# Serie impulso y cantidad de movimiento

1) Un cuerpo de 3,00 kgde masa cae libremente durante 5,00 segundos.Determinar :
a) El impulso total.
b) La velocidad final.
c) La variación de la cantidad de movimiento durante los últimos dos segundos.

Datos:

$m_c := 3.00\ \mathrm{kg}$

$t_c := 5.00\ \mathrm{s}$

La fuerza que actúa sobre el cuerpo es la fuerza peso

$$F := m_c\ g = 0.003\ \mathrm{kg}^2$$

$$I := F \cdot t_c = 0.015\ \mathrm{kg}^2\ \mathrm{s}$$

Para calcular la velocidad final tenemos en cuenta que el impulso es igual a la variación de la cantidad de movimiento

$$I = p_f - p_i$$

$$I = m_c \cdot v_f - 0$$

$$v_f := \frac{I}{m_c} = 0.005\ \mathrm{kg\ s}$$

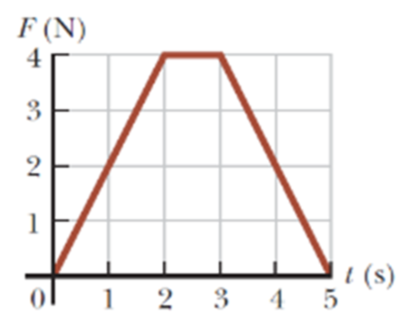
$$\Delta p = p_f - p_i$$

$$\Delta p = m_c \cdot v_f - m_c \cdot v_i$$

$$\Delta p = m_c\ g \cdot 5\ \mathrm{s} - m_c\ g \cdot 3\ \mathrm{s}$$

$$\Delta p := m_c\ g \cdot 2\ \mathrm{s} = 0.006\ \mathrm{kg}^2\ \mathrm{s}$$

2) La magnitud de la fuerza neta que se ejerce en la dirección x sobre una partícula de 2,50 kg varía en el tiempo, como se muestra en la figura. Encuentre: (a) el impulso de la fuerza en el intervalo de tiempo entre 0 y 5,00 s, (b) la velocidad final que logra la partícula si originalmente está en reposo, (c) su velocidad final si su velocidad original es -2,00 i m/s y (d) la fuerza promedio ejercida sobre la partícula durante el intervalo de tiempo entre 0 y 5,00 s.




Datos:

$m := 2.50\ \mathrm{kg}$

$v_{i1} := 0 \cdot \frac{m}{\mathrm{s}}$

$\overrightarrow{v_{i1}} := -2.00 \cdot \vec{\mathrm{i}}$

El impulso es hacia la derecha e igual al área bajo la curva. Su módulo será

(a) The impulse is to the right and equal to the area under the $F$-$t$ graph:

$$I = [(0 + 4\ \mathrm{N})/2](2\ \mathrm{s} - 0) + (4\ \mathrm{N})(3\ \mathrm{s} - 2\ \mathrm{s}) + (2\ \mathrm{N})(2\ \mathrm{s}) = \boxed{12.0\ \mathrm{N \cdot s}\ \hat{\mathbf{i}}}$$

(b) $m\vec{\mathbf{v}}_i + \vec{\mathbf{F}}t = m\vec{\mathbf{v}}_f$ $\quad (2.5\ \mathrm{kg})(0) + 12\ \hat{\mathbf{i}}\ \mathrm{N \cdot s} = (2.5\ \mathrm{kg})\ \vec{\mathbf{v}}_f$ $\quad \vec{\mathbf{v}}_f = \boxed{4.80\ \hat{\mathbf{i}}\ \mathrm{m/s}}$

(c) From the same equation, $(2.5\ \mathrm{kg})(-2\ \hat{\mathbf{i}}\ \mathrm{m/s}) + 12\ \hat{\mathbf{i}}\ \mathrm{N \cdot s} = (2.5\ \mathrm{kg})\ \vec{\mathbf{v}}_f$ $\quad \vec{\mathbf{v}}_f = \boxed{2.80\ \hat{\mathbf{i}}\ \mathrm{m/s}}$

(d) $\vec{\mathbf{F}}_{avg}\Delta t = 12.0\hat{\mathbf{i}}\ \mathrm{N \cdot s} = \vec{\mathbf{F}}_{avg}(5\ \mathrm{s})$ $\quad \vec{\mathbf{F}}_{avg} = \boxed{2.40\hat{\mathbf{i}}\ \mathrm{N}}$

3) Un rifle de 5,00 kg dispara una bala de 15,0 gramos con una velocidad inicial de 700 m/s.
a) Determinar la velocidad de retroceso del rifle.
b) Hallar la fuerza que aplica el rifle en el hombro del tirador sabiendo que el retroceso dura una décima de segundo.

