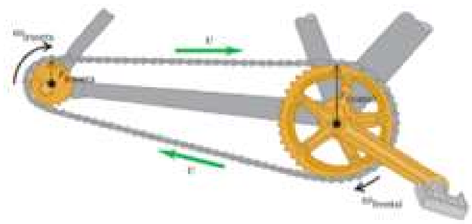
Serie Rotación y momento angular

1. ¿Qué diferencia hay entre aceleración tangencial y aceleración radial para un punto de un cuerpo que gira?

2. En la figura, todos los puntos de la cadena tienen la misma rapidez lineal. ¿La magnitud de la aceleración lineal es también igual para todos esos puntos? ¿Qué relación hay entre las aceleraciones angulares de las dos ruedas dentadas? Explique su respuesta ¿Qué relación hay entre las aceleraciones radiales de los puntos en los dientes de las dos ruedas? Justifique su respuesta.



La cadena no se desliza ni se estira, así que se mueve con la misma rapidez tangencial v en ambas reudas.

$$v = r \cdot \omega$$

$$r_{frontal} \cdot \omega_{frontal} = r_{trasera} \cdot \omega_{trasera}$$

La cadena no se desliza ni se estira, así que se mueve con la misma rapidez tangencial v en ambas ruedas dentadas. Por la ecuación (9.13),

$$v = r_{\text{frontal}}\omega_{\text{frontal}} = r_{\text{trasera}}\omega_{\text{trasera}} \qquad \text{así que} \qquad \frac{\omega_{\text{trasera}}}{\omega_{\text{frontal}}} = \frac{r_{\text{frontal}}}{r_{\text{trasera}}}$$

La rapidez angular es inversamente proporcional al radio. Esto se cumple también para poleas conectadas mediante una correa, siempre que ésta no se deslice. En el caso de las ruedas dentadas, los dientes deben estar equidistantes en sus circunferencias para que la cadena embone correctamente. Sean N_{frontal} y N_{trasera} los números de dientes; la condición de que el espaciado de los dientes sea igual en ambas ruedas es

$$\frac{2\pi r_{\text{frontal}}}{N_{\text{frontal}}} = \frac{2\pi r_{\text{trasera}}}{N_{\text{trasera}}} \qquad \text{así que} \qquad \frac{r_{\text{frontal}}}{r_{\text{trasera}}} = \frac{N_{\text{frontal}}}{N_{\text{trasera}}}$$

Combinando esto con la otra ecuación, tenemos

$$\frac{\omega_{\text{trasera}}}{\omega_{\text{frontal}}} = \frac{N_{\text{frontal}}}{N_{\text{trasera}}}$$

3. Un volante gira con velocidad angular constante. ¿Un punto en su borde tiene aceleración tangencial? ¿Y aceleración radial? ¿Estas aceleraciones tienen magnitud constante? ¿Y dirección constante? Justifique sus respuestas.

4. ¿Puede imaginar un cuerpo que tenga el mismo momento de inercia para todos los ejes posibles? Si es así, mencione un ejemplo; si no, explique por qué no es posible. ¿Puede imaginar un cuerpo que tenga el mismo momento de inercia para todos

los ejes que pasan por cierto punto? Si es así, mencione un ejemplo e indique dónde está el punto.

¿Puede imaginar un cuerpo que tenga el mismo momento de inercia para todos los ejesposibles? Si es asi mencione un ejemplo si no es asi explque el porqueNo es posible pues todos los ejes posibles de un objeto tienden a cambiar dependiendo adonde se encuentre del eje de inercia central existe una diferencia entre inercias en cada eje.¿Puede imaginar un cuerpo que tenga el mismo momento de inercia para todos los ejes quepasan por cierto punto? Si es asi donde se encuentra ese punto y de un ejemplo.Si es posible y se puede demostrar en un un plano carteciano con el eje Y y el eje X el cual nosindica diferentes momentos de inercia en ambos ejes pero en el punto de interseccion nosmuestran el mismo pues estos no estan separados sino estan unidos en un solo punto y asipuede suceder con varias intersecciones de diferentes ejes pero que estos no se salgan de lainterseccion

5. Para maximizar el momento de inercia de un volante mientras minimizamos su peso, ¿qué forma y distribución de masa debería tener? Explique su respuesta.

