

Aplikasi Nilai Eigen dan Vektor Eigen dalam Kompresi Gambar

Dibuat sebagai Tugas Besar 2

IF2123

Aljabar Linier dan Geometri



Kelompok 12

Fernaldy 13520112

Briannaldo Phandiarta 13520113

David Karel Halomoan 13520154

**Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika**

Institut Teknologi Bandung

2021

DAFTAR ISI

DAFTAR ISI	ii
DESKRIPSI MASALAH	1
TEORI SINGKAT	2
IMPLEMENTASI PROGRAM	4
Fronend	4
Back-end	4
app.py	4
image.py	4
EKSPERIMEN	6
Kompresi coco.jpg	6
Kompresi itb.jpg	7
Kompresi lena.jpg	8
Kompresi woman.jpg	9
Kompresi view.jpg	10
Kompresi woman.jpg dengan variasi tingkat kompresi	11
KESIMPULAN, SARAN, DAN REFLEKSI	14
Kesimpulan	14
Saran	14
Refleksi	14
DAFTAR REFERENSI	15

BAB I

DESKRIPSI MASALAH

Gambar adalah suatu hal yang sangat dibutuhkan pada dunia modern ini. Kita seringkali berinteraksi dengan gambar baik untuk mendapatkan informasi maupun sebagai hiburan. Gambar digital banyak sekali dipertukarkan di dunia digital melalui file-file yang mengandung gambar tersebut. Seringkali dalam transmisi dan penyimpanan gambar ditemukan masalah karena ukuran file gambar digital yang cenderung besar.

Pada Tugas Besar 2, akan dibuat website kompresi gambar sederhana dengan menggunakan algoritma SVD. Pengguna dapat memasukkan file gambar yang ingin dikompresi dengan format file yang bebas selama merupakan format untuk gambar dan tingkat kompresi dari gambar. Fitur yang harus ada adalah tempat memberi input file gambar, tingkat kompresi, tampilan gambar sebelum dan sesudah kompresi, waktu kompresi, dan tombol download gambar hasil kompresi.

BAB II

TEORI SINGKAT

Dalam aljabar linier, matriks adalah array dua dimensi berukuran $m \times n$, yang berisi bilangan-bilangan, dengan m adalah jumlah baris dan n adalah jumlah kolom. Bilangan di dalam matriks disebut sebagai elemen matriks yang umumnya ditulis sebagai a_{ij} , dengan i adalah baris dan j adalah kolom tempat elemen tersebut terletak. Operasi yang umum dilakukan antarmatriks adalah perkalian matriks. Perkalian antara matriks A berukuran $m \times r$ dengan matriks B berukuran $r \times n$ akan menghasilkan matriks AB berukuran $m \times n$. Apabila elemen-elemen pada matriks AB adalah x_{ij} dengan $1 \leq i \leq m$ dan $1 \leq j \leq n$, maka elemen x_{ij} dapat diperoleh dari penjumlahan semua hasil kali elemen ke- k dari baris i pada matriks A dan elemen ke- k dari kolom j pada matriks B dengan $1 \leq k \leq r$. Sebagai contoh, pada perkalian matriks A berukuran 2×3 dan matriks B berukuran 3×4 , maka $x_{12} = a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} + a_{13}b_{32}$.

Untuk matriks persegi $n \times n$, vektor x di ruang R^n disebut vektor eigen dari A jika untuk λ adalah sebuah skalar, x memenuhi $Ax = \lambda x$ dan λ disebut nilai eigen dari A . Nilai eigen adalah nilai yang menggambarkan karakteristik suatu matriks persegi. Persamaan $Ax = \lambda x$ ekuivalen dengan $(\lambda I - A)x = 0$. Dengan demikian, agar persamaan $(\lambda I - A)x = 0$ memiliki solusi nontrivial, determinan $\lambda I - A$ harus 0 dan persamaan $\det(\lambda I - A) = 0$ disebut sebagai persamaan karakteristik A . Solusi dari persamaan karakteristik $\det(\lambda I - A) = 0$ akan menghasilkan nilai-nilai eigen dari A . Kemudian, dengan menyelesaikan persamaan $(\lambda I - A)x = 0$, akan diperoleh vektor-vektor eigen yang berkoresponden dengan tiap nilai eigen.