Datos:

$m_R := 5.00\ \mathrm{kg}$

$m_B := 15.0\ \mathrm{g}$

$v_B := 700\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$\Delta t := 0.100\ \mathrm{s}$

Consideramos nuestro sistema compuesto por el rifle y la bala y planteamos la conservación de la cantidad de movimiento.
Consideramos como instante inicial antes de que se produzca el disparo, con los dos cuerpos en reposo, y cómo instante final después de que se produjo el disparo.

$$p_{ix} = p_{fx}$$

$$m_R \cdot v_{iR} + m_B \cdot v_{iB} = m_R \cdot v_{fR} + m_B \cdot v_B$$

Cómo en el instante inicial los cuerpos están en reposo, la cantidad de movimiento inicial es cero.

Despejando:

$$v_{fR} := \frac{\left(-m_B\right) \cdot v_B}{m_R} = -2.1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

La fuerza que aplica el rifle en el hombro del tirador la obtenemos a partir de que el impulso sobre el rifle es igual a la variación de su cantidad de movimiento.

$$F_R \cdot \Delta t = \Delta p_R = p_{Rf} - p_{Ri}$$

$$F_R := \frac{m_R \cdot v_{fR} - 0}{\Delta t} = -105\ \mathrm{N}$$

4) Un cuerpo de 3,00 kg de masa que viaja a 10,0 m/s, choca frontalmente con otro de 5,00 kg que se mueve en sentido opuesto a 8,00 m/s.Determinar :
a) Las cantidades de movimiento de cada cuerpo antes del choque.
b) Las velocidades de cada cuerpo después del choque sabiendo que el choque es elástico.
c) Las cantidades de movimiento de cada cuerpo después del choque.

Datos:

$m_1 := 3.00\ \text{kg}$

$v_1 := 10.0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$m_2 := 5.00\ \text{kg}$

$v_2 := -8.00\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (los cuerpos se mueven en sentidos opuestos, por lo que una velocidad es negativa)

Cantidades de movimiento antes del choque

$$p_1 := m_1 \cdot v_1 = 30\ \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$$

$$p_2 := m_2 \cdot v_2 = -40\ \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$$

Velocidades finales de cada móvil:

$$v_{1f} := \frac{2 \cdot m_2 \cdot v_2 + v_1 \cdot \left(m_1 - m_2\right)}{m_1 + m_2} = -12.5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

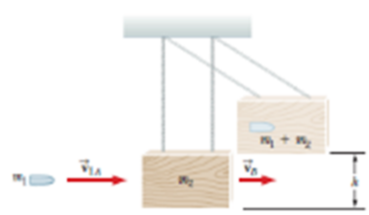
$$v_{2f} := \frac{2 \cdot m_1 \cdot v_1 + v_2 \cdot \left(m_2 - m_1\right)}{m_1 + m_2} = 5.5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Cantidades de movimiento después del choque

$$p_{1f} := m_1 \cdot v_{1f} = -37.5\ \text{s N}$$

$$p_{2f} := m_2 \cdot v_{2f} = 27.5\ \text{s N}$$

5) Una bala de rifle de 12,0 g se dispara a 380 m/s contra un péndulo balístico de 6,00 kg suspendido de un cordón de 70,0 cm de longitud. Calcule a) la distancia vertical que sube el péndulo, b) la energía cinética inicial de la bala y c) la energía cinética de la bala y el péndulo inmediatamente después de que la bala se incrusta en el péndulo.



Datos:

$m_b := 12.0\ \text{kg}$

$v_b := 380\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$m_{pb} := 6.00\ \text{kg}$

$l := 70.0\ \text{cm}$

**8.39.** **IDENTIFY:** Apply conservation of momentum to the collision and conservation of energy to the motion after the collision. After the collision the kinetic energy of the combined object is converted to gravitational potential energy.

**SET UP:** Immediately after the collision the combined object has speed $V$. Let $h$ be the vertical height through which the pendulum rises.

**EXECUTE:** (a) Conservation of momentum applied to the collision gives $(12.0\times10^{-3}\ \text{kg})(380\ \text{m/s}) = (6.00\ \text{kg} + 12.0\times10^{-3}\ \text{kg})V$ and $V = 0.758\ \text{m/s}$.

Conservation of energy applied to the motion after the collision gives $\frac{1}{2}m_{tot}V^2 = m_{tot}gh$ and

$$h = \frac{V^2}{2g} = \frac{(0.758\ \text{m/s})^2}{2(9.80\ \text{m/s}^2)} = 0.0293\ \text{m} = 2.93\ \text{cm}.$$

(b) $K = \frac{1}{2}m_b v_b^2 = \frac{1}{2}(12.0\times10^{-3}\ \text{kg})(380\ \text{m/s})^2 = 866\ \text{J}$.