6. Una polea complicada consiste en cuatro esferas idénticas colocadas en los extremos de rayos que se prolongan desde un tambor giratorio. Una caja está unida a una cuerda delgada y ligera que se enrolla en el borde del tambor. Cuando se libera del reposo, la caja adquiere una rapidez V después de caer una distancia d. Ahora las cuatro esferas se mueven hacia adentro más cerca del tambor, y de nuevo la caja se suelta del reposo. Después de caer una distancia d, ¿su rapidez será igual a V, mayor que V, o menor que V? Demuestre o explique por qué.

7. Una rueda gira en torno a un eje perpendicular al plano de la rueda y que pasa por el centro de la rueda. La rapidez angular de la rueda está aumentando con razón constante. El punto A está en el borde de la rueda; y el punto B, a la mitad de la distancia entre el borde y el centro. Para cada una de las cantidades siguientes, indique si su magnitud es mayor en el punto A, en el punto B o es igual en ambos puntos: a) rapidez angular, b) rapidez tangencial, c) aceleración angular, d) aceleración tangencial y e) aceleración radial. Justifique sus respuestas.

Serie 8: Rotación y Momento Angular

1. Imagine que usted acaba de ver una película en DVD y el disco se está deteniendo. La velocidad angular del disco en t = 0 es de 27,5 rad/s y su aceleración angular constante es de -10,0 rad/s2. Una línea PQ en la superficie del disco está a lo largo del eje + x en t = 0. a) ¿Qué velocidad angular tiene el disco en t = 0,3 s? b) ¿Qué ángulo forma la línea PQ con el eje +x en ese instante?

Datos:

$\omega_1 := 27.5 \frac{rad}{s}$

$\alpha := -10.0 \frac{rad}{s^2}$

$t := 0.3 \ s$

$$\omega := \omega_1 + \alpha \cdot t = 24.5 \ Hz$$

$$\theta := \omega_1 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 = 7.8 \ rad$$

2. Una rueda gira en torno a un eje que está en la dirección z. La velocidad angular ωz es de -6,00 rad/s en t = 0,00, aumenta linealmente con el tiempo y es de +8,00 rad/s en t = 7,00 s. Se considera positiva la rotación anti horaria. a) ¿La aceleración angular durante este intervalo de tiempo es positiva o negativa? b) ¿Durante qué intervalo está aumentando la rapidez de la rueda? ¿Y disminuyendo? c) Determine el desplazamiento angular de la rueda en t = 7,00 s.

Datos:

$\omega_{z1} := -6.00 \frac{rad}{s}$

$\omega_{z2} := 8.00 \frac{rad}{s}$

$t := 7.00 \ s$

$$\alpha := \frac{\omega_{z2} - \omega_{z1}}{t} = 2 \cdot \frac{1}{s^2}$$

Le lleva hasta detenerse:

$$\omega_f = \omega_i + \alpha \cdot t$$

$$t := -\frac{\omega_{z1}}{\alpha} = 3\ s$$

$$\theta := \omega_{z1} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 = -9$$

a) Positiva
b) Disminuye los primeros 3,00 s y luego aumenta los otros 4,00 s
c) - 9,00 rad

3. Un ventilador eléctrico se apaga, y su velocidad angular disminuye uniformemente de 500 rev/min a 200 rev/min en 4,00 s. a) Calcule la aceleración angular en rev/s2 y el número de revoluciones que el motor giró en el intervalo de 4,00 s. b) ¿Cuántos segundos más tardará el motor en parar, si la aceleración angular se mantiene constante en el valor calculado en el inciso a)?

