

Aufgabe 1

Wir bezeichnen Mengen mit A, B, C, M . Wir schreiben $A \subset B$ um zu sagen, daß A eine Teilmenge von B ist. Wir schreiben $|A|$ für die Kardinalität und \bar{A} für das Komplement der Menge A . Schnittmenge, Mengenvereinigung, Differenz, kartesisches Produkt der Mengen A und B werden jeweils mit $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $A \times B$ bezeichnet. Ein n -Tupel ist der Form (a_1, \dots, a_n) . Binäre und im allgemeinen n -äre Relationen werden mit R, T, U bezeichnet und die Komposition zweier binärer Relationen R, T mit $R \circ T$.

Vergegenwärtigen Sie sich nicht nur die intuitive Bedeutung, sondern auch die mathematischen Definitionen aller obengenannten Begriffe. Schlagen Sie gegebenenfalls in einem einführenden Text zur diskreten Mathematik nach.

Aufgabe 2

Wenn eine der folgenden Aussagen wahr ist, dann zeigen Sie, daß sie wahr ist. Wenn eine Aussage falsch ist, dann zeigen Sie das mit einem Gegenbeispiel. Die Mengen A, B, C seien Teilmengen einer beliebigen endlichen Grundmenge M .

- a) $A \setminus B = A \cap \bar{B}$
- b) Wenn $A \cup B = A \cup C$ dann $B = C$.
- c) Es gilt $A \subset B$ genau dann wenn $\bar{B} \subset \bar{A}$.
- d) $A \times B = B \times A$
- e) $|A \times B| = |A| \cdot |B|$

Aufgabe 3

Wir werden Pseudocode benutzen, um Algorithmen auszudrücken. Informieren Sie sich bei Bedarf, z.B. bei Wikipedia, über: Pseudocode, Variablenzuweisung, If-then-else Verzweigungen, For-Schleifen, While-Schleifen, Funktionen, Rekursive Funktionen, sowie die Datenstrukturen Integer, Boolean, Felder (Arrays) sowie Listen.

Eine endliche binäre Relation R auf den natürlichen Zahlen sei als ein zweidimensionales Feld von Wahrheitswerten `boolean[][] r` repräsentiert, so daß gilt `r[m][n]=true` falls mRn und `r[m][n]=false` falls nicht mRn . Geben Sie Pseudocode an für folgende Funktionen:

- a) `boolean subset(boolean[][] r, boolean[][] t)`, die `true` liefert, wenn r eine Teilmenge von t ist,
- b) `boolean[][] union(boolean[][] r, boolean[][] t)`, die die Mengenvereinigung von r und t liefert, sowie
- c) `boolean[][] compose(boolean[][] r, boolean[][] t)`, die die Komposition der Relationen r und t liefert.

Hinweis: Sie können davon ausgehen, dass die maximale Anzahl von Zeilen und Spalten eines solchen Feldes r durch die Variable `max` beschränkt ist (d. h. falls $m > \text{max}$ oder $n > \text{max}$ ist immer `r[m][n]=false`).