Salah satu metode dekomposisi matriks adalah singular value decomposition atau SVD. Nilai singular matriks A adalah akar kuadrat dari nilai-nilai eigen matriks $A^T A$. Dengan metode SVD, suatu matriks A berukuran $m \times n$ dapat didekomposisi dalam bentuk $A = U \Sigma V^T$. Matriks U adalah matriks berukuran $m \times m$ yang kolom-kolomnya adalah hasil normalisasi basis ruang eigen dari matriks AA^T dengan urutan dari kolom pertama adalah basis ruang eigen yang berkoresponden dengan nilai eigen terbesar, lalu dilanjutkan dengan basis eigen yang berkoresponden dengan nilai eigen terbesar kedua, dan seterusnya. Matriks Σ adalah matriks berukuran $m \times n$ yang elemen diagonal utamanya adalah nilai singular matriks A mulai dari yang terbesar terletak pada baris pertama kolom pertama. Elemen-elemen selain elemen diagonal utama

matriks Σ adalah 0. Matriks V adalah matriks berukuran $n \times n$ yang kolom-kolomnya adalah hasil normalisasi basis ruang eigen dari matriks $A^T A$ dengan urutan dari kolom pertama adalah basis ruang eigen yang berkoresponden dengan nilai eigen terbesar, lalu dilanjutkan dengan basis eigen yang berkoresponden dengan nilai eigen terbesar kedua, dan seterusnya.

BAB III

IMPLEMENTASI PROGRAM

Pembuatan program kompresi gambar dengan memanfaatkan algoritma SVD dalam bentuk *website* lokal sederhana dibagi menjadi dua bagian yaitu *front-end* dan *back-end*. Implementasi *front-end* menggunakan react, yaitu sebuah *library* JavaScript yang efisien untuk membangun antarmuka pengguna. Implementasi *back-end* menggunakan bahasa python, yaitu suatu bahasa pemrograman tingkat tinggi yang mendukung beberapa paradigma pemrograman.

3.1 Front-end

Implementasi *front-end* menggunakan *framework* react.js. *Front-end* menjadi tampilan untuk pengguna. *Front-end* akan menerima *file* gambar dengan format JPEG, JPG, ataupun PNG kemudian diubah menjadi format base64 yang kemudian dikirimkan ke *server* (*back end*).

3.2 Back-end

Implementasi *back-end* dibagi menjadi dua *file* yaitu app.py dan image.py.

3.2.1 app.py

Implementasi API (*Application Programming Interface*) pada *website* kami menggunakan *framework* Flask. API ini berguna untuk menerima *image* dari front-end untuk diproses (SVD) dan mengirimkan *image* hasil pemrosesan kembali ke front-end. *Image* yang dikirim menggunakan format base64.

3.2.2 image.py

Fungsi-fungsi yang ada dalam *file* image.py beserta spesifikasinya antara lain:

1. imageToThreeArray

Fungsi yang mengembalikan tiga matriks dari sebuah file gambar.

2. threeArrayToOneArray

Fungsi yang mengembalikan hasil penggabungan tiga matriks.

3. svd

Fungsi yang mengembalikan *rank* dan hasil dekomposisi suatu matriks dengan algoritma SVD.

4. kompresiSVD

Fungsi yang mengembalikan hasil perkalian matriks-matriks U , Σ , dan V^T dengan banyak nilai singular (k) tertentu.

5. compress

Fungsi yang membagi array tiga dimensi gambar menjadi 3 matriks dengan fungsi `imageToThreeArray` lalu memanggil fungsi kompresiSVD untuk tiap matriks dan menggabungkan kembali hasilnya dengan fungsi `threeArrayToOneArray`.

6. main

Fungsi utama yang dipanggil untuk menjalankan kompresi gambar. Gambar akan dibaca dari *file* bernama `img.jpg` dan disimpan

BAB IV

EKSPERIMEN

4.1 Kompresi coco.jpg

Berikut adalah hasil tangkapan layar proses kompresi dan hasil kompresi coco.jpg. Tingkat kompresi yang dilakukan adalah 50%.