Datos:

$n_1 := 500\ rpm = 52.4\ \frac{rad}{s}$ $\qquad \omega_1 := n_1 = 52.4\ \frac{rad}{s}$

$n_2 := 200\ rpm = 20.9\ \frac{rad}{s}$ $\qquad \omega_2 := n_2 = 20.9\ \frac{rad}{s}$

$t := 4.00\ s$

$$\alpha := \frac{n_2 - n_1}{t} = -1.25\ \frac{rev}{s^2}$$

$$\theta := \omega_1 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 = 147$$

$$rev := \frac{\theta}{2 \cdot \pi} = 23.3$$

$$t := \frac{-\omega_2}{\alpha} = 2.67\ s$$

4. Un lanzador de disco gira el disco en un círculo con radio de 80,0 cm. En cierto instante, el lanzador gira con rapidez angular de 10,0 rad/s y la rapidez angular está aumentando a razón de 50 rad/s2. Calcule las componentes de aceleración tangencial y centrípeta del disco en ese instante, así como la magnitud de esa aceleración.

Datos:

$r := 80.0\ cm$

$\omega_1 := 10.0\ \frac{rad}{s}$

$\alpha := 50\ \frac{rad}{s^2}$

$$a_c := \omega_1^2 \cdot r = 80\ \frac{m}{s^2}$$

$$a_t := \alpha \cdot r = 40\ \frac{m}{s^2}$$

$$a := \sqrt{a_c^2 + a_t^2} = 89.4\ \frac{m}{s^2}$$

5. Imagine que le piden diseñar una hélice de avión que gire a 2400 rpm. La rapidez de avance del avión en el aire debe ser

de 75,0 m/s, y la rapidez de las puntas de las aspas de la hélice en el aire no debe exceder de 270 m/s. (Esto es cerca de 0,80 veces la rapidez del sonido en aire. Si tales puntas se movieran con una rapidez cercana a la del sonido, producirían un ruido enorme.) a) ¿Qué radio máximo puede tener la hélice? b) Con este radio, ¿qué aceleración tiene la punta de la hélice?

Datos:

$n := 2400\ \text{rpm}$ $\qquad \omega := n = 251\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$v := 270\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$r := \frac{v}{\omega} = 1.07\ \text{m}$$

$$a_c := \omega^2 \cdot r = 67900\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

6. Un ventilador eléctrico de 0,750 m de diámetro, instalado en el techo, gira sobre un eje fijo con velocidad angular inicial de 0,250 rev/s. La aceleración angular es constante de 0,900 rev/s2. a) Calcule la velocidad angular del ventilador después de 0,200 s. b) ¿Cuántas revoluciones giró un aspa en este tiempo? c) ¿Qué rapidez tangencial tiene un punto en la punta del aspa en t = 0,200 s? d) ¿Qué magnitud tiene la aceleración resultante de un punto en la punta del aspa en t = 0.200 s?

Datos:

$d := 0.750\ \text{m}$

$\omega_i := 0.250\ \frac{\text{rev}}{\text{s}} = 1.57\ \text{Hz}$

$\alpha := 0.900\ \frac{\text{rev}}{\text{s}^2} = 5.65 \cdot \frac{1}{\text{s}^2}$

$t := 0.200\ \text{s}$

$$\omega_f := \omega_i + \alpha \cdot t = 2.7\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\theta := \omega_i \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 = 0.427\ \text{rad}$$

$$rev := \frac{\theta}{2 \cdot \pi} = 0.068$$

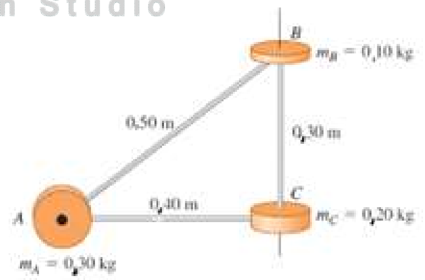
$$v := \omega_f \cdot \left(\frac{d}{2}\right) = 1.01\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$a_c := \omega_f^2 \cdot \left(\frac{d}{2}\right) = 2.74\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a_t := \alpha \cdot \left(\frac{d}{2}\right) = 2.12\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a := \sqrt{a_c^2 + a_t^2} = 3.46\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