(c) $K = \frac{1}{2}m_{tot}V^2 = \frac{1}{2}(6.00\ \text{kg} + 12.0\times10^{-3}\ \text{kg})(0.758\ \text{m/s})^2 = 1.73\ \text{J}$.

**EVALUATE:** Most of the initial kinetic energy of the bullet is dissipated in the collision.

6) Una bala de 10,0 g. se dispara horizontalmente y a una velocidad de 600 m/s contra un objeto pequeño de 2,00 kg situado sobre un poste de 1,50 m de altura.
a) ¿A qué distancia del pié del poste caería el conjunto si la bala hubiera quedado incrustada en el objeto?.
b) ¿A qué distancia del poste caerá la bala si atraviesa el objeto y lo hace caer a 1m del poste?.

Datos:

$m_B := 10.0\ \text{g}$

$v_{iB} := 600\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$m_O := 2.00\ \text{kg}$

$h := 1.50\ \text{m}$

En el primer caso la bala queda incrustada y se puede tratar como un choque plástico o perfectamente inelástico.

La velocidad con la que sale el conjunto es, planteando la conservación de la cantidad de movimiento:

$$m_B \cdot v_{iB} + m_O \cdot v_{iO} = \left(m_B + m_O\right) \cdot v_f$$

La velocidad inicial del objeto es cero, ya que se encuentra en reposo.

$$v_f := \frac{m_B \cdot v_{iB}}{m_B + m_O} = 2.99\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

El conjunto cae con un movimiento de tiro horizontal. El tiempo de caída será:

$$t_c := \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g_e}} = 0.553\ \text{s}$$

Y la distancia a la que cae el conjunto:

$$x_1 := v_f \cdot t_c = 1.65\ \text{m}$$

En el segundo caso la bala atraviesa el objeto y lo hace caer a 1 m. Ya no es un choque plástico, tampoco es elástico.

Planteando la conservación de la cantidad de movimiento

$$m_B \cdot v_{iB} + m_O \cdot v_{iO} = m_B \cdot v_{fB} + m_O \cdot v_{fO}$$

La velocidad final del objeto, teniendo en cuenta que cae a 1 m y tiene movimiento de tiro horizontal es:

$$v_{fO} := \frac{1\ \mathrm{m}}{t_c} = 1.81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Por lo que la velocidad final de la bala será:

$$v_{fB} := \frac{m_B \cdot v_{iB} - m_O \cdot v_{fO}}{m_B} = 238\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Por lo que su distancia de caída será:

$$x_2 := v_{fB} \cdot t_c = 132\ \mathrm{m}$$

7) Un patinador de 80,0 kg que viaja a 4,00 m/s alcanza a otro de 100 kg que viaja a 2,00 m/s en la misma dirección y choca con él.Si los patinadores permanecen en contacto,
a) ¿Cuál es su velocidad final?
b) ¿Qué cantidad de energía cinética se pierde en el choque?

Datos:

$m_1 := 80.0\ \mathrm{kg}$ $\quad v_1 := 4.00\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$m_2 := 100\ \mathrm{kg}$ $\quad v_2 := 2.00\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Se puede tratar el caso como un choque plástico. Cómo ambos patinadores se mueven en el mismo sentido, las velocidades tendrán el mismo signo.

$$v_f := \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} = 2.89\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

La variación de energía cinética será:

$$\Delta E_c = E_{cf} - E_{ci}$$

$$E_{cf} := \frac{1}{2} \cdot \left(m_1 + m_2\right) \cdot v_f^{\ 2} = 751\ \mathrm{J}$$

$$E_{ci} := \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^{\ 2} + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^{\ 2} = 840\ \mathrm{J}$$

Por lo que:

$$\Delta E_c := E_{cf} - E_{ci} = -88.9\ \mathrm{J}$$

8) Un automóvil de 9800 N que viaja de sur a norte a 72,0 km/h choca en un cruce de caminoscontra otro vehículo de 14700 N que viaja de oeste a este.Después de la colisión ambos vehículos quedan enganchados desplazándose el conjunto en la dirección este 30,0º norte ( de la dirección este, 30,0º hacia el norte).Determinar:
a) El módulo de lavelocidad del conjunto después del choque.
b) La velocidad del segundo vehículo previa al choque.

