Nonlinear Control
- Miniproject

Dummy

November 17, 2015

1 Problem

Et pendul skal styres til at stå lodret på en bevægende platform. Modellen for dette system er:

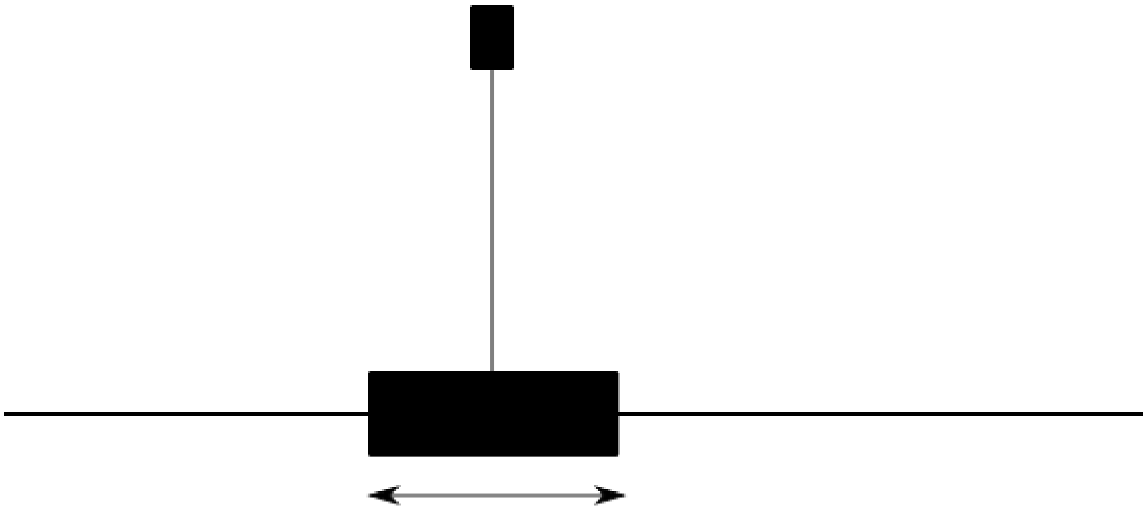

Figure 1: Pendul på sin "slæde"

$$m \cdot l \cdot \ddot{\theta} + m \cdot g \cdot sin(\theta) + k_f \cdot l\ \dot{\theta} = \frac{T}{l} + \delta_c(t) \tag{1}$$

Konstanterne i dette system er dog ikke sikre, og de kan derfor antageforskellige værdier:

$$\begin{aligned} 0.095 \leq & m \leq 0.105 \\ & l = 0.305 \\ 0.4 \leq & k_f \leq 0.6 \\ & g = 9.81 \end{aligned} \tag{2}$$

Forstyrelsen i form af slædens bevægelse kan estimeres til:

$$\delta_c(t) = 0.0934 \cdot 5/2000 \cdot sin(t) \tag{3}$$

Målsætningen er at lave en "Sliding mode" kontroller som kan få pendulet til at stå lodret $(\theta, \dot{\theta}) = \pi, 0$. Fejlen på θ må maksimum være op til 0.1 radianer til en af siderne, og rotations hastigheden af pendulet $(\dot{\theta})$ må maks være 0.01

Den fundne kontroller skal først tested i suimulering, og skal derefter testes på en rigtig platform.

2 Reaching

3 Sliding Phase

When the state of the system is finished with its reaching phase, the system enters the sliding phase. The system enters the sliding phase when the system state, on the sliding manifold, (after a coordinate shift) is within ε distance from the equilibrium in origo:

$$\alpha_1 x_1 + x_2 < \varepsilon \tag{4}$$

4 Kontroller design

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{g}{l} \cdot sin(x_1 \cdot \pi) - \frac{K_f}{m} \cdot x_2 + \frac{T}{l^2 \cdot m} + \delta(t) \end{aligned} \tag{5}$$

Hvor g er tyngde accelerationen, l er længden på armen, k_f er friktions konstanten i lejet, m er massen af loddet og T er drejnings momentet fra motoren.

En lyapnov funktion kan nu stilles op, den klassiske vælges for begge variable.

$$V = \frac{1}{2} \cdot {x_1}^2 + \frac{1}{2} \cdot {x_2}^2 \tag{6}$$

De konstante led i systemet substitueres for overblik:

$$a = \frac{g}{l}, \qquad b = \frac{k_f}{m}, \qquad c = \frac{1}{l^2 \cdot m} \tag{7}$$

$$s = a \cdot x_1 + x_2 \tag{8}$$

Forstyrrelsen fra den bevægende platform skal udkompenseres for at få en god kontroller.

En kontroller af T kan nu blive designet, den designes til at fjerne dynamik, og indføre stabilitet

$$U(x) = \frac{-k_2 \cdot x_2}{c} - k_1 \cdot \frac{1}{c} \cdot x_1 + \frac{a}{c} \cdot sin(x_1 \cdot \pi) \tag{9}$$

k_1 og k_2 skal vælges sådan at systemet er stabilt; $(A - BK)$ skal være negativ definit

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_1 & -b-k_2 \end{bmatrix} \tag{10}$$

Ved at udlede anden ordens ligningen, og dens rødder bliver det fundet at $k_1 = 50$ og $k_2 = -b + 15$ er gode valg.

Lyaponov redesign

Forstyrrelserne kan nu beskrives som:

$$\begin{aligned} \delta_c(t) &= (\frac{\hat{a} - a}{\hat{c}}) \cdot sin(x_1) + (\frac{\hat{b} - b}{\hat{c}}) \cdot x_2 + (\frac{\hat{c} - c}{\hat{c}}) \cdot U(T) + (\frac{\zeta}{\hat{c}}) \cdot cos(x_1) \\ \delta_c(t) &\leq \left\| 0.0934 \cdot \frac{5}{2000} \cdot 500 \cdot sin(t) + 1.25 x_2 + 0.0501 x_1 + 32.16 \right\| \\ \delta_c(t) &\leq 0.12 + 1.25 x_2 + 0.0501 x_1 + 1.53 sin(x_1) + 0.05V \end{aligned} \tag{11}$$

Pertubering af C giver en ændring af kontrol signalet svarende til:

$$k_0 \cdot |V| = \frac{\hat{c} - c}{c} \cdot |V| \tag{12}$$

$$\omega = \frac{\partial V}{\partial x} \cdot G = x_1 \cdot G_1 + x_2 \cdot G_2 = x_2 \cdot C \tag{13}$$

$$\eta(\omega) = \tag{14}$$

$$V = \begin{cases} \frac{\eta}{1-k_0} \cdot sign(\omega) & \text{for} \quad \eta(\omega) \geq \varepsilon \\ -\frac{\eta^2}{1-k_0} \cdot \frac{\omega}{\varepsilon} & \text{for} \quad \eta(\omega) < \varepsilon \end{cases} \tag{15}$$

$$\Omega_\varepsilon = \left\{ |x_1| \leq \frac{\varepsilon}{a_1 \cdot \Theta_1}, |s| \leq \varepsilon \right\} \tag{16}$$