7. Un ingeniero está diseñando una pieza mecánica formada por tres conectores circulares gruesas unidos por puntales ligeros moldeados. a) ¿Qué momento de inercia tiene este cuerpo alrededor de un eje que pasa por el centro del disco A y es perpendicular al plano del diagrama? b) ¿Qué momento de inercia tiene alrededor de un eje que pasa por el centro de los discos B y C? c) Si el cuerpo gira sobre el eje que pasa por A y es perpendicular al plano del diagrama, con rapidez angular ω = 4,0 rad/s, ¿qué energía cinética tiene?



Datos:

$m_A := 0.30\ \text{kg}$

$m_B := 0.10\ \text{kg}$ $\qquad r_B := 0.5\ \text{m}$

$m_C := 0.20\ \text{kg}$ $\qquad r_C := 0.4\ \text{m}$

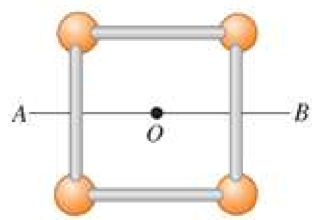
$r_A := 0.4\ \text{m}$ $\qquad \omega := 4.0\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$$I_1 := m_C \cdot r_C^{\ 2} + m_B \cdot r_B^{\ 2} = 0.0570\ \text{kg m}^2$$

$$I_2 := m_A \cdot r_A^{\ 2} = 0.0480\ \text{kg m}^2$$

$$K := \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \omega^2 = 0.456\ \text{J}$$

8. Cuatro esferas pequeñas, que pueden considerarse como puntos con masa de 0,200 kg cada una, están dispuestas en un cuadrado de 0,400 m de lado, conectadas por varillas muy ligeras. Calcule el momento de inercia del sistema alrededor de un eje a) que pasa por el centro del cuadrado, perpendicular a su plano (que pasa por O en la figura); b) que divide el cuadrado (pasa por la línea AB en la figura); c) que pasa por los centros de las esferas superior izquierda e inferior derecha y por el punto O.



Datos:

$m := 0.200\ \text{kg}$

$l := 0.400\ \text{m}$

$$r_1 := \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} = 0.283\ \text{m}$$

$$I_1 := 4 \cdot m \cdot r_1^{\ 2} = 0.0640\ \text{kg m}^2$$

$$r_2 := 0.200\ \text{m}$$

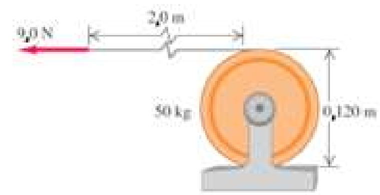
$$I_2 := 4 \cdot m \cdot r_2^{\ 2} = 0.0320\ \text{kg m}^2$$

$$r_3 := r_1 = 0.283\ \text{m}$$

$$I_3 := 2 \cdot m \cdot r_1^{\ 2} = 0.0320\ \text{kg m}^2$$

9. Un cable ligero, flexible y que no se estira está enrollado varias vueltas en el tambor de un malacate, un cilindro sólido con masa de 50 kg y 0,120 m de diámetro, que gira sobre un eje fijo horizontal montado en cojinetes sin fricción. Una fuerza

constante de magnitud de 9,0 N tira del extremo libre del cable a lo largo de una distancia de 2,0 m. El cable no resbala y hace girar el cilindro cuando desenrolla. Si el cilindro estaba inicialmente en reposo, calcule su rapidez angular final y la rapidez final del cable.



