

$$\begin{aligned}
 \textcircled{1} \quad & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & 5 & 1 \\ 1 & 0 & 5 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow 5 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 5 & 1 \\ \textcircled{1} & 5 & -4 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow 5 \begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 \\ -1 & 5 & 1 \\ 3 & -2 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow 5 \begin{bmatrix} 0 & 3 & 0 \\ -1 & 5 & \textcircled{1} \\ 2 & 3 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow 5 \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \\
 & -5((0 \cdot 3) - (2 \cdot 3)) \\
 & -5(-6) = \boxed{30} \checkmark
 \end{aligned}$$

- $\textcircled{2}$ acgh \times
 - acgh \checkmark
 - acfh \times
 acfh

$\textcircled{3}$ $\det A^T = \det A$ \times

$\det A^{-1} = 1/\det A$ \times

$\det 2A = 2 \det A$ \checkmark

$\det(AB) = \det(BA)$

$\textcircled{4}$ Eigenvalues of $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \det \left(\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} \right) = 0 \rightarrow \det \begin{bmatrix} 2-\lambda & -1 \\ -1 & 2-\lambda \end{bmatrix} = 0$

$(2-\lambda)(2-\lambda) - (-1 \cdot -1) = 0 \rightarrow (\lambda-2)(\lambda-2) - 1 = 0$

$(\lambda-2)(\lambda-2) = 1 \rightarrow \boxed{\lambda=3 \text{ or } \lambda=1} \checkmark$

$\textcircled{5}$ Eigenvalues of $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \det \left(\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} \right) = 0 \rightarrow \det \begin{bmatrix} 2-\lambda & 1 \\ -1 & 2-\lambda \end{bmatrix} = 0$

$(2-\lambda)(2-\lambda) - (-1 \cdot 1) = 0 \rightarrow (\lambda-2)(\lambda-2) + 1 = 0$

$(\lambda-2)(\lambda-2) = -1 \rightarrow (\lambda-2)^2 = -1 \rightarrow \lambda-2 = i$

$\boxed{\lambda = i \pm 2} \checkmark$

⑥ which is Not Eigenvector of

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}?$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \checkmark$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \\ 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ -\sqrt{2} \\ 1 \end{bmatrix} \times$$

⑦ $x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ $x_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \\ 1 \end{bmatrix}$ $x_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -\sqrt{2} \\ 1 \end{bmatrix} \checkmark$

⑧ $A = S^{-1} \Lambda S \checkmark$
 $A = S \Lambda S^{-1}$
 $\Lambda = S^{-1} A S$
 $A S = S \Lambda$

⑨ diagonalize $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \times$$

$$\begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \checkmark$$

⑩ $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}^{10}$ is equal to

$$\begin{bmatrix} -3 \cdot 5^{10} & 4 \cdot 5^{10} \\ 4 \cdot 5^{10} & 3 \cdot 5^{10} \end{bmatrix} \times \quad \begin{bmatrix} 5^{10} & 0 \\ 0 & 5^{10} \end{bmatrix} \checkmark$$