image compression

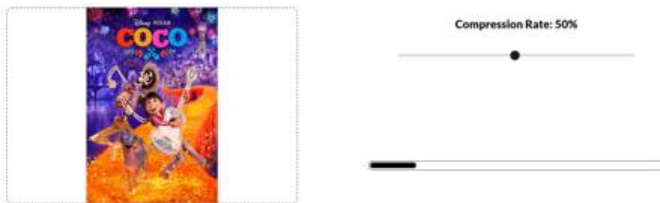
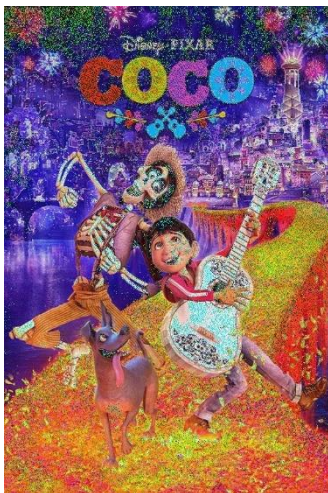


image compression



Lama waktu untuk melakukan kompresi coco.jpg dengan tingkat kompresi 50% adalah 17.513 s.

4.2 Kompresi itb.jpg

Berikut adalah hasil tangkapan layar proses kompresi dan hasil kompresi itb.jpg. Tingkat kompresi yang dilakukan adalah 1%.

image compression

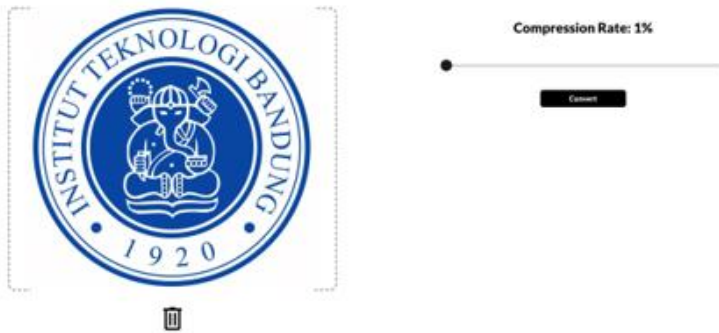
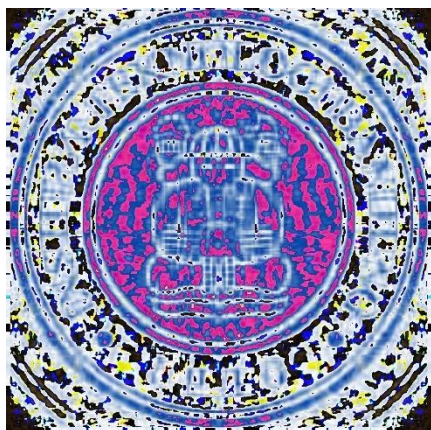


image compression



Lama waktu untuk melakukan kompresi itb.jpg dengan tingkat kompresi 1% adalah 138.514 s.

4.3 Kompresi lena.jpg

Berikut adalah hasil tangkapan layar proses kompresi dan hasil kompresi lena.jpg. Tingkat kompresi yang dilakukan adalah 20%.

image compression



image compression



Lama waktu untuk melakukan kompresi lena.jpg dengan tingkat kompresi 20% adalah 0.455 s.

4.4 Kompresi woman.jpg

Berikut adalah hasil tangkapan layar proses kompresi dan hasil kompresi woman.jpg. Tingkat kompresi yang dilakukan adalah 70%.

image compression

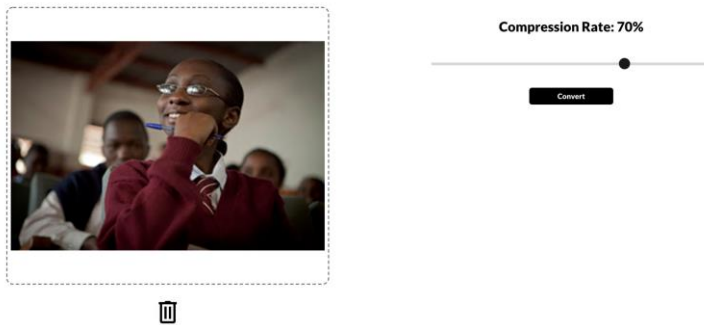


image compression



Lama waktu untuk melakukan kompresi woman.jpg dengan tingkat kompresi 70% adalah 0.72 s.