Datos:

$m := 50\ \mathrm{kg}$

$D := 0.120\ \mathrm{m}$

$F := 9.0\ \mathrm{N}$

$d := 2.0\ \mathrm{m}$

$$R := \frac{D}{2} = 0.0600\ \mathrm{m}$$

$$I := \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2 = 0.0900\ \mathrm{kg\ m^2}$$

El trabajo es:

$$W := F \cdot d = 18.0\ \mathrm{J}$$

$$W = K_f - K_i$$

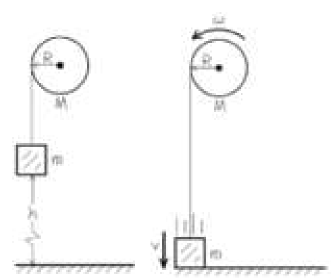
$$K_i := 0$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega_f^2$$

$$\omega := \sqrt{\frac{2 \cdot W}{I}} = 20.0\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

$$v := \omega \cdot R = 1.20\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

10. Enrollamos un cable ligero y flexible en un cilindro sólido de masa M y radio R. El cilindro gira con fricción despreciable sobre un eje horizontal estacionario. Atamos el extremo libre del cable a un bloque de masa m y soltamos el objeto sin velocidad inicial a una distancia h sobre el piso. Conforme el bloque cae, el cable se desenrolla sin estirarse ni resbalar, haciendo girar al cilindro. Calcule la rapidez del bloque que cae y la rapidez angular del cilindro, justo cuando el bloque golpea el piso.



Datos:

$M \qquad m$

$R \qquad h$

Se puede resolver por dinámica o por energía

Si resolvemos por energía, tenemos en cuenta que la energía mecánica se conserva.

Elegimos como situación inicial cuando se suelta el peso y como situación final cuando llega al suelo

Al principio el sistema tiene sólo energía potencial y al final cinética (traslacional y rotacional)

$$m\, g_e \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$$

Ponemos todo en función de v

$$m\, g_e \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2\right) \cdot \left(\frac{v}{R}\right)^2$$

$$m\, g_e \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot M\right) \cdot v^2$$

$$m\, g_e \cdot h = \frac{1}{2} \cdot v^2 \cdot m \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{M}{m}\right)$$

$$v := \sqrt{\frac{2 \cdot g_e \cdot h}{1 + \frac{M}{2 \cdot m}}}$$

11. Una hélice de avión tiene un diámetro de 2,08 m (de punta a punta) y masa de 117 kg, y gira a 2400 rpm alrededor de un eje que pasa por su centro. Trate la hélice como varilla delgada. a) ¿Qué energía cinética rotacional tiene? b) Suponga que, debido a restricciones de peso, usted tuviera que reducir la masa de la hélice a 75.0% de su masa original, pero siguiera requiriendo los mismos tamaño y energía cinética. ¿Cuál tendría que ser su rapidez angular en rpm?

Datos:

$L := 2.08\ \text{m}$ $\quad n := 2400\ \text{rpm}$ $\quad \omega := n = 251\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$m := 117\ \text{kg}$

$$K = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$$

Para una varilla delgada, el momento de inercia respecto de un eje que pasa por su centro es:

$$I := \frac{1}{12} \cdot m \cdot L^2 = 42.2\ \text{kg m}^2$$

$$K := \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 = 1.33 \cdot 10^6\ \text{J}$$

En el segundo caso

$$m_2 := 0.75 \cdot m = 87.8\ \text{kg}$$

$$I := \frac{1}{12} \cdot m_2 \cdot L^2 = 31.6\ \text{kg m}^2$$

$$\omega := \sqrt{\frac{2 \cdot K}{I}} = 290\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$n := \omega = 2770\ \text{rpm}$$

12. Una cuerda ligera y flexible se enrolla varias veces en un cilindro hueco con peso de 40,0 N y radio de 0,25 m, que gira sin fricción sobre un eje horizontal fijo. El cilindro está unido al eje mediante rayos cuyo momento de inercia es despreciable, e inicialmente está en reposo. Se tira del extremo libre de la cuerda con fuerza constante P una distancia de 5,00 m, punto en el cual la cuerda se está moviendo a 6,00 m/s. Si la cuerda no resbala sobre el cilindro, ¿cuánto vale P?

