)

Listing 1: Beispiel a)

```
1 boolean subset(boolean [][] r, boolean [][] t)
2 //max = n of both rows and columns of both r and t
3
4 int m,n
5 for m=0 to max
6     for n=0 to max
7         if r[m][n] and not t[m][n] then return false
8 return true
```

b)

Listing 2: Beispiel b)

```
9 boolean [][] union(boolean [][] r, boolean [][] t)
10 //max = n of both rows and columns of both r and t
11
12 boolean arr [][]
13 int m,n
14 for m=0 to max
15     for n=0 to max
16         if r[m][n] or t[m][n] then arr[m][n] = true
17         else arr[m][n] = false
18 return arr
```

c)

Listing 3: Beispiel c)

```
19 boolean [][] compose(boolean [][] r, boolean [][] t)
20 //max = n of both rows and columns of both r and t
21
22 boolean arr [][]
23 int l,m,n
24 for m=0 to max
25     for n=0 to max
26         if r[m][n] then
27             for l=0 to max
28                 if t[n][l] then arr[m][l] = true
29 return arr
```