Datos

$$P_A := 9800\ \mathrm{N} \qquad v_A := 72.0\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{hr}} = 20\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$P_B := 14700\ \mathrm{N}$$

$$\theta := 30\ \mathrm{deg}$$

Las masas de los móviles son

$$m_B := \frac{P_B}{g} = 1.47 \cdot 10^{7}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \qquad m_A := \frac{P_A}{g} = 9.8 \cdot 10^{6}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Como se trata de un choque en el plano, planteámos la conservación de la cantidad de movimiento en el eje x y en el eje y.

En el eje x

$$p_{ix} = p_{fx}$$

$$m_A \cdot v_{iAx} + m_B \cdot v_{iBx} = \left(m_A + m_B\right) \cdot v_{fx} \qquad (1)$$

No conocemos la velocidad inicial del automóvil ni la velocidad final.

En el eje y

$$p_{iy} = p_{fy}$$

$$m_A \cdot v_{iAy} + m_B \cdot v_{iBy} = \left(m_A + m_B\right) \cdot v_{fy}$$

La componente de la velocidad de B en el eje y es cero.

$$v_{iAy} := v_A$$

$$v_{fy} := \frac{m_A \cdot v_{iAy}}{m_A + m_B} = 8\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

La velocidad final serà, teniendo en cuenta que el conjunto luego del choque se desplaza con un ángulo de 30º:

$$\sin\left(30\ \mathrm{deg}\right) = \frac{v_{fy}}{v_f} \qquad v_f := \frac{v_{fy}}{\sin\left(30\ \mathrm{deg}\right)} = 16\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

La componente de la velocidad final en el eje x será

$$v_{fx} := v_f \cdot \cos\left(30\ \mathrm{deg}\right) = 13.9\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Por lo que la velocidad del segundo vehículo, previa al choque será (teniendo en cuenta que la componente en x de la velocidad de primer automovil es cero):

$$v_{iBx} := \frac{\left(m_A + m_B\right) \cdot v_{fx}}{m_B} = 23.1\ \frac{m}{s}$$

9) Un mortero lanza una bomba de estruendo con una velocidad de 20,0 m/s verticalmente hacia arriba.Cuando la bomba llega a su punto mas alto, explota en tres porciones iguales; la primera de 100 gramos asciende verticalmente a 10,0 m/s y la segunda de 50,0 gramos, se desplaza con un ángulo de 60º respecto de la vertical a 15,0 m/s. Determinar:
a) la velocidad (módulo y ángulo) de la tercera porción de 150 gramos.
b) La distancia de caída respecto del mortero.

Datos:

$v_0 := 20.0\ \frac{m}{s}$

$m_1 := 100\ g$ $\qquad v_1 := 10.0\ \frac{m}{s}$

$m_2 := 50.0\ g$ $\qquad v_2 := 15.0\ \frac{m}{s}$

$m_3 := 150\ g$

Consideramos como momento inicial cuando la bomba está en el punto más  alto, en el que la velocidad es cero, y còmo momento final después que explota.

En el eje x

$$p_{ix} = p_{fx}$$

$$0 = m_2 \cdot v_{2x} + m_3 \cdot v_{3x}$$

$$0 = m_2 \cdot v_2 \cdot \cos\left(150\ deg\right) + m_3 \cdot v_{3x}$$

De donde

$$v_{3x} := \frac{-\left(m_2 \cdot v_2 \cdot \cos\left(150\ deg\right)\right)}{m_3} = 4.33\ \frac{m}{s}$$

En el eje y

$$p_{iy} = p_{fy}$$

$$0 = m_1 \cdot v_{1y} + m_2 \cdot v_{2y} + m_3 \cdot v_{3y}$$

$$0 = m_1 \cdot v_{1y} + m_2 \cdot v_2 \cdot \sin\left(150\ deg\right) + m_3 \cdot v_{3x}$$

De donde

$$v_{3y} := \frac{-\left(m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 \cdot \sin\left(150\ deg\right)\right)}{m_3} = -9.17\ \frac{m}{s}$$

$$v_3 := \sqrt{{v_{3x}}^2 + {v_{3y}}^2} = 10.1\ \frac{m}{s}$$

Para calcular a qué distancia cae del pie del mortero

$$x_c := v_{3x} \cdot t_c$$

El tiempo de caída lo determinamos de

$$y = v_{3y} \cdot t_c + \frac{1}{2} g \cdot t_c^{\ 2}$$

Donte y es la hmáx

$$h_{máx} := \frac{v_0^{\ 2}}{2\ g_e} = 20.4\ m$$

Tomamos como tiempo de caída; $t_c := 3.177\ s$

La distancia de caída respecto del pié del mortero será:

$$x_c := v_{3x} \cdot t_c = 13.8\ m$$