Datos:

$w := 40.0\ \text{N}$

$r := 0.25\ \text{m}$

$L := 5.00\ \text{m}$

$v := 6.00\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

El trabajo es igual a la variación de la energía cinética

$$W = \Delta K$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 - 0$$

$$W = P \cdot L \qquad I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \qquad \omega = \frac{v}{r}$$

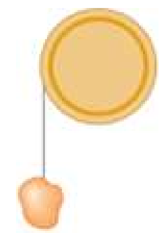
Reemplazando:

$$P \cdot L = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \cdot \left(\frac{v}{r}\right)^2$$

$$P := \frac{1}{4 \cdot L} \cdot \left(\frac{w}{g_e}\right) \cdot v^2 = 7.34 \text{ N}$$

13. Una polea sin fricción tiene la forma de un disco sólido uniforme de masa 2,50 kg y radio 20,0 cm. Una piedra de 1,50 kg se une a un alambre muy delgado que se enrolla alrededor del borde de la polea, y el sistema se libera del reposo. a) ¿Qué tan lejos debe caer la piedra para que la polea tenga 4,50 J de energía cinética? b) ¿Qué porcentaje de la energía cinética total tiene la polea?

Datos:



$m_d := 2.50 \text{ kg}$

$r := 20.0 \text{ cm}$

$m_p := 1.50 \text{ kg}$

$K := 4.50 \text{ J}$

se puede aplicar conservación de la energía para resolver el problema

Al inicio el sistema tendrá energía potencial y al final cinética.

$$m_p \, g_e \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$$

$$m_p \, g_e \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m_p \cdot v^2 + 4.50 \text{ J} \qquad (1)$$

La velocidad de la piedra se puede sacar a partir de la velocidad angular del cilindro

La energía cinética del cilindro: $K = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$

$$I := \frac{1}{2} \cdot m_d \cdot r^2 = 0.05 \text{ kg m}^2$$

$$\omega := \sqrt{\frac{2 \cdot K}{I}} = 13.4 \ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$v := \omega \cdot r = 2.68 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Despejando h de (1)

$$h := \frac{\frac{1}{2} \cdot m_p \cdot v^2 + 4.50 \text{ J}}{m_p \, g_e} = 0.673 \text{ m}$$

La energía cinética total es: $\frac{1}{2} \cdot m_p \cdot v^2 + 4.50\ J = 9.9\ J$

El porcentaje que le corresponde a la polea es: $\frac{4.50 \cdot 100}{9.9} = 45.5$

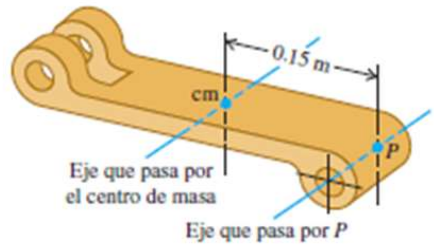
14. Una pieza de un acoplamiento mecánico tiene una masa de 3,6 kg. Medimos su momento de inercia alrededor de un eje que pasa a 0,15 m de su centro de masa y obtenemos IP = 0,132 kg m2. Calcule el momento de inercia Icm alrededor de un eje paralelo que pasa por el centro de masa.

Datos:

$M := 3.6\ kg$

$D := 0.15\ m$

$I_P := 0.132\ kg\ m^2$

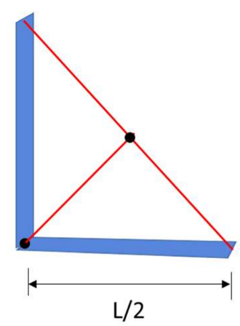


Según el teorema de Steiner

$$I_p = I_{CM} + M \cdot D^2$$

$$I_{CM} := I_P - M \cdot D^2 = 0.051\ kg\ m^2$$

15. Una varilla delgada uniforme de masa M y longitud L se dobla por su centro de manera que los dos segmentos son ahora perpendiculares entre sí. Encuentre el momento de inercia alrededor de un eje perpendicular a su plano y que pasa por a) el punto donde se cruzan los dos segmentos y b) el punto medio de la recta que conecta los dos extremos.