4.5 Kompresi view.jpg

Berikut adalah hasil tangkapan layar proses kompresi dan hasil kompresi view.jpg. Tingkat kompresi yang dilakukan adalah 100%.

image compression

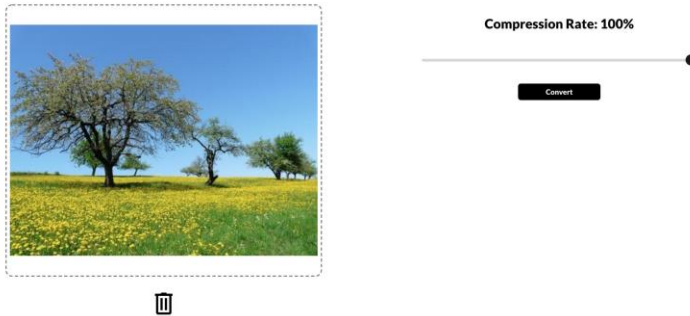


image compression

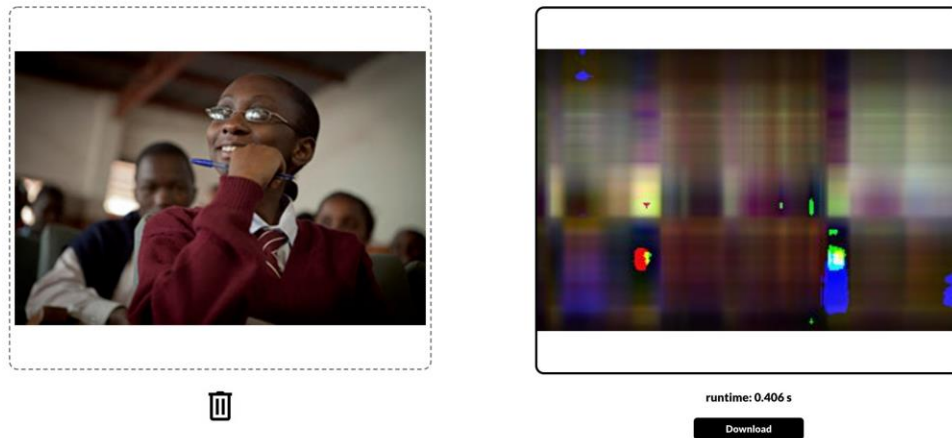


Lama waktu untuk melakukan kompresi view.jpg dengan tingkat kompresi 100% adalah 6.781 s.

4.6 Kompresi woman.jpg dengan variasi tingkat kompresi

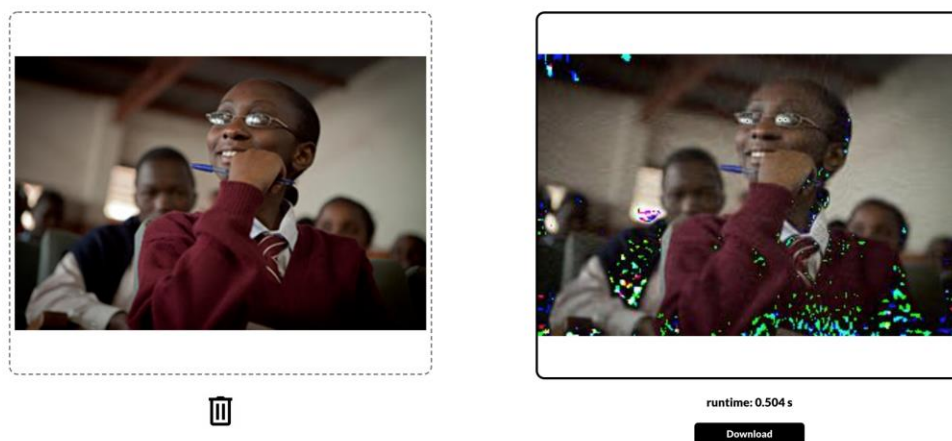
Berikut adalah tangkapan layar hasil kompresi woman.jpg dengan beberapa tingkat kompresi

a. Tingkat kompresi 1%



Waktu yang diperlukan untuk melakukan kompresi dengan tingkat kompresi 1% adalah 0.406 s.

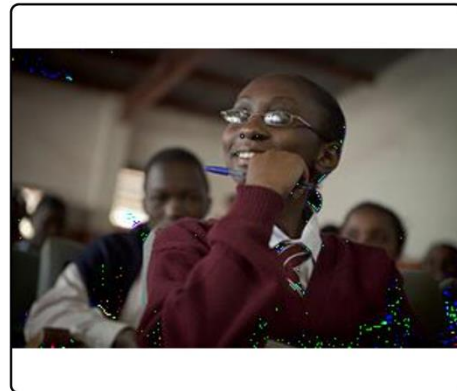
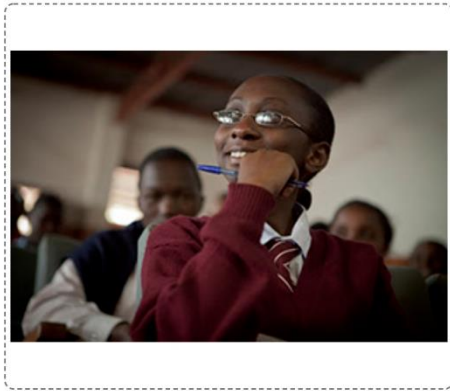
b. Tingkat kompresi 20%



Waktu yang diperlukan untuk melakukan kompresi dengan tingkat kompresi 20% adalah 0.504 s.

c. Tingkat kompresi 50%

image compression



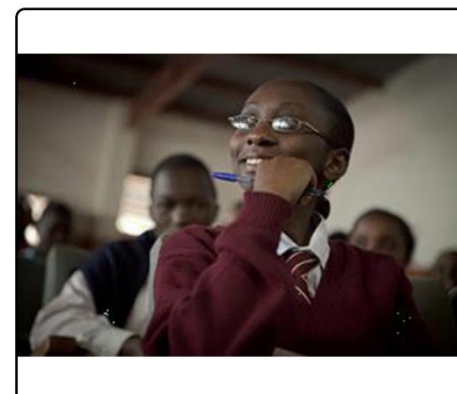
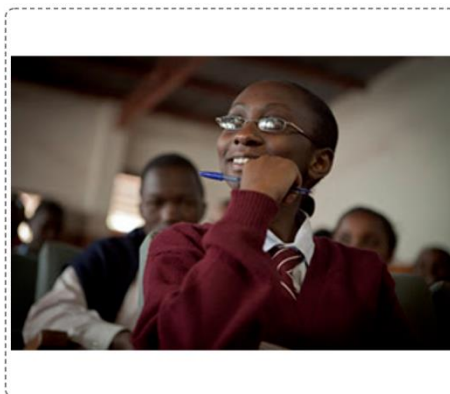
runtime: 0.835 s

Download

Waktu yang diperlukan untuk melakukan kompresi dengan tingkat kompresi 50% adalah 0.835 s.

d. Tingkat kompresi 70%

image compression



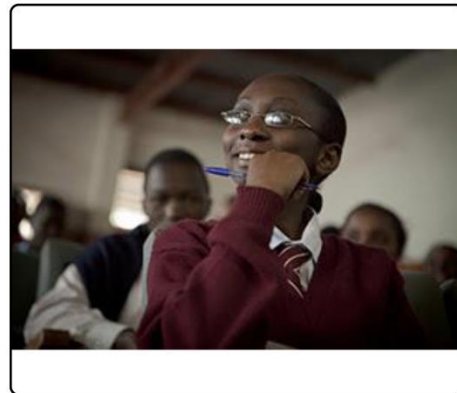
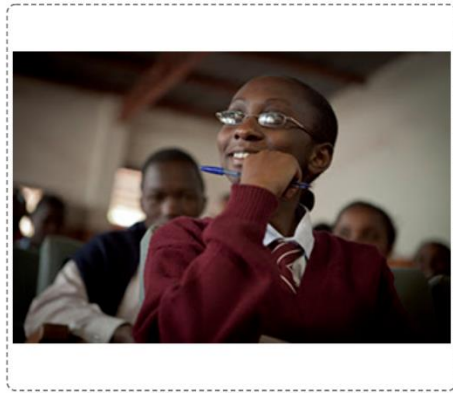
runtime: 0.72 s

Download

Waktu yang diperlukan untuk melakukan kompresi dengan tingkat kompresi 70% adalah 0.72 s.

e. Tingkat kompresi 100%

image compression



runtime: 1.9 s

Download

Waktu yang diperlukan untuk melakukan kompresi dengan tingkat kompresi 100% adalah 1.9 s. Dengan menerapkan berbagai variasi tingkat kompresi pada file gambar yang sama, dapat dilihat bahwa waktu untuk melakukan kompresi berbanding lurus dengan tingkat kompresi yang diterapkan.