a)
El momento de inercia total será la suma de los momentos de inercia de cada segmento

El momento de inercia de una varilla respecto de un eje que pasa por uno de sus extremos es

$$I := \frac{1}{3} \cdot M \cdot L^2$$

En este caso, como para cada segmento resulta una masa igual a M/2 y una longitud igual a L/2 quedaría para un segmento:

$$I_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{M}{2} \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

Y para toda la pieza

$$I = 2 \cdot I_1$$

$$I = \frac{1}{12} \cdot M \cdot L^2$$

b) En este caso calculamos primero el momento de inecia de cada segmento respecto de su centro de masa y luego aplicamos el teorema de los ejes paralelos.

El momento de inercia de una varilla respecto de un eje que pasa por su centro de masa es:

$$I := \frac{1}{12} \cdot M \cdot L^2$$

El momento de inercia de uno de los segmentos respecto de su centro de masa es:

$$I_{cm} = \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{M}{2}\right) \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$I_{cm} = \frac{1}{96} \cdot M \cdot L^2$$

Ahora aplicamos Steiner, la distancia desde el centro de masa al centro de rotación es D = L/4

$$I = I_{cm} + M \cdot D^2$$

$$I = \frac{1}{96} \cdot M \cdot L^2 + \frac{M}{2} \cdot \left(\frac{L}{4}\right)^2$$

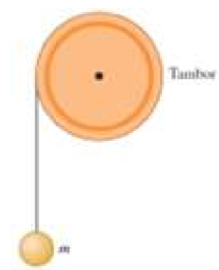
$$I = \frac{1}{24} \cdot M \cdot L^2$$

Y el mometo de inercia total, que es la suma de los dos será:

$$I = \frac{1}{12} \cdot M \cdot L^2$$

16. Unos ingenieros están diseñando un sistema en el que una masa m, al caer, imparte energía cinética a un tambor uniforme giratorio, al cual está unida con un alambre delgado y muy ligero que está enrollado alrededor del borde del tambor. No hay fricción considerable en el eje del tambor y todo el sistema parte del reposo. Este sistema se probó en la Tierra, pero debe utilizarse en Marte, donde la aceleración debida a la gravedad es de 3,71 m/s2. En las pruebas en la Tierra, cuando m es de 15,0 kg y se le permite caer una distancia de 5,00 m, imparte 250,0 J de energía cinética al tambor. a) Si el sistema se opera en Marte, ¿qué distancia tendría que caer la masa de 15,0 kg para impartir la misma cantidad de energía cinética al tambor? b) ¿Con qué rapidez se moverá la masa de 15,0 kg en Marte justo cuando el tambor gane 250,0 J de energía cinética?

Datos:



$$g_m := 3.71\ \frac{m}{s^2}$$

$$m := 15.0\ kg$$

$$h := 5.00\ m$$

$$K := 250\ J$$

Aplicamos conservación de la energía

$$m \cdot g_m \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$$

$$m \cdot g_m \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + 250\ J$$

Nos estaría faltando la velocidad v en Marte

En la Tierra:

$$m\ g_e \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + 250\ J$$

$$v := \sqrt{\frac{m\ g_e \cdot h - 250\ J}{\frac{1}{2} \cdot m}} = 8.05\ \frac{m}{s}$$

Si la energía cinética del tambor es la misma en Marte, esta velocidad es la misma en Marte también, ya que $K = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2$, por lo tanto ω es la misma y $v = \omega \cdot r$ es la misma también.

$$h := \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + 250 \text{ J}}{m \cdot g_m} = 13.2 \text{ m}$$

La velocidad es la calculada en el punto anterior