Perlu diingat bahwa kompresi ukuran di sini adalah kompresi ukuran matriks yang diubah menjadi menjadi tiga matriks, U , Σ , dan V^T dengan ukuran total yang dapat lebih kecil dari matriks gambar awal. Ketiga matriks ini dapat “didekompresi” kembali menjadi gambar dengan ukuran yang sama dengan gambar awal dengan cara dikali. Gambar hasil perkalian ini memiliki detail lebih sedikit dari gambar awal. Ini sesuai dengan besarnya nilai singular, nilai singular yang lebih besar “mengandung” detail gambar yang lebih besar. Matriks hasil kompresi memiliki nilai singular yang lebih sedikit tetapi tetap mempertahankan nilai singular terbesar sehingga tetap memiliki karakteristik gambar awal. Gambar hasil “dekompresi” dapat mempunyai ukuran yang sama atau lebih besar dari gambar awal.

BAB V

KESIMPULAN, SARAN, DAN REFLESI

5.1 Kesimpulan

Di era modern, sering kali dilakukan pertukaran data dari satu pihak ke pihak lainnya. Salah satu bentuk data yang sering dipertukarkan adalah gambar digital. Agar pertukaran dan pengolahan serta penyimpanan data gambar digital menjadi lebih efisien, dapat dilakukan kompresi terhadap data gambar tersebut sehingga ukurannya menjadi lebih kecil.

Karena gambar digital dapat direpresentasikan sebagai matriks, dapat digunakan algoritma Singular Decomposition Value (SVD) untuk melakukan kompresi. Pada algoritma SVD, matriks awal akan didekomposisi menjadi matriks U , Σ , dan V^T dan kemudian dilakukan rekonstruksi dengan mengambil jumlah nilai singular yang lebih kecil dari awalnya sehingga dapat diperoleh matriks U , Σ , dan V^T dengan ukuran lebih kecil. Ketiga matriks ini dapat memakai memori yang lebih kecil dibanding matriks gambar awal. Ketiga matriks hasil SVD dapat digabungkan kembali menjadi gambar dengan ukuran yang sama seperti gambar awal dengan cara dikalikan. Gambar dari matriks hasil perkalian ini mempunyai detail yang lebih kecil jika dibandingkan dengan gambar awal.

Pengembangan laman sebagai antarmuka pengguna bertujuan agar pengguna dapat dengan lebih mudah melakukan kompresi terhadap gambar digital yang diinginkan.

5.2 Saran

Aproksimasi nilai eigen yang dilakukan membutuhkan jumlah iterasi yang tidak sedikit sehingga memengaruhi efisiensi program secara signifikan sehingga disarankan untuk mencoba alternatif metode lain dalam melakukan aproksimasi nilai eigen yang memiliki efisiensi lebih baik sehingga hasil kompresi gambar dapat diperoleh dalam waktu yang lebih singkat.

5.3 Refleksi

Dalam metode kompresi gambar dengan algoritma SVD, perlu ditentukan nilai eigen dari matriks $A^T A$. Oleh karena itu, perlu ditentukan λ sehingga $\det(\lambda I - A^T A) = 0$ dengan λ adalah nilai eigen. Penentuan nilai determinan suatu matriks dan solusi atas persamaan karakteristik kurang efisien untuk diimplementasikan dalam program. Untuk mengatasi permasalahan itu, dapat digunakan algoritma QR yang memanfaatkan dekomposisi QR untuk mengaproksimasi nilai eigen dari suatu matriks simetris.

DAFTAR REFERENSI

“Nilai Eigen dan Vektor Eigen Bagian 1” oleh Rinaldi Munir

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2020-2021/Algeo-18-Nilai-Eigen-dan-Vektor-Eigen-Bagian1.pdf>

“Singular Value Decomposition (SVD)” oleh Rinaldi Munir

<https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2020-2021/Algeo-19b-Singular-value-decomposition.pdf>

Burden, R.L. & Faires, J.L. (2010). *Numerical Analysis* (9th ed.). Cengage Learning.

Anton, H. & Rorres, C. (2010). *Elementary Linear Algebra* (10th ed.